

비축대칭 H-형 및 U-형상의 압출금형 곡면의 자동생성

유동진* · 임종훈** · 양동열***
(2003 년 8 월 11 일 접수)

Automatic Surface Generation for Extrusion Die of Non-symmetric H- and U-shaped sections

D. J. Yoo, J. H. Im and D. Y. Yang

Abstract

In this paper, an automatic surface construction method based on B-spline surface and scalar field theory is proposed to generate the extrusion die surface of non-symmetric H- and U-shaped sections. The isothermal lines and stream lines designed in the scalar field are introduced to find the control points which are used in constructing B-spline surfaces. Intersected points between the isothermal lines and stream lines are used to construct B-spline surfaces. The inlet and outlet profiles are precisely described with B-spline curves by using the centripetal method for uniform parameterization. The extrusion die surface is generated by using the cubic curve interpolation in the u- and v-directions. A quantitative measure for the control of surface is suggested by introducing the tangential vectors at the inlet and outlet sections. To verify the validity of the proposed method, automatic surface generation is carried out for extrusion die of non-symmetric H- and U-shaped sections.

Key Words : B-Spline Surface, Extrusion Die Surface, Scalar Field Theory, Stream Lines

1. 서론

금속성형 방법중의 하나인 압출공정은 높은 생산성, 저비용, 제품의 기계적 성질의 우수성 등 많은 장점 때문에 자동차, 항공기, 군수산업 등에 널리 사용되고 있다. 이에 관련하여 많은 연구가 이루어져 왔고 최근에는 CAD/CAE/CAM 등의 컴퓨터 응용기술들을 압출공정에 접목시키려는 시도가 이루어지고 있다.

Nagpal 과 Altan⁽¹⁻²⁾은 이중유선함수(dual stream

function)를 제안하고 그에 대한 동적가용 속도장을 유도하여 원형소재로부터 타원형 및 정다각형 제품을 압출하기 위한 공정을 상계해법을 이용하여 해석하였다. Yang 등⁽³⁾은 등각사상 (conformal mapping) 개념을 이용하여 일반적인 형상의 단면 형상에 대한 최적의 금형 형상을 구하기 위하여 상계해법을 이용하여 해석하였다.

Gunasekera⁽⁴⁻⁵⁾는 오목한 형상에는 적용할 수 없었던 종래의 면적사상(area mapping) 개념을 길이 사상(line mapping) 개념으로 전환하여 일반적인 형

* 대전대학교 컴퓨터응용기계설계학과

** 대전대학교 기계설계공학과 대학원

*** 한국과학기술원 기계공학과

상의 단면 형재를 압출하기 위한 금형곡면을 다항식 곡면, 베지에 곡면 등으로 자동 생성하는 프로그램을 개발하였다. Yang 과 Han⁽⁶⁾은 일반적인 형상의 단면 형재에 대한 압출공정을 해석하기 위하여 입구 및 출구형상을 푸리에(Fourier) 함수로 표현하고 이 두 단면곡선을 보간하여 금형곡면을 생성하였고 상계해법을 이용하여 해석하였다.

Shin 과 Kim 등⁽⁷⁾은 면적사상개념 및 4 차 다항식을 이용하여 금형곡면을 표현하고 2 차원 강소성 유한요소법과 슬랩방법을 혼합한 방법을 제안하여 정다각형 및 T-형의 출구형상에 대한 유한요소 해를 구하였다. Joun 과 Hwang⁽⁸⁾은 금형곡면을 3 차 스플라인 곡선보간 개념을 이용하여 몇 개의 독립변수로 표현한 후 강소성 유한요소법과 최적화 방법을 이용하여 정다각형 및 T-형의 출구형상에 대한 최적 금형형상을 구하였다. Celik 과 Chitkara⁽⁹⁻¹¹⁾는 단면형상의 도심이 압출방향의 중심축과 편심(off-centric) 되어있는 비축대칭 단면형상의 제품을 압출하기 위한 금형곡면을 베지에(Bezier) 형태의 곡면으로 표현하고 속도장을 유도해서 다각형, T-형, H-형, U-형 등 다양한 형태의 출구형상에 대한 상계해를 구하였다.

이상과 같이 최적의 금형곡면 형상을 구하기 위하여 컴퓨터 해석 및 실험을 통하여 많은 연구가 이루어져 왔으나 금형곡면 자체에 관한 수식적인 표현에 관해서는 제한적으로 이루어져 왔다. 이러한 개념하에 유와 임 등⁽¹²⁻¹⁴⁾은 압출금형 곡면생성에 있어서 NURBS 곡면 이론과 단면 내에서는 금속유동속도가 일정하다는 개념을 기본으로 하고 있는 면적사상법을 이용하여 입구와 출구형상을 NURBS 곡선으로 정의하고 이 두 단면곡선을 금형길이 방향으로 3 차 곡선보간하여 하나의 NURBS 곡면으로 표현하는 방법을 제안한 바 있다.

그러나 오목하고 복잡한 형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 생성하는데 있어서 면적사상법의 개념을 이용하여 표현하기에는 어려움이 있다. 따라서 본 연구에서는 B-스플라인 곡면 이론과 전기장 및 온도장 해석 등에 이용되고 있는 스칼라장 이론을 사용하여 비축대칭 H-형 및 U-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 하나의 B-스플라인 곡면으로 표현하는 방법을 제안하고자 한다.

2. B-스플라인 곡선 및 곡면의 수식적 표현

압출금형 곡면을 생성하기 위해서 B-스플라인 곡선 및 곡면이론을 이용하였으며 본 연구에서 기본적으로 사용한 B-스플라인 곡선 식은 다음과 같다.⁽¹⁵⁾

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \tag{1}$$

여기서,

P_i : 조정점

$N_{i,p}(u)$: u 방향의 B-스플라인 기저함수

B-스플라인 기저함수 $N_{i,p}(u)$ 는 노트벡터 U 에 대하여 다음과 같은 재귀함수로 정의된다.

$$N_{i,p}(u) = \begin{cases} 1 & : \text{if } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \tag{2a}$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \tag{2b}$$

여기서 u_i 는 노트벡터의 요소로서 다음과 같은 노트벡터를 구성한다.

$$U = \{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \} \tag{3}$$

식 (3)에서 나타낸 바와 같이 노트벡터의 시작과 끝부분에 p+1 개의 노트를 중첩 배치함으로써 곡선의 양끝점과 조정점의 시작점과 끝점을 일치시키는 비주기적 노트 값을 사용하였다.

식 (1)로 표현된 B-스플라인 곡선식을 두 매개변수 u, v 에 대하여 두 방향으로 확장하면 다음과 같은 B-스플라인 곡면 식을 정의할 수 있다.⁽¹⁵⁾

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \tag{4}$$

여기서,

P_{ij} : 조정점

p, q : u, v 방향의 차수

$N_{i,p}(u), N_{j,q}(v)$: u, v 방향의 B-스플라인 기저함수

기저함수가 u, v 두 방향에 대하여 정의 되어야 하기 때문에 노트벡터도 다음과 같이 두 방향에 대하여 구성되어야 한다.

$$U = \{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, \underbrace{u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}}_{p+1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \} \quad (r+1 \text{ 노트}, r = n+p+1) \quad (5a)$$

$$V = \{ \underbrace{c, \dots, c}_{q+1}, \underbrace{v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}}_{q+1}, \underbrace{d, \dots, d}_{q+1} \} \quad (s+1 \text{ 노트}, s = m+q+1) \quad (5b)$$

3. 비축대칭 H-형상의 압출금형 곡면의 자동생성

3.1 출구 형상의 특성점들의 좌표 계산

Fig. 1 은 원형소재로부터 비축대칭 H-형상의 제품을 압출하는 경우의 단면형상을 보여주고 있다.

비축대칭 H-형상을 나타내기 위한 특성점들은 점 P₀ 부터 점 P₁₁ 까지 총 12 개의 점의 좌표로 구성되어 있고 사용자가 입력한 h₁, h₂, h₃, h₄, t₁, t₂, t₃, l 의 함수로 Table 1 과 같이 구할 수 있다.

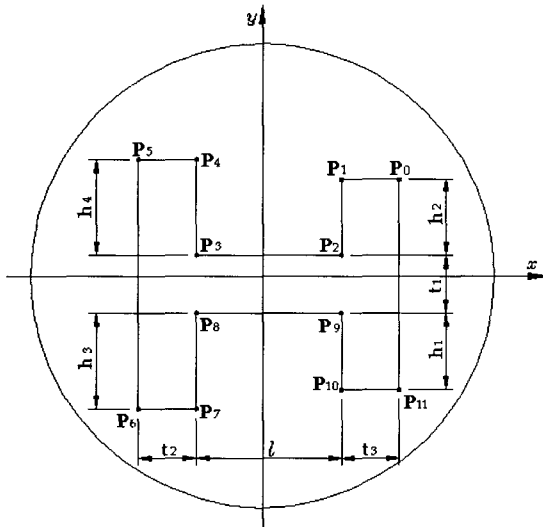


Fig. 1 Geometric description of characteristic points of outlet profile

Table 1 Parametric description of characteristic points of outlet profile

Point No.	x	y	z
P ₀	$-x_c+t_2+t_3+l$	$-y_c+h_3+t_1+h_2$	d
P ₁	$-x_c+t_2+l$	$-y_c+h_3+t_1+h_2$	d
P ₂	$-x_c+t_2+l$	$-y_c+h_3+t_1$	d
P ₃	$-x_c+t_2$	$-y_c+h_3+t_1$	d
P ₄	$-x_c+t_2$	$-y_c+h_3+t_1+h_4$	d

P ₅	$-x_c$	$-y_c+h_3+t_1+h_4$	d
P ₆	$-x_c$	$-y_c$	d
P ₇	$-x_c+t_2$	$-y_c$	d
P ₈	$-x_c+t_2$	$-y_c+h_3$	d
P ₉	$-x_c+t_2+l$	$-y_c+h_3$	d
P ₁₀	$-x_c+t_2+l$	$-y_c+h_3-h_1$	d
P ₁₁	$-x_c+t_2+t_3+l$	$-y_c+h_3-h_1$	d

Table 1 의 x_c, y_c 는 비축대칭 H-형상의 기하학적 인 도심의 x, y 좌표로서 P₆ 의 x, y 좌표를 0 으로 하였을 때 계산된 값이다.

3.2 입구 및 출구형상의 정의

Fig. 2 는 입구 및 출구 측의 단면형상을 보여주는 것으로 입구형상은 식 (6)과 같이 원의 방정식을 사용하여 다음 절에서 언급하게 될 삼각요소의 크기만큼 균일하게 분배되어 표현되고, 출구형상은 앞 절에서 정의된 특성점들로부터 계산된 B-스플라인 곡선을 구성하는 통과점들에 의해 정의된다.

$$\begin{aligned} x &= R \cos \theta \\ y &= R \sin \theta \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

R : 입구 측 반경

$\theta : 2\pi i / f_p \quad (0 \leq i \leq f_p)$

$f_p : 2\pi R / m_s \quad (m_s : \text{요소크기})$

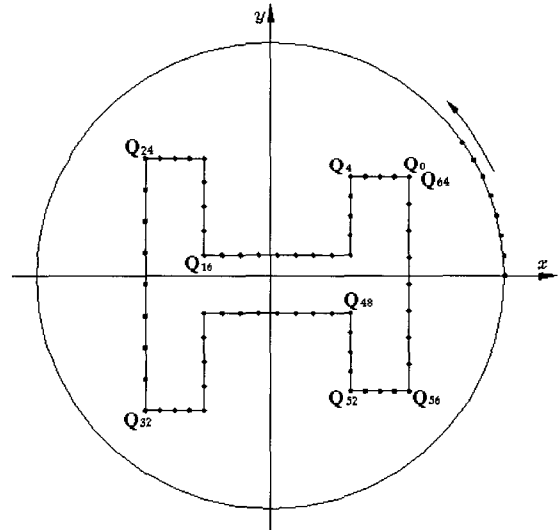


Fig. 2 Description of inlet and outlet profiles

3.3 삼각요소 생성

본 연구에서는 유한요소 생성방법 중 격자 이용법을 사용하여 입구와 출구의 단면형상을 트립 평면으로 정의하여 삼각요소를 생성하였다.⁽¹⁶⁾ 트립 평면은 하나의 패치(patch) 및 경계곡선으로 나타내어 지는데 매개변수 패치상의 한 점의 2 차원 좌표는 다음과 같다.

$$\mathbf{r}(u, v) = x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} \quad (7)$$

$$(0 \leq u, v \leq 1)$$

여기서 $x(u, v)$ 와 $y(u, v)$ 는 사용하고자 하는 패치의 형태에 따라 여러 가지 방법으로 수식화 될 수 있는데 본 연구에서는 다음의 평면의 방정식을 사용하였다.

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = P \quad (8)$$

여기서,

\mathbf{r} : 평면상의 한 점을 나타내는 위치벡터

\mathbf{n} : 평면에 수직인 단위벡터

P : 좌표계의 원점과 평면과의 수직거리

또한 패치의 수치정보 외에 사용되어질 부분과 사용되지 않을 부분을 구분 짓기 위한 경계곡선의 데이터가 필요하다. 경계곡선은 많은 세그먼트로 이루어 지는데 한 세그먼트는 매개변수 t 에 관한 함수로 다음과 같이 표현된다.

$$u(t) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i t^i, \quad v(t) = \sum_{i=0}^{n-1} b_i t^i \quad (9)$$

여기서 a_i, b_i 는 각각 u, v 에 관한 다항식의 계수들이고 n 은 곡선의 오더이다. 매개변수 t 의 범위는 시작 세그먼트와 마지막 세그먼트를 제외하고는 $0 \leq t \leq 1$ 로 정의된다.

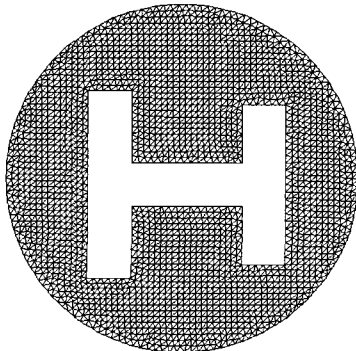


Fig. 3 Description of triangular mesh generation

위와 같이 입구와 출구의 단면형상을 트립 평면으로 정의하고 격자이용법을 사용하여 Fig. 3 에서 보는바와 같이 삼각요소를 생성하였다.

3.4 등온선 및 유선

스칼라장 이론을 이용하여 등온선과 유선을 계산하면 입구와 출구 사이의 중간형상을 정의할 수 있고 금속유동을 예상함으로써 어느 정도 물리적인 개념이 반영된 압출금형 곡면을 생성할 수 있다. 입구와 출구 측에 각각 0°C 와 180°C 의 온도 값을 주면 단면 내에서는 온도분포가 생기게 되고, 삼각요소들을 이루고 있는 절점들은 서로 다른 온도 값을 가지게 된다. 본 연구에서는 식 (10)을 기본 개념으로 하고 있는 온도장 해석을 위한 FEM P/G 을 개발하였다.⁽¹⁷⁾

$$K T = R \quad (10)$$

여기서,

K : 전도행렬

T : 온도 R : 열 벡터

온도장 해석을 하고 나면 평면상의 같은 온도 값을 갖는 점들로 등온선을 구성할 수 있는데 본 연구에서는 입구와 출구 사이를 16 개의 구간으로 나누고 각 구간의 온도를 입구와 출구에서의 온도 연속성을 고려하여 다음의 3 차식을 이용하여 구하였다.

$$\hat{f} = (3s^2 - 2s^3) \cdot 180 \quad (11)$$

여기서,

$$s = (i - 1) / 16, \quad (1 \leq i \leq 17)$$

식 (11)에 의하여 각 구간별 온도 \hat{f} 가 구해지면 다음 식에 의하여 등온선을 구하게 된다.

$$\begin{aligned} x &= \xi x_3 + (1 - \xi)x_2 \\ y &= \xi y_3 + (1 - \xi)y_2 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서,

$$\xi = \frac{\hat{f} - f_2}{f_3 - f_2}$$

식 (12)의 경우는 삼각요소를 이루고 있는 세 개의 변들 가운데 2, 3 번의 절점을 포함하고 있는 한 변에 대해서 표현한 것이다. 나머지 두 변에 대해서도 마찬가지로 계산하면 된다.

2 차원 열 유동에 대한 프리에 법칙은 식 (13)과

같이 주어지며 이를 이용하여 삼각요소들의 유속과 방향을 계산할 수 있고, 출구형상을 정의하는 통과점들($Q_0 \sim Q_{63}$)로부터 그 점들에 해당되는 입구형상의 통과점들의 위치정보를 얻을 수 있을 뿐만 아니라 흐름을 알 수 있다. 이것이 바로 유선으로서 압출공정에서 중요한 요소인 금속유동을 예측할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{q} &= q_x i + q_y j \\ q_x &= -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,

- $T = T(x, y)$: 전도체내 온도장
- q_x, q_y : 열 유속 성분
- k : 열전도 계수
- $\partial T/\partial x, \partial T/\partial y$: 온도 변화율

Fig. 4 는 이상과 같은 과정을 거쳐 구해진 등온선과 유선을 함께 표현한 것이다.

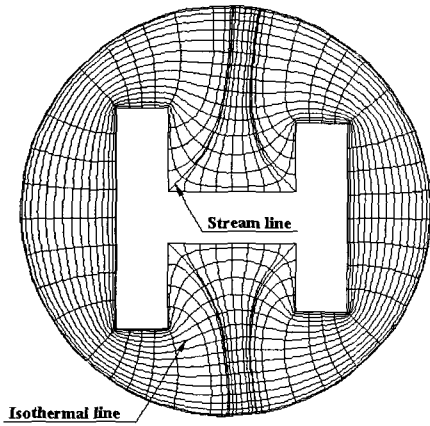


Fig. 4 Description of isothermal lines and stream lines

3.5 u 방향의 B-스플라인 곡선 보간

양 끝점에서의 접선벡터와 통과점을 정의한 후 3 차 B-스플라인 곡선보간법을 이용하면 B-스플라인 곡선을 표현할 수 있다. Fig. 5 는 3 차 B-스플라인 곡선보간법을 이용하여 u 방향에 대해서 입구와 출구형상을 B-스플라인 곡선으로 표현한 것이다.

통과점은 등온선과 유선의 교차점으로서 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} X &= (1-\mu)x_1 + \mu x_2 \\ Y &= (1-\mu)y_1 + \mu y_2 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$\mu = \frac{(x_3 - x_1)(y_3 - y_4) - (x_3 - x_4)(y_3 - y_1)}{(x_2 - x_1)(y_3 - y_4) - (x_3 - x_4)(y_2 - y_1)}$$

식 (14)는 네 개의 점이 주어진 경우로 하나의 선분은 등온선을 구성하는 (x_1, y_1) 과 (x_2, y_2) 의 두 점으로, 나머지 하나의 선분은 유선을 구성하는 (x_3, y_3) 와 (x_4, y_4) 의 두 점으로 정의한 것이다.

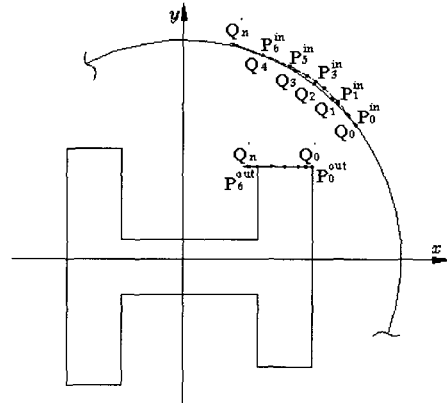


Fig. 5 B-spline curve interpolation in the u-direction

통과점이 정의되어 있고 각 점에 대한 매개변수 값이 지정되면 다음과 같은 과정을 거쳐 조정점 P_i 를 구할 수 있다.

$$Q_k = C(\bar{u}_k) \sum_{i=0}^{n+2} N_{i,p}(\bar{u}_k) P_i \quad (0 \leq k \leq n) \quad (15)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 &= 0, \quad \bar{u}_n = 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d} \quad (1 \leq k \leq n-1) \\ d &= \sum_{k=1}^n \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|} \end{aligned}$$

Q_0 부터 Q_n 까지의 $(n+1)$ 개의 통과점이 정의되고 시작점과 끝점에서의 접선벡터 Q_0', Q_n' 이 지정되면 통과점에서의 매개변수 값 \bar{u}_k 을 식 (15)에 대입하여 P_i 에 관한 선형 연립방정식을 얻을 수 있다.

B-스플라인 곡선의 미분성질을 이용하면 P_1 및 P_{n+1} 을 Q_0', Q_n' 에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{u_{p+1}}{P} Q_0' + P_0 \\ P_{n+1} &= P_{n+2} - \frac{1-u_{m-p-1}}{P} Q_n' \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, $m = n + p + 3$ 이다. 식 (16)을 식 (15)에 대입하여 $(n+3) \times (n+3)$ 의 선형연립방정식의 해를 구하면 각 단면에 대한 B-스플라인 곡선의 조정점들을 구할 수 있다. 3 차 보간의 경우 식 (15)는 다음과 같이 표현된다.

$$Q_k = C(\bar{u}_k) \tag{17}$$

$$= N_{k,3}(\bar{u}_k)P_k + N_{k+1,3}(\bar{u}_k)P_{k+1} + N_{k+2,3}(\bar{u}_k)P_{k+2}$$

$$(1 \leq k \leq n-1)$$

즉, 풀어야 할 선형연립방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} Q_1 - a_1 P_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{n-2} \\ Q_{n-1} - C_{n-1} P_{n+1} \end{bmatrix} = \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ P_{n-1} \\ P_n \end{bmatrix}$$

여기서,

$$a_k = N_{k,3}(\bar{u}_k), \quad b_k = N_{k+1,3}(\bar{u}_k), \quad c_k = N_{k+2,3}(\bar{u}_k)$$

$$P_1 = \frac{u_4}{3} Q_0' + P_0$$

$$P_{n+1} = P_{n+2} - \frac{1-u_{n+2}}{3} Q_n'$$

식 (18)을 수치해법으로 풀면 P_2 에서부터 P_n 까지의 조정점들의 좌표를 구할 수 있다.

아울러 $P_0 = Q_0, P_{n+2} = Q_n$ 이므로 총 $(n+2)$ 개의 조정점들의 좌표가 다음의 노트벡터와 함께 B-스플라인 곡선을 정의하게 된다.

$$u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = 0$$

$$u_{n+3} = u_{n+4} = u_{n+5} = u_{n+6} = 1 \tag{19}$$

$$u_{j+3} = \bar{u}_j \quad (1 \leq j \leq n-1)$$

3.6 v 방향의 B-스플라인 곡선 보간

금형길이(v) 방향으로의 3 차 곡선보간은 u 방향의 B-스플라인 곡선을 정의하기 위해 계산되었던 조정점들을 사용함으로써 수행될 수 있다. 다음의 Hermit 곡선 식에 의해 계산된 값을 조정점들의 z 값으로 지정하여 금형길이 방향으로 3 차 곡선보간한다.

$$f_{zi} = (3s^2 - 2s^3) \cdot l$$

$$+ (s - 2s^2 + s^3) \cdot d_0 \cdot l + (-s^2 + s^3) \cdot d_1 \cdot l \tag{20}$$

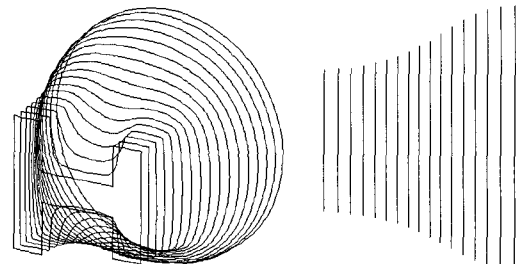
여기서,

$$s = (i-1)/16, \quad (1 \leq i \leq 17)$$

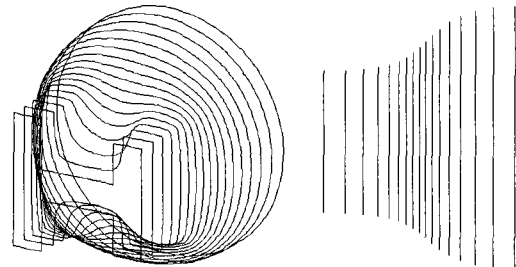
d_0, d_1 : 입구와 출구 측에서의 접선벡터 크기

l : 금형길이

식 (20)에서 보는바와 같이 입구와 출구 사이를 16 개의 단면으로 나누었으며, 입구와 출구 측의 접선벡터의 크기를 조절하여 압출금형 곡면을 생성할 수 있도록 하였다. Fig. 6은 금형길이 방향으로 3 차 곡선 보간하기 위한 각 단면을 나타낸 것으로서 Fig. 6(a)는 입구 및 출구 측의 접선벡터의 크기가 각각 1.2 인 경우이고, Fig. 6(b)는 각각 2.0 인 경우이다. 그림에서 보는바와 같이 접선벡터의 크기를 조절함으로써 입구와 출구 사이의 중간형상을 정량적으로 제어할 수 있다.



(a) Tangential vector : 1.2



(b) Tangential vector : 2.0

Fig. 6 Cross sectional curves for the v-direction interpolation

3.7 압출금형 곡면의 생성

앞에서와 같은 과정을 거쳐 얻어진 조정점들은 다음의 곡면 식을 구성하는 데이터로 이용된다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{100} \sum_{j=0}^{18} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (21)$$

식 (21)에서 보느냐와 같이 u 방향의 조정점의 수는 101 개, v 방향의 조정점 수는 19 개로 구성되어 있으며, 차수는 u, v 방향 모두 3 차로 정의 하였다.

식 (21)과 같은 B-스플라인 곡면은 CAD 시스템의 표준 포맷인 IGES, STEP 등으로의 변환이 가능할 뿐 아니라 Cox de Boor 알고리즘을 이용한 곡면상의 메쉬생성도 용이하므로 성형 해석자나 금형설계 기술자들의 CAD/CAE/CAM 작업에 실제적인 데이터로 활용될 수 있다.

4. 결과 및 토론

본 연구에서 제안한 금형 곡면의 자동생성 알고리즘을 바탕으로 작성된 C 프로그램을 이용하여 금형 곡면을 생성하였다. Fig. 7 은 식 (21)에 Cox de Boor 알고리즘을 적용해서 u, v 방향의 등매개변수 곡선상의 점들을 구한 후 복수개의 사각메쉬 (rectangular mesh)들을 가시화한 다음 렌더링(rendering)으로 표현한 것이다.

여기에서 h_1 과 h_3 를 같게 하고 h_2 와 h_4 를, 그리고 t_2 와 t_3 를 같게 하면 상·하, 좌·우 대칭 H-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 생성할 수 있다.

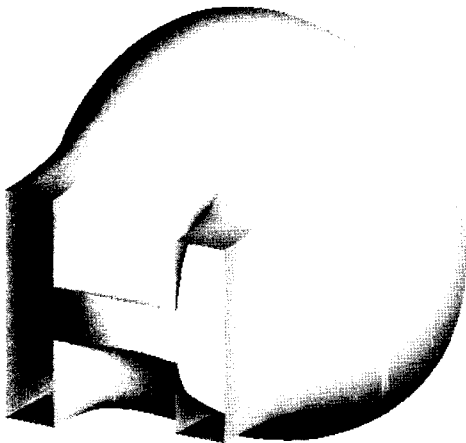


Fig. 7 B-spline die surface in the extrusion of round-to-non symmetric H-shaped section

본 연구에서 제안한 압출금형 곡면 생성법의 확장성 및 효율성을 확인하기 위하여 비축대칭 U-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 생성해 보았다.

Fig. 8 은 원형소재로부터 비축대칭 U-형상의 제품을 압출하는 경우의 단면형상을 보여주는 것으로 P_0 부터 P_7 까지 총 8 개의 특성점들로 구성되어 있고 사용자가 입력한 $l_1, l_2, l_3, t_1, t_2, t_3$ 의 함수로 Table 2 와 같이 구할 수 있다.

Table 2 의 x_c, y_c 는 비축대칭 U-형상의 기하학적인 도심의 x, y 좌표로서 P_6 의 x, y 좌표를 0 으로 하였을 때 계산된 값이다.

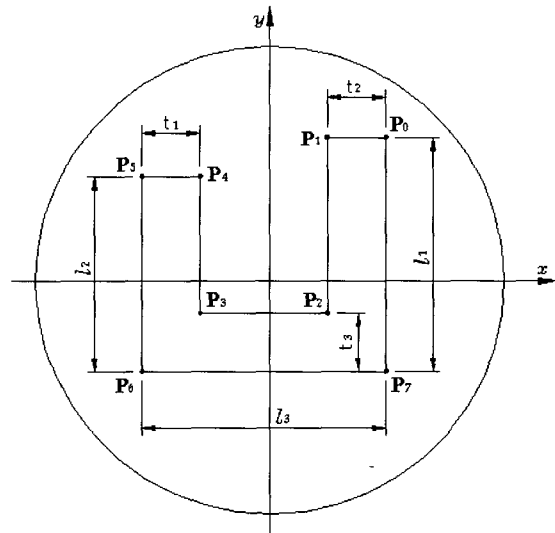


Fig. 8 Geometric description of characteristic points of outlet profile

Table 2 Parametric description of characteristic points of outlet profile

Point No.	x	y	z
P_0	$-x_c + l_3$	$-y_c + l_1$	d
P_1	$-x_c + l_3 - t_2$	$-y_c + l_1$	d
P_2	$-x_c + l_3 - t_2$	$-y_c + t_3$	d
P_3	$-x_c + t_1$	$-y_c + t_3$	d
P_4	$-x_c + t_1$	$-y_c + l_2$	d
P_5	$-x_c$	$-y_c + l_2$	d
P_6	$-x_c$	$-y_c$	d
P_7	$-x_c + l_3$	$-y_c$	d

압출금형 곡면을 생성하기 위해 앞의 경우와 마찬가지로 입구형상은 원의 방정식을 이용하여 표현하고 출구형상은 B-스플라인을 구성하는 통과점들로 표현한 다음 입구와 출구의 단면을 트림평면으로 정의하여 삼각요소를 생성하고, 등온선과 유선을 계산하여 B-스플라인 곡면을 구성하기 위한 통과점들과 접선벡터, 조정점들을 계산한다. Fig. 9 는 입구와 출구의 단면 내에서 생성된 삼각요소를 나타낸 것이고, Fig. 10 은 등온선과 유선을 함께 나타낸 것이다.

다음은 Fig. 11 에서 보는바와 같이 위에서 계산된 조정점들을 이용하여 금형길이 방향으로 3 차 곡선보간한다.

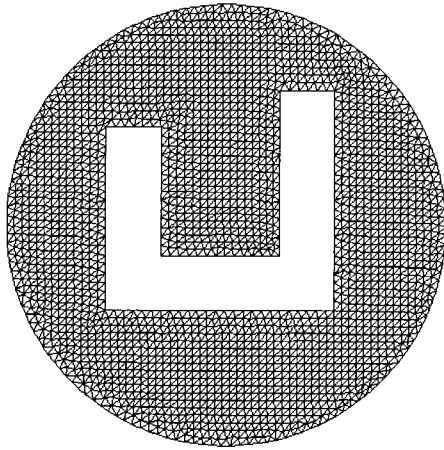


Fig. 9 Description of triangular mesh generation

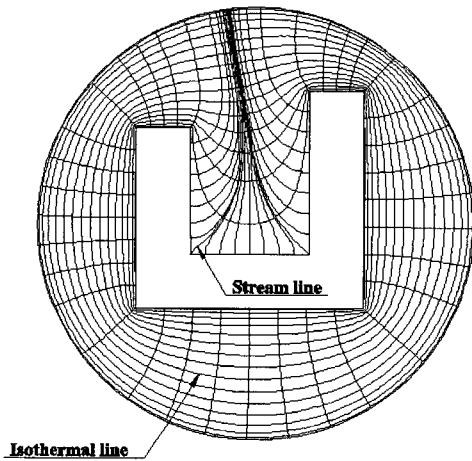
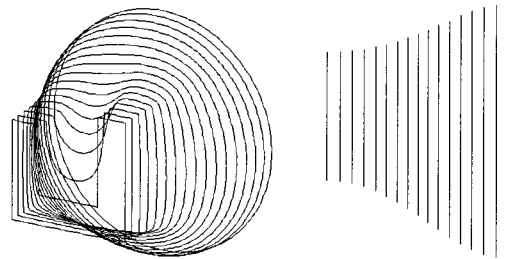


Fig. 10 Description of isothermal lines and stream lines

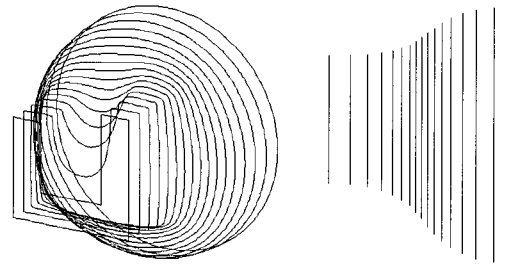
이상과 같이 계산된 조정점들은 다음의 곡면식을 구성하기 위한 데이터로 이용된다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^{88} \sum_{j=0}^{18} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (22)$$

식 (22)에서 보는바와 같이 u 방향의 조정점수는 89 개, v 방향의 조정점수는 19 개로 구성하였고, 차수는 u, v 방향 모두 3 차로 정의하였다. Fig. 12 는 비축대칭 U-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 하나의 B-스플라인 곡면으로 표현한 것이다.



(a) Tangential vector : 1.2



(b) Tangential vector : 2.0

Fig. 11 Cross sectional curves for the v-direction interpolation

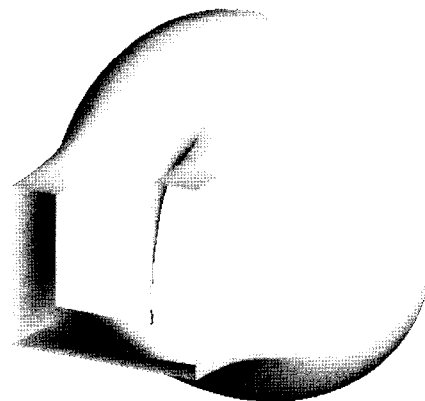


Fig. 12 B-spline die surface in the extrusion of round-to-non symmetric U-shaped section

여기서도 마찬가지로 l_1 과 l_2 를 같게 하고 t_1 과 t_2 를 같게 하면 좌·우 대칭 U-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 생성할 수 있다.

이와 같이 출구형상을 표현하는 주요 매개변수만 정의해주면 약간의 수정만으로 프로그램 확장이 가능할 뿐만 아니라 입구와 출구의 접선벡터 크기를 조절함으로써 다양한 압출금형 곡면을 생성할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 B-스플라인 곡면이론과 스칼라장 이론을 이용하여 비축대칭 H-형상과 U-형상의 출구형상을 가진 압출금형 곡면을 자동 생성하는 방법을 제안하였다.

입구와 출구형상을 정의하기 위한 주요 치수가 입력되면 입구와 출구형상의 단면을 트림평면으로 정의하고 삼각요소를 자동 생성하는 P/G 및 스칼라장 이론에 입각한 온도장 해석용 FEM P/G 을 개발하였다. 해석결과로부터 등온선과 유선을 계산함으로써 입구와 출구 사이의 중간형상을 정의하였으며 압출공정에서 중요한 요소인 금속유동을 예측하여 어느 정도 물리적인 개념이 반영된 압출금형 곡면을 하나의 B-스플라인 곡면으로 생성할 수 있었다. 물론 최적의 금형형상은 압출하중, 마찰계수, 금형길이, 구석 채움을 등을 고려하여 금형설계자에 의해 얻어질 것이다. 이를 위하여 입·출구 측에서의 접선벡터의 크기를 사용자가 조절할 수 있도록 하였다.

본 연구에서 제안한 제반 알고리즘을 프로그램해서 압출금형 곡면을 생성해 본 결과 제안된 금형곡면 생성방법의 신뢰성 및 효율성을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Nagpal, V. and Altan, T., 1975, "Analysis of the Three-Dimensional Metal Forming in Extrusion of Shapes with Use of Dual Stream Functions", Proc. 3rd North American Met. Res. Conf. Pittsburgh, Pennsylvania, pp. 26~40.
 (2) Nagpal, V., 1977, "On the Solution of Three-Dimensional Metal Forming Processes", J. Eng. Ind. Trans. ASME Series B. Vol. 99, pp. 624~629.
 (3) Yang, D. Y, Kim, M. U and Lee, C. H., 1978, " A New Approach for Generalized Three-Dimensional

Extrusion of Sections from Round Billets by Conformal transformation", Proceedings of IUTAM Symposium, Tutzing, Germany, pp. 203~222.
 (4) Gunasekera, J. S. and Hoshino, S., 1980, "Analysis of Extrusion of Non-Circular Sections through Shaped Dies", Annals of CIRP, Vol. 29, pp. 141~145.
 (5) Gunasekera, J. S., Gegel, H. L., Malas, J. C. and Doraivelu, S. M., 1982, "Computer Aided Process Modeling of Hot Forging and Extrusion of Aluminum Alloys", Annals of CIRP, Vol. 31, No. 1, pp. 131~136.
 (6) Yang, D. Y., Han, C. H. and Kim, M. U., 1986, "A generalized method for analysis of three-dimensional extrusion of arbitrarily shaped sections", Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, pp. 517~534.
 (7) Shin, H. W., Kim, D. W. and Kim, N. S., 1993, "A simplified three-dimensional finite-element analysis of the non-axisymmetric extrusion processes", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 38, pp. 567~587.
 (8) Joun, M. S. and Hwang, S. M., 1998, "Die shape Optimal Design in Three-Dimensional Shape Metal Extrusion by the Finite Element Method", Int. J. Num. Methods Eng., Vol. 41, pp. 311~335.
 (9) Celik, K. F. and Chitkara, N. R., 2000, "Application of an upper bound method to off-centric extrusion of square sections, analysis and experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 42, pp. 321~345.
 (10) Chitkara, N. R. and Celik, K. F., 2001, "Extrusion of non-symmetric T-shaped sections, an analysis and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 43, pp. 2961~2987.
 (11) Celik, K. F. and Chitkara, N. R., 2002, "Extrusion of non-symmetric U- and I-shaped sections through ruled-surface dies : numerical simulations and some experiments", Int. J. Mech. Sci., Vol. 44, pp. 217~246.
 (12) 유동진, 임종훈, 2003, "B-스플라인 곡면기법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제 12 권, 제 2 호, pp. 142~150.
 (13) 유동진, 임종훈, 2003, "NURBS 곡면기법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제 12 권, 제 2 호, pp. 151~160.
 (14) 유동진, 권혁홍, 임종훈, 2003, "NURBS 곡면과

- 면적사상법을 이용한 압출 금형 곡면의 표현 방법에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제 12 권, 제 4 호, pp. 348~357.
- (15) Les Piegl and Wayne Tiller, 1995, The NURBS Book, Springer.
- (16) 유동진, 윤정환, 2000, "박판성형 해석을 위한 자동 틀 격자생성에 관한 연구" 한국소성가공학회지, 제 9 권, 제 2 호, pp. 140~151.
- (17) Tirupathi R. Chandrupatla, Ashok D. Belegundu, 2002, Introduction to Finite Elements in Engineering.