

로커암 밸브 트레인의 동적 탄성유체윤활 유막 연구

장시열[†] · 이희락*

국민대학교 기계자동차 공학부, *국민대학교 자동차공학전문대학원, (현 머신나우 주)

Dynamic Elastohydrodynamic Film Thickness in Rocker-Arm Valve Train System

Siyoul Jang[†] and Heerak Lee

School of Mechanical and Automotive Engineering, Kookmin University

*Graduate School of Automotive Engineering at Kookmin University

Abstract – Many computational researches have been performed about EHL film thickness in the contact between cam and follower in the engine valve train system. However, those computations do not explain the characteristics of dynamic film thickness which means squeeze film effect. Without the consideration of transient term in the Reynold's equation, the predicted film thickness from steady state condition has large difference from the actual film thickness. In this study, we have investigated the kinematic and dynamic simulations of rocker-arm valve train system. From the dynamic simulation, the applied load and the entraining velocity of the lubricant between cam and follower are obtained and with these values the dynamic film thickness is computed by Newton-Raphson method and compared with the steady state film thickness.

Key words – dynamic EHL film thickness, rocker-arm valve train system, squeeze film effect, cam and follower.

1. 서 론

자동차 엔진의 밸브 트레인은 각 요소들의 마찰로 인하여 많은 에너지 손실을 유발하는 대표적 기계 요소이다. 많은 연구에 의하면 밸브 트레인은 엔진 구동 출력의 10~25%를 소비하고 있는 것으로 알려져 있으며, 이러한 에너지 소모량의 50%는 캠과 종동물(cam and follower)간의 마찰에서부터 비롯된다. 마찰에 의한 에너지 손실은 엔진의 효율을 저하시켜 연비에 절대적 영향을 미치게 된다. 또한 캠과 종동물은 서로 접촉해서 상대 운동을 하며 밸브 개폐 시기를 결정하는 중요한 역할을 하기 때문에 우수한 내구성과 신뢰성이 요구된다. 그리고 최근 소비자들의 저소음·고효율 엔진에 대한 관심이 완성차 구매의 판단 자료로 사용되기 때문에 엔진 설계자들은 이러한 밸브트레인의 트라이볼로지 (Tribology) 특성에 더 많은 관심을 갖게 된다.

[†]주저자 · 책임저자 : jangs@kookmin.ac.kr

캠과 종동물 간의 트라이볼로지 특성에 대한 이해를 위하여 이들 부품의 접촉 부분에 대한 탄성 유체 윤활 해석 (Elastohydrodynamic Lubrication, EHL)이 필요하다. 탄성 유체 윤활은 상대 운동하는 두 물체 사이의 유막 압력에 의한 윤활면의 탄성 변형량이 유막 형상에 영향을 미치는 형태의 윤활을 말하며, 비교적 높은 유막 압력에서도 윤활막이 파괴되지 않는 윤활 영역이다. 탄성 유체 윤활에 있어서 탄성체의 탄성 변형량은 유막 두께에 비해 상당히 크고, 윤활유 점도는 압력에 대해 지수 함수로 변한다. 따라서 이들 부품사이의 윤활유 거동을 설명하는 레이놀즈(Reynolds) 방정식에서 압력에 따른 점도 변화 특성에 기인한 강한 비선형성 때문에 정밀한 해석이 어렵다[1]. 더구나 캠과 종동물 기구는 캠 각에 따라서 기하학적 접촉 형태, 작용 하중, 접촉점에서 두 탄성체의 표면속도가 크게 바뀌는 비정상 상태이므로 그 해석의 어려움은 더해지고 있다.

본 연구에서는 여러 가지 밸브트레인의 형태 중OHC (overhead camshaft) 센터 피봇 로커암 타입 (center

pivot rocker-arm) 밸브 트레인의 캠과 종동물 접촉부의 탄성 유체 윤활 해석을 뉴튼-랩슨법(Newton-Raphson) 방법을 이용하여 계산하였으며 그 특성을 규명하고자 한다.

2. 로커암 밸브 트레인 시스템의 기구 동역학 해석

로커암 탑입의 밸브트레인의 동적 거동해석은 집중 질량법(lumped mass method)을 이용하였으며, 전체 시스템을 질량(mass), 스프링(spring), 댐퍼(damper) 등의 요소로 구성되어 있다고 가정하여 해석하였다. 왜냐하면 밸브 스프링 요소를 하나의 질량 요소로 가정하면 정확한 동특성을 규명하는 것이 불가능 하기 때문이다. 따라서 스프링 요소를 분포 질량 요소로 가정하여 해석하였으며 스프링을 제외한 부분들은 6자유도 집중 질량모델을 서로 조합하여 해석을 수행하였다. 이에 대한 설명은 Fig. 1에 나타나 있으며, 각 노드(node)들의 운동을 묘사하기 위해 6개의 노드(N_c , N_{cr} , N_r , N_m , N_{vr} , N_f)가 구성된 것을 보여주고 있다. 6개의 노드 중에서 캠 회전 중심 노드(N_c), 로커암 회전 중심 노드(N_r), 로커암 회전 노드(N_{rr}), 밸브 노드(N_f)들은 뉴턴의 제 2법칙에 따라 움직이는 노드들이며, 패드 곡률 중심 노드(N_{cr}), 밸브 텁곡률 중심 노드(N_{vr})들은 로커암을 강체로 보면 강체상의 점들이므로 이것들은

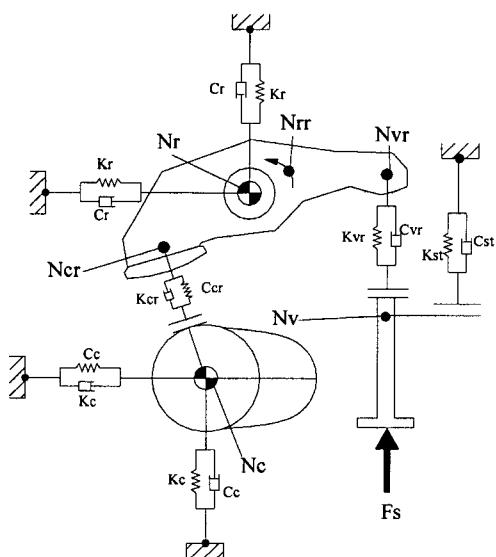


Fig. 1. Schematic diagram of center pivot rocker-arm valve train model.

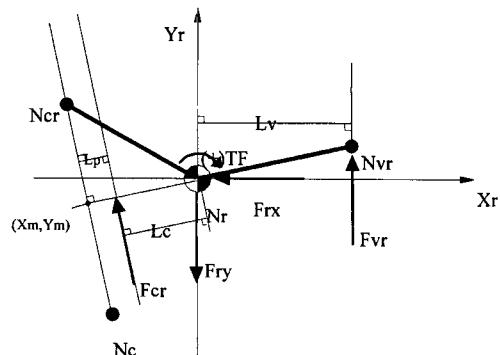


Fig. 2. Free-body diagram for rocker-arm system.

N_c , N_r 과의 기구학적인 관계로부터 움직이는 노드들이 있다. 이렇게 분리 시킨 이유는 밸브 트레인의 복잡한 기하학적 운동 관계를 좀 더 유연하게 해결할 수 있기 때문이다.

로커암 운동

Fig. 2은 로커암 운동에 대한 자유 물체도를 보여주고 있다. 로커암은 로커암 축 중심에 대한 회전운동과 축이 서로 병진운동을 하는 형태이며, 외력으로서 F_{cr} , F_{vr} 과 지지력으로서 F_{rx} , F_{ry} 과 마찰토크 TF 가 있으며, 이들의 관계는 다음의 운동 방정식이 표현된다.

$$\begin{aligned} M_r \cdot \ddot{X}_r &= -F_{cr} \cdot \sin \alpha - F_{rx} \\ M_r \cdot \ddot{Y}_r &= F_{cr} \cdot \cos \alpha + F_{vr} - F_{ry} \end{aligned} \quad (1)$$

$$I\ddot{\theta} = -F_{cr} \cdot L_c + F_{vr} \cdot L_v - TF$$

여기서, 지지력 F_{rx} , F_{ry} 는

$$\begin{aligned} F_{rx} &= K_r \cdot X_r + C_r \cdot \dot{X}_r \\ F_{ry} &= K_r \cdot Y_r + C_r \cdot \dot{Y}_r \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현할 수 있으며, 종동물-밸브 접촉력 F_{vr} 은

$$\begin{aligned} F_{vr} &= K_{vr} \cdot (Y_{vr}^0 - Y_{vr} - HT - Y_v) \\ &\quad + C_{vr} \cdot (-\dot{Y}_{vr} - \dot{Y}_v) \end{aligned} \quad (3)$$

으로 표현할 수 있다.

밸브운동

Fig. 3은 밸브 운동에 대한 자유 물체도를 나타내 그림이다. 운동 방정식은

$$M_v \cdot \ddot{Y}_v = F_{vr} - F_s - F_{vf} - F_{st} \quad (4)$$

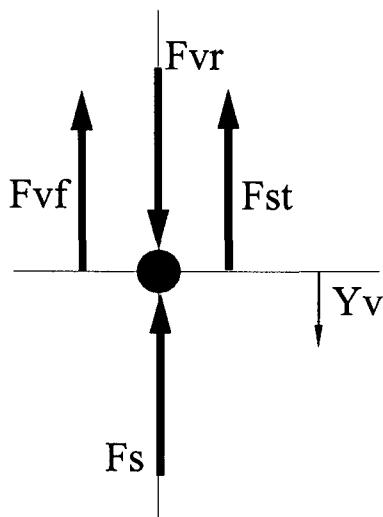


Fig. 3 Free-body diagram of forces on the valve.

으로 설명할 수 있으며, F_{st} 는 밸브 시트 반력으로서

$$F_{st} = K_{st} \cdot Y_v + C_{st} \cdot \dot{Y}_v \quad (5)$$

으로 나타난다. 시트 반력은 일 방향 강성으로서 밸브가 시트에 닿았을 때만 발생하는 반력이다. 밸브와 시트는

$$Y_v > \frac{F_p}{K_{st}} \text{ 일 때 } F_{st} = 0 \quad (6)$$

의 분리조건을 갖는다. 밸브의 초기 장착시 스프링의 예하중 F_p 에 의해 시트는 F_p/K_{st} 만큼 변형된 상태에 있다. 이 상태에서 밸브의 초기 변위를 zero로 하였기 때문에 위 식과 같은 분리조건을 얻을 수 있다.

F_v 는 밸브와 밸브 가이드 사이의 쿠лон 마찰력 (Coulomb friction)으로서 밸브 운동 방향과 반대 방향으로 작용한다. 밸브-밸브가이드 마찰면의 수직력은 총 동물-밸브 마찰력에 의한 것이고, 밸브-밸브가이드 마찰력은 수직력에 비례한다고 가정하면 다음과 같다.

$$F_{vf} = sign(\dot{Y}_v) \cdot \mu_v \cdot |\mu_r \cdot F_{vr}| \quad (7)$$

스프링 모델

밸브 스프링은 밸브 트레인의 동특성에 크게 영향을 주는 구성 요소이다. 따라서 밸브 트레인의 동특성을 예측하는데 있어서 밸브 스프링 거동의 정확한 해석이 요구된다. 본 연구에서의 스프링 코일에 대한 가정은 코일이 아주 가깝게 감겨있으며, 등방성 재질, 재질의 파손에 따른 비선형 효과는 무시하는 가정을 기본으로

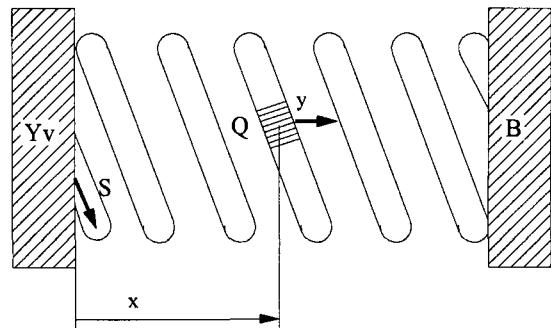


Fig. 4. Schematic diagram of spring compressed between cylinder block and cross head.

제산하였다. 이러한 가정하에서 밸브 스프링을 미소 요소로 나누고, 그 미소 요소에 대한 운동 방정식을 다음과 같이 표현하였다.[2]

$$\frac{\partial^3 y}{\partial t^2} + c_{eq} \frac{\partial y}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^3 y}{\partial S^2} \quad (8)$$

α 는 매질의 전파 속도로서 $\alpha = \sqrt{4kL/\pi d^2 \rho}$ 이며,

등가 감쇠 계수 $c_{eq} = 2\xi \sqrt{\frac{4k\pi}{Ld^2 \rho}}$ 이다. 여기서 (ξ)는 점

성 감쇠 인자로서 밸브 트레인의 경우 보통 0.02~0.03 범위의 값으로 알려져 있으며 본 연구에서는 이 값을 0.025로 하였다.

캠 회전 중심운동

캠 축 중심의 운동에 대해서 다음 두 가지 가정을 하였다.

1. 캠-종동률 접촉면에서의 마찰력이 밸브트레인 동 특성에 미치는 영향은 작다.

2. 캠 축의 비틀림 진동은 무시한다

Fig. 6은 캠 축 중심에 대한 자유 물체도를 보여주고 있다. 캠 축 중심에는 외력으로서 캠-종동률 접촉력 F_{cr} 과 지지력 F_{cx}, F_{cy} 로 볼 수 있다. 여러 관계식들 (Fig. 5)의 전개를 통하여 캠-종동률 접촉력 F_{cr} 은

$$F_{cr} = K_{cr} \cdot [s + R_b + R_f - \sqrt{(X_{cr} - XX - X_c)^2 + (Y_{cr} - YY - Y_c)^2}] \\ + C_{cr} \cdot [\dot{s} - \{\dot{X}_{cr} \cdot \cos \alpha + \dot{Y}_{cr} \cdot \sin \alpha - \dot{X}_c \cdot \cos \alpha - \dot{Y}_c \cdot \sin \alpha\}] \quad (9)$$

과 같이 표현할 수 있다.

캠-종동률간의 기하학적 접촉형태

접촉점에서 캠 곡률 반경은 다음의 식으로 설명된다.

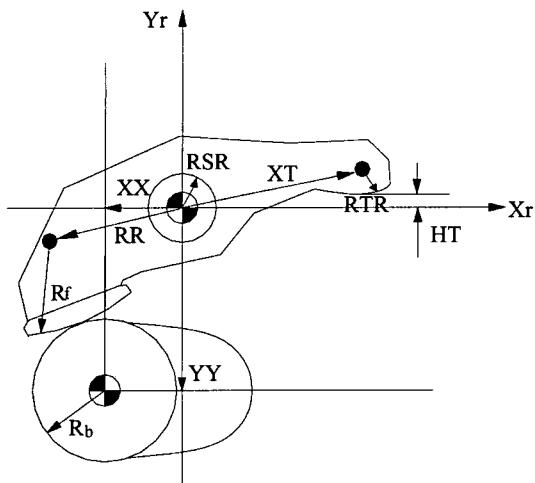


Fig. 5. Contact geometry of rocker-arm follower with cam.

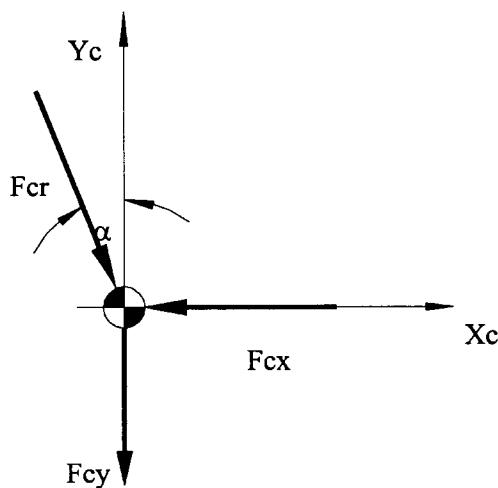


Fig. 6. Free-body diagram of forces on camsahft.

$$R_c = \frac{\left[z^2 + \left(\frac{dz}{d\theta_e} \right)^2 \right]^{3/2}}{z^2 + 2\left(\frac{dz}{d\theta_e} \right)^2 - z \frac{d^2z}{d\theta_e^2}} - R_f \quad (10)$$

여기서 $z = R_f + s + R_b \theta_e$ 이고, s 는 캠 각 θ_e 에서 캠 벼위(cam lift)를 의미한다. 종동물의 곡률 반경은 일정하다고 가정하였다[3].

접촉점에서 캠-종동물 표면 속도

접촉점에서 캠의 표면속도는 다음의 식으로 표현된다.

$$V_c = \frac{\omega R_c}{(R_c + R_f)^2} \left[z^2 + \left(\frac{dz}{d\theta} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

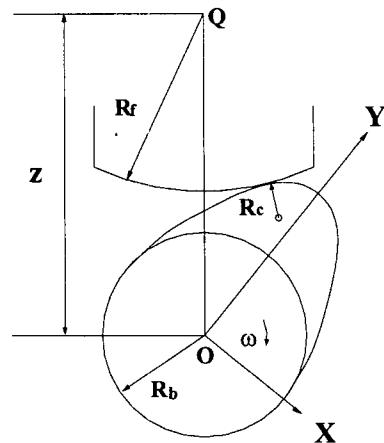


Fig. 7. Geometry of a cam-tappet contact system.

이때 접촉점에서 종동물의 표면 속도는

$$V_f = R_c \left(\omega - \frac{V_c}{R_c} \right) \quad (12)$$

이 된다. 위의 두 식을 이용하여 윤활유의 유입 속도는 (entraining velocity) 두 표면 속도의 평균으로 구해지고 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tilde{u} = \frac{1}{2}(V_c + V_f) \quad (13)$$

3. 탄성 유체 윤활 해석

캠과 종동물 사이의 윤활 현상을 레이놀즈 방정식으로 설명할 수 있는데, 접촉점의 타원형태로 인하여 선 접촉 형태로 간주한다. 따라서 접촉점의 폭방향에 대한 압력 구배를 무시하며 다음과 같은 지배 방정식을 갖는다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3 dp}{\eta dx} \right) = 12\tilde{u} \frac{\partial(\partial h)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (14)$$

여기서, \tilde{u} 는 윤활면의 구름방향으로의 평균 속도이다.

식(14)는 선접촉 비정상 상태 탄성 유체 윤활에 대한 표현이다. 위 식에서 우변의 두 번째 항은 비정상 상태를 나타내는 항으로서 정상 상태 해석일 경우 이 항은 고려하지 않는다. 본 연구에서는 정상 상태와 비정상 상태 해석을 통해 위의 비정상 상태의 조건이 탄성 유체 윤활의 유익 형성과 유익 압력에 미치는 영향에 대하여 고찰한다. 수치해석의 간편성을 위하여 다음

과 같이 변수를 무차원화 하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H &= \frac{h}{R_b}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}, \quad P = \frac{p}{E} \\ U &= \frac{\eta_0 \bar{u}}{ER}, \quad W = \frac{w}{ER}, \quad X = \frac{x}{b}, \quad b = R \left(\frac{8W}{\pi} \right)^{1/2} \\ \varphi &= \omega t, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{R_b} \end{aligned} \quad (15)$$

위의 무차원 변수를 이용하여 레이놀즈 방정식을 다시 표현하면 다음과 같은 무차원화된 레이놀즈 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho}H^3 dP}{\bar{\eta}} \right) = \bar{K} \frac{\partial(\bar{\rho}H)}{\partial X} + \bar{V} \frac{\partial(\bar{\rho}H)}{\partial \varphi} \quad (16)$$

여기서, $\bar{K} = 12 \frac{URb}{R_b^2}$, $\bar{V} = 12 \frac{\omega b^2 \eta_0}{R_b^2 E}$ 이다.

압력에 따른 윤활유의 점도 변화에 대한 모델은 Roelands 식을 이용하였다. 그리고 밀도와 압력의 관계는 Dowson-Higginson의 식을 이용하였다[4,5].

EHL 문제는 레이놀즈 방정식, 탄성 방정식, 하중 조건식을 동시에 만족해야 한다. 여기에 윤활유의 점도는 압력에 대해 지수함수로 변하고, 윤활면의 탄성 변형량이 유막 두께에 비해 상당히 크기 때문에 레이놀즈 방정식은 비선형성이 아주 강하다. 더구나, 비정상 상태 해석이어서 현재와 이전의 압력변화가 심할 경우 그 수렴해를 얻기가 상당히 까다롭다[5]. 본 연구는 이러한 비선형 미분방정식의 수치해석으로 뉴튼-랩슨 방법을 사용하였으며, 급격한 압력변화에 대하여 비등간격 격자 및 완화 계수(relaxation factor)를 적절히 사용하여 수렴해를 구하였다.

4. 결 과

로커암 타입의 벨브트레인의 기구학 및 동역학 해석을 통하여 엔진 회전수 1000 rpm, 2000 rpm, 4000 rpm에서의 캠과 종동물의 접촉하중과 틈새사이의 윤활유 유입속도를 구하였다. 이때 사용된 벨브트레인 구성 부품의 재원은 Table 1에 열거하였다.

밸브 트레인에서 벨브 스프링은 동적 거동을 유발하는 대표적인 요소인데, 벨브 스프링 특성에 따라 전체 엔진 성능에 영향을 미치게 된다. 벨브 스프링 특성을 나타내는 스프링 서어지(surge)는 가해지는 외력의 고유 진동수와 스프링 코일의 고유 진동수와 같게 되어

Table 1. Input values for EHL analysis

Cam-Base Circle Radius (m)	0.018
Cam Width (m)	0.0125
Spring Length (m)	0.481
Spring Density (kg/m ³)	7.85E+3
Spring Wire Diameter (m)	0.0034
Spring Viscous Damping Factor	0.025
Young's Modulus of Cam (Pa)	1.72E+11
Young's Modulus of Follower (Pa)	2.07E+11
Poisson's Ratio of Cam	0.28
Poisson's Ratio of Follower	0.29
Pressure Coefficient of Viscosity (1/Pa)	2.0E-8
Viscosity at 30°C (Pa.s)	0.05

코일의 공진(resonance)을 일으키는 현상을 의미한다. 이러한 내부 진동인 서어지가 발생할 때 스프링은 높은 응력을 받게 되며 캠과 타펫의 이상 접촉 하중을 발생시킨다. 엔진이 저속으로 회전할 때 가해지는 외력과 스프링 코일의 고유 진동수의 차이가 커서 벨브 스프링은 정적인 거동을 보이다가 고속 회전으로 갈수록 코일의 고유 진동수와 비슷해져 캠과 타펫의 접촉 하중은 스프링의 변위에 대하여 비선형적으로 변하게 된다. 이러한 이유로 1000 rpm에서 캠-종동물 접촉력은 벨브 리프트가 최대로 열렸을 때 최대이지만, 4000 rpm에서는 이보다 이른 구간인 캠 각 14°~25° 구간에서 최대 접촉력이 발생하고 있다.

이러한 접촉력 형상이 엔진 회전 속도에 따라 달라지는 또 다른 이유는 벨브 가속도에 의한 영향이 지배적인데, 엔진의 저속 회전시 전체적인 벨브 가속도 성분은 작으며 벨브 스프링의 동적 성분도 작아서 캠-종동물 접촉력은 단지 스프링 반력의 형태를 보이지만, 고속으로 갈수록 벨브 가속도 성분은 커지며, 벨브 스프링의 동적인 성분도 커진다. 따라서, 캠-종동물 접촉력 형태는 엔진 속도가 커질수록 점점 벨브 가속도의 형상을 보이게 됨을 볼 수 있다(Figs. 8, 9,10).

Fig. 11은 벨브 닫힘 구간에서 벨브 변위를 확대한 것인데, 벨브가 벨브 스프링 서어지와 잔류 진동의 영향으로 벨브 시트에 밀착하지 못하고 되 튀어 오르는 현상인 벨브 바운스(bounce) 현상을 엔진 회전속도에 따라 보여주고 있다. 엔진의 회전속도가 빠를수록 벨브 스프링 내부 진동의 증가로 인해 바운스의 크기가 증가함을 볼 수 있다. 일반적으로 벨브 바운스 현상은 엔진 회전 속도, 벨브의 질량, 로커암의 관성능률이 증가함에 따라 바운스가 증가하는데, 고속 회전시 바운

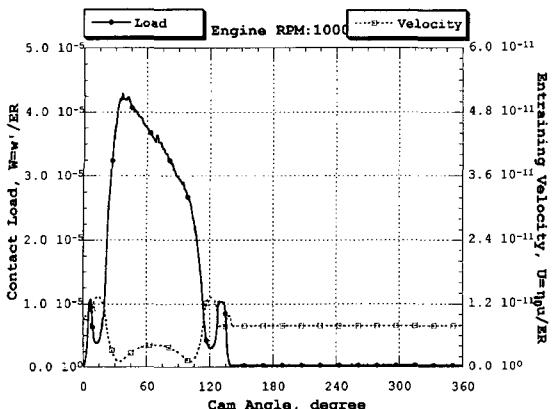


Fig. 8. Applied load and entraining velocity of lubricant during one cycle at 1000 rpm.

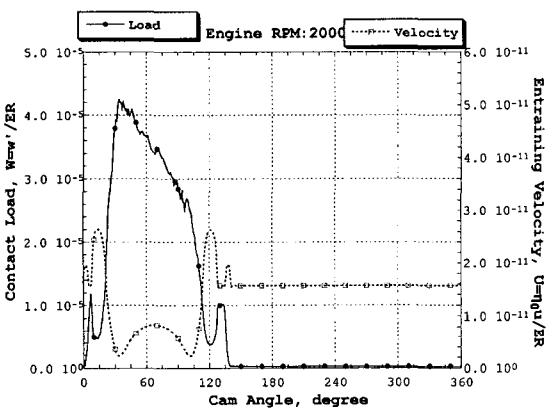


Fig. 9. Applied load and entraining velocity of lubricant during one cycle at 2000 rpm.

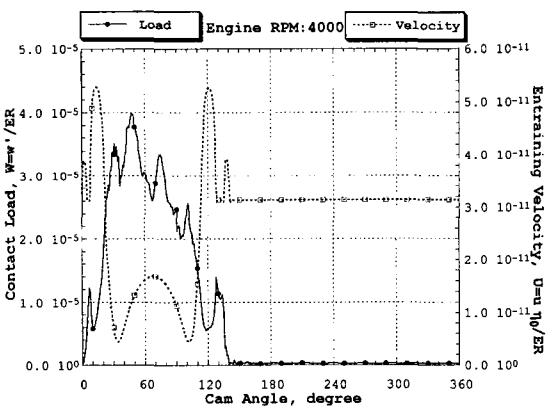


Fig. 10. Applied load and entraining velocity of lubricant during one cycle at 4000 rpm.

스가 증가함을 알 수 있다.

윤활유의 유입속도와 작용 하중은 레이놀즈 방정식

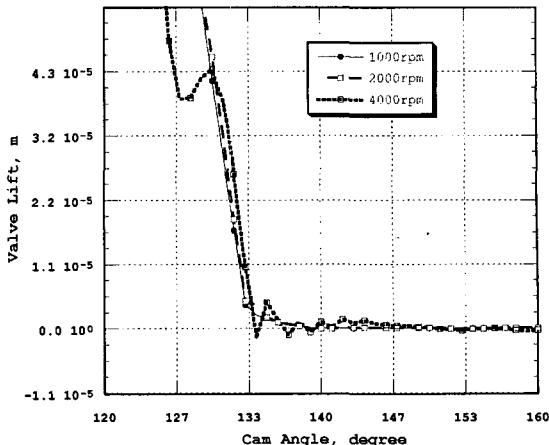


Fig. 11. Valve bouncing according to engine speeds.

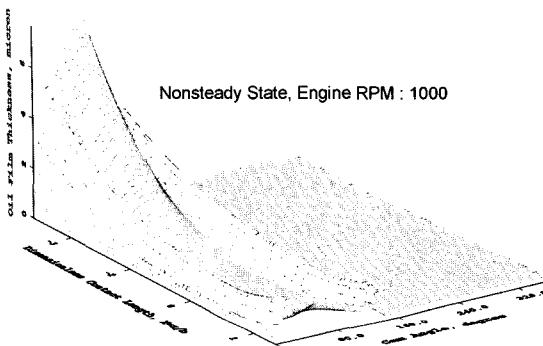


Fig. 12. Dynamic film shapes during a cycle at 1000 rpm.

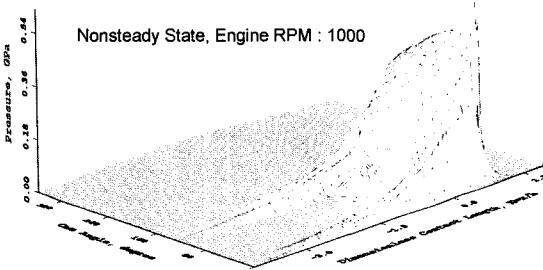


Fig. 13. Dynamic pressure profiles during a cycle at 1000 rpm.

과 하중지지력 계산의 입력량으로 사용되며, 엔진 회전 속도 조건에 따라 정상상태 및 비정상 상태의 유막 두께와 유막 압력을 접촉점의 탄성 변형을 고려하여 계산하였다. 엔진회전 속도 1000 rpm (Figs. 12-15), 4000 rpm (Figs. 16-19) 일 때 캠과 타ペット의 유막 두께 및 유막 압력에 대한 해석 결과를 정상 상태와 비

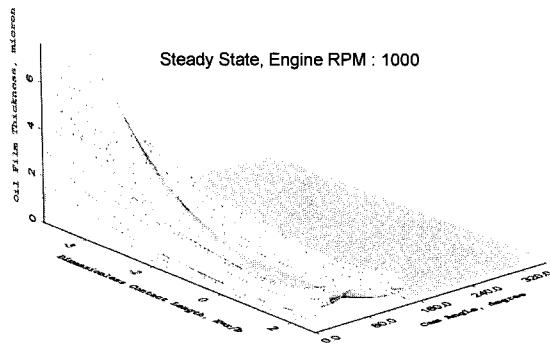


Fig. 14. Steady state film shapes during a cycle at 1000 rpm.

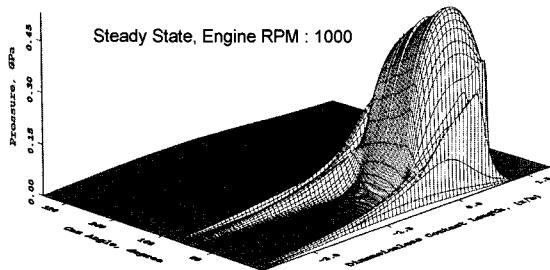


Fig. 15. Steady state pressure profiles during a cycle at 1000 rpm.

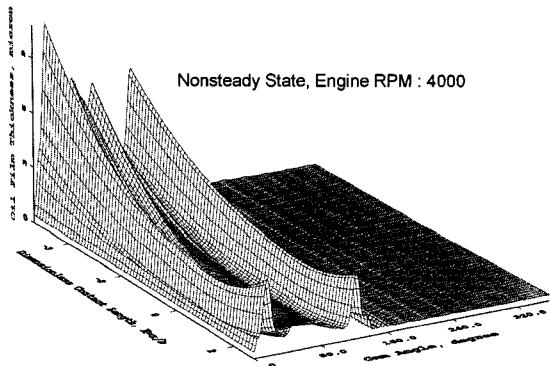


Fig. 16. Dynamic film shapes during a cycle at 4000 rpm.

정상 상태의 경우에 대하여 그 차이를 보여주고 있다. 비정상 상태의 해석 결과에서 보듯이 일반적으로 유막 압력과 유막 두께의 형태는 정형화된 형태를 보여주지 않고 있다.

Fig. 20은 2000 rpm 일 때 최소 유막 두께의 변화량을 보여 주고 있다. 여기서 정상상태의 최소 유막 두께는 비정상 상태의 유막 두께보다 작은 것을 보여 주고 있다. 실제 접촉 현상에서는 이러한 유막 두께

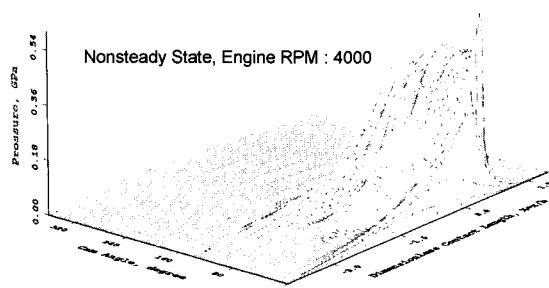


Fig. 17. Dynamic pressure profiles during a cycle at 4000 rpm.

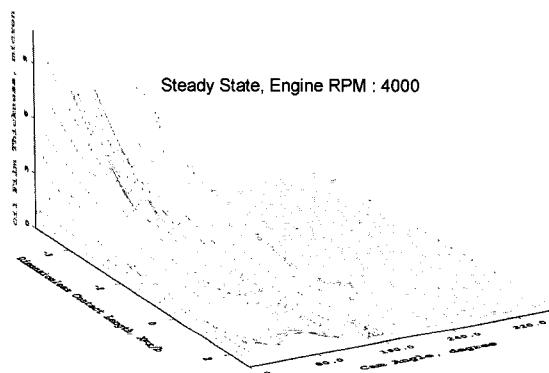


Fig. 18. Steady state film shapes during a cycle at 4000 rpm.

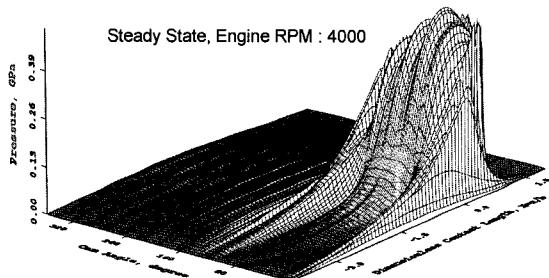


Fig. 19. Steady state pressure profiles during a cycle at 4000 rpm.

및 유막 압력은 정상 상태 일 때 보다 유막 두께의 변화 과정(film history)을 고려한 비정상 상태일 때의 경우에 더 가깝다고 예상된다.

5. 결 론

본 연구는 로커암 타입의 밸브트레이인에서의 기구학 및 동역학 시뮬레이션을 수행하였으며, 캡과 종동물의 접촉을 선접촉의 탄성 유체 윤활 유막 두께와 압력 분

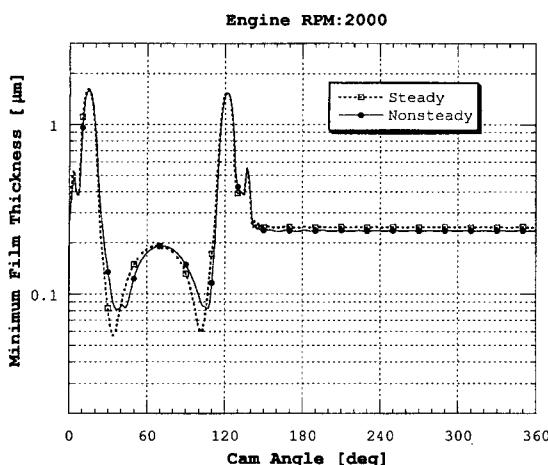


Fig. 20. Minimum film thickness during a cycle at 2000 rpm.

포에 대한 해석을 수행하였다. 유막 두께와 유막 압력의 해석은 정상 상태와 비정상 상태 두 가지 조건을 비교하였다.

이러한 결과는 이전의 많은 연구에서 행해진 정상상태의 캠과 종동물에 관한 정상 상태의 탄성 유체 윤활 해석의 결과에 대하여 보다 현실성 있는 비정상 상태의 탄성 유체윤활 해석 결과를 제시함으로써 해석의 신뢰성을 확보할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초 연구(2000-1-30400-005-3)지원으로 수행되었음.

참고문헌

- Roelands, C.J.A. (1996), Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubrication Oils, Druk. V.R.B., Gronigen, Netherlands.
- Pisano, A.P. and Freudenstein, F., 1983, "An Experimental and Analytical Investigation of the Dynamic Response of a High-Speed Cam and Follower System; Part I and II," ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol.105, No.4 pp.669-704.
- Lisheng Yang, Akemi Ito and Hideo Negishi, "A Valve Train Friction and Lubrication Analysis Model and Its Application in a Cam-Tappet Wear Study," SAE, 1996.
- Dowson, D. and Higginson, G.R. (1996), Elastohydrodynamic Lubrication, The Fundamentals of Roller and Gear Lubrication, Pergamon, Oxford.
- Houpert, L.G. and Hamrock, B.J. (1986), Fast Approach for Calculating Film Thickness and Pressures in Elastohydrodynamically Lubricated Contacts at High Loads. J. Trib., vol. 108, no.3, pp.411-421.