

Overlapping method와 SPIHT Algorithm과 Lifting Steps을 이용한 3차원 손실 의료 영상 압축 방법

김 영 섭*

3-D Lossy Volumetric Medical Image Compression with Overlapping method and SPIHT Algorithm and Lifting Steps

Youngseop Kim*

요 약 이 논문은 3차원 정수 웨이브릿 변환을 이용한 손실 의료 영상 압축에 대한 방법을 보여준다. 의료영상에 3차원 웨이브릿 분할법과 3차원 spatial dependence tree를 이용한 Set Partitioning in Hierarchical Trees(SPIHT) algorithm을 제공한다. 또한 3차원 웨이브릿 분할법에서 정수 웨이브릿 필터들을 이용한 lifting 방법을 이용하고, unitary 변환을 만들기 위하여 정확한 scaling을 이용한다. 압축률이 증가하면 할수록 인접한 coding unit사이의 boundary effect가 생긴다. Video와 같지 않아서 인접한 coding unit사이에서의 boundary artifact는 보여서는 안 된다. 이러한 현상을 제거하기 위해서 인접한 coding unit사이에 axial domain으로 overlapping방법을 사용한다. 또한 코딩 할 때 여러 종류의 정수 필터들을 사용한다. 결과로 어떤 특정한 필터를 사용할 때 좋은 결과를 얻었고 overlapping방법을 사용했기 때문에 ringing artifacts는 거의 찾아 볼 수가 없게 되었다. 그리고 어두운 면을 코딩 할 때도 좋은 결과를 얻었다.

Abstract This paper focuses on lossy medical image compression methods for medical images that operate on three-dimensional(3D) irreversible integer wavelet transform. We offer an application of the Set Partitioning in Hierarchical Trees(SPIHT) algorithm[1-3]to medical images, using a 3-D wavelet decomposition and a 3-D spatial dependence tree. The wavelet decomposition is accomplished with integer wavelet filters implemented with the lifting method, where careful scaling and truncations keep the integer precision small and the transform unitary. As the compression rate increases, the boundaries between adjacent coding units become increasingly visible. Unlike video, the volume image is examined under static condition, and must not exhibit such boundary artifacts. In order to eliminate them, we utilize overlapping at axial boundaries between adjacent coding units. We have tested our encoder on medical images using different integer filters. Results show that our algorithm with certain filters performs as well. The improvement is visibly manifested as fewer ringing artifacts and noticeably better reconstruction of low contrast.

Key Words : SPIHT algorithm, Wavelet transform, Lifting Steps, Overlapping method

1. 서 론

의료 영상을 저장하거나 전송하기 위하여 효율적인 압축 기술이 필요하다. 과거에는 많은 병원의사들은 정확한 진단과 치료를 위해서 무 손실 압축을 원했다.

그러나 요즘에 의료 영상의 경우에는 자료의 양이 더욱 방대해지기 때문에 무 손실 압축만으로는 그러한 방대한 자료의 양을 보관할 수가 없게 되었다. 따라서 지금까지는 무 손실 압축을 더 비중 있게 연구하였으나

앞으로는 손실 압축도 연구의 대상으로 여겨지고 있는 중이다.

2차원 손실 영상압축 알고리즘에는 Shapiro[7]가 만든 embedded zero-tree coding[7]이 있는데 이것은 서로간의 서브밴드 correlation/similarities[11]에 의한 coding scheme으로 zero 심볼의 트리로 표시되는 zero-tree라 일컬어지는 트리 구조를 가진다. 여기서는 significance map을 효율적으로 전송하기 위해서 self-similarity를 이용한다. Zero-tree는 다음과 같은 간단한 가정에 의한 것이다. 높은 레벨에 있는 벡터값들이 insignificant이면 같은 spatial domain에 있는 하위 레벨의 벡터값들도 똑같이 insignificant이다 라는 가정이다

*단국대학교 전자컴퓨터학부
Tel : 041-550-3583

다. Bit plane coding과 zero-tree를 합한 이러한 알고리즘을 우리는 embedded zero-tree wavelet (EZW)[7] 알고리즘으로 명명한다. Said와 Pearlman은 이러한 EZW 알고리즘을 진보시킨 improved EZW(IEZW)[1]을 만들었고 Chen과 Pearlman[6]은 2차원을 3차원으로 변형시킨 알고리즘을 선보였다. 이러한 IEZW[1]를 통한 3차원 zero-tree coding은 어떠한 motion compensation도 없고 계산도 간단한 효율적인 비디오 코딩을 보여줘서 수치적으로나 육안 적으로도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있다.

이 논문에서 3차원 웨이브릿 변환과 3차원 spatial과 temporal domain을 이용한 3차원 SPIHT[9]와 lifting linear system[8]을 이용한 알고리즘을 일반 영상이 아닌 의료 영상에 적용하려고 한다. SPIHT[1-3] 알고리즘은 거의 무 손실 복호화될 때까지 계속 작동을 하거나 사용자가 바라는 압축과일 크기에서 작동을 멈출 수도 있다. 이 논문에서 unitary 변환을 이용하고 정수 웨이브릿 패킷 변환을 수행하기 위하여 3차원 의료 영상을 16개의 코딩 유닛을 이용하였기에 대용량의 메모리는 필요치 않다. 또한 2차원과 3차원의 결과를 비교하고, 여러 가지 압축률에서의 결과도 보여 준다. 필터들은 (9,7), I(2,2), I(4,2), S+P를 사용한 결과들을 보여준다. 또한 coding unit간에 ringing effect를 제거하기 위해서 고안한 overlapping method을 적용한 결과도 보여준다. 이 방법으로 coding unit간에 dip은 거의 볼 수가 없게 되었다.

이 논문의 순서는 아래와 같다. 제2장에서는 2차원 손실 SPIHT의 기본적인 시스템을 보여준다. 제3장에서는 3차원 의료영상 시스템의 트리 구조와 상세 사항을 설명한다. 제4장에서는 lifting steps와 filters와 overlapping 방법을 기술한다. 제5장에서는 컴퓨터 결과를 보여주고 마지막 장인 제6장에서는 이 논문의 결론 및 향후계획에 대해 언급한다.

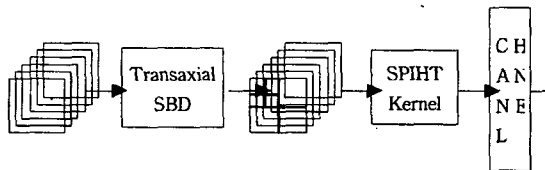


그림 1. 2-D 부호화 Transaxial 서브밴드 방법

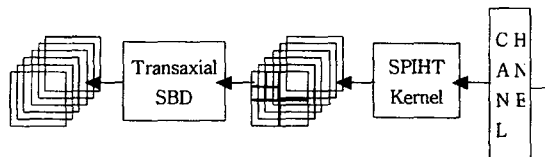


그림 2. 2-D 복호화 Transaxial 서브밴드 방법

2. 2차원 SPIHT System Overview

그림 1과 그림 2는 2차원 SPIHT 코딩 방법을 보여 준다. 그림에서처럼 2차원 분석 부분과 2차원 SPIHT kernel[1-3]을 가진 코딩 부분으로 구성된다. 우리가 그림으로 알 수 있듯이 복호화는 부호화와 구조적으로 정반대로 표현된다. 다시 말해서 거울모양을 한다.

코딩방법은 시스템의 효율을 저하하는 feedback loop의 예측 error 신호는 없고 또한 rate allocation의 복잡성도 있지 않은 단순한 구조로 이루어진다.

Dyadic 분할법은 PSNR(peak signal to noise ratio)을 좋게 만들었고 SPIHT[1][3] coding의 질을 향상 시켰다. 지금까지의 이러한 2차원 transaxial-axial 분할은 RPI대학[1][3][9]에서 만들었던 방법이다. 거의 같은 방법인 웨이브릿 패킷 분할법[4]는 dyadic 분할법보다 더 좋은 압축 성능과 질적인 향상을 가지고 온다. 그림 3은 2차원 3 level 서브밴드 분할 구조를 보여준다.

이 그림에서 HH는 transaxial 수평축 highpass, transaxial 수직축 highpass인 결과이고 LLLL은 root가 포함된 최상위 서브밴드 이다.

전체적으로 그림3에서처럼 3-level transaxial 웨이브릿 분할법은 10개의 서브밴드로 구성된다. 2차원 서브밴드/웨이브릿의 중요한 이슈는 필터의 선택이다. 일반적으로 다른 필터들은 변환영역에서 다른 신호 특성들을 가진다. 이러한 다른 특성은 에너지 합성과 고주파 오류신호에 의해서 결정된다[5]. 우리는 지금 웨이브릿 계수들의 트리 구조인 parent-offspring 관계를 정의한다. 그림 3은 또한 2차원 SPIHT의 parent-offspring dependencies[1]의 구조를 보인 것으로 4픽셀을 1 노드로 하고 트리 구조로써 1 노드에 각 픽셀은 4개의

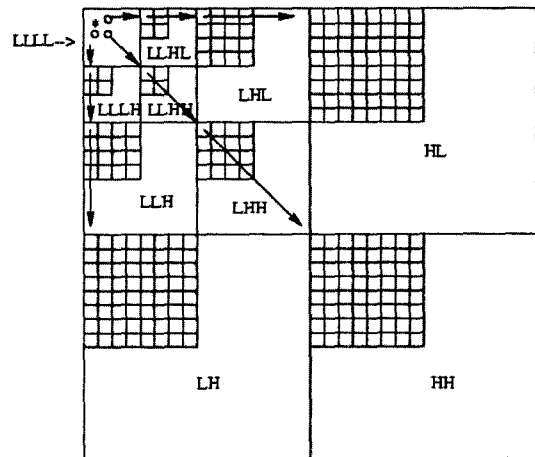


그림 3. 2-D parent-offspring dependencies

offspring을 가지고 있고 맨 마지막 노드의 경우에는 offspring을 가지지 않는다. (변환계수들을 우리는 종종 픽셀이라고도 부른다)[5]. Root와 leaf 픽셀을 제외한 모든 픽셀들은 아래와 같은 식으로 parent-offspring[1] 관계를 표현한다. $O(i,j)$ 는 하나의 parent 픽셀의 offspring 픽셀의 세트로 표시한다.

$$O(i,j) = \{ (2i,2j), (2i+1, 2j), (2i, 2j+1), (2i+1, 2j+1) \} \quad (1)$$

3. 3차원 SPIHT Volumetric Coding System

이 장에서는 3차원 SPIHT[9] volumetric coding scheme을 보여준다. 기본적인 절차는 우선 coding unit를 얼마로 하느냐에 따라서 axial-transaxial 서브밴드 분할이 결정된다. 여기서 axial domain에서는 16 프레임을 하나의 프로세스인 coding unit로 정하고 transaxial domain에서는 3-level 분할을 사용한다. 16 프레임은 이미지 전체 프레임을 coding unit로 정하는 것 보다 적은 메모리로서 결과가 좋게 나오므로 이 논문에서는 16 프레임을 coding unit로 사용한다. 서브밴드/웨이브릿 변환 후 3차원 SPIHT 알고리즘[9]은 결과적으로 multiresolution 피라미드를 형성한다. 출력 비트 스트림은 엔트로피 인코더에 의해서 압축된다. 코딩의 효율을 증가시키기 위해서 리스트에서 2pixel × 2pixel × 2pixel로 그룹화 해서 그들의 significance 수들을 엔트로피 코더로 하나의 심볼로서 코드화 한다. 각각 2^m의 심볼들을 가진 여러 다른 adaptive model를 사용한다. 왜냐하면 코드화 되는 정보의 양은 그 그룹에 있는 m개의 insignificance pixel

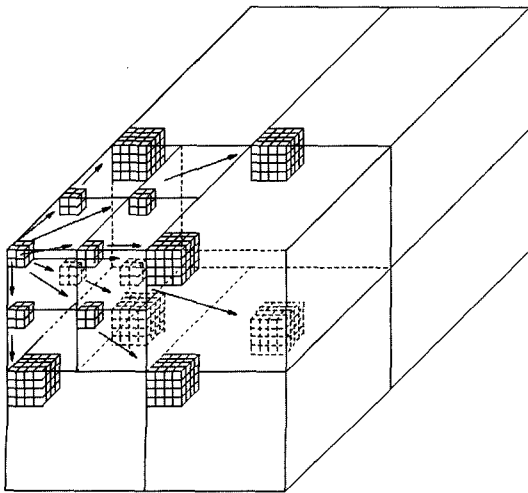


그림 4. 3-D parent-offspring dependencies

의 수에 의존하기 때문이다. 디코더는 정확히 인코더의 대칭 시스템이다. 즉 첫 번째로는 엔트로피 코딩을 하고 그 다음에는 3차원 SPIHT[9] 디코딩을 행하고 마지막으로 역 서브밴드/웨이브릿 변환을 한다. 3차원 인코딩과 디코딩 절차는 그림 1과 그림 2에서 axial domain으로 한번 더 서브밴드/웨이브릿 변환을 하면 된다.

그림 4는 3차원 parent-offspring dependencies를 보여준다. 3차원에서는 각 노드는 offspring이 없거나 2 × 2 × 2 pixel로 그룹화 되어 있는 8개의 offspring을 갖고 있다. 즉 2차원에서 3차원으로 1차원을 늘리면 가장 높은 피라미드 레벨과 가장 낮은 피라미드 레벨을 제외한 hierarchical tree는 아래와 같은 offspring을 갖는다.

$$O(i,j,k) = \{ (2i, 2j, 2k), (2i, 2j+1, 2k), (2i+1, 2j, 2k), (2i+1, 2j+1, 2k), (2i, 2j, 2k+1), (2i+1, 2j, 2k+1), (2i, 2j+1, 2k+1), (2i+1, 2j+1, 2k+1) \}$$

3차원 volumetric image에서 더 좋은 coding 효율을 얻기 위해서 정수 웨이브릿 변환은 unitary가 되어야만 한다. 그림 5는 scaling factor와 연관된 3차원 웨이브릿 필터링의 관계를 보여준다. 3차원 axial-transaxial 분할 필터링은 첫 번째로 axial domain에서 먼저 하고 transaxial domain으로 recursive하게 행한다. 그림 5는

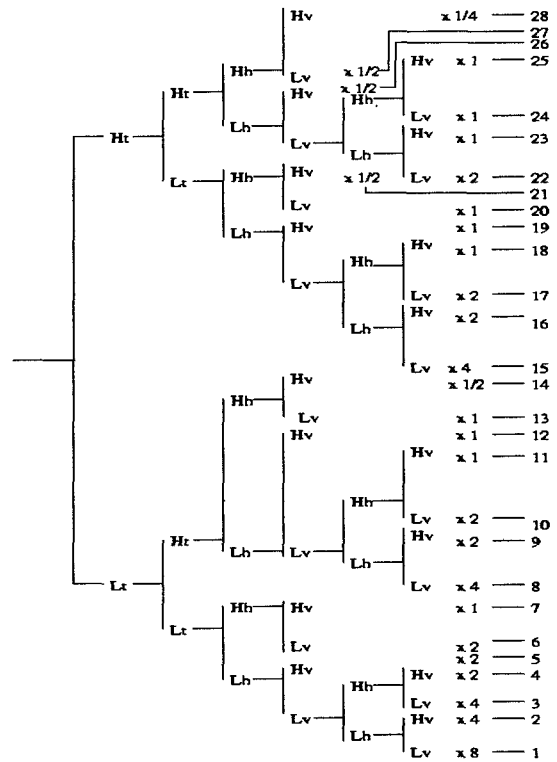


그림 5. Scaling factors and tree structure for 3-D integer wavelet transform with 2 levels

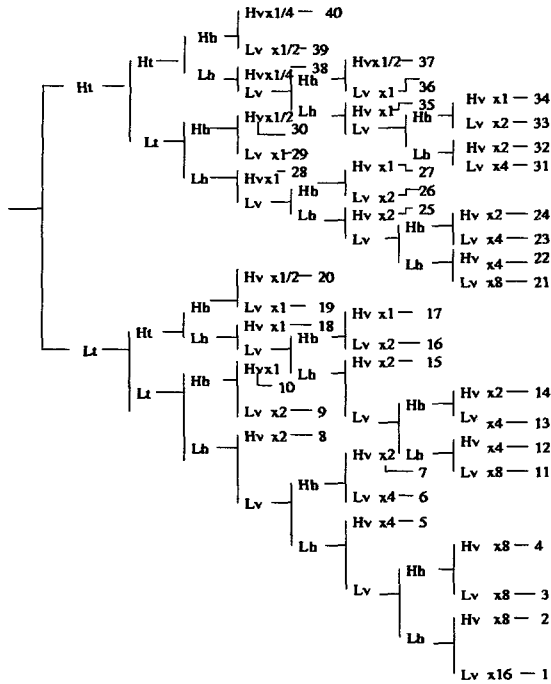


그림 6. Scaling factors and tree structure for 3-D integer wavelet transform with 3 levels

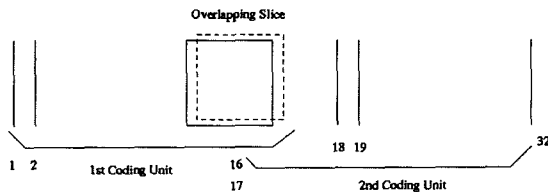


그림 7. 3-D overlapping method for axial direction

완벽한 2 레벨 분할을 보여준다. 그림 5에서 Lt는 axial domain에서의 저 주파 패스 밴드이고 Lh는 수평축 저 주파 패스 밴드이고 Lv는 수직축 저 주파 패스 밴드이다. 그림 5에서 LLL 서브밴드(1)는 scaling factor로 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ (8)을 가지고 그 다음 LLH 서브밴드(2)는 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times (1/\sqrt{2})$ (4)를 갖는다. 또한 그림 5에서는 모든 서브밴드와 연관된 scaling factor를 주어진다.

그림 5에서처럼 서브밴드를 2 레벨 axial-transaxial 분할하면 28개의 서브밴드가 만들어진다. 그림 6은 3 레벨 axial-transaxial 분할을 하면 결과적으로는 40개의 서브밴드가 생성된다. 이 논문에서는 3레벨을 사용한다. 왜냐하면 2 레벨의 결과가 3레벨의 결과보다 못하고 4레벨은 3레벨에 비해서 composition time 차이에 비해 결과가 좋지 않다.

4. Lifting Steps and Filters and Overlapping Method

이 장에서는 우리는 정수에서 정수로 맵핑되는 웨이브릿 변환[11]과 변환을 unitary하게 하고, 정수 값을 유지하기 위해서 scaling factor의 계수와 삭제방법을 보여준다. 이 방법에서 $c_{0,j}$ 는 원래의 신호, $l_{1,j}$ 와 $h_{1,j}$ 를 각각 저주파와 고주파로 변환한 후의 계수들을 지칭한다. 우리는 웨이브릿의 변환[11]을 통해 신호 $c_{0,j}$ 를 정수인 $l_{1,j}$ 와 $h_{1,j}$ 로 mapping한다. 변환은 역 방향으로도 할 수 있기 때문에 우리는 정확하게 $l_{1,j}$ 와 $h_{1,j}$ 로부터 $c_{0,j}$ 를 완벽하게 다시 만들 수 있다. 아래와 같이 S+P 정수 filter[2,3,8] 외에 다른 정수 filter[8]들도 이용한다. 변환 세트는 (N, \tilde{N}) 의 형태로 표시되고 여기서 N은 부호화 고주파 필터의 vanishing moment수이고 \tilde{N} 은 복호화 고주파 필터의 vanishing moment수이다. 아래는 정수 필터쌍을 보여준다.

I(2,2) filter pair :

$$\begin{aligned} h_{n,m} &= c_{n-1,2m+1} - c_{n-1,2m} \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [(h_{n,m})/2] \\ \hat{h}_{n,m} &= -1/16(h_{n,m}) + [\alpha(c_{n-1,2m-1} - c_{n-1,2m}) + \beta(c_{n-1,2m} - c_{n-1,2m+1}) + \gamma(h_{n,m+1}) + 1/2] \end{aligned}$$

I(4,2) filter pair :

$$\begin{aligned} h_{n,m} &= c_{n-1,2m+1} - [9/16(c_{n-1,2m} + c_{n-1,2m+2}) - 1/16(c_{n-1,2m-2} + c_{n-1,2m+4}) + 1/2] \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [(h_{n,m-1} + h_{n,m})/4 + 1/2] \end{aligned}$$

I(2+2,2) filter pair :

$$\begin{aligned} h_{n,m} &= c_{n-1,2m+1} - [1/2(c_{n-1,2m} + c_{n-1,2m+2}) + 1/2] \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [(h_{n,m-1} + h_{n,m})/4 + 1/2] \end{aligned}$$

S+P filter pair :

$$\begin{aligned} \hat{h}_{n,m} &= c_{n-1,2m+1} - [1/2(c_{n-1,2m} + c_{n-1,2m+2}) + 1/2] \\ l_{n,m} &= c_{n-1,2m} + [1/4(h_{n,m-1} + h_{n,m}) + 1/2] \\ h_{n,m} &= \hat{h}_{n,m} - [1/8(-1/2h_{n,m-1} + l_{n,m} - 1/2h_{n,m+1}) + 1/8(-1/2h_{n,m} + l_{n,m+1} - 1/2h_{n,m+2}) + 1/2] \end{aligned}$$

S+P filter[3]는 $h_{n,m}$ 와 $l_{n,m}$ 를 위한 S변환이고 고주파 필터 계수 $\hat{h}_{n,m}$ 를 얻기 위한 보조의 예언치를 사용한다. 전 방법[3]에서 예언치는 $\alpha = 2/8$, $\beta = 3/8$, $\gamma = 2/8$ 이지만 우리는 $\alpha = 3/16$, $\beta = 8/16$, $\gamma = 6/16$ 을 선택한다. 왜냐하면 의료영상에서는 이러한 계수들이 더 좋은 효율을 내기 때문이다.

I(4,2) filter pair는 S+P변환에서 유추되고 I(2,2)의 고주파에서 하나의 여분의 lifting 단계는 4개의 vanishing moment를 가진 고주파 필터를 생산한다. S+P 변환은 unitary가 아니다. 그래서 우리는 예측 전이나 lifting[8] 전에 적당한 계수를 곱하여 거의 unitary 변환을 만든다.

$$h_{n,m} = (c_{n-1,2m+1} - c_{n-1,2m})/\sqrt{2}$$

$$l_{n,m} = (c_{n-1,2m} + [(h_{n,m})/2])/\sqrt{2}$$

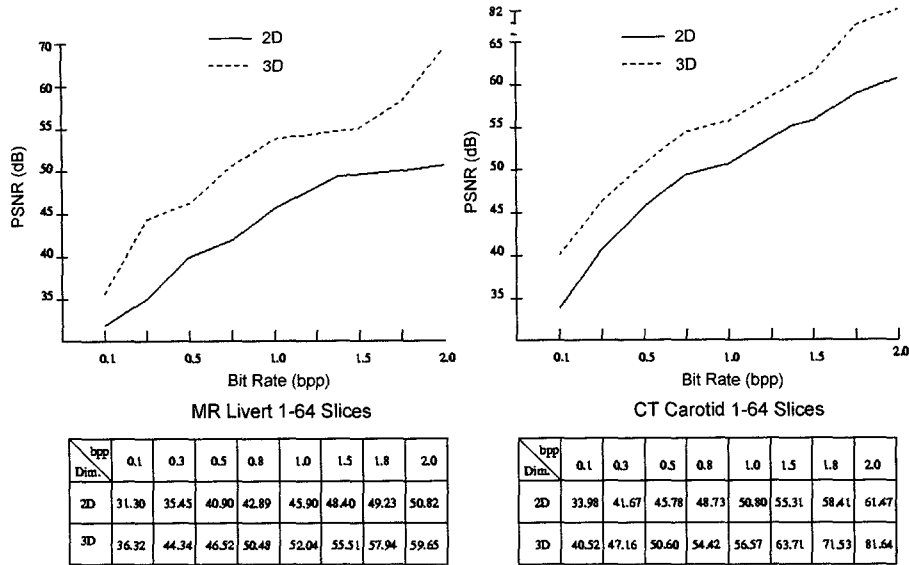


그림 8. PSNR 2-D and 3-D SPIHT for MR liver and CT carotid per several bpp

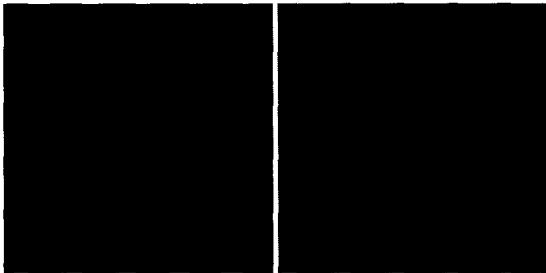


그림 9. MR chest 1st slice original image(left) and reconstruction at 0.1bpp GOS=16 using I(2,2) filter

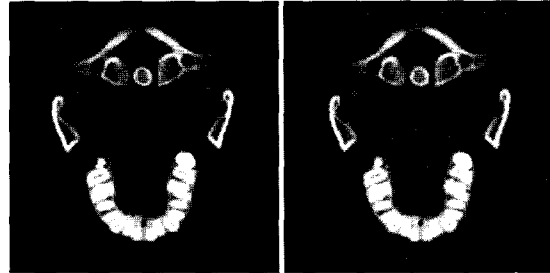


그림 10. CT skull 1st slice original image(left) and reconstruction at 0.1bpp GOS=16 using I(4,2) filter

저주파를 형성하기 위해 필요한 내림 삭제 방법에 의해서 거의 unitary가 된다. 이러한 변환을 완벽한 정수로 만들기 위해서 1/2 scaling과 함께 각각의 2차원에 적용한다. 그림 6에서 우리는 3차원 3-level unitary 정수 웨이브릿 변환에 접근하기 위한 scaling을 보여주고 그것의 분할을 보여준다. unitary변환은 손실 압축에서 필요하다. Unitary 변환을 얻기 위해서 필요한 scaling 요소를 그림 6에서 보여주고 우리의 실험에서 사용했다.

서로 인접한 coding units 사이에 불연속에 의한 artifact를 제거하기 위해서 coding unit 사이에 overlapping 방법을 이용한다. 그림 7에서는 axial domain에서의 overlapping 방법을 보여준다. 이 방법에서 overlapping 지역에서 복호화되는 픽셀들은 결정적인 값을 정하기 위해서 평균값으로 정한다. 인코더와 디코더가 16프레임의 프로세스를 완료한 후 그 다음 16프레임으로 이전한다.

5. 실험 결과

이 실험을 위해 Mallinckrodt Institute of Radiology Image Processing Laboratory[10]의 데이터베이스에 있는 256×256 8-bit 의료영상을 사용했다.

CT skull image는 256×256×128 이며 CT carotid image는 256×256×64 이며 MR chest image는 256×256×64 이다. Coding units는 16프레임을 사용했고, 3차원 알고리즘에서는 axial 과 transaxial 두 domain 전부 3-level 분할을 이용한다. 그러나 2차원에서는 5-level 분할과 9/7tap 필터를 사용한다. 원래의 image와 복호화된 image와의 사이에 얼마나 차이가 있는지 그 결과를 수학적 방법으로 보여줄 필요가 있다. 여기에는 2개의 일반적인 방법이 있는데 그 하나는 squared error measure 과 absolute difference measure이 있다. 이 모두를 우리는 difference distortion measure이라고

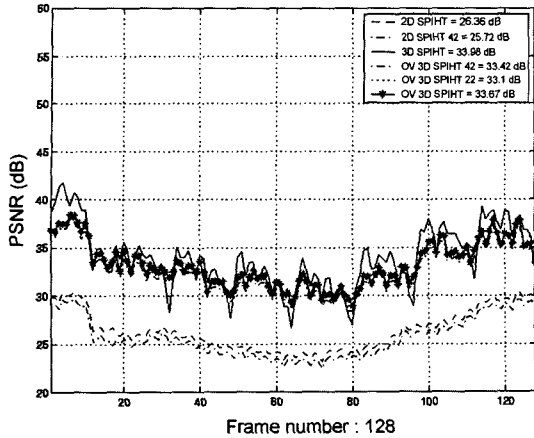


그림 11. 3-D overlapping SPIHT for CT skull image rate=0.1bpp (SPIHT 42=I(4,2) Filter, SPIHT22=I(2,2) Filter, OVSPIHT=Overlap SPIHT)

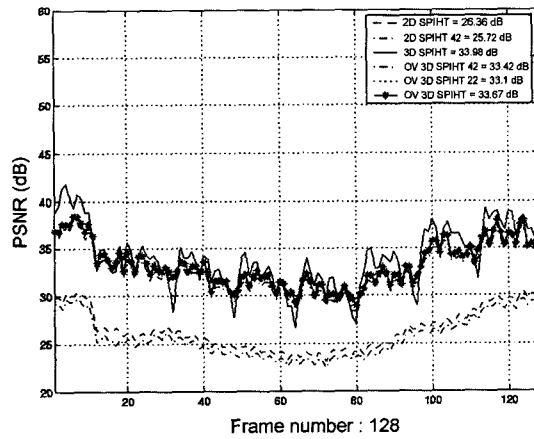


그림 12. Original(left) and 0.1 bpp coded (right) of slice 32nd of CT skull volume with overlapping method

부른다. 대부분 사용되는 average measure는 average squared error measure이다. 여기서 우리는 복호화된 질을 측정하기 위해서 peak signal to noise ratio (PSNR)을 사용한다.

$$PSNR = 10\log_{10}(255^2/MSE)dB$$

여기서 MSE는 mean squared-error로써 원본과 복호화된 image와의 차이를 말한다. 그림 8은 CT carotid image 와 MR liver image에 대한 여러 가지 bits per pixel 에 대한 PSNR 대 image sequence에 대한 결과이다. 점선은 9/7tap 필터를 가진 3차원의 결과이고 직선은 2차원의 결과이다 3차원은 2차원에 비해 거의 MR

image에서는 5-9 dB, CT image에서는 7-20 dB 정도 차이를 보여준다. 그림 11은 CT skull image에 대한 결과이다. 모든 결과는 같은 coding rate 인 0.10 bits per pixel이다. 이러한 의료영상에 3-level 분할법을 적용했다. 모든 경우에 있어서 위와 같은 정수 웨이브릿 필터를 사용했고 transaxial에 대해서 3-level 분할법을 이용했다. 결과에서도 볼 수 있듯이 overlapping 3차원 SPIHT[9]에서는 원래의 3차원 SPIHT와 비교해 보면 인접한 16 image segments사이에서 더 이상의 PSNR dip을 볼 수 없다. 사실상 2차원 SPIHT[1]는 3차원 SPIHT[9]와 비교하면 PSNR에서의 performance가 약 6dB 더 좋지 않음을 알 수 있다. 또한 육안 적인 결과를 보여 주기 위해서 그림 9는 MR chest 첫 번째 image를 비교한 그림이다. 여기서는 0.1 bits per pixel(bpp)와 필터 I(2,2)를 사용했다. 원본과 비교해도 0.1 bpp로 압축을 했지만 거의 육안으로 비교해도 알 수가 없을 정도로 효율은 좋았다. 그림 10은 CT skull image로서 첫 번째의 image를 0.1 bpp로 필터 I(4,2)로써 coding한 결과로 육안 적인 차이점은 거의 발견 할 수가 없음을 알 수 있다. 그림 12에서는 overlapping 방법을 쓴 후의 육안 적인 결과이다. 0.1bpp로 coding을 했지만 거의 원래의 image와 동등한 결과를 알 수 있다.

6. 결론 및 향후 계획

이 논문에서 손실 의료 영상압축을 3-D SPIHT 알고리즘[9]과 lifting step[8]를 사용하고 웨이브릿 정수 필터를 이용하여 CT 및 MR 의료영상에 적용했다. 그리고 overlapping 방법으로 coding unit 사이에 dip을 없애는 방법을 보여준다. 그 결과 의료영상에서는 인접한 coding unit에 대한 dip이 제거되었고 육안 적인 결과도 overlapping을 사용한 방법이 원래의 방법과 거의 차이가 없음을 알 수 있다. 향후 우리의 연구 방향은 여러 가지 coding unit를 이용하는 방법과 unbalanced tree를 이용하는 방법을 연구할 것이다.

후 기

이 연구과제는 2003년도 단국대학교 대학 연구비의 지원으로 연구되었습니다.

참고문헌

- [1] A Said and W. A. Pearlman, "A new, fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees," IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video

- Technology 6, June 1996, pp. 243-250.
- [2] A. Bilgin and M. W. Marcellin, "Efficient lossless coding of medical image volumes using reversible integer wavelet transforms." in Image Processing, Proc. of Data Compression Conference, March, 1997.
- [3] A. Said and W. A. Pearlman, "Reversible image compression via multiresolution representation and predictive coding," in Visual Communications and Image Processing '93, Proc. SPIE 2094, Nov. 1993, pp. 664-674.
- [4] Z.Xiong, K.Ramchandran, and M.T.Orchard, "Wavelet packet image coding using space-frequency quantization," *IEEE Trans. on Image Processing* 7, June 1998, pp. 892-898.
- [5] M.Vetteri and J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*, Prentice Hall, Inc., 1995.
- [6] Y.Chen and W. Pearlman "Three-dimensional sub-band coding of video using the zero-tree method", *Visual Comm. and Image Processing Proc. SPIE2727*, March 1996, pp. 1302-1309.
- [7] J.Shapiro "An embedded wavelet hierarchical image coder", *Proc. IEEE intl. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing* March 1992, pp. 657-660.
- [8] W.Swelden "The lifting scheme: A construction of second generation wavelet", *SIAM J. Math Anal*, 1997, pp. 511-546.
- [9] Beongjo Kim and W. Pearlman, "An embedded wavelet video coder using three-dimensional SPIHT", *Processing of Data Compression Conference*, 1997, pp. 251-260.
- [10] <ftp://carlos.wustle.edu>. Mallinckrodt Institute of Radiology Image Processing Lab.
- [11] I. Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets", *Comm. Pure Appl. Math.*, 1988 pp.909-996.