한국소음진동공학회논문집 제 13 권 제 10 호, pp. 751~759, 2003.

# 환원판 덮개를 갖는 원통형 연료탱크의 진동해석

# Vibration of Liquid-filled Cylindrical Storage Tank with an Annular Plate Cover

김 영 완†

Young-Wann Kim

(2003년 4월 15일 접수 ; 2003년 9월 25일 심사완료)

**Key Words** : Annular Plate(환원판), Vibration Characteristics(진동특성), Sloshing(유체의 출렁거림), Rayleigh-Ritz Method(Rayleigh-Ritz법), Cylindrical Storage Tank(원통형 유체저장탱크)

## ABSTRACT

The theoretical method is developed to investigate the vibration characteristics of the sloshing and bulging mode for the circular cylindrical storage tank with an annular plate on free surface. The cylindrical tank is filled with an inviscid and incompressible liquid. The liquid domain is limited by a rigid cylindrical surface and a rigid flat bottom. As the effect of free surface waves is taken into account in the analysis, the bulging and sloshing modes are studied. The solution for the velocity potential of liquid movement is assumed as a suitable harmonic function that satisfies Laplace equation and the relevant boundary conditions. The Rayleigh-Ritz method is used to derive the frequency equation of the cylindrical tank. The effect of inner-to-outer radius ratio and thickness of annular plate and liquid volume on vibration characteristics of storage tank is studied. The finite element analysis is performed to demonstrate the validity of present theoretical method.

## 1. 서 론

일반적으로 항공기, 선박 등의 연료탱크나 지상에 설치된 각종 저장형 탱크, 반응로 등은 대부분 원통형 구조형상을 가지며, 유체를 포함하는 구조물로서 이들의 움직임에 따른 요동 및 지진 등과 같은 외부 가진력으로 인해 탱크에 포함된 유체의 주기적인 거동, 즉 유체가 출렁거리는 현상인 슬러싱(sloshing)을 일으키게 된다. 액체연료를 적재한 비행체의 경우, 비행시 연료탱크에서의 유체 출렁거림이 일어날 수 있으며, 이러한 요동이 적재연료의 고유진동수와 가까워지면 슬로싱 현상은 심화되고, 유체가 채워진 구조물은 정적인 상태와는 다른 특성을 보이게 된다. 자유표면에서 발생되는 유체 출렁거림은 구조물에 치명적인 영향을 미칠 수 있기 때문에 유체의 출렁거림을 방지 또는 억제하기 위해 연료탱크 내에 적당한 간격의 격막이나 배플을 설치하는 등 유체 거동을 제어하기 위한 노력이 진행되고 있다.

유체가 채워진 원통형 탱크의 동적 거동을 예측하기 위한 가장 일반적인 해석대상은 탱크의 바닥을 강체 또는 탄성 원판으로, 원통형 외벽은 탄성체로 가정한 것으로 이 대상에 대한 연구가 가장 많은 이루어 졌다.[1~8] 그러나 이들 연구에서는 출렁거림을 억제할 수 있는 구조물이 설치되지 않았다. 출렁거림을 억제하기 위한 방법으로 자유표면에 탄성체나 박막을 설치하는 것으로 Bauer와 Chiba는[9] 자유표면을 완전히 덮고 있는 탄성체인 원판이나 박막에 대한 진동해석을 수행하였다. 출렁거림 억제장치와는 개념이 다르지만 Amabili와 Kwak는[10] 무한 경계를 갖는 유체의 자유표면에 원판이 접촉된 경우 출렁거림이 원판의 진동에 미치는 영향을 연구하였고,

† 책임저자, 정회원, 여수대학교 공과대학 기계공학과
E-mail : ywkim@yosu.ac.kr
Tel : (061) 659-3285, Fax : (061) 652-3655

Amabili는[11] 강체의 원통형 연료탱크의 자유표면 일부에 원판이 놓여진 경우 원판에 대한 자유진동해석을 수행하였다. 다른 방법은 자유표면을 부분적으로 덮을 수 있는 환원판을 설치하여 유체의 출렁거림을 억제하는 방법으로 Bauer와 Komatsu는[12] 이 대상에 대해 진동해석을 수행하였으나 제시된 결과 중 유체가 고려되지 않을 때 환원판에 대한 결과가 기존의 것과 달라 방법의 타당성을 입증할 수 없다.

따라서 본 연구에서는 강체의 원통형 연료탱크의 유체표면에 탄성체인 환원판이 설치된 경우 연성에 의한 자유표면에서의 슬러싱 및 판의 벌징 진동특성을 분석하여 슬러싱 억제장치설계를 위한 기초자료를 마련하고자 한다. 본 이론해석에서는 Rayleigh-Ritz법을 적용하여 탄성체인 환원판과 연성된 유체의 진동특성을 규명하였으며 상용 유한 요소 프로그램인 ANSYS[13]를 이용한 2차원 유한요소 해석을 통하여 이론해를 검증하였다.

## 2. 수 식 화

고려된 모델은 Fig. 1과 같이 지름이 $2R$인 원통형 유체저장탱크로써 밀도가 $\rho_L$인 유체가 바닥으로부터 $H$만큼 채워져 있다. 바닥과 측면은 강체로 가정하였고, 안쪽/바깥쪽 반지름이 $a, R$인 탄성체의 환원판이 자유표면 위에 설치되어 있다.

진공상태에서 판의 수직 변위식을 다음과 같이 가정하자.

$$w(r,\theta)=\cos n\theta\sum_{m=0}^{\infty} W_{nm}(r)q_m \tag{1}$$

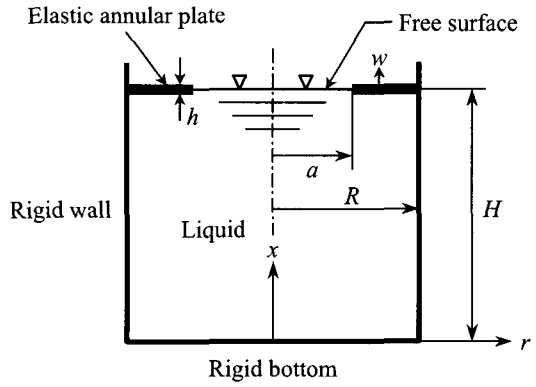


Fig. 1 Elastic annular plate on liquid surface in cylindrical storage tank

$$W_{nm}(r)=A_{nm}\left[J_n(\alpha_{nm}r)+B_{nm}I_n(\alpha_{nm}r)+C_{nm}Y_n(\alpha_{nm}r)+D_{nm}K_n(\alpha_{nm}r)\right] \tag{2}$$

여기서 $J_n$, $Y_n$는 1, 2종 Bessel함수, $I_n$, $K_n$는 수정된 1, 2종 Bessel함수, $A_{nm}$, $B_{nm}$, $C_{nm}$, $D_{nm}$는 판의 경계조건에 따른 진동형상을 지배하는 미정계수이다. $m$은 절점원의 수, $n$은 절점 지름의 수이다. $\alpha_{nm}=\lambda_{nm}/R$이며, $\lambda_{nm}$는 진동수 매개변수로 환원판의 경계조건을 만족하여야 하며, 판의 기하형상, 재료물성의 함수로써 이를 이용하여 환원판의 진동수를 다음과 같이 구하게 된다.

$$\omega_{nm}=(\lambda_{nm}/R)^2\sqrt{D/(\rho_p h)} \tag{3}$$

여기서 $D$는 판의 굽힘강성으로 $Eh^3/12(1-\nu^2)$이고, $E$, $\nu$는 각각 탄성계수와 푸아송비이다. $h$와 $\rho_p$는 환원판의 두께 및 밀도이다.

강체인 저장탱크의 측면벽과 환원판이 결합된 곳에서의 경계조건은 고정으로 가정하였다.

수식의 간략화를 위해 다음을 정규화 하였다.

$$\int_a^R W_{nm}^2(r)\,r\,dr=1 \tag{4}$$

판의 기준운동에너지(reference kinetic energy)와 변형에너지는 식 (4)을 이용하고 변위식에 대한 급수전개에서 $M$항까지 고려하면 다음과 같이 된다.

$$T_p=\frac{1}{2}\omega^2\psi_n q^T\left[M_p\right]q \tag{5}$$

$$\left[M_p\right]_{mi}=\rho_p h\delta_{mi},\quad m,i=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,M \tag{6}$$

$$U_p=\frac{1}{2}\psi_n q^T\left[K_p\right]q,\quad \left[K_p\right]_{mi}=\delta_{mi}\frac{D}{R^4}\lambda_{mi}^4 \tag{7}$$

여기서 $\delta_{mi}$는 크로넥커 델타, $\psi_n$은 $n=0$일 때 $2\pi$, $n\neq 0$이면 $\pi$이다.

고려된 유체의 속도포텐셜 $\phi$은

$$\tilde{\phi}(r,\theta,x)=-i\omega\phi(x,r,\theta) \tag{8}$$

로 표현되며, $\omega$는 유체와 판이 연성된 구조물에 대한 고유진동수, $\phi$는 변형 포텐셜로써 Laplace 식 $\phi_{,rr}+\phi_{,r}/r+\phi_{,xx}-n^2/r^2=0$를 만족하여야 한다. 여

기서 (,)는 공간미분을 나타낸다.

강체로 가정된 원통벽과 바닥의 각 지점에서 유속이 영이므로 다음 조건을 갖는다.

$$\phi_{,r}|_{r=R}=0, \quad \phi_{,x}|_{x=0}=0 \tag{9a, b}$$

한편, 환원판이 설치되고 자유표면을 갖는 지점인 $x=H$에서 다음과 같은 조건을 갖는다.

$$\phi_{,x}|_{x=H}=\begin{cases}\left(\omega^2\phi|_{x=H}\right)/g & \textbf{for } 0\le r\le a\\ w(\textbf{or } 0) & \textbf{for } a\le r\le R\end{cases} \tag{10a, b}$$

여기서 $g$는 중력가속도이다. 식 (10a)는 자유표면에서 유체출렁거림에 대한 조건식, (10b)는 유체와 판이 접하는 지점에서 유속이 같아야 한다는 적합 조건식으로 판을 강체로 고려할 경우 0이 된다.

바닥이 강체인 조건식 (9b)을 만족하는 변형 포텐셜은 비대칭 모드( $n>0$)에 대해

$$\phi(x,r,\theta)=\cos n\theta\sum_{k=1}^{K}p_{nk}J_n\left(\frac{\varepsilon_{nk}r}{R}\right)\frac{\cosh(\varepsilon_{nk}x/R)}{\cosh(\varepsilon_{nk}H/R)} \tag{11}$$

와 같이 가정되며, 벽이 강체인 조건식 (9a)을 만족시키기 위해 식 (11)을 식 (9a)에 적용하면

$$J_n(\varepsilon_{nk})_r=0 \tag{12}$$

가 된다. 식 (12)를 만족하는 근 $\varepsilon_{nk}$를 구해 식 (11)에 적용하면 조건식 (9a, b)을 모두 만족하게 된다.

축대칭 모드( $n=0$)에 대해 식 (12)에서의 첫번째 근인 $\varepsilon_{00}=0$이기 때문에 ( $n$, $k$ )=(0, 0)모드에 대해 식 (11)을 적용할 수 없다. 고려된 유체는 비압축성이기 때문에 유체만의 진동형상에서는 이 모드는 나타나지 않고 판이 (0,0)모드로 진동이 일어날 때 유체도 이 모드로 변형되므로 변형포텐셜을 다음과 같이 강체모드를 포함할 수 있도록 수정한다.

$$\phi(x,r,\theta)=p_{00}+\sum_{k=1}^{K}p_{0k}J_0\left(\frac{\varepsilon_{0k}r}{R}\right)\frac{\cosh(\varepsilon_{0k}x/R)}{\cosh(\varepsilon_{0k}H/R)} \tag{13}$$

식 (10a, b)에 비대칭모드에 식 (11)을 적용하면

$$\sum_{k=1}^{K}p_{nk}\frac{\varepsilon_{nk}}{R}J_n\left(\frac{\varepsilon_{nk}r}{R}\right)\tanh\left(\frac{\varepsilon_{nk}H}{R}\right)=\left[\frac{\omega^2}{g}\sum_{k=1}^{K}p_{nk}J_n\left(\frac{\varepsilon_{nk}r}{R}\right)\right]_{0\le r\le a}+\left[\sum_{m=0}^{M}W_{nm}(r)q_m\right]_{a\le r\le R} \tag{14}$$

이며, 이 식은 $0\le r\le R$ 영역에서 만족해야 하므로 양변에 $J_n(\varepsilon_{nj}r/R)r$ 을 곱한 후 이 영역에 대해 적분을 취하면 다음과 같은 행렬을 얻을 수 있다.

$$[K_{ps}]\,q+[K_s]\,p-\omega^2[M_s]\,p=0 \tag{15}$$

$$[K_{ps}]_{km}=-\beta_{nmk} \tag{16}$$

$$[K_s]_{kj}=\delta_{kj}\varepsilon_{nk}/R\tanh(\varepsilon_{nk}H/R)\alpha_{nkj} \tag{17}$$

$$[M_s]_{kj}=\bar{\alpha}_{nkj}/g \tag{18}$$

$$\alpha_{nkj}=\int_0^R J_n(\varepsilon_{nk}r/R)J_n(\varepsilon_{nj}r/R)r\,dr \tag{19}$$

$$\bar{\alpha}_{nkj}=\int_0^a J_n(\varepsilon_{nk}r/R)J_n(\varepsilon_{nj}r/R)\,r\,dr \tag{20}$$

$$\beta_{nmj}=\int_a^R W_{nm}(r)J_n(\varepsilon_{nj}r/R)\,r\,dr \tag{21}$$

$$m=0,1,\cdots,M,\ \textbf{and}\ k(\textbf{or } j)=1,2,\cdots,K$$

유사한 방법을 축대칭 모드에 적용하면 행렬은 다음과 같이 수정된다.

$$[K_{ps}]=\left[[K_p]_{0k}\quad [K_p]_{km}\right]$$

$$[K_{ps}]_{0k}=-\gamma_{0k},\quad [K_{ps}]_{km}=-\beta_{0mk} \tag{22}$$

$$[K_s]=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & [K_s]_{kj}\end{bmatrix}$$

$$[K_s]_{kj}=\delta_{kj}\varepsilon_{0k}/R\,\tanh(\varepsilon_{0k}H/R)\,\alpha_{0kj} \tag{23}$$

$$[M_s]=\begin{bmatrix}a^2/2g & [M_s]_{0j}\\ [M_s]_{0j}^T & [M_s]_{kj}\end{bmatrix} \tag{24}$$

$$[M_s]_{0j}=\eta_{0j}/g,\quad [M_s]_{kj}=\bar{\alpha}_{0kj}/g \tag{25}$$

$$\gamma_{0m}=\int_a^R W_{0m}(r)\,r\,dr \tag{26}$$

$$\eta_{0k}=\int_0^a J_0(\varepsilon_{0k}r/R)r\,dr$$

$$m=0,1,\cdots,M,\ \textbf{and}\ k(\textbf{or } j)=0,\cdots,K \tag{27}$$

판과 유체가 접할 경우 판과 유체의 연성에 의한 유체의 기준운동에너지는 다음과 같다.

$$T_L = \frac{1}{2}\rho_L \int_0^{2\pi}\int_a^R \phi|_{x=H}\,\phi_{,x}|_{x=H}\,rdr \tag{28}$$

유체의 속도포텐셜에 대한 급수전개항을 $K$까지 고려하고, 조건식 (10b)을 이용하여 정리하면 식 (28)는 다음과 같이 행렬형태로 쓸 수 있다.

$$T_L = \frac{1}{2}\omega^2 \psi_n q^T [M_L] p \tag{29}$$

행렬 $[M_L]$은 비대칭모드($n>0$) 및 축대칭모드($n=0$)에 대해 각각 다음과 같다.

$$[M_L]_{mk} = \rho_L \beta_{nmk}$$
$$m = 0,1,\cdots,M \text{ and } k = 1,2,\cdots,K \tag{30}$$

$$[M_L] = \left[[M_L]_{m0} \quad [M_L]_{mk}\right]$$
$$m = 0,\ 1,\cdots,M \quad \text{and} \quad k = 1,\cdots,K \tag{31}$$

$$[M_L]_{m0} = \rho_L \gamma_{m0},\ [M_L]_{mk} = \rho_L \beta_{0mk} \tag{32a, b}$$

각각의 에너지를 이용하여 Rayleigh-Ritz법을 적용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$[K_p]q - \omega^2\left[[M_p]q + [M_L]p\right] = 0 \tag{33}$$

고려된 구조물의 진동특성을 얻기 위해 식 (15)와 식 (33)을 결합하면 다음과 같은 진동방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix}[K_p] & 0\\ [K_{ps}] & [K_s]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q\\ p\end{Bmatrix} - \omega^2\begin{bmatrix}[M_p] & [M_L]\\ 0 & [M_s]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q\\ p\end{Bmatrix} = 0 \tag{34}$$

식 (34)을 수치적으로 풂으로써 구하고자 하는 진동수 및 진동형상을 얻을 수 있다.

## 3. 수치결과 및 토의

본 연구의 이론적 방법의 타당성을 검증하기 위해 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS[13]를 이용하여 2차원 해석을 통해 그 결과를 비교, 검토하였다. 유한요소해석에서 유체에 대해서는 2차원 축대칭 유체요소인 Fluid81이, 환원판에 대해서는 2차원 축대칭 구조 셸요소인 Shell61이 사용되었다. 유한요소모델에서 유체와 강체인 원통벽과 만나는 지점은 반경방향에 대해서만 구속을 하였으며, 강체인 바닥과 만나는 지점에 대해서는 길이방향에 대해서만 구속하였다. 또한 판과 유체가 접하는 지점에서는 수직방향으로 같이 움직일 수 있도록 판과 유체를 연성을 시켰다.

Table 1은 반지름 $R=1$ m이고 유체의 높이 $H=0.2R$인 유체저장탱크의 유체표면에 내외경비 $a/R=0.7$, $h=4$ mm인 환원판이 설치된 경우 슬러싱 및 벌징 진동수에 대해 이론해석결과와 유한요소해석결

**Table 1** Comparison of the sloshing and bulging frequency for the first 10 modes with FEM results ($R=1$ m, $a=0.7$ m, $h=4$ mm, $H/L=0.2$)

| Sloshing mode | | | | Bulging mode | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mode | Theory | FEM | Disc.(%) | Mode | Theory | FEM | Disc. (%) |
| 1 (1,0) | 0.6262 | 0.6291 | −0.4631 | 1 (0,0) | 11.014 | 10.591 | 3.8406 |
| 2 (2,0) | 1.0011 | 0.9938 | 0.7292 | 2 (1,0) | 11.518 | 11.231 | 2.4918 |
| 3 (0,0) | 1.0477 | 1.0554 | −0.7349 | 3 (2,0) | 13.993 | 13.688 | 2.1797 |
| 4 (3,0) | 1.2713 | 1.2567 | 1.1484 | 4 (3,0) | 17.970 | 17.248 | 4.0178 |
| 5 (1,1) | 1.3341 | 1.3071 | 2.0238 | 5 (4,0) | 23.008 | 22.104 | 3.9291 |
| 6 (4,0) | 1.4730 | 1.4535 | 1.3238 | 6 (5,0) | 29.558 | 28.114 | 4.8853 |
| 7 (2,1) | 1.5524 | 1.5196 | 2.1129 | 7 (6,0) | 37.236 | 35.331 | 5.1160 |
| 8 (0,1) | 1.5651 | 1.5741 | −0.5750 | 8 (7,0) | 46.465 | 43.887 | 5.5483 |
| 9 (5,0) | 1.6335 | 1.6133 | 1.2366 | 9 (8,0) | 57.285 | 53.932 | 5.8532 |
| 10 (3,1) | 1.7260 | 1.6928 | 1.9235 | 10 (9,0) | 69.604 | 65.593 | 5.7626 |

($n$, m) : $n$, $m$ denote the number of nodal diameters and nodal circles

과를 비교한 것이다. 고려한 유체는 밀도( $\rho_L$ =1000 kg/m$^3$인 물이고, 판의 재료는 알루미늄으로 탄성계수 $E$ =72 GPa, 푸아송비 $\nu$ =0.3, 밀도( $\rho_p$ =2780 kg/m$^3$로써 앞으로 모든 수치결과는 이 물성을 기초로 제시된 것이다. 표에서 두 결과간의 차이는 $[(f_{th} - f_{FEM}) / f_{th}] \times 100(\%)$에 의해 계산된 값으로 $f_{th}$와 $f_{FEM}$는 각각 이론 및 유한요소해석에서 얻은 진동수이다. 슬러싱 진동수에 대해 유한요소해석 결과와 이론해석결과의 차이가 (2,1)모드에서 최대 2 %로 잘 일치하고 있다. 그러나 유체와 연성되어 나타나는 판의 벌징모드에 대한 경우 최대 차이가 (9,0) 모드에서 약 6 %로 이론해석결과가 약간 크게 나타나고 있으나 비교적 잘 일치하고 있다. 전반적으로 이론해가 유한요소해보다 큰 진동수를 갖으며, 이유는 잘 알려진 것처럼 이론해가 다른 해법에 비해 상한값을 주기 때문이다.

Fig. 2는 연료탱크의 반지름이 1 m, 판의 두께가 4 mm, 내외경비가 0.7인 연료탱크에 대해 유체의 높이에 따른 축대칭 모드 $n$ =0에 대한 진동수의 변화를 나타낸 것으로 고려된 모든 모드에 대해 유체의 높이가 증가함에 따라 진동수가 급격히 증가하다가 어느 이상이 되면 거의 일정한 값으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 이 현상에서 알 수 있듯 유체의 높이가 원통형 연료탱크 반지름의 반 이상이 되면 유체 높이의 영향이 없는 것으로 판단된다. 따라서 유체의 높이 또는 유체의 양을 연료탱크 반지름의 절반 이하에 대해서만 그 영향을 검토해도 충분히 유체의 거동을 분석할 수 있다.

Fig. 2에서 이용된 동일한 모델에 대해 유체의 높

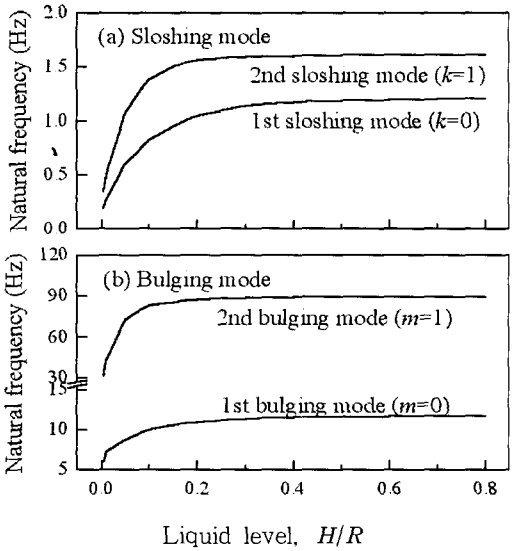


**Fig. 2** Variation of natural frequency of sloshing and bulging mode for $n$ =0 with liquid level( $R$ =1 m, $h$ =4 mm, $a/R$=0.7)

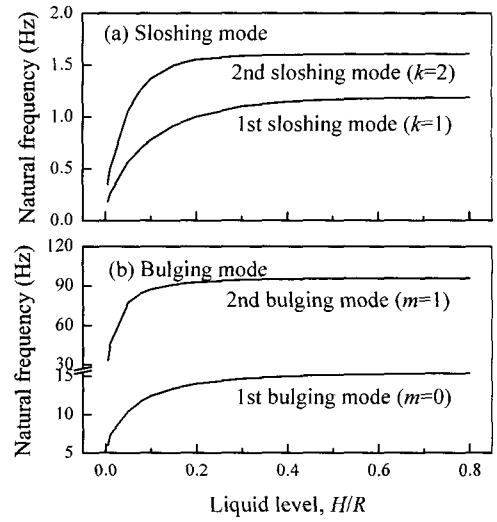


**Fig. 3** Variation of natural frequency of sloshing and bulging mode for $n$ =2 with liquid level( $R$ =1 m, $h$ =4 mm, $a/R$=0.7)

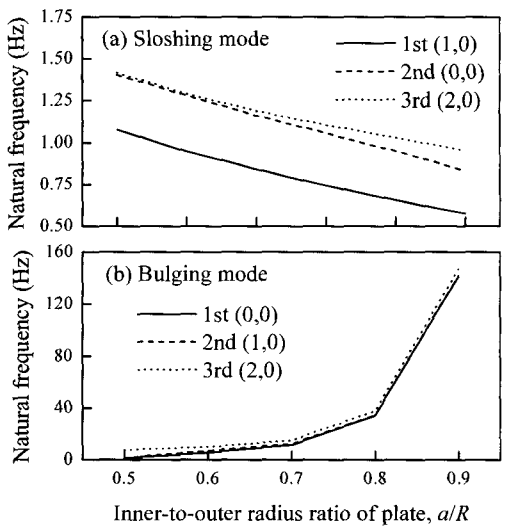


**Fig. 4** Effect of inner-to-outer radius ratio of annular plates on natural frequency of sloshing and bulging mode( $R$ =1 m, $h$ = 4 mm, $a/R$=0.5)

이에 따른 비대칭 모드, $n=2$에 대한 진동수의 변화를 Fig. 3에 나타냈다. 전반적인 거동은 축대칭 모드에서 관찰된 것과 거의 유사하다. Fig. 2와 3에 나타난 것처럼 진동 반파수가 커질수록 유체높이가 낮은 경우 유체높이의 영향이 보다 크게 나타나고 있다. 즉, 반파수가 커질수록 일정한 값으로 접근하는 것이 보다 빨리 일어난다.

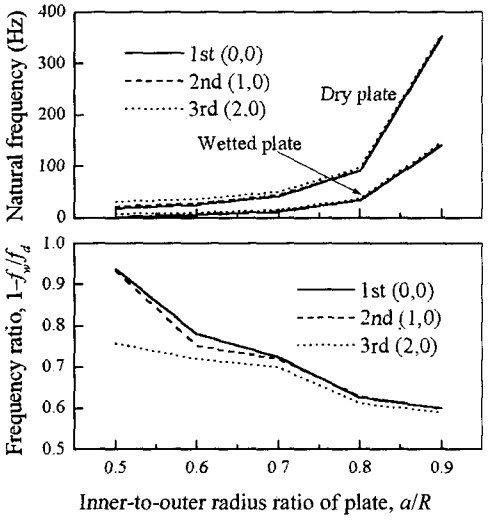


**Fig. 5** First three natural frequency of wetted and dry annular plate with inner-to-outer radius ratio( $R=1$ m, $h=4$ mm, $a/R=0.7$)

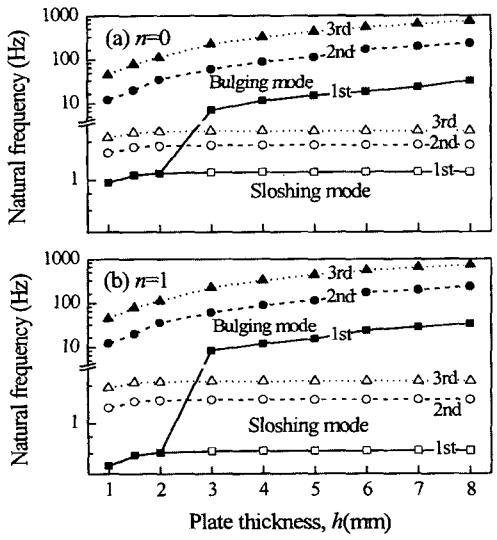


**Fig. 6** Effect of plate thickness on natural frequency of sloshing and bulging mode with $n=0$ and 1( $R=1$ m, $a/R=0.7$, $H/R=0.25$)

Fig. 4는 $h=4$ mm, $R=1$ m인 연료탱크에 유체가 $H=0.5R$만큼 채워진 경우 판의 직경 비에 따른 슬러싱 및 벌징 모드에 대해 3차까지 진동수 변화를 나타낸 것이다. 그림에 제시된 것처럼 슬러싱 진동수는 환원판의 반경비 즉, 자유표면의 면적이 커질수록 거의 선형적으로 감소하는 것을 볼 수 있다. 벌징 진동수의 경우는 반대로 환원판의 반경 비가 작아질수록 즉, 판의 길이가 커질수록 유체에 의한 연성력이 증가하여 초기 큰 $a/R$에서는 진동수가 급격히 감소하다가 그 정도가 완화되는 것을 볼 수 있다.

Fig. 5에서는 Fig. 4의 모델에 대해 진공상태 및 유체와 접하였을 때 환원판의 진동수를 비교한 것이다. 유체와의 접촉에 관계없이 판의 직경비가 작아질수록 환원판의 진동수는 급격히 감소하다 어느 비이상이 되면 진동수의 변화가 작게 나타난다. Fig. 5의 두 번째 그림에서 $f_w$와 $f_d$는 유체와 접하였을 때 및 진공상태에서 판의 진동수를 의미한다. 반경비가 0.9일 때는 유체와 접합으로써 진동수가 약 63 %정도,

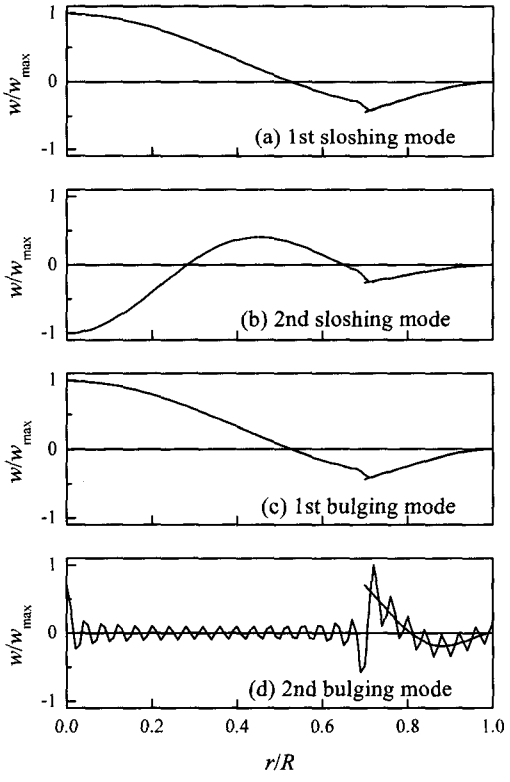


**Fig. 7** Mode shapes of the first two sloshing and bulging modes with $n=0$( $h=1$ mm, $a/R=0.7$, $R=1$ m, $H=0.25$ m)

반경비가 0.5일 때는 최대 95 %정도의 진동수 감소가 일어나고 있다. 다시 말해 환원판의 반경비가 작아질수록 유체가 환원판의 진동수에 미치는 영향이 크며 저차로 갈수록 그 영향은 더욱 커짐을 알 수 있다.

Fig. 6은 판의 두께에 따른 진동수의 변화를 나타낸 것으로 판의 내외경비가 0.7이며, 판의 외경 및 유체 높이는 각각 1 m, 0.25 m이다. 고려된 모든 모드에 대해 슬러싱 진동수는 벌징 진동수에 비해 상당히 작게 나타나고 있으며, 두께가 얇은 경우 1차 슬러싱 진동수와 벌징 진동수가 같은 값을 갖는다. 이와 같은 이유는 유체의 연성력에 의해 슬러싱 모드와 벌징 모드가 동시에 나타나기 때문이다. 두께가 2 mm이상이 되면 이와 같은 현상은 사라지고 슬러싱 모드와 벌징 모드가 분리되는 것을 알 수 있다. 이와 같은 모드 분리 현상은 Fig. 7~9를 통해 확인할 수 있다. 슬러싱 진동수의 경우 두께변화에 따라 진동수가 급격히 증가하다가 두께가 2 mm이상이 되면 거의 일정한 값으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은 두께 2 mm이하에서는 슬러싱 모드가 형성될 때 판에서도 변형이 일어나 상대적으로 자유표면이 커지는 효과를 얻기 때문에 나타나는 현상이다. 그러나 두께가 2 mm 이상인 경우 슬러싱 모드가 나타날 때 판에서의 변형은 거의 없기 때문에 항상 자유표면은 일정하여 진동수가 거의 동일한 값으로 접근한다. 벌징 진동수의 경우 판의 두께변화에 따라 진동수가 증가하는 것을 볼 수 있다. 이는 판의 두께가 커짐으로써 판의 강성이 증가하여 나타나는 현상이다.

Fig. 7~9는 Fig. 6의 유체저장탱크에 대해 판의 두께에 따른 비대칭 모드의 진동형상을 제시하였다. Fig. 7은 판의 두께가 1 mm인 경우에 대한 진동형상으로 슬러싱 진동형상의 경우 판의 변형을 동시에 수반하는 것을 볼 수 있다. 1차 진동형상의 경우 벌징과 슬러싱 진동형상이 동일한 것을 알 수 있으나 2차의 경우 상대적으로 판의 변형에 비해 유체의 변형이

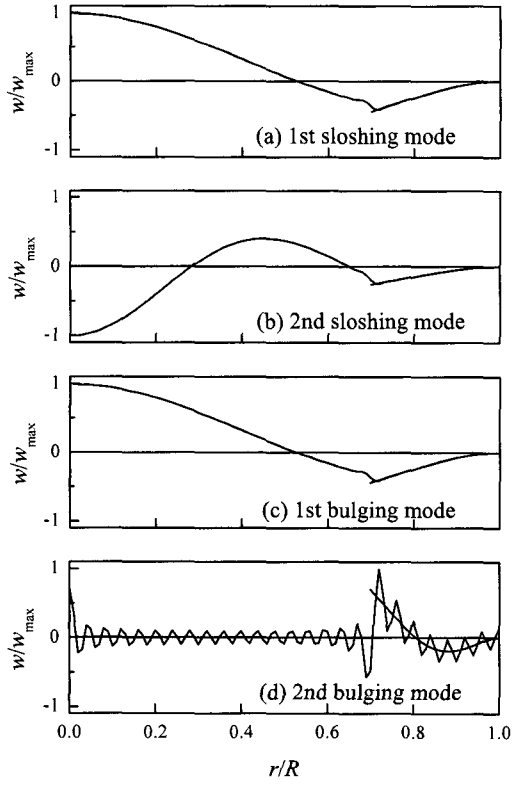


**Fig. 8** Mode shapes of the first two sloshing and bulging modes with $n=0$( $h=2$ mm, $a/R=0.7$, $R=1$ m, $H=0.25$ m)

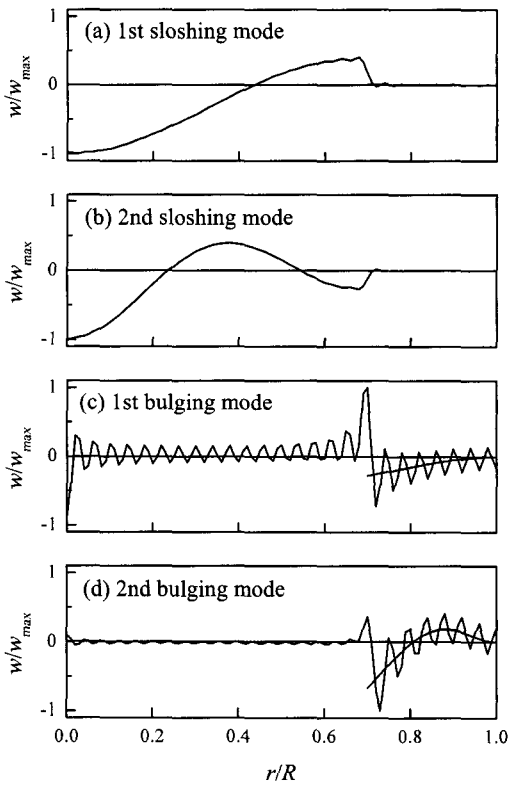


**Fig. 9** Mode shapes of the first two sloshing and bulging modes with $n=0$( $h=4$ mm, $a/R=0.7$, $R=1$ m, $H=0.25$ m)

작게 나타나고 있다. Fig.8은 판의 두께가 2 mm인 경우에 대한 진동형상으로 슬러싱 진동형상에서 판의 변형이 상대적으로 매우 작게 나타나는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은 판의 강성이 증가하여 연성력이 판의 변형에 크게 영향을 미치지 않기 때문이다. 이 경향으로부터 판의 두께가 두꺼워지면 슬러싱 진동형상에서 판의 변형이 나타나지 않을 것을 예상할 수 있다. 이와 같은 현상은 Fig.9에서 확인할 수 있다. Fig.9는 판의 두께가 4 mm인 경우에 대한 진동형상으로 앞에서 예상했던 것처럼 슬러싱 진동형상에서 판의 변형은 나타나지 않고 단지 유체만 변형되는 것을 볼 수 있다. 그리고 벌징 진동형상의 경우 앞의 경우와 달리 벌징 형상이 확연하게 나타난다. 특히 2차 벌징 모드인 경우 유체의 변형이 상대적으로 판의 변형에 비해 매우 작게 나타나고 있다. 이와 같이 판의 두께가 두꺼워지면 즉, 판의 강성이 커지면 슬러싱 진동형상은 유체만의 변형으로, 벌징 진동형상의 경우는 판만의 변형으로 진동형상이 특징 지워진다는 것을 예측할 수 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 자유표면에 환원판이 놓여 있는 원통형 연료저장탱크에 대한 진동특성을 이론적 방법을 통해 제시하였다. 수치예를 통해 몇 가지 결론을 얻을 수 있었다. 유체의 양이 슬러싱 및 벌징 진동수에 큰 영향을 미치나 유체의 양이 원통형 연료탱크 반지름의 0.4배 이상이 되면 유체의 영향이 일정하다. 환원판이 자유표면에 설치됨으로써 슬러싱 진동수는 증가하며, 판이 유체와 접촉됨으로써 판의 진동수는 크게 감소하며 그 영향은 판의 반경비가 커질수록 크다. 판의 두께가 두꺼워 지면 슬러싱 및 벌징진동수 모두 증가하는 경향을 가지나 두께가 어느 이상이 되면 슬러싱 진동수는 일정한 값으로 접근한다. 그리고 두께가 매우 얇을 경우 1차 진동모드에서 슬러싱과 벌징 모드가 동시에 나타난다.

## 참 고 문 헌

(1) Gupta, R. K. and Hutchison, G. L., 1988, "Free Vibration Analysis of Liquid Storage Tanks," Journal of Sound and Vibration, Vol. 122, No. 3, pp. 491~506.

(2) Mistry, J. and Menezes, J. C., 1995, "Vibration of Cylinders Partially-filled with Liquid," Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 117, pp. 87~93.

(3) Mazuch, T. and Horacek, J., Trnka, J. and J. Vesely, 1996, "Natural Modes and Frequencies of a Thin Clamped-free Steel Cylindrical Storage Tank Partially Filled with Water: Fem and Measurement," Journal of Sound and Vibration, Vol. 193, No. 3, pp. 669~690.

(4) Jeong, K. H. and Lee, S. C., 1998, "Hydroelastic Vibration of a Liquid-filled Circular Cylindrical Shell," Computers and Structures, Vol. 66(2-3), pp. 173~185.

(5) Amabili, M., Paidoussis, M. P. and Lakis, A. A., 1998, "Vibrations of Partially Filled Cylindrical Tanks with Ring-stiffeners And Flexible Bottom," Journal of Sound and Vibration, Vol. 213, No. 2, pp. 259~299.

(6) Bauer, H. F. and Werner, E., 1999, "Free Oscillations and Response of a Viscous Liquid in a Rigid Circular Cylindrical Tank," Aerospace Science and Technology, Vol. 3, No. 8, pp. 495~512.

(7) Amabili, M., 2000, "Eigenvalue Problems for Vibrating Structures Coupled with Quiescent Fluids with Free Surface," Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, No. 5, pp. 79~97.

(8) Chiba, M., Watanabe, H. and Bauer, H. F., 2002, "Hydroelastic Coupled Vibrations in A Cylindrical Container with a Membrane Bottom, Containing Liquid with Surface Tension," Journal of Sound and Vibration, Vol. 251, No. 4, pp. 717~740.

(9) Bauer, H. F. and Chiba, M., 2000, "Hydroelastic Viscous Oscillations in a Circular Cylindrical Container with an Elastic Cover," Journal of Fluids and Structures, Vol. 14, pp. 917~936.

(10) Amabili, M. and Kwak, M. K., 1999,

"Vibration of Circular Plates on a Free Fluid Surface : Effect of Surface Waves," Journal of Sound and Vibration, Vol. 226, No. 3, pp. 407~424.

(11) Amabili, M., 2001, "Vibrations of Circular Plates Resting on a Sloshing Liquid: Solution of the Fully Coupled Problem," Journal of Sound and Vibration, Vol. 245, No. 2, pp. 261~283.

(12) Bauer, H. F. and Komatsu, K., 2000, "Coupled Frequencies of a Frictionless Liquid in a Circular Cylindrical Tank with an Elastic Partial Surface Cover," Journal of Sound and Vibration, Vol. 230, No. 5, pp. 1147~1163.

(13) SASI, 2000, "ANSYS User's Manual," Swanson Analysis System Inc., Houston.