

## Muskingum-Cunge 홍수추적방법의 오차해석 Error Analysis of Muskingum-Cunge Flood Routing Method

김 대근\* / 서일원\*\*

Kim, Dae Geun / Seo, Il Won

### Abstract

Error analysis of finite difference equation on the Muskingum-Cunge flood routing method with free time and space weighting factor was carried out. The error analysis shows that the numerical solution of the Muskingum-Cunge method becomes diverged with time when the sum of time weighting factor and space weighting factor is greater than 1.0. Numerical diffusion increases when the sum of time weighting factor and space weighting factor decreases. Numerical diffusion and numerical oscillation increase when the grid resolution is coarse. Numerical experiments and field applications show that the Muskingum-Cunge method with free space weighting factor is more effective for simulating the flood routing with great peak diminution than conventional Muskingum-Cunge method with fixed space weighting factor, 0.5.

**Keywords :** flood routing, Muskingum-Cunge method, error analysis, numerical diffusion, numerical oscillation

### 요지

시간 및 공간가중치를 고정하지 않는 Muskingum-Cunge 홍수추적방법에 대한 오차해석을 수행하였다. 오차해석 결과 시간가중치와 공간가중치의 합이 1.0이상인 경우에는 홍수파가 진행하면서 증폭되어 수치해가 발산하였다. 시간가중치와 공간가중치의 합이 작을수록 수치확산이 크게 발생하였다. 격자의 해상도가 낮을수록 수치확산 및 수치진동이 크게 발생하였다. 수치실험과 자연하천에 대한 적용 결과, 공간가중치를 고정하지 않는 경우에는 공간가중치를 0.5로 고정하는 전통적인 Muskingum-Cunge방법보다 첨두의 감쇄가 큰 홍수파 모의에 효과적임을 알 수 있었다.

**핵심용어 :** 홍수추적, Muskingum-Cunge 방법, 오차해석, 수치확산, 수치진동

\* 대불대학교 토목환경공학과 전임강사

Lecturer, Dept. of Civil and Environmental Engrg., Daebul Univ., Chonnam 526-702, Korea  
(E-mail : greatgkim@mail.daebul.ac.kr)

\*\* 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수

Professor, School of Civil & Geosystem Engrg, Seoul National Univ. Seoul 151-742, Korea  
(E-mail : seoilwon@plaza.snu.ac.kr)

## 1. 서 론

하도추적방법은 하천에서의 흐름을 기술하는 방정식의 복잡성에 따라 다양한 방법이 존재한다. 이들은 동력학적(dynamic wave) 모의로부터 확산근사(diffusion analogy), Muskingum-Cunge, 운동파(kinematic wave), Muskingum 방법 등으로 분류될 수 있다. 근래에는 전산기술의 발달과 함께 수리학적 홍수추적도 많이 사용되고 있으며 수문학적 방법으로는 해결하기 힘든 여러 가지 문제들을 해결하고 있다. 이상의 방법들 중 어떤 방법을 실제 홍수추적 문제에 사용할 것인가는 문제의 성격, 주변여건, 추적방법 자체의 특성 등에 따라 달라진다. 여기서, 주변여건은 가용자료와 전산장비, 사용기술자의 수준 등이며, 추적방법의 특성이란 효율성, 정확성 등이다.

모형의 선정기준으로 우선 고려하여야 할 사항은 효율성이다. 특히, 홍수제어 모형을 위한 하도추적이 목적인 경우에는 계산시간이 오래 걸린다면 좋은 방법이 될 수 없다. 또한 상태공간 모형으로의 표현가능성이다. 상태공간표현은 제어문제에 매우 유용하게 사용되는 표현수단이며 하도추적 방법을 이러한 형식으로 나타낼수 있다면 제어모형과 일체로 전체 저수지 운영모형을 구성할 수 있다.

Muskingum-Cunge 방법은 운동파의 지배방정식을 4점차분법(four point scheme)으로 차분시킨 형태로 차분과정에서 수치확산항이 첨가되어 홍수파의 감쇠를 표현할 수 있으며 확산근사와 동일한 형태를 갖는다. Georgakakos 등(1990)은 Muskingum-Cunge 방법을 상태공간 모형으로 표현하였으며, 이것은 제어문제의 관점에서 중요한 의의를 갖는다. 또 다른 고려사항은 정확성으로, 1차원개수로 흐름에 대한 운동량방정식의 여러 항들의 상대적인 크기를 고려할 때 Muskingum-Cunge 방법은 정확성을 크게 저하시키지 않는 것으로 알려져 있다(이상호와 이길성, 1994).

이상과 같은 Muskingum-Cunge 방법은 Cunge (1969), Ponce와 Yevjevich(1978), Ponce 등(1996)에 의해 이론이 발전되었다. Muskingum-Cunge 방법의 거동특성에 대한 연구는 최근까지도 계속적으로 연구되고 있으며(Szei와 Gaspar, 2000), 특히 Ponce 와 Lugo (2001)는 Muskingum-Cunge 방법을 이용하여 수문곡선의 저연효과(hysteresis effect)를 모의 할 수 있는 방법론을 제시하였다.

국내에서는 Muskingum-Cunge 방법을 이용한 하

도추적(이상호와 이길성, 1994; 남선우와 박상우, 1985; 전무갑과 지홍기, 1996)과 유역추적(김진수, 1995)에 대한 연구가 있다. 또한 김진수(1996)는 공간 및 시간 격자의 크기와 같은 수치적 인자가 Muskingum-Cunge 방법의 유출특성에 미치는 영향에 대한 연구를 수행한 바 있다.

전통적으로 사용하는 Muskingum-Cunge 방법은 공간가중치로 0.5를 사용한다. 본 연구에서는 시간가중치 및 공간가중치를 고정하지 않는 Muskingum-Cunge 방법에 대한 수치적 인자에 따른 거동특성을 Fourier Analysis를 통한 오차해석으로 검토하였다. 또한 가상수로에서의 수치실험을 통해 오차해석의 검증을 수행하였으며, 자연하천에서 측정된 유량자료를 이용하여 공간가중치를 0.5로 고정하는 경우와 고정하지 않는 경우에 대한 수치모의 결과를 비교, 평가하였다.

## 2. 수학적 모형

### 2.1 Saint Vennant식

하도에서의 점변류(gradually varied flow)를 기반하는 Saint-Vennant 식은 다음과 같은 연속방정식과 운동방정식으로 이루어진다 (Chaudhry, 1993).

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_o - S_f) \quad (2)$$

여기서  $x, t$ 는 위치, 시간;  $\beta$ 는 운동량보정계수;  $A, Q, y$ 는 통수단면적, 유량, 수위;  $S_o, S_f$ 는 하상 경사, 에너지경사;  $g$ 는 중력가속도이다. 상기 식을 유도하는 기본가정은 다음과 같다. (1) 흐름은 일방향이다. (2) 수압은 정수압분포를 가정할 수 있다. (3) 완경사 하도에서의 흐름을 대상으로 한다. (4) 측방에서의 유입 또는 유출은 없다.

식 (2)에서 에너지경사를 한 변에 남기고 나머지 항을 재정리하면 다음과 같다.

$$S_f = S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{1}{gA} \frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{Q^2}{A} \right) - \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (3)$$

식 (3)에서 각 항이 차지하는 상대적인 경사의 크기를 정리하면 표 1 과 같다(Henderson, 1966). 개수로

표 1. 개수로흐름을 지배하는 항목의 상대적인 크기

하상경사 (중력)	수면경사 (압력)	이송가속도	국부가속도
100	1.92	0.19	0.48 ~ 0.96

주) 하상경사를 100으로 했을 때의 각 항의 상대적인 값을 정리한 것임

에서의 흐름은 주로 하상경사 및 수면경사에 의해 지배를 받으며, 가속도에 의한 관성력은 그 영향이 미미함을 알 수 있다.

## 2.2 확산파추적식 (Diffusion wave routing)

식 (3)에서 상대적으로 그 중요성이 작은 두개의 가속도항을 제외하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$S_f = S_o - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

식 (1)과 (4)를 이용하여 정리하면 다음과 같은 확산추적식을 얻을 수 있다(Chaudhry, 1993).

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} + D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

여기서  $c = dQ/dA$ 로 홍수파의 전파속도이며,  $D = Q/(2BS_r)$ 로 수리확산계수이다. 식 (5)의 세 번째 항은 홍수파의 전달과정에서 마찰 및 저류로 인해 홍수파의 첨두가 감쇠하는 것을 설명한다. 홍수파의 전파속도,  $c$ 는 다음 식에 의하여 결정할 수 있다 (Fread, 1976)

$$c = \left( \frac{5}{3} - \frac{2A}{3PB} \frac{\partial P}{\partial y} \right) V = KV \quad (6)$$

여기서  $y$ 는 연직좌표축,  $A$ ,  $P$ ,  $B$ 는 각각 통수단면적, 윤변, 하폭이며,  $V$ 는 유속이다.

## 2.3 운동파추적식 (Kinematic wave routing)

식 (2)의 좌변의 모든 항을 무시하고, 연속방정식을 변형하면 다음과 같은 운동파추적식을 얻을 수 있다 (Chaudhry, 1993).

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

## 2.4 Muskingum-Cunge 추적식

식 (7)을 다음과 같이 시간기증치  $\phi$ 와, 공간기증치  $\epsilon$ 으로 이루어진 4점차분법으로 차분하면 다음과 같은 추적식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\phi(Q_i^{n+1} - Q_i^n) + (1-\phi)(Q_{i+1}^{n+1} - Q_{i+1}^n)}{\Delta t} \quad (8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\epsilon(Q_{i+1}^n - Q_i^n) + (1-\epsilon)(Q_{i+1}^{n+1} - Q_i^{n+1})}{\Delta x} \quad (9)$$

$$Q_{i+1}^{n+1} = C_1 Q_i^n + C_2 Q_{i+1}^n + C_3 Q_i^{n+1} \quad (10)$$

여기서

$$C_o = (1-\phi) + C_r(1-\epsilon), \quad C_1 = \frac{\phi + C_r \epsilon}{C_o}$$

$$C_2 = \frac{(1-\phi) - C_r \epsilon}{C_o}, \quad C_3 = \frac{-\phi + C_r(1-\epsilon)}{C_o}$$

$C_r$ 는 Courant No. ( $= \frac{c\Delta t}{\Delta x}$ )이다.

식 (8)과 (9)의 각 차분항을  $Q_i^n$ 에 대하여 Taylor 급수로 전개하고 정리하면 다음과 같은 식 (7)에 대한 수정방정식(modified equation)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{2} \Delta t \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + \frac{1}{2} c \Delta x \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \\ & + ((1-\phi)\Delta x + c(1-\epsilon)\Delta t) \frac{\partial^2 Q}{\partial t \partial x} \\ & + O(\Delta t^2, \Delta x^2, \Delta t \Delta x) \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)을 공간에 대한 미분항으로 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} &+ \left( c(\phi - \frac{1}{2}) \Delta x + c^2 (\epsilon - \frac{1}{2}) \Delta t \right) \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} &+ O(\Delta t^2, \Delta x^2, \Delta t \Delta x) \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 세 번째 항은 식 (7)을 이산화하는 과정에서 발생하는 수치확산으로, 시간 및 공간의 가중치를 조정함으로써 식 (5)와 같이 흥수파의 수리확산 현상을 재현할 수 있음을 알 수 있다. 식 (5)와 (12)를 비교하면 수치확산계수와 수리확산계수와는 다음과 같은 관계가 있음을 알 수 있다.

$$c(\phi - \frac{1}{2}) \Delta x + c^2 (\epsilon - \frac{1}{2}) \Delta t = \frac{Q}{2BS_f} \quad (13)$$

## 2.5 오차해석

식 (10)의 오차해석을 위하여  $Q_i^n$ 에  $Q^n \exp(i\sigma)$ 을 대입하여 정리하면,

$$Q^{n+1} = G Q^n \quad (14)$$

$$\begin{aligned} G &= \frac{C_2 - C_1 C_3 + (C_1 - C_2 C_3) \cos \sigma}{1 + C_3(C_3 - 2 \cos \sigma)} \\ &- i \frac{(C_1 + C_2 C_3) \sin \sigma}{1 + C_3(C_3 - 2 \cos \sigma)} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $Q^n$ 은 임의의 n시간 단계에서의 진폭,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\sigma = 2\pi \Delta x / L$ ,  $L$ 은 특정한 Fourier sine곡선의 파장이다.  $G$ 는 증폭계수(amplification factor)로 증폭오차와 위상오차는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{증폭오차} = \text{Abs}(G) \quad (16)$$

$$\text{위상오차} = -\frac{\arctan\left(\frac{\text{Im}(G)}{\text{Re}(G)}\right)}{C \sigma} \quad (17)$$

여기서  $\text{Im}(G)$ ,  $\text{Re}(G)$ 는 각각 증폭계수의 헤수부와 실수부이다.

식 (16)과 (17)을 이용하여 증폭오차도(Amplitude

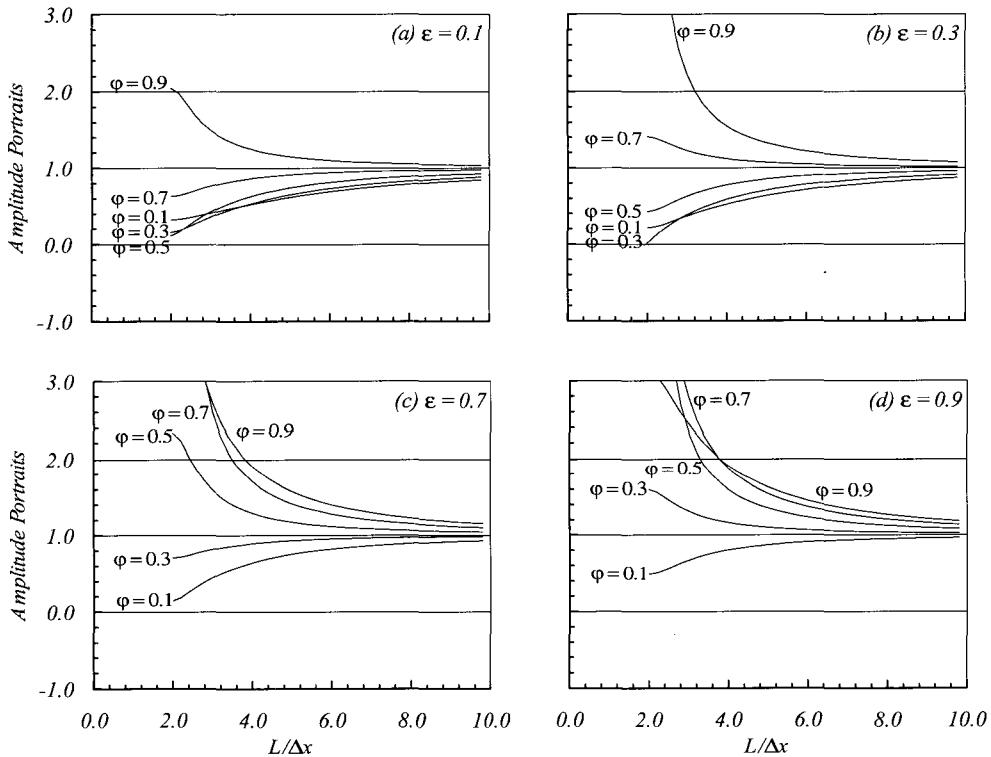


그림 1. 진폭오차도 (Courant No. = 0.7)

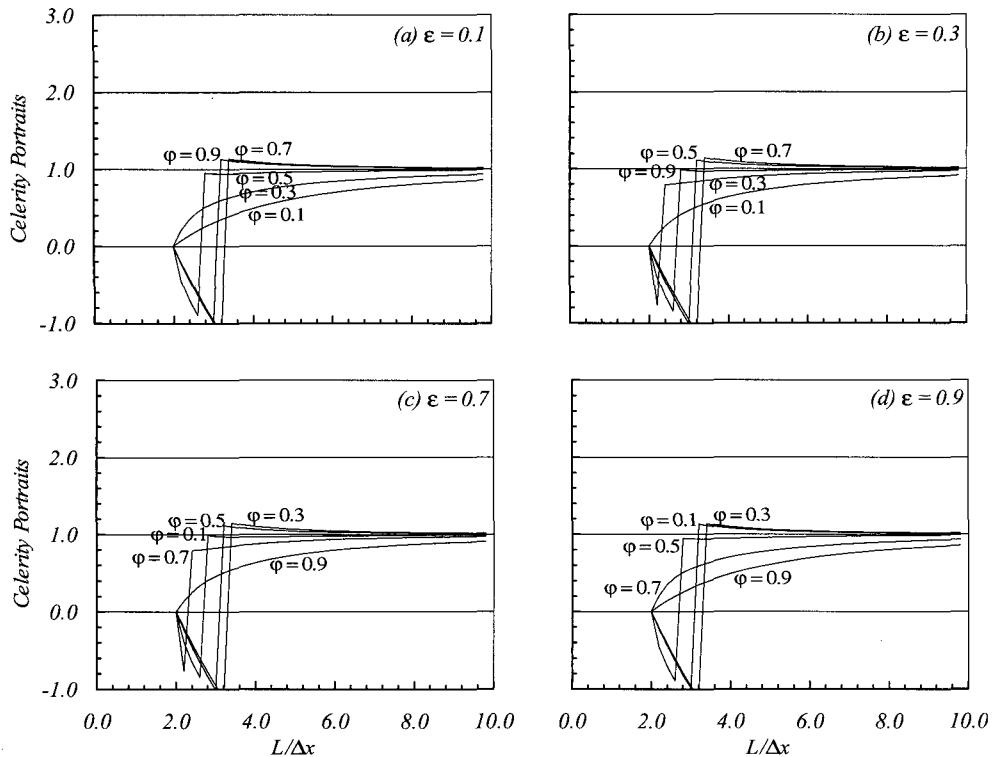


그림 2. 위상오차도 (Courant No. = 0.7)

portraits)와 위상오차도(Celerity portraits)를 도시한 것이 그림 1과 2이다. 그림 1과 2는 Courant No.가 0.7인 경우이다. 식 (16)과 (17)로 표현되는 증폭오차와 위상오차의 특징은 다음과 같다.

(1)  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 합이 1.0이상인 경우에는 홍수파가 진행하면서 증폭되어 수치해가 발생한다. 따라서 홍수파 추적시  $\phi$ 와  $\epsilon$ 은 다음의 관계를 가지고도록 설정해야 한다.

$$\phi + \epsilon \leq 1.0 \quad (18)$$

(2) 격자해상도가 낮으면 홍수파의 진폭이 감소한다. 또한 홍수파 진폭의 감쇄정도는  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 값에 따라 그 감쇠율이 변하고 있다. 따라서 주어진 문제의 물리적, 수치적 조건에 따라 수리확산현상을 적절히 재현하기 위한  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 값을 산정해야 한다.

(3)  $\phi$ 와  $\epsilon$ 이 모두 0.5인 경우에는 증폭오차가 발생하지 않는다. 따라서 이 경우에는 홍수파의 첨두가 변하지 않고 이송하는 운동파추적식의 결과와 동일하다.

(4) 그림 2에서 알 수 있듯이 격자해상도가 극히 낮은 경우에는 홍수파가 상류로 이동하거나 수치진동이 발생하는 등 수치해가 물리적으로 타당하지 않은 결과를 보일 수 있으므로,  $L/\Delta x$ 는 4이상의 격자해상도 (Nyquist frequency는  $L/\Delta x$ 가 2인 경우)를 가져야 한다.

### 3. 수치실험

#### 3.1 가상수로에 대한 수치실험

수치실험을 위하여 광폭사각형수로를 가정하고 단위 폭당유량의 추적을 실시하였다. 유입수문곡선은 다음과 같이 설정하였다.

$$q_i = \frac{q_\pi + q_b}{2} - \frac{q_\pi - q_b}{2} \cos \frac{2\pi t}{T}$$

$$\text{for } 0 \leq t \leq T \quad (19a)$$

$$q_i = q_b \text{ for } t > T \quad (19b)$$

여기서  $q_\pi$ ,  $q_b$ ,  $q_b$ 는 각각 시간  $t$ 에 따른 유입유량,

표 2. 수치실험조건 및 해석결과 요약

구분		수치실험 조건			해석결과		
		$\Delta x$ (km)	$\Delta t$ (hr.)	$\phi$	Mass Conservation (%)	Peak Discharge (m <sup>3</sup> /sec/m)	Minimum Discharge (m <sup>3</sup> /sec/m)
Fine Grid Resolution	F1	5	1	0.5	100.0	10.0002	0.8925
	F2			0.3	100.0	8.9087	1.0000
	F3			0.1	100.0	8.0840	1.0000
Coarse Grid Resolution	C1	10	2	0.5	100.0	9.9702	0.7438
	C2			0.3	100.0	8.1007	1.0000
	C3			0.1	100.0	6.9846	1.0000

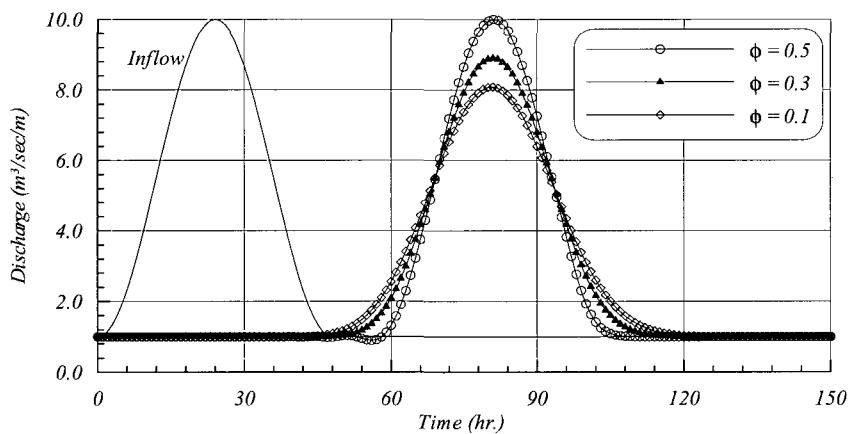


그림 3. 유역출구에서의 수문곡선 비교 (for Fine Grid Resolution)

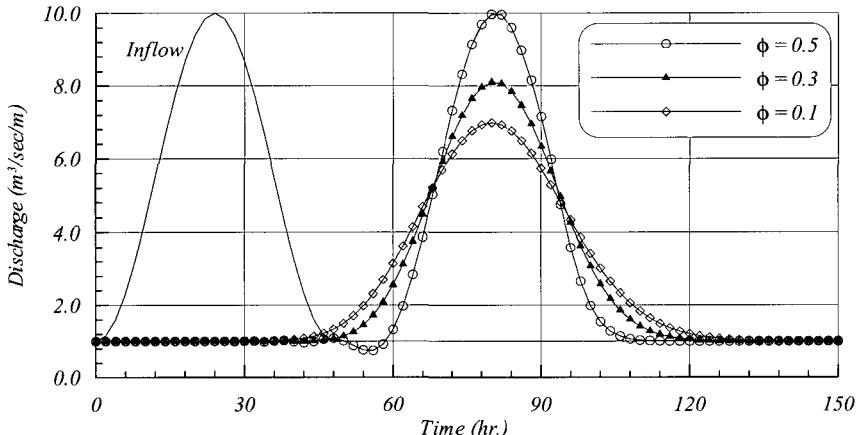


그림 4. 유역출구에서의 수문곡선 비교 (for Coarse Grid Resolution)

첨두유량, 기저유량이며,  $T$ 는 홍수파의 주기이다.

수치실험은 진폭오차도(그림 1)의 검증을 위하여 다

음과 같은 조건에 대해 수행하였다. 홍수파의 주기는

48시간, 홍수파 모의구간은 공간적으로 200 km, 시간

적으로 10일간이다. 첨두유량과 기저유량은 각각  $10 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{m}$ 와  $1 \text{ m}^3/\text{sec}/\text{m}$ 이다. Courant수와 공간가중치는 각각 0.7과 0.5로 고정하고 격자의 해상도와 시간가중치를 변화시켜가며 수치거동을 검토하였다. 수치실험 조건 및 해석결과를 표 2에 요약하였다.

그림 3과 4은 표 2의 조건에 대해 수치실험한 결과를 도시한 것이다. 같은 실험조건에 대해 격자의 크기가 작을수록 수치확산과 수치진동이 작게 발생하고 있음을 알 수 있다. 동일한 격자에 대해 시간가중치를 변화시켰을때, 시간가중치가 감소할수록 수치확산이 증가하면서 첨두유량이 감소함을 알 수 있다. 이상과 같은 현상은 앞의 오차해석 결과(그림 1 참조)와 동일한 결과이다.

표 3은 공간가중치와 시간가중치를 변화시키며 출구

수문곡선의 첨두유량을 정리한 것이다. 첨두유량의 값이 유입수문곡선 첨두유량보다 10%이상 큰 경우에는 해가 발산한 것으로 간주하였다. 표 4는 공간가중치와 시간가중치를 변화시키며 출구 수문곡선의 최소유량을 정리한 것이다. 최소유량의 값이 0보다 작은 경우에는 해가 발산한 것으로 간주하였다. 표 4에서 최소유량의 값이 유입수문곡선의 기저유량보다 작은 것은 수치진동이 발생하기 때문이다. 홍수파 추적시 식 (18)의 조건을 만족하는 경우에도  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 합이 1부근인 경우에는 홍수파의 증폭 및 수치진동의 발생에 주의해야 함을 알 수 있다. 또한 공간가중치를 0.5보다 작게 하는 경우에는 전통적인 Muskingum-Cunge방법보다 첨두유량의 크기를 줄일 수 있어, 첨두의 감쇄가 큰 홍수파의 전

표 3.  $\epsilon$ 과  $\phi$ 에 따른 첨두유량의 변화 (Courant No. = 0.7)

$\phi \backslash \epsilon$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	5.64	5.79	5.95	6.13	6.35	6.58	6.86	7.17	7.53	7.96	8.48
0.1	5.86	6.03	6.22	6.44	6.70	6.98	7.32	7.71	8.17	8.73	9.40
0.2	6.11	6.31	6.55	6.82	7.12	7.48	7.90	8.40	9.00	9.74	10.98
0.3	6.41	6.66	6.94	7.27	7.65	8.10	8.64	9.30	10.10		
0.4	6.77	7.07	7.42	7.83	8.32	8.91	9.62	10.66			
0.5	7.22	7.59	8.03	8.56	9.20	9.97					
0.6	7.77	8.25	8.82	9.51	10.43						
0.7	8.48	9.10	9.85								
0.8	9.40	10.25									
0.9	10.98										
1.0											

주) 공란부분은 수치해가 발산

표 4.  $\epsilon$ 과  $\phi$ 에 따른 최소유량의 변화 (Courant No. = 0.7)

$\phi \backslash \epsilon$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.94
0.2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.84	0.29
0.3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.96	0.67		
0.4	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.88	0.40			
0.5	1.00	1.00	1.00	1.00	0.97	0.74					
0.6	1.00	1.00	1.00	0.91	0.50						
0.7	1.00	0.98	0.80	0.18							
0.8	0.94	0.59									
0.9	0.29										
1.0											

주) 공란부분은 수치해가 발산

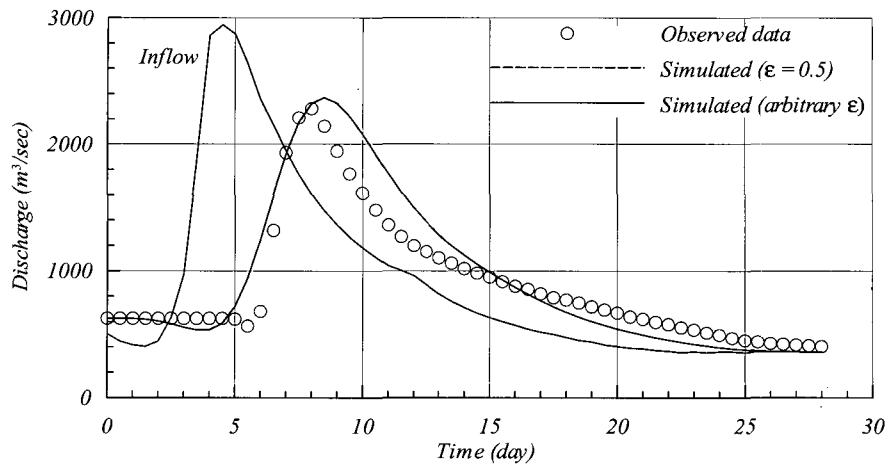


그림 5. 가중치에 따른 수문곡선 비교 (for Murrumbidgee)

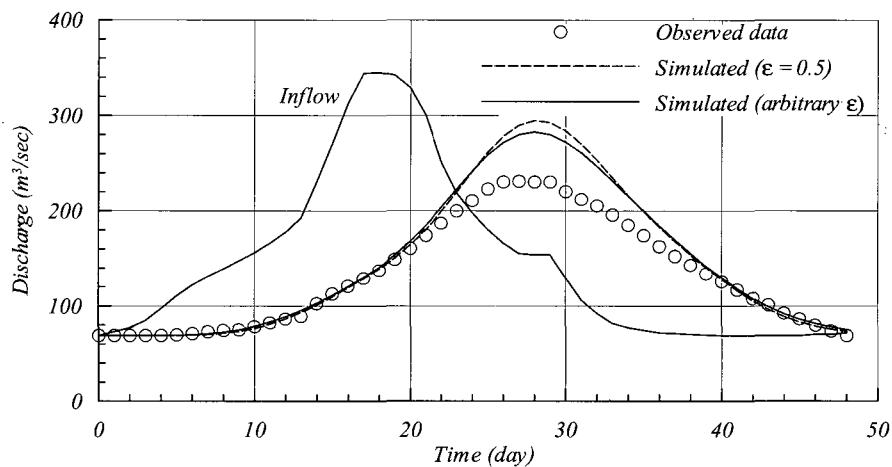


그림 6. 가중치에 따른 수문곡선 비교 (for Darling)

표 5. 적용하천의 기본현황 (Muthian 등, 2001)

하천명	관측소	연장 (km)	하 폭 (m)	추적기간
Murrumbidgee	Wagga Wagga Narrandera	200	75 64	1952. 6. 4 - 7. 7
Darling	Bourke Wilcannia	500	30 35	1963. 1. 8 - 3. 7

표 6. 모의결과 요약

하천	수치실험 조건		최적가중치		RMSE (m <sup>3</sup> /sec)	실측결과		모의결과	
	$\Delta x$ (km)	$\Delta t$ (day)	$\epsilon$	$\phi$		$Q_p$ (m <sup>3</sup> /sec)	Vol (10 <sup>9</sup> m <sup>3</sup> )	$Q_p$ (m <sup>3</sup> /sec)	Vol (10 <sup>9</sup> m <sup>3</sup> )
Murrumbidgee	10	0.5	0.5000	0.0000	192.9	2,283.1	122.8	2,368.2	129.1
			0.2567	0.0774	192.9			2,370.9	129.1
Darling	20	1.0	0.5000	0.0000	25.0	231.1	27.0	295.0	29.7
			0.0000	0.0000	21.9			283.0	29.7

파현상도 모의가 가능하다.

### 3.2 자연하천에 대한 수치실험

자연하천에 대한 적용성을 검토하기 위하여 실측된 유량자료(Muthian 등, 2001)가 있는 자연하천에 대해 수치모의를 수행하였다. 적용하천의 기본현황은 표 5와 같다.

공간기중치를 0.5로 고정하는 경우와 고정하지 않는 경우 각각에 대한 수치모의를 수행하였다. 실측유출량과 모의유출량의 제곱평균제곱근오차(RMSE)가 최소가 되도록 목적함수를 구성하였다. 제한조건으로 공간기중치를 0.5로 고정하는 경우에는 시간기중치는 0과 0.5사이의 값을 가지며, 공간기중치를 고정하지 않는 경우에는 공간기중치와 시간기중치가 각각 0과 1 사이의 값을 가지며 합은 1 이내임을 부여하였다. 모의결과를 그림 5, 6에 도시하였으며, 표 6은 모의결과를 요약한 것이다. Murrumbidgee강은 상대적으로 첨두의 감쇄가 작은 경우로 공간기중치를 0.5로 고정한 경우와 고정하지 않은 경우의 결과가 거의 같은 값을 보이고 있다. 하지만 Darling강의 경우 공간기중치를 고정하지 않은 경우에 더 나은 결과를 보이고 있다. 이는 표 3에서도 확인할 수 있듯이 공간기중치를 고정하지 않는 경우에는 전통적인 Muskingum-Cunge방법보다 첨두유량의 크기를 줄일 수 있어, 첨두의 감쇄가 큰 홍수파 모의에 효과적임을 알 수 있다.

## 4. 결 론

시간기중치 및 공간기중치를 고정하지 않는 Muskingum-Cunge방법에 대한 오차해석을 수행하였다. 오차해석 결과  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 합이 1.0이상인 경우에는 홍수파가 진행하면서 증폭되어 수치해가 발산하였다. 따라서  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 합은 1.0 이내가 되도록 선정해야 하며, 합이 1.0 부근인 경우에는 홍수파의 증폭 및 수치진동

의 발생에 주의해야 한다. 격자해상도가 낮으면 홍수파의 진폭이 크게 감소한다. 또한 홍수파의 진폭은  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 합이 작아짐에 따라 함께 감소한다. 따라서 주어진 문제의 물리적, 수치적 조건에 따라 홍수파의 확산 현상을 적절히 재현하기 위한  $\phi$ 와  $\epsilon$ 의 값을 산정하여야 할 것으로 사료된다. 격자해상도가 극히 낮은 경우에는 수치진동 및 홍수파의 상류이동 등 수치해가 물리적으로 타당하지 않은 결과를 보일 수 있으므로,  $L/\Delta x$ 는 4이상의 격자해상도를 가져야 한다. 수치실험과 자연하천에 대한 적용 결과, 공간기중치를 고정하지 않는 경우에는 전통적인 Muskingum-Cunge방법보다 첨두유량의 크기를 줄일 수 있어, 첨두의 감쇄가 큰 홍수파 모의에 효과적이다.

이상의 연구결과로부터, Muskingum-Cunge방법의 공간기중치를 고정하지 않는 경우 수문곡선의 첨두유량 감쇠율을 폭넓게 모의할 수 있음을 확인하였다. 또한 오차해석을 통한 Muskingum-Cunge방법의 거동특성 분석결과는, 본 모형의 적용시 수치적 인자의 선택에 활용할 수 있을 것으로 사료된다.

## 참 고 문 헌

- 김진수 (1995). “수리학적 유출모형에 의한 홍수추적: 선형 Muskingum-Cunge법을 이용한 단위유역의 추적.” *한국농공학회지*, 한국농공학회, 제37권, 제6호, pp. 59-69.
- 김진수 (1996). “선형 Muskingum-Cunge법에서의 수치적 인자의 변화가 유출특성에 미치는 영향.” *한국수자원학회지*, 한국수자원학회, 제29권, 제5호, pp. 139-150.
- 남선우, 박상우 (1985). “대류-확산 모델을 이용한 홍수추적에 관한 연구.” *한국수문학회지*, 한국수문학회, 제18권, 제3호, pp. 265-270.
- 이상호, 이길성 (1994). “Muskingum-Cunge 방법에

- 의한 남한강 홍수추적.” *한국수문학회지*, 한국수문학회, 제27권 제4호, pp. 105-114.
- 전무갑, 지홍기 (1996). “외부전단력 적용에 의한 균일 대칭 복단면에서의 하도추적.” *한국수자원학회지*, 한국수자원학회, 제29권, 제3호, pp. 217-228.
- Chaudhry, M.H. (1993). *Open-channel flow*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., pp. 407-417.
- Cunge, J.A. (1969). “On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method).” *J. of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 7, No. 2, pp. 205-230.
- Fread, D.L. (1976). *A dynamic model of stage-discharge relations affected by changing discharge*. NOAA Technical Memorandum NWS HYDRO-16, NOAA/NWS.
- Georgakakos, A.P., Georgakakos, K.P., and Baltas E.A. (1990). “A state-space model for hydrologic river routing.” *Water Resources Research*, Vol. 26, No. 5, pp. 827-838.
- Henderson, F.M. (1966). *Open channel flow*. Macmillan and Company, New York, pp. 355-404.
- Muthian, P., O'Connel, P.E., and Raju, K.G.R. (2001). “Field applications of a variable parameter muskingum mehtod.” *J. of Hydrologic Eng.*, ASCE, Vol. 6, No. 3, pp. 196-207.
- Ponce, V.M., Lohani, A.K., and Scheyhing, C. (1996). “Analytical verification of Muskingum-Cunge routing.” *J. of Hydrology*, Amsterdam, Vol. 174, pp. 235-241.
- Ponce, V.M., and Lugo, A. (2001). “Modeling looped ratings in Muskingum-Cunge routing.” *J. of Hydrologic Engineering*, ASCE, Vol. 6, No. 2, pp. 119-124.
- Ponce, V.M., and Yevjevich, V. (1978). “Muskingum-Cunge method with variable parameters.” *J. of Hydraulic Division*, ASCE, Vol. 104, No. 12, pp. 1663-1667.
- Szei, S., and Gaspar, C. (2000). “On the negative weighting factors in the Muskingum-Cunge scheme.” *J. of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 38, No. 4, pp. 299-306.

(논문번호:02-99/접수:2002.12.30/심사완료:2003.08.09)