

# 제르니케(Zernike) 계수를 이용한 20:1 줌 적외선 광학계 민감도 분석

최세철<sup>†</sup> · 김현숙 · 김창우 · 김연수 · 이국환 · 김현규

국방과학연구소 기술연구본부

⑨ 305-600 대전광역시 유성우체국 사서함 35-5

(2003년 3월 11일 받음, 2003년 7월 29일 수정본 받음)

증적외선 파장대역에서 20:1의 줌비를 갖는 줌 광학계의 광학부품 제작 및 조립/조정을 위한 공차분석, 효율적인 광축정렬 조작 확립, 물체의 원·근에 따른 초점조절 방안 수립을 위한 민감도 분석을 수행하였다. 민감도 분석에서는 제르니케(Zernike) 계수를 활용하는 방안을 제시하였으며 Code-V의 매크로 기능을 활용하여 모든 미소변위의 민감도 계수의 특성을 조사하는 방식을 도입하였다. 조사된 민감도 분석 결과를 바탕으로 줌 광학계의 광학부품 제작공차 및 조립공차를 도출하였으며 광축 정렬을 하기 위한 체계적인 정렬 로직을 수립하였다. 또한 광학계의 초점조절 방안 수립을 위한 시뮬레이션 과정에 민감도 분석 결과를 활용하였으며 분석 결과를 토대로 시스템을 단순하면서도 소형화시킬 수 있는 가장 효율적인 초점조절 방안을 수립하였다.

주제어 : sensitivity analysis, Zernike coefficients, alignment logic, focus control.

## I. 서 론

민감도 분석이란 이론적으로 설계된 광학계에 인위적으로 제작 및 조립상의 오차를 발생시켜서 광학계의 성능 변화를 해석하는 것을 말한다. 즉, 렌즈 제작시의 곡률반경 오차, 렌즈를 조작할 때의 위치 오차 및 렌즈의 틸트(tilt) 오차 등에 대해서 광학계의 성능이 얼마나 민감하게 반응하는지를 해석하는 것이다. 민감도 분석을 위한 광학성능 파라메타로는 주로 파면오차(Awave-front Error)가 사용된다. 파면오차는 제르니케 원형 다항식(Zernike Circle Polynomial)으로 표현 가능한데,<sup>[1,3]</sup> 제르니케 원형 다항식의 각 항의 계수는 광학계의 미소변위에 대해서 선형적으로 변하기 때문에 임의의 적당한 오차 범위 내에서의 선형적인 변화의 기울기, 즉 각 항의 제르니케 계수의 감도를 알면 다른 값의 오차에 대해서도 제르니케 계수의 값을 알 수 있다. 결국 광학계의 모든 미소변위에 대해서 모든 제르니케 계수를 알게 되면 광학계의 파면오차가 얼마나지 알 수 있다. 또한 제르니케 계수는 부호를 가지기 때문에 만일 초점 조정을 한다면 어떤 방향으로 해야 할지를 알려준다. 특히 변조전달함수, 즉 MTF(Modulation Transfer Function)는 광학계의 최종 성능을 규정하는 파라메타로는 널리 쓰이지 않지만 민감도 해석에 있어서는 파라메타 자체의 비선형성으로 인해 사용할 수 없다.

본 논문에서는 이러한 민감도 분석 기법을 증적외선 파장대역에서 F/# 2.5, 20:1의 줌비를 갖는 FLIR(Forward Looking InfraRed) 줌 광학계<sup>[2,6]</sup>에 적용하여 렌즈의 제작 및 조립공차 분석을 수행하였다. 또한 원거리에서 근거리 전환 시의 초점조절 방안에 대해서 정량적으로 분석하고 효율적인 방안을 제시하였다.

## II. 민감도 분석 파라메타

### 2.1. 파면오차와 제르니케(Zernike) 계수

광학계의 성능 파라메타로 쓰이는 파면오차  $W(\rho, \theta)$ 는 원통 Pupil인 경우에 다음과 같이 제르니케 원형 다항식(Zernike Circle Polynomial) 형태로의 맞춤(Fitting)<sup>[4]</sup> 가능하다.<sup>[3]</sup>

표 1. 직교규격화된 Zernike Circle Polynomial<sup>[1,3]</sup>

항	Zernike Polynomial	의미
1	1	Piston or constant term
2	$2\rho\sin\theta$	Tilt about y axis
3	$2\rho\cos\theta$	Tilt about x axis
4	$\sqrt{6}\rho^2\sin2\theta$	Astigmatism with axis at $\pm 45^\circ$
5	$\sqrt{3}(2\rho^2-1)$	Defocus
6	$\sqrt{6}\rho^2\cos2\theta$	Astigmatism with axis at $0^\circ$ or $90^\circ$
7	$\sqrt{8}\rho^3\sin3\theta$	Triangular astigmatism with base on x axis
8	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\sin\theta$	Third-order coma along x axis
9	$\sqrt{8}(3\rho^3-2\rho)\cos\theta$	Third-order coma along y axis
10	$\sqrt{8}\rho^3\cos3\theta$	Triangular astigmatism with base on y axis
11	$\sqrt{10}\rho^4\sin4\theta$	
12	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\sin2\theta$	
13	$\sqrt{5}(6\rho^4-6\rho^2+1)$	
14	$\sqrt{10}(4\rho^4-3\rho^2)\cos2\theta$	Third-order spherical aberration
15	$\sqrt{10}\rho^4\cos4\theta$	
16	$\sqrt{12}\rho^5\sin5\theta$	
17	$\sqrt{12}(5\rho^5-4\rho^3)\sin3\theta$	
18	$\sqrt{12}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho)\sin\theta$	
19	$\sqrt{12}(10\rho^5-12\rho^3+3\rho)\cos\theta$	
20	$\sqrt{12}(5\rho^5-4\rho^3)\cos3\theta$	
21	$\sqrt{12}\rho^5\cos5\theta$	

$$W(\rho, \theta) = C_1 Z_1(\rho, \theta) + C_2 Z_2(\rho, \theta) + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} C_i Z_i(\rho, \theta) \quad (1)$$

여기서  $\rho (= r/a, a$ 는 Pupil의 반경)는 극좌표계에서의 규격화된 반경( $0 < \rho < 1$ ),  $\theta$ 는 각도( $0 < \theta < 2\pi$ ),  $C_i$ 는 제르니케 계수,  $Z_i$ 는 제르니케 원형 다항식(Zernike Circle Polynomial)이다.  $Z_i$ 는 규격화된 직교 기저함수(Orthonormal Basis Function)로서 식 (1)과 같이 완전집합(Complete Set)을 이룬다. 흔히 간섭계를 이용한 측정이나 계산 등에 고려되는 주요 항을 정리하면 표 1과 같다.

제르니케 원형 다항식의 직교규격화 조건(Orthonormal Condition)은

$$\frac{\int_0^1 \int_0^{2\pi} Z_i(\rho, \theta) Z_j(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{\int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\theta} = \delta_{ij} \quad (2)$$

이고, 따라서 제르니케 계수  $C_i$ 는

$$C_i = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} W(\rho, \theta) Z_i(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta \quad (3)$$

이다.

## 2.2. rms 파면오차와 분산

파면오차  $W$ 의 분산(Variance)  $\sigma_w^2$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_w^2 = \overline{W^2(\rho, \theta)} - \overline{W(\rho, \theta)}^2 \quad (4)$$

여기서, 파면오차의 평균  $\overline{W(\rho, \theta)}$  는<sup>[3]</sup>

$$\overline{W(\rho, \theta)} = \frac{\int_0^1 \int_0^{2\pi} W(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{\int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\theta} = C_1 \quad (5)$$

으로서, 제르니케 계수의 첫 번째 항인 피스톤(Piston) 항과 일치한다. 즉, 피스톤 항을 제외한 모든 항들의 평균은 0이다. 한편, 파면오차의 제곱평균값(Mean Squared Value)  $W^2(\rho, \theta)$  은 식 (2)에 의해

$$\overline{W^2(\rho, \theta)} = \frac{\int_0^1 \int_0^{2\pi} W^2(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{\int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\theta} = \sum_{i=1}^{\infty} C_i^2 \quad (6)$$

이며, 따라서 분산  $\sigma_w^2$ 는

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=2}^{\infty} C_i^2 \quad (7)$$

이고, 표준편차  $\sigma_w$ 는 식 (8)과 같다.

$$\sigma_w = \sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} C_i^2} \quad (8)$$

우리가 흔히 광학계의 영상의 질을 평가하는데 유용하게 사용되는 rms 파면오차를 말할 때 표준편차  $\sigma_w$ 를 일컫는데, 왜냐하면 피스톤 항은 적절한 조정에 의해 쉽게 제거될 수 있기 때문이다. 또한 틸트 항의 계수  $C_2, C_3$ 도 광학계의 영상의 질(Image Quality)에는 영향을 주지 않으므로 rms 파면오차를

계산할 때 4번 항 이상의 계수만 고려한다.

## 2.3. 민감도(Sensitivity: Sij)

앞에서 언급한 제르니케 계수들은 MTF와는 달리 적은 양의 미소변위에 대해서 선형성(Linearity)을 갖는다. 이러한 특성을 이용하여 민감도 계수를 정의할 수 있는데, 미소변위  $\Delta L_j$ 에 대한 제르니케 계수의 변화  $\Delta C_i$ 는<sup>[4]</sup>

$$\Delta C_i = \sum_j \frac{\partial C_i}{\partial L_j} \Delta L_j \quad (9)$$

와 같이 표현되며, 여기서 민감도  $S_{ij}$ 는

$$S_{ij} = \frac{\partial C_i}{\partial L_j} \quad (10)$$

이다. 즉, 제르니케 계수의 모든 미소변위에 대한 민감도를 구하면 임의의 미소변위가 발생했을 때의 총 제르니케 계수의 변화  $\Delta C_i$ 를 구할 수 있다. 예를 들면, 일반적으로 광학계의 축상이동(Defocus)은 초점이동(Defocus:  $C_5$ ) 수차  $\Delta C_{5j}$ 를 야기시키는데, 모든 렌즈의 축상이동에 대한  $C_5$ 의 민감도  $S_{5j}$ 를 알면 총 발생하는  $\Delta C_5$ 의 값은 각각의 미소변위에 의해 발생하는  $\Delta C_{5j}$ 의 합으로 구해진다.

미소변위는 크게 축상 변위와 비축상 변위로 나눌 수 있다. 축상 변위는 렌즈의 곡률반경 오차와 축상이동이 있는데, 주로 초점이동(Defocus:  $C_5$ ), 구면수차(Spherical Aberration:  $C_{13}$ ) 와 같이 축상 수차를 발생시킨다. 비축상 변위는 편심(Decenter)과 틸트(Tilt)가 있는데, 주로 비점수차(Astigmatism:  $C_4, C_6$ ), 코마(Coma:  $C_8, C_9$ )와 같이 비축상 수차를 유발한다.

## III. 민감도 분석

### 3.1. 적외선 줌 광학계 구성도(Layout)

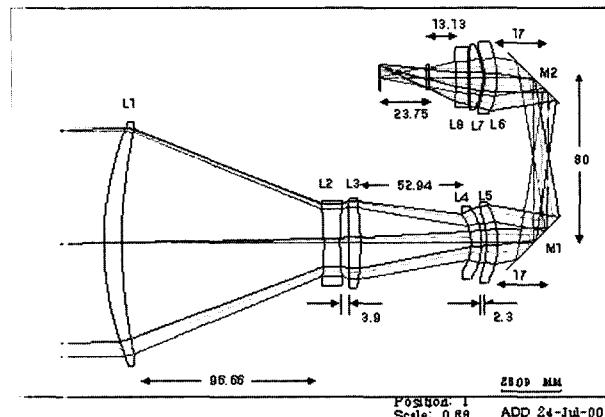
그림 1은 줌 광학계의 구성도이며 표 2는 광학계의 시스템 사양이다. 시스템 배율은 최고 20배에서 최저 1배까지 연속적 가변이 가능하며 파장대역은 중적외선 대역으로 3.7~4.8 μm이고 광학계 F수는 F/2.5이다. 광학계는 대물렌즈, 배율렌즈, 보상렌즈 각각 1매, 결상렌즈군 2매, 연결렌즈군 3매로 총 8매로 구성되어 있으며, 광학계의 분해능 향상과 콤팩트한 구성을 위해 미세주사거울 2매를 이용하여 결상렌즈군과 연결렌즈 군이 연결된다. 줌 광학계의 배율변화는 배율렌즈와 보상렌즈를 이동시킴으로써 이루어지며 각 렌즈의 총 이동거리는 각각 68.0 mm, 42.0 mm이다.

표 3은 민감도 분석을 위해 수행된 줌 위치를 나타낸 것으로 20:1의 줌 구간 중 대표성을 가지는 총 9개의 줌 위치에 대해서 분석을 수행하였으며 각각의 미소변위에 대한 민감도는 Code-V의 매크로 프로그램 기능을 사용하였다.<sup>[5]</sup>

### 3.2. 제르니케 계수의 민감도 분석(Sensitivity Analysis)

제르니케 계수는 임의의 작은 양의 미소변위에 대해서 선형성을 갖는다. 그림 2는 임의의 변위에 대한 제르니케 계수의 변화의 한 예이다. 즉, 임의의 미소변위 구간에서는 선형성을

## • 최고배율(20배)



## • 초저배율(1배)

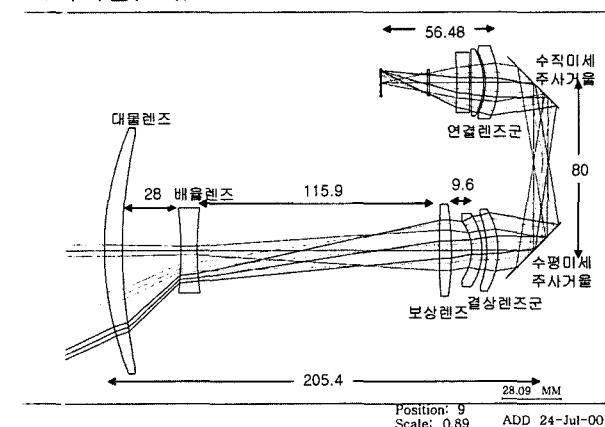


그림 1. 줌 광학계 구성도.

## 2. 줌 광학계 시스템 사양

파장대역(Wave Band)	3.7 $\mu\text{m}$ ~4.8 $\mu\text{m}$
중심파장(Center Wavelength)	4.2 $\mu\text{m}$
구경(Aperture)	최고배율(×20) 110 mm 최저배율(×1) 5.5 mm
줌 비(Zoom Ratio)	20 : 1
줌광학계 시계	최고배율(×20) 2.0 $\times$ 1.5° 최저배율(×1) 40 $\times$ 30°
줌광학계 초점거리	최고배율(×20) 275.0 mm 최저배율(×1) 13.75 mm
F-Number	F/2.5
투과율(Transmission)	≥ 70%

## 3. 민감도 분석에 사용된 줌 위치

zoom#	초점거리[mm]	배율	반시계[deg]
z1	274.528	20.0	1.25
z2	240.639	17.5	1.43
z3	206.248	15.0	1.67
z4	171.875	12.5	2.00
z5	137.506	10.0	2.50
z6	103.125	7.5	3.33
z7	68.750	5.0	5.00
z8	34.375	2.5	10.00
z9	13.750	1.0	25.00

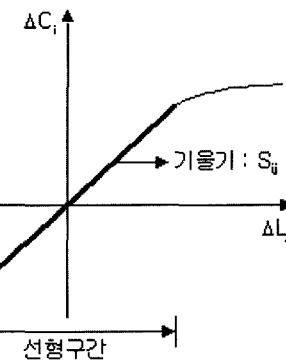


그림 2. 미소변위에 대한 제르니케 계수의 변화 특성.

가지며 그 때의 기울기가 민감도이다. 그러나 제르니케 계수의 변화가 선형구간을 벗어나면 선형성을 잃어버리므로 민감도를 구할 때 미소변위량을 적절히 선택해야 한다.

## 3.2.1 제르니케 계수의 축상 변위에 대한 민감도 특성

일반적으로 렌즈를 제작할 때, 곡률반경 오차는 0.1%, 두께 공차는 0.1 mm로 적용하여 제작하고 축상 조립오차는 0.1 mm로 한다. 본 민감도 분석에서는 제르니케 계수의 축상 변위에

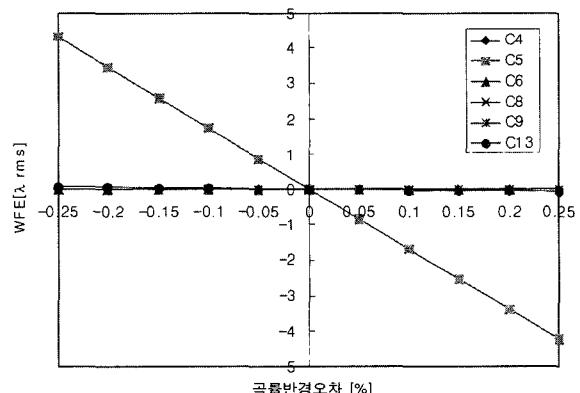
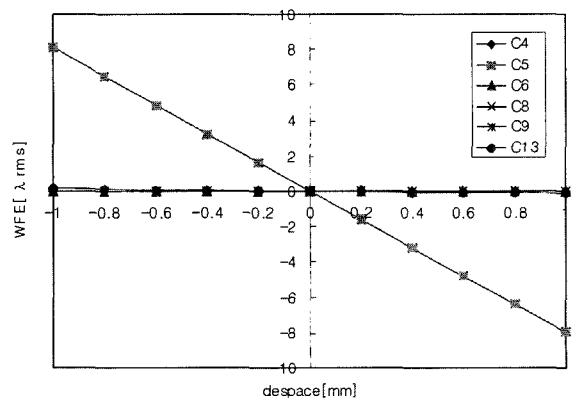
대물렌즈 (L1) 앞면의 곡률반경오차에 따른 Zernike 계수의 변화 ( $\lambda = 4.2 \mu\text{m}$ )대물렌즈 (L1) 앞면의 despace에 따른 Zernike 계수의 변화 ( $\lambda = 4.2 \mu\text{m}$ )

그림 3. 대물렌즈의 곡률반경 오차와 축상이동(Despace)에 따른 민감도 특성.

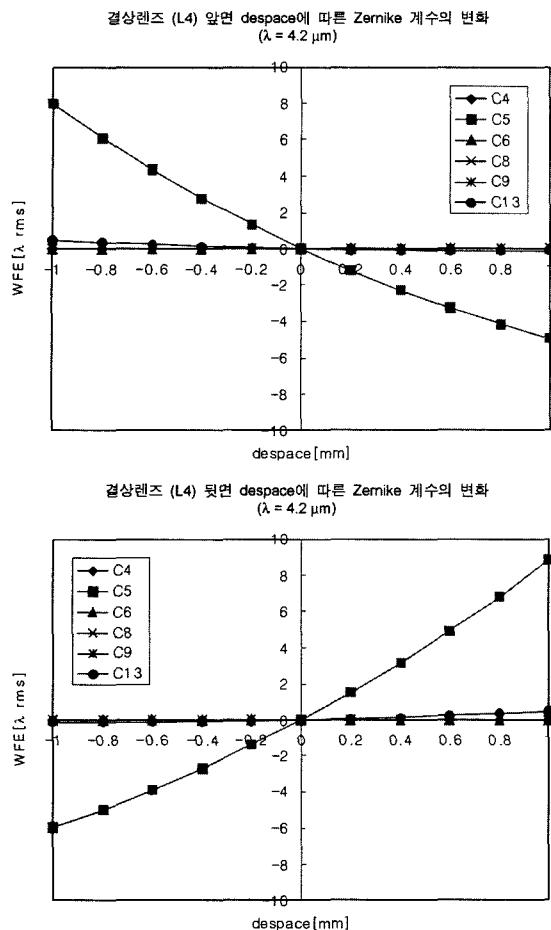


그림 4. 결상렌즈(L4)의 축상이동(1 mm 범위)에 따른 제르니케 계수의 변화.

대한 민감도 특성을 위해 곡률반경 오차는 최대 0.25% 까지, 렌즈의 두께 및 축상거리는 초점조절 혹은 비열화 보정을 위해서 렌즈를 이동시키는 경우가 있으므로 1.0 mm까지 변화시켜 민감도 특성을 조사하였다.

그림 3은 대표적으로 대물렌즈 앞면의 곡률반경 오차와 축상이동(Despacing)에 따른 중 위치  $z_1$ 에서 민감도 특성을 나타낸 것이다. 즉, 대물렌즈 앞면의 곡률반경 오차와 축상이동은 주로 제르니케 계수 중에서 초점이동(Defocus)  $C_5$ 를 발생시킬 수 있으며, 약간의 구면수차  $C_{13}$ 도 발생되지만 상대적으로 무시할 정도임을 알 수 있다.

모든 축상변위에 대해서 민감도 특성을 조사한 결과 대부분 정해진 구간 내에서 선형성을 가졌으나 결상렌즈군의 두 렌즈는 축상이동 구간 1.0 mm에서 선형성을 상실하였다. 그러나 결상렌즈는 초점조절을 위해 움직이는 가변 파라메타가 아니므로 0.1 mm 이내에서만 선형성을 가진다면 별로 문제가 되지 않을 것으로 판단되었으며, 0.1 mm 이내에서는 두 렌즈 모두 선형성을 가짐을 확인하였다. 그림 4는 결상렌즈군 중에서 앞에 위치한 렌즈(L4)의 앞면과 뒷면의 축상이동에 대한 제르니케 계수의 변화를 나타낸 것이며, 그림 5는 0.1 mm 이내에서의 결상렌즈군 중 앞에 위치한 렌즈(L4)의 앞면과 뒷면의 축상이동에 대한 제르니케 계수의 변화를 나타낸 것이다.

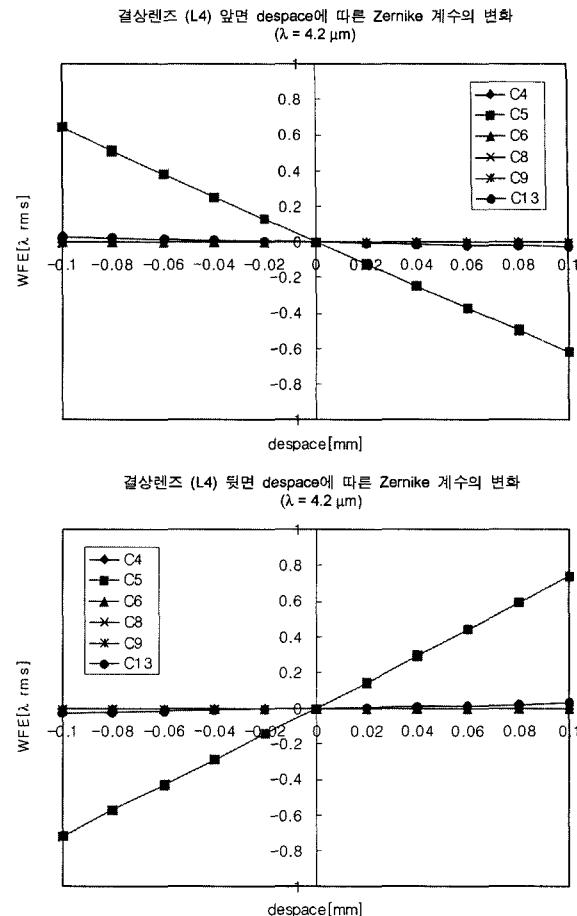


그림 5. 결상렌즈(L4)의 축상이동(0.1 mm 범위)에 따른 제르니케 계수의 변화

### 3.2.2 제르니케 계수의 비축상 변위에 대한 민감도 특성

비축상 변위는 편심(Decenter)과 틸트(Tilt)를 말하며 렌즈를 제작할 때 렌즈 면의 편심과 틸트 오차는 조립공차에 비해 작으므로 통상적인 조립오차 범위인 0.1 mm까지 제르니케 계수의 변화를 분석하였다. 여기서 틸트의 경우는 설계된 렌즈의 직경이 대물렌즈를 제외하고는 거의 40.0 mm 근처이므로 렌즈 최외곽에서 0.1 mm 조립오차에 의한 틸트 양을 각도(mrad)로 환산하여 5 mrad 까지 조사하였다.

분석결과 축상변위와 마찬가지로 모든 렌즈의 편심과 틸트에 대한 제르니케 계수의 변화는 최고배율(20배,  $z_1$ )에서 가장 민감하였으며, 최고배율에서  $y$ 축 편심 중에 제일 민감한 파라메타인 연결렌즈 2(L7)의  $y$ 축 편심과  $x$ 축을 중심으로 한 틸트 중에 제일 민감한 파라메타인 연결렌즈 3(L8)의  $x$ 축 틸트에 대한 제르니케 계수의 변화를 나타내면 그림 6과 같다. 비축상 변위에 따른 비점수차  $C_4, C_6$ 는 시계 중심에서는 발생하지 않으며 이상적인 경우 시야각에 따라 선형적으로 발생한다. 그림 6은 최외곽 시야각(Field Angle)에서 계산된 것을 나타낸 것이다. 코마  $C_8, C_9$ 는 시야각에 따라 일정하게 발생된다. 그림 6에 의하면 연결렌즈 3의 틸트의 경우는 선형적이지만 연결렌즈 2의 편심의 경우는 선형적이지 않다. 최대 0.1 mm 편심과 -0.1 mm 편심을 비교했을 때, 모든 제르니케 계수들이

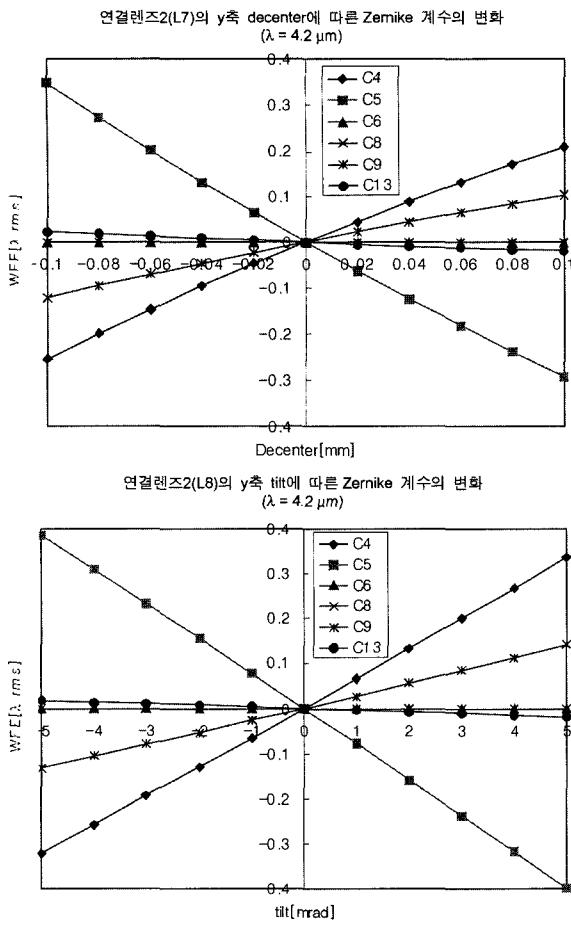


그림 6. 비축상 변위에 의한 제르니케 계수의 변화.

20% 정도의 차이를 보였다. 따라서 민감도를 산출할 때 그간의 기울기를 평균하는 방법으로 민감도를 구하였다. 또 편심, 틸트에 의해 초점이동 C5, 비점수차 C4, 코마 C9의 으로 발생하였으며, 초점이동 C5가 가장 많이 발생하고 구 스트 C13은 상대적으로 무시할 정도로 작음을 알 수 있다. 외곽 시계에서는 비축상 변위에 의해 비점수차, 코마 등과 이 수차가 발생하여 영상의 질을 저하시키는 것 외에 초점 등의 발생에 의해서도 영상의 질에 영향을 준다.

### 3.2.2 줌 위치에 따른 각 렌즈의 초점이동(Defocus) 민감도 변화

그림 1의 줌 광학계를 잘 살펴보면 대물렌즈(L1), 배율렌즈(L2), 보상렌즈(L3)는 줌 위치에 따라서 광선의 진행이 서로 다른 양상을 보이며 결상렌즈 이후(L4-L8)의 렌즈에서는 모든 줌 위치에 대해 광선의 진행이 서로 같다. 따라서, L1부터 L7까지의 렌즈는 제르니케 계수의 미소변위에 대한 민감도가 줌 위치에 따라 서로 다르며, L4부터 L8까지의 렌즈는 민감도가 서로 같음을 예측할 수 있다.

그림 7은 줌 위치에 따른 초점이동(Defocus)의 민감도를 나타낸 것으로 위에서 언급한 바와 같이 대물렌즈, 배율렌즈, 보상렌즈는 줌 위치에 따라서 민감도가 서로 다르지만 결상렌즈의 경우는 줌 위치에 따라서 일정한 민감도를 가진다. 결상

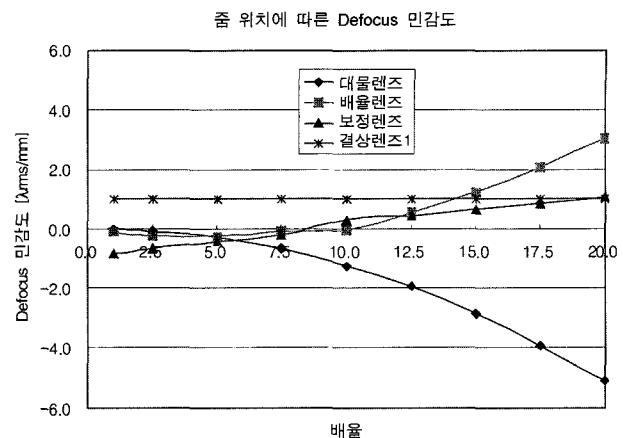


그림 7. 줌 위치에 따른 초점이동(C5)의 민감도 특성.

렌즈 2와 연결렌즈군 3매의 렌즈도 결상렌즈 1의 경우와 미찬가지로 줌 위치에 따라 일정한 민감도를 갖는다.

대물렌즈는 줌 구동을 위해 사용되는 배율렌즈, 보상렌즈와는 다른 양상을 보이는데, 고배율에서 제일 민감하며 저배율 일수록 덜 민감하다. 또한 민감도의 부호가 모든 줌 위치에서 (-)로 동일하며, 최저배율(1배)에서 거의 0에 가깝다. 즉, 최저 배율에서는 약간의 축상오차가 있어도 광학계의 성능에 영향을 주지 않지만, 최고배율에서는 많은 초점이동 수차를 발생시킨다.

그림에서 보면 배율렌즈와 보상렌즈는 8배 근처에서 민감도의 부호가 바뀌는 양상을 보이며 고배율 영역에서는 배율렌즈가 더 민감하며 저배율 영역에서는 보상렌즈가 더 민감하다. 8배 근처에서는 거의 민감도가 0에 가까움을 알 수 있으며 이러한 각 렌즈별 줌 위치에 따른 민감도 특성은 초점 조절방식을 마련하는데 있어서 중요한 정보가 된다.

## IV. 민감도 분석의 적용

### 4.1. 렌즈의 제작 및 조립공차

표 4는 광학계의 곡률반경 오차와 축상 변위에 대한 초점이동량(단위 :  $\lambda_{\text{rms}}$ ,  $\lambda = 4.2 \mu\text{m}$ )과 구면수차량(단위 :  $\lambda_{\text{rms}}$ ,  $\lambda = 4.2 \mu\text{m}$ )을 나타낸 것으로 곡률반경 오차의 경우 0.1%의 제조 오차가 발생했을 때의 초점이동과 구면수차량을, 축상변위의 경우 0.1 mm의 조립오차가 발생했을 때의 초점이동과 구면수차량을 나타낸 것이다.

곡률반경 오차에 대한 허용공차를 0.1% 정도로 적용하여 제작하려 한다면 표 4를 살펴 볼 때 렌즈 1의 경우 즉, 대물렌즈가 축상 수차를 가장 많이 발생시키므로 대물렌즈에 대한 곡률반경 허용공차는 0.05%로 엄격하게 규제할 필요가 있을 수 있다. 표에서 각 렌즈의 곡률반경 오차가 0.1%, 조립오차가 0.1 mm로 발생하는데 최악의 경우 초점이동 수차 C5를 +의 양으로만 발생시키면 줌 1(20배)의 위치에서 7.  $\lambda_{\text{rms}}$ 의 초점이동 수차가 생기는데 이를 제거하기 위해서 렌즈 2를 축상으로 이동시키면(ZDE\_L2) -3.33 mm의 조정이 필요하다. 이는 기계적인 측면에서 볼 때 다소 많은 양이 될 듯

표 4. 광학계 곡률반경 오차와 축상변위에 의한 초점이동(C5)과 구면수차(C13)

(in  $\lambda_{rms}$ )

Error [% mm]	Zoom1 (20배)		Zoom5 (10배)		Zoom9 (1배)	
	C5	C13	C5	C13	C5	C13
$\Delta R_{fL1}$	-0.1	1.7090	0.0241	0.4193	0.0017	0.0040
$\Delta R_{bL1}$	0.1	0.9383	0.0140	0.2297	0.0009	0.0022
$\Delta z_{L1}$	-0.1	0.5114	0.0086	0.1245	0.0006	0.0011
$\Delta R_{fL2}$	0.1	0.1789	0.0034	0.0643	0.0005	0.0028
$\Delta R_{bL2}$	0.1	0.1803	0.0028	0.0669	0.0005	0.0031
$\Delta z_{L2}$	0.1	0.3033	0.0073	-0.0038	0.0002	-0.0130
$\Delta R_{fL3}$	-0.1	0.0756	0.0009	0.0574	0.0006	0.0237
$\Delta R_{bL3}$	-0.1	0.1751	0.0019	0.1330	0.0014	0.0540
$\Delta z_{L3}$	0.1	0.1071	0.0008	0.0284	0.0002	-0.0859
$\Delta R_{fL4}$	0.1	0.3120	0.0089	0.3118	0.0092	0.3121
$\Delta R_{bL4}$	-0.1	0.2987	0.0076	0.2985	0.0079	0.2988
$\Delta z_{L4}$	0.1	0.0984	0.0002	0.0984	0.0003	0.0984
$\Delta R_{fL5}$	0.1	0.1536	0.0036	0.1536	0.0038	0.1537
$\Delta R_{bL5}$	-0.1	0.2238	0.0067	0.2237	0.0070	0.2239
$\Delta z_{L5}$	-0.1	0.0921	-0.0003	0.0921	-0.0001	0.0921
$\Delta R_{fL6}$	-0.1	0.2261	0.0022	0.2261	0.0026	0.2261
$\Delta R_{bL6}$	0.1	0.2492	0.0036	0.2492	0.0040	0.2492
$\Delta z_{L6}$	-0.1	0.2392	0.0116	0.2391	0.0199	0.2392
$\Delta R_{fL7}$	-0.1	0.2013	0.0010	0.2013	0.0013	0.2014
$\Delta R_{bL7}$	0.1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\Delta z_{L7}$	-0.1	0.1752	-0.0043	0.1754	-0.0039	0.1750
$\Delta R_{fL8}$	0.1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\Delta R_{bL8}$	0.1	0.0443	0.0003	0.0443	0.0004	0.0443
$\Delta z_{L8}$	0.1	0.3691	0.0065	0.3692	0.0071	0.3690
$\Delta z_{FP}$	0.1	0.1366	0.0003	0.1366	0.0005	0.1367
Total		6.9984	0.1119	3.9390	0.0585	2.8118
						0.0487

 $\Delta R_{fL1}$  : 렌즈 1의 앞면의 곡률반경 오차[단위:%] $\Delta R_{bL1}$  : 렌즈 1의 뒷면의 곡률반경 오차[단위:%] $\Delta z_{L1}$  : 렌즈 1의 축상 조립 오차[단위:mm] $\Delta z_{FP}$  : 초점면의 축상 조립 오차[단위:mm]

도 있기 때문에 이러한 민감도 분석을 수행해서 적절한 오차 범위를 정하면 매우 효율적이다.

렌즈의 틸트 혹은 편심에 의해서는 초점이동(C5), 코마(C8, C9), 비점수차(C4, C6), 구면수차(C13)가 발생하는데 0.1 mm 공간적인 오차를 기준으로 생기는 틸트, 편심에 의해서 발생하는 수차를 계산하면 표 5와 같다. 표에서 틸트의 오차 범위가 렌즈마다 서로 다른 이유는 렌즈의 가장자리에서 0.1 mm의 오차가 발생했을 때의 틸트 양을 기준으로 했기 때문이며 즉, 렌즈의 구경이 클수록 발생되는 틸트의 양이 작음을 알 수 있다.

위의 비축상 변위에 의해서 발생하는 수차는 최고배율에서 가장 많이 발생하므로 표 5의 계산된 수차는 최고배율의 최외곽 시계에서의 수차의 양을 나타낸 것이다. 구면수차의 양은 표에서 보인 바와 같이 무시할 수 있으며, 초점이동, 비점수차, 코마의 순으로 발생함을 알 수 있다. 만약 최악의 경우로 비

축상 변위가 발생한다면 표 5에 나타낸 바와 같이 매우 큰 양의 초점이동, 비점수차가 발생하므로 상당히 많은 양의 광학성능 저하가 발생할 소지가 있으나, 확률적으로 비축상 변위의 방향이 서로 상쇄되는 방향으로도 발생할 수 있기 때문에 rms 경우로 따지면 초점이동 0.8  $\lambda_{rms}$ , 비점수차 0.6  $\lambda_{rms}$ , 코마 0.3  $\lambda_{rms}$ 로 최외곽 시계임을 고려하면 이 정도의 수차 발생은 받아 들일 수 있는 양으로 판단된다. 따라서 비축상 변위에 대한 허용공차를 정리하면 모든 렌즈의 모든 방향(x, y, z 방향)으로 발생할 수 있는 변위는 0.1 mm 이내에 있어야 한다.

#### 4.2. 광축정렬 로직(Alignment Logic)

결정된 제작 및 조립오차로 광학계가 초기 조립되었을 때 비축상 오차는 미세조정이 필요 없지만 축상오차에 의해 발생

되는 초점이동은 미세조정으로 제거해야 한다. 이러한 상면의 초점이동을 제거하기 위한 미세조정은 최고배율에서 배율렌즈, 중배율에서는 결상렌즈 1, 최저배율에서는 보상렌즈로 초점이동을 제거하도록 하였으며, 그림 7의 각 렌즈의 민감도 특성과 결과를 살펴보면 다음과 같은 광축정렬로직을 세울 수 있다.

초점이동 미세조정 첫 단계는 8배 중배율에서 시작하도록 했다. 8배가 아닌 다른 줌 위치에서 배율렌즈, 보상렌즈를 구리 조정해도 중배율에서는 결상렌즈 1로 한 번만 조정하면 초점이동이 더 이상 발생하지 않기 때문이다. 그 다음 단계는 최저배율 위치에서 보상렌즈로 초점이동을 제거한다. 왜냐하면 최저배율에서는 최고배율의 배율렌즈 조정에 의한 최고배율에서의 초점이동 발생량이 적기 때문이다. 마지막 단계

로 최고배율에서 배율렌즈를 조정하여 초점이동을 완전히 제거하면 미세조정이 끝나게 된다. 배율렌즈는 8배의 중배율에서는 표에서 보는 것처럼 민감도가 거의 0이지만 최저배율에서는 약간의 민감도를 가진다. 따라서 최저배율에서 보상렌즈로 다시 한 번 조정하고 최고배율에서 배율렌즈로 마무리하면 모든 줌 위치에서 초점이동이 요구되는 수준 이하로 완전히 제거된다. 광축정렬 전에 초기 조립된 광학계의 초점이동 양이 크면 클수록 최저배율과 최고배율의 조정의 반복횟수가 많아질 수 있다. 그러나 어떠한 경우이더라도 중배율은 처음 한번만 조정하면 더 이상 조정을 필요로 하지 않는다.

표 6은 위와 같은 조립/조정 로직으로 엑셀 프로그램을 이용하여 시뮬레이션한 결과이다. 초기 조립 시 제작 및 조립공차의 최대 오차와 초점이동 합이 최대가 되는 worst case를

表 5. 렌즈의 틸트, 편심에 의해서 발생하는 수차

disp#	disp	Error	Field 3				Zoom 1	
			C4	C5	C6	C8	C9	C13
1	$\Delta\theta_{x,L1}$ [mrad]	-1.5	-0.0320	0.0288	0.0000	0.0000	-0.0297	-0.0007
2	$\Delta y_{L1}$ [mm]	-0.1	-0.0046	0.0027	0.0000	0.0000	0.0144	-0.0005
3	$\Delta\theta_{x,L2}$ [mrad]	5.0	-0.1239	0.0735	0.0000	0.0000	-0.1166	-0.0028
4	$\Delta y_{L2}$ [mm]	-0.1	-0.0023	0.0197	0.0000	0.0000	-0.0133	-0.0011
5	$\Delta\theta_{x,L3}$ [mrad]	-5.0	-0.1305	0.1227	0.0000	0.0000	0.0218	0.0008
6	$\Delta y_{L3}$ [mm]	0.1	-0.0062	0.0253	0.0000	0.0000	0.0001	-0.0024
7	$\Delta\theta_{x,L4}$ [mrad]	-5.0	-0.0934	0.1429	0.0000	0.0000	0.0679	0.0101
8	$\Delta y_{L4}$ [mm]	0.1	-0.1132	0.1516	0.0000	0.0000	0.0719	0.0095
9	$\Delta\theta_{x,L5}$ [mrad]	5.0	-0.0888	0.1495	0.0000	0.0000	0.0631	0.0091
0	$\Delta y_{L5}$ [mm]	-0.1	-0.1199	0.1570	0.0000	0.0000	0.0666	0.0086
1	$\Delta\theta_{x,L6}$ [mrad]	5.0	-0.3028	0.4181	0.0000	0.0000	-0.1819	0.0318
2	$\Delta y_{L6}$ [mm]	0.1	-0.1826	0.2511	0.0000	0.0000	-0.1042	0.0179
3	$\Delta\theta_{x,L7}$ [mrad]	5.0	-0.0930	0.0169	0.0000	0.0000	0.0459	-0.0071
4	$\Delta y_{L7}$ [mm]	-0.1	-0.2309	0.3199	0.0000	0.0000	-0.1129	0.0211
5	$\Delta\theta_{x,L8}$ [mrad]	-5.0	-0.3295	0.3925	0.0000	0.0000	-0.1378	0.0183
6	$\Delta y_{L8}$ [mm]	0.1	-0.0546	0.0690	0.0000	0.0000	-0.0114	0.0013
7	$\Delta\theta_{x,FP}$ [mrad]	5.0	0.0000	0.0416	0.0000	0.0000	-0.0009	0.0001
8	$\Delta y_{FP}$ [mm]	0.1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Total	worst case		-1.9082	2.3829	0.0000	0.0000	-0.3570	0.1140
	rms		0.6130	0.7834	0.0000	0.0000	0.3339	0.0503

$\Delta\theta_{x,L1}$ : 렌즈 1의 x축을 중심으로 한 회전[단위:mrad]

$\Delta y_{L1}$ : 렌즈 1의 y축 방향 오차[단위:mm]

表 6. 광축정렬로직을 이용한 광학계 조립/조정 시뮬레이션 결과

in mm										
in $\lambda_{\text{mm}}$										
	Zoom1 (20배)		Zoom3 (15배)		Zoom5 (10배)		Zoom7 (5배)		Zoom9 (1배)	
	C5	C13	C5	C13	C5	C13	C5	C13	C5	C13
기수차	5.675	0.093	5.051	0.076	4.487	0.066	4.003	0.060	3.615	0.057
세주사거울 조정에 의한 보정수차	-3.432	0.018	-3.430	0.020	-3.429	0.020	-3.429	0.018	-3.429	0.016
율렌즈 조정에 의한 보정수차	-1.466	-0.03	-0.997	-0.020	-0.594	-0.010	-0.266	-0.004	0.018	-0.001
상렌즈 조정에 의한 보정수차	-0.777	-0.006	-0.624	-0.004	-0.463	-0.003	-0.305	-0.002	-0.206	-0.001
잔류수차	-0.001	0.069	0.000	0.072	0.001	0.073	0.002	0.072	-0.003	0.071
RSS					0.004					

고려하면 최고배율(20배)  $5.7 \lambda_{rms}$ , 중배율(10배)  $4.5 \lambda_{rms}$ , 저 배율  $3.6 \lambda_{rms}$ 의 초점이동 파면오차가 발생하는데, 위의 로직을 적용하면 모든 줌 위치에서 초점이동 파면오차는 0에 수렴함을 알 수 있다.

### 4.3. 초점조절 방안

관측하는 물체의 원근에 따른 광학계의 초점조정은 일반적으로 대물렌즈를 이용한다. 그러나 민감도 분석의 대상이 된 적외선 광학계는 대물렌즈의 직경이 117 mm로 가시광선을 사용하는 일반 광학계에 비해서는 대구경 광학계로 여기에 조정 메카니즘을 두는 것은 시스템 신뢰도와 소형화 측면에서 별로 좋은 방법이 아니다. 따라서 대안으로 고려될 수 있는 방안은 줌 구동을 위해서 조정 메카니즘이 이미 장착되어 있는 배율렌즈와 보상렌즈를 이용하는 것이다.

그림 8은 줌 광학계가 무한대의 물체를 보다가 근거리 100 m의 물체를 보았을 때 발생하는 초점이동 파면오차를 줌 위치 별로 나타낸 것으로 고배율일수록 초점이동 파면오차가 많이 발생함을 알 수 있다. 최고배율(20배)에서 최대  $1.0 \lambda_{rms}$  정도

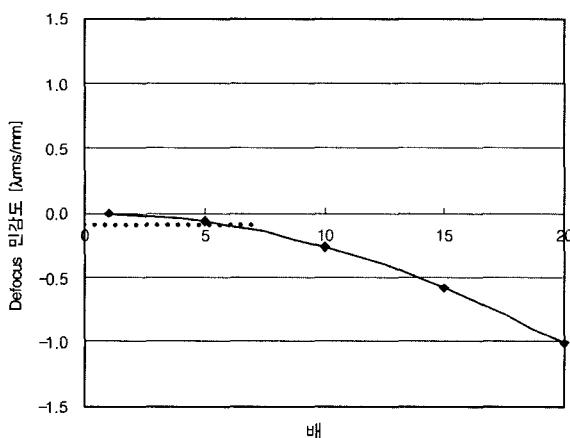


그림 8. 근거리(100 m) 변환 시 줌 위치에 따라 발생하는 초점이동( $C_s$ ) 파면오차

의 초점이동 파면오차가 발생하는데, 이러한 초점이동 양이 과연 얼마나 MTF 성능을 저하시키는지 알아보기 위해 Code-V를 이용하여 through focus MTF를 계산하였다.

그림 9는 설계된 적외선 줌 광학계의 최고배율에서 분해능 판단의 기준 공간주파수인 25 cycles/mm에 대해 through focus MTF를 나타낸 것이다. 광학계의 MTF 값이 0.5일 때 이 값은 회절한계 MTF를 적용하여 계산한 시스템 MTF 성능을 25% 정도 저하시키는 수준이다. 즉, 광학계의 최종 MTF 값이 0.5 이상 요구된다면 허용되는 초점면의 초점이동 범위는  $\pm 0.06$  mm 정도이다. 이것을 앞에서 구한 초점면의 민감도를 이용하면 허용 가능한 초점이동 파면오차를 구할 수 있다. 즉, 초점면의 민감도는 모든 줌 위치에서  $1.366 \lambda_{rms}/mm$ 이므로, 초점면에서  $0.06$  mm의 초점이동이 발생하면  $0.08 \lambda_{rms}$ 의 초점이동 파면오차가 발생하게 된다. 바꾸어 말하면 광학계에서 어떤 요인에 의해  $0.08 \lambda_{rms}$ 의 초점이동 파면오차가 발생하면 광학계의 MTF 성능을 회절한계에 대해 25% 정도 저하시키는 요인이 된다. 따라서 초점조절 시 요구되는 잔류 초점이동 파면오차는  $0.08 \lambda_{rms}$  이하의 값을 가져야 한다.  $0.08 \lambda_{rms}$ 는

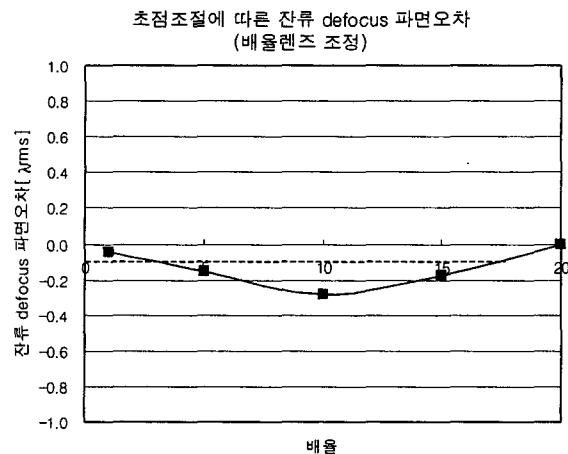


그림 10. 최고배율에서 배율렌즈로 초점조절하였을 경우의 줌 위치별 잔류 초점이동 파면오차

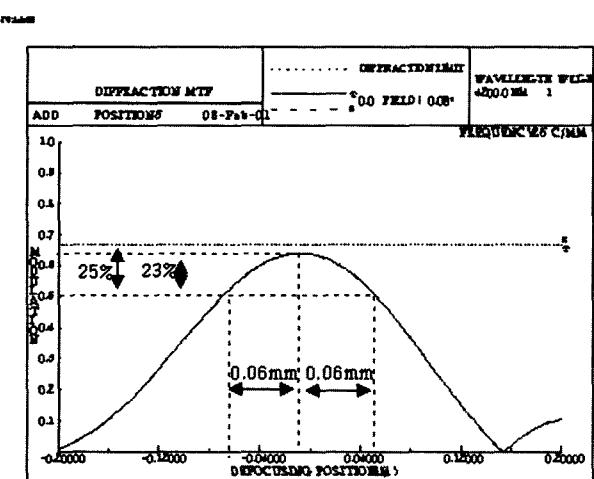


그림 9. 임의의 줌 위치에서의 Through Focus MTF 특성(공간주파수 : 25 cycles/mm).

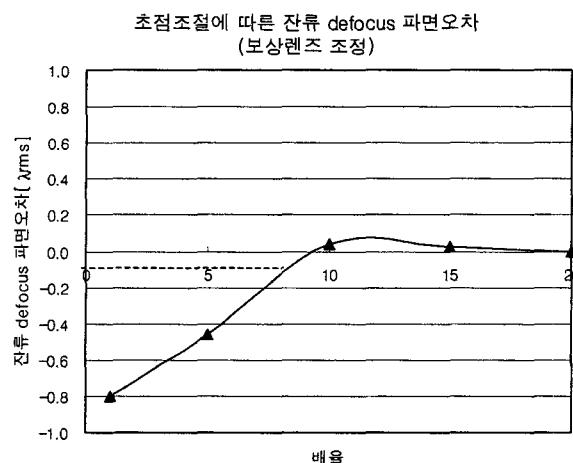


그림 11. 최고배율에서 보상렌즈로 초점조절하였을 경우의 줌 위치별 잔류 초점이동 파면오차.

④ 1 Rayleigh 한계( $\lambda/4$  Peak-to-Valley)에 해당하는 양이다  
 그림 11에서 1배에서 6배 근처까지는 따로 초점 조절이 필요  
 않으나 그 이상의 배율에서는 초점 조절이 필요함을 알 수  
 있다.  
 그림 8에 나타낸 바와 같이 줌 위치에 따라서 서로 다른  
 ① 초점이동 파면오차가 발생할 때 이를 보상하기 위한 방  
 ② 렌즈의 초점이동 민감도가 각 줌 위치에서 서로 다  
 ③ 특성을 가져야 한다. 만약 모든 줌 위치에서 초점이동 민  
 ④ 감도가 같다면 하나의 줌 위치에서 렌즈를 축상으로 이동시켜  
 ⑤ 조정을 완벽하게 한다고 해도 다른 줌 위치에서는 여전  
 ⑥ 초점이동 파면오차가 남아있게 된다. 따라서 그림 10에서  
 ⑦ 비와 같이 줌 위치에 따라 서로 다른 민감도를 갖는 배  
 ⑧ 렌즈와 보상렌즈를 초점조절에 사용하는 경우에 대하여 분  
 ⑨析하면 다음과 같다.

### 3.1 배율렌즈를 이용하여 초점조절 하는 경우

그림 7은 100 m의 근거리 물체에 대해 배율렌즈를 조정하여 그 배율(20배)에서 초점이동을 완전히 제거하였을 경우 다른 줌 위치에 남아있는 잔류 초점이동 파면오차를 계산한 것으로 그림 10은 이를 도식화 한 것이다. 그래프를 살펴보면 최고배율과 초저배율 근처에서는 허용치인  $0.08 \text{ } \mu\text{rms}$  이내의 초점이동 파면오차를 가지지만 3배에서 17배의 범위에서는 허용치를 벗어나므로 적절한 방법이 될 수 없다. 즉, 거의 모든 줌 위치에서 초점 조절을 필요로 하기 때문에 매우 비효율적이며 그의 운용적 측면에서 현실적이지 않다.

### 3.2 보상렌즈를 이용하여 초점조절 하는 경우

그림 8은 100 m의 근거리 물체에 대해 배율렌즈를 조정하여 그 배율(20배)에서 초점이동을 완전히 제거하였을 경우 다른 줌 위치에 남아있는 잔류 초점이동 파면오차를 계산한 것으로 그림 11에 보였다. 그림을 살펴보면 8배 근처에서 최고

배율까지는 허용치인  $0.08 \text{ } \mu\text{rms}$  이내의 초점이동 파면오차를 가지지만 최저배율에서 8배까지는 허용치를 벗어남을 알 수 있다. 그러나 그림 11에 나타낸 바와 같이 최저배율에서 6배 까지의 배율 범위에서는 100 m 표적에 대해 발생하는 초점이동 파면오차의 양이 허용치 이내이므로 조정을 필요로 하지 않다. 따라서 초점 조절을 안했을 경우 6배에서 8배까지의 배율 범위에서는 최대  $0.2 \text{ } \mu\text{rms}$ 의 초점이동 파면오차를 가지며 허용치  $0.08 \text{ } \mu\text{rms}$ 를 약간 상회하게 된다. 즉, 최저배율에서 8배까지는 초점 조절을 수행하지 않고 8배에서 최고배율 범위에서 보상렌즈를 이용하여 초점 조절을 하면 극히 일부 배율 범위에서만 허용치를 만족하지 않으므로 장비의 운용적인 측면에서 보면 큰 문제가 될 수 없다.

## V. 결 론

중적외선 파장대역에서 20:1의 줌비를 갖는 연속 줌 광학계의 광학부품 제작 및 조립/조정을 위한 공차분석 및 물체의 원근에 따른 초점조절 방안 수립을 위한 민감도 분석을 수행하였다. 민감도 분석에서는 제르니케 계수를 활용하는 방안을 제시하였으며 Code-V의 매크로 기능을 활용하여 모든 미소변위의 민감도 계수의 특성을 조사하는 방식을 도입하였다. 조사된 민감도 분석 결과를 바탕으로 줌 광학계의 광학부품 제작공차 및 조립공차를 도출하였으며 광축정렬을 하기 위한 체계적인 정렬 로직을 수립하였다. 또한 광학계의 초점조절 방안 수립을 위한 시뮬레이션 과정에 민감도 분석 결과를 활용하였으며 분석 결과를 토대로 가장 효율적인 초점조절 방안을 수립하였다.

주요 연구결과로는 렌즈의 제작을 위한 곡률반경 공차는 대물렌즈의 경우 곡률반경의 0.05%, 그 외의 렌즈는 0.1%, 두께 공차는 0.1 mm가 절절할 것으로 분석되었으며, 초점조절을 위한 최적의 방법으로는 이론적으로 대물렌즈를 사용하는 것

7. 비율렌즈를 이용하여 초점 조절을 하였을 때의 잔류 초점이동 파면오차(20배 줌 위치에서 완전히 초점이동을 제거하였을 경우)

줌 위치	$z1$	$z3$	$z5$	$z7$	$z9$
배율	20	15	10	5	1
한대 물체에 대한 defocus error [ $\mu\text{rms}$ ]	-0.054	-0.037	0.004	-0.055	0.109
100 m 물체에 대한 defocus error [ $\mu\text{rms}$ ]	-1.062	-0.617	-0.252	-0.118	0.107
상되렌즈 defocus error [ $\mu\text{rms}$ ]	-1.008	-0.580	-0.257	-0.063	-0.003
율렌즈의 defocus 민감도 [ $\mu\text{rms/mm}$ ]	3.031	1.225	-0.067	-0.266	-0.131
점조절을 위한 배율렌즈 이동거리 [mm]	0.333	0.473	-3.807	-0.238	-0.020
율렌즈 조정에 의한 잔류 defocus 파면오차 [ $\mu\text{rms}$ ]	0.000	-0.173	-0.279	-0.152	-0.046

8. 보상렌즈를 이용하여 초점 조절을 하였을 때의 잔류 초점이동 파면오차(20배 줌 위치에서 완전히 초점이동을 제거하였을 경우)

줌 위치	$z1$	$z3$	$z5$	$z7$	$z9$
배율	20	15	10	5	1
한대 물체에 대한 defocus error [ $\mu\text{rms}$ ]	-0.054	-0.037	0.004	-0.055	0.109
100 m 물체에 대한 defocus error [ $\mu\text{rms}$ ]	-1.062	-0.617	-0.252	-0.118	0.107
상되렌즈 defocus error [ $\mu\text{rms}$ ]	-1.008	-0.580	-0.257	-0.063	-0.003
상レン즈의 defocus 민감도 [ $\mu\text{rms/mm}$ ]	1.076	0.644	0.316	-0.426	-0.855
점조절을 위한 보상렌즈 이동거리 [mm]	0.937	0.901	0.813	-0.149	-0.003
율렌즈 조정에 의한 잔류 defocus 파면오차 [ $\mu\text{rms}$ ]	0.000	0.023	0.039	-0.462	-0.804

이 최적의 방법이지만 시스템의 단순화 및 신뢰도 향상 측면에서는 대물렌즈 대신 배율렌즈와 보상렌즈를 이용하는 방안을 분석하여 최종적으로는 보상렌즈를 초점조절용으로 사용하는 방안을 제시하였다.

### 참고문헌

- [1] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, 2nd Edition.
- [2] 김현숙, 김창우, 홍석민, “3.7-4.8 μm 파장대역 FLIR 시스템을 위한 20:1 줌 렌즈 광학계 설계 및 제작,” 한국광학회지, 제10권 6호, pp. 462-467, 1999.
- [3] V. N. Mahajan, “Zernike Circle Polynomials and Optical Aberrations of Systems with Circular Pupils,” Supplement to Applied Optics, pp. 8121(1994).
- [4] 최세철, 김현규, “광학계 민감도 해석과 광축정렬 로직,” 국과연 보고서 CESD-417-980789.
- [5] “Code-V Reference Manual,” Vol. 3, Optical Research Associates.
- [6] 김현숙, 최세철, 이국환, 박용찬, 김현규, “20:1 줌 열영상 장비 비열화 분석 및 시험” 한국광학회지, 제12권 4호, pp. 462-467, 2001.

### Sensitivity analysis of 20:1 zoom infrared optical system with zernike polynomial coefficients

Se Chol Choi<sup>†</sup>, Hyun Sook Kim, Chang Woo Kim, Yeon Soo Kim, Guk Whan Lee, and Hyun Kyu Kim

Agency for Defense Development, Daejeon 305-600, KOREA

<sup>†</sup>E-mail: sechol@hitech.net

(Received March 11, 2003, Revised manuscript July 29, 2003)

The sensitivity analysis of a middle wave infrared optical system with 20:1 zoom ratio is performed to analyze manufacturing and alignment tolerances, and to establish the alignment logic and the focus control strategy. The characteristics of the sensitivities of Zernike coefficients are investigated to all mechanical displacements and several zoom positions using Code-V Macro. From this result, the tolerances of manufacturing and alignment of the optical system are derived and the effective alignment logic is established. Furthermore, an effective focus control strategy is established to make the system simple and compact.

OCIS Codes : 220.0220, 220.1140, 220.2560, 220.4830.