

역량스펙트럼법에 의한 교량 구조물의 내진성능평가

Seismic Capacity Evaluation of Bridge Structure using Capacity Spectrum Method

박연수*
Park, Yeon Soo

오백만**
Oh, Baek Man

박철웅***
Park, Chul Woong

서병철****
Suh, Byoung Chul

국문요약

현 도로교의 내진해석은 구조물이 하중 이상의 강도를 갖도록 하는 하중기반해석법에 근거하고 있다. 본 연구에서는 이러한 하중기반해석의 대안책으로 구조물의 내진성능평가 대상을 변위로 하는 변위기반해석의 일종인 역량스펙트럼법을 제시하였다. 하중기반해석에서 내진설계가 수행되어진 기존 철근콘크리트 교각에 대하여 역량스펙트럼법에 의한 내진성능을 평가하였다. 그 결과, 역량스펙트럼법은 간편하고 신속하게 구조물의 비탄성 응답을 현실적으로 평가할 수 있었으며 비탄성 응답을 일으키는 다양한 지반운동 수준에 대해 구조물에 발생하는 변위를 평가할 수 있었고, 기존 구조물의 내진성능에 대한 평가나 신설구조물의 성능목표에 대한 설계검증에 효율적으로 적용 가능하였다.

주요어 : 내진성능, 변위기반해석, 역량스펙트럼법

ABSTRACT

The present seismic analysis of Road-Bridge Design Standard is on a basis of load-based analysis which lets structures have the strength over load. In this study, the capacity spectrum method, a kind of displacement based method, which is evaluated by displacement of structure, is presented as an alternative to the analysis method based on load. Seismic capacity is performed about the existing reinforced concrete pier which has already secured seismic design by capacity spectrum method. As a result, capacity spectrum method could realistically evaluate the non-elastic behavior of structures easily and quickly and the displacement of structures for variable ground motion level. And it could efficiently apply to an evaluation of seismic capacity about the existing structure and a verification of design for capacity target of the new structure.

Key words : seismic capacity, displacement based method, capacity spectrum method

1. 서 론

건설교통부 통계자료에 의하면 국내 교량은 2000년 현재 16,117개의 교량이 있으며, 이를 준공년도별 신설 교량수와 비교하면 그림 1, 2와 같다. 1992년 도로교에 내진설계가 도입되어, 1996년 이후를 본격적으로 내진설계가 도입되었다고 본다면⁽³⁾ 내진성능이 확보된 교량은 불과 14%이며, 나머지 86%의 교량에 대해서는 내진보강이 필요할 것으로 판단된다. 따라서, 기존교량의 내진성능확보를 위한 엄청난 추가비용이 발생할것으로 예상된다.

그러나, 내진설계가 수행되지 않은 교량이라도 어느정도 내진성능은 확보되어 있으리라 생각되므로 기존 구조물의 내진보강을 위한 합리적인 내진성능평가가 필요하다.

현 도로교의 내진해석은 구조물의 비선형 해석을 유도하기 위해 응답수정계수를 통하여 하중을 산정하고, 구조물이 하중 이상의 강도를 갖도록 하는 하중기반해석법에 근거하고 있다.⁽¹⁾ 그러나, 단순한 강도 비교만을 통해서 구조물의 실제적인 거동을 예측하기 어려울 뿐만 아니라 구조물의 성능이 제대로 파악되지 않을 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 성능평가 대상을 변위로 선정하는 변위기반해석법인 역량스펙트럼법을 이용한 합리적인 내진성능평가 기법을 제시하고자 한다.

* 정희원 · 전남대학교 토목공학과 교수, 공학박사(대표저자 : parkys@chonnam.ac.kr)
** 전남대학교 토목공학과, 박사과정
*** 금호엔지니어링(주) 교통물류연구소, 연구원
**** 전남대학교 토목공학과, 공학박사
본 논문에 대한 토의를 2003년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다. (논문접수일 : 2003. 7. 5 / 심사종료일 : 2003. 10. 2)

준공년도별 신설교량수

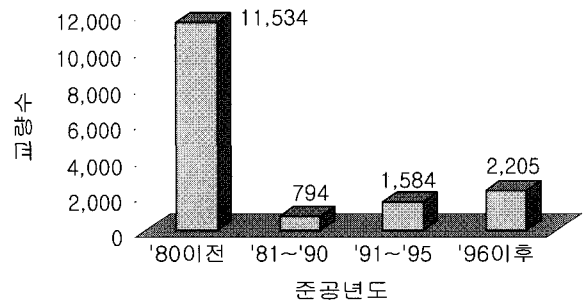


그림 1 준공년도별 신설교량 개수

준공년도별 신설교량비율

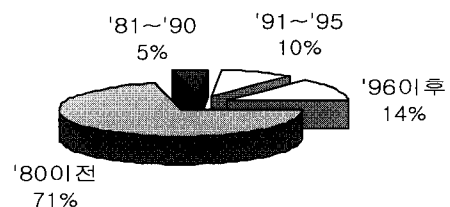


그림 2 준공년도별 신설교량 비율

2. 역량스펙트럼법(Capacity Spectrum Method)⁽⁹⁾

변위기반해석은 예상되는 지진하중에 대하여 주어진 이 조건에서 허용할 수 있는 적절한 피해정도를 미리 설정하고 이를 달성할 수 있도록 하는 것이다. 이때 성능평가의 대상

을 구조물의 변위로 선정할 때, 이를 변위기반해석법이라 한다. 역량스펙트럼법은 변위기반해석법의 일종으로 비선형 해석으로 얻을 수 있는 대상 구조물의 공급역량곡선과 구조물의 설계지진수준에 대한 응답스펙트럼을 동일한 그래프 상에서 도식적으로 비교함으로써 지진지반운동에 대한 구조물의 거동을 간단·명료하게 나타낼 수 있어 기존 구조물의 내진성능을 평가할 수 있는 합리적이고 유용한 방법이다.

2.1 공급역량곡선(Capacity Curve)

구조물의 공급역량은 구조물에 가해지는 횡방향 지진력과 이에 따른 변위 관계 곡선으로 표현한다. 비선형 해석을 통한 Pushover Analysis 또는 구조물의 유사정적 실험에 의해서 그림 3과 같은 역량곡선(Capacity Curve)을 얻을 수 있다.

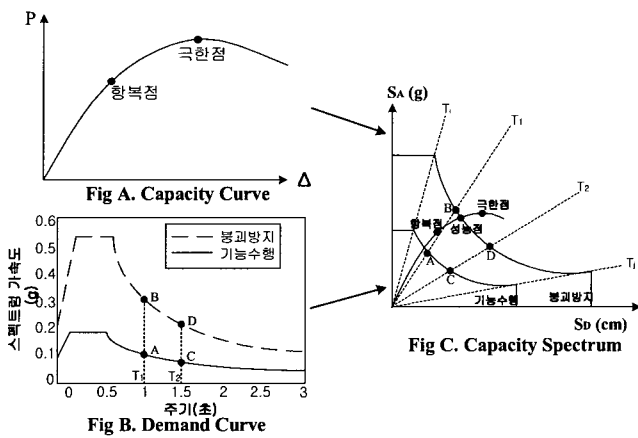


그림 3 역량스펙트럼법

역량곡선(Capacity Curve)에서의 변위는 단일 질점계 상부의 변위이고, 이에 저항하는 횡방향력은 바닥 전단력을 나타낸다. 이 역량곡선(Capacity Curve)이 구조물이 지진에 저항하는 역량을 나타내는 공급역량곡선으로서, 이는 소요 설계지진응답스펙트럼과 직접 비교 할 수 없는 상태이므로 비교가 가능하도록 하기 위해서는 변위-횡방향력 관계를 주파수영역 동적특성을 이용하여 변위 응답스펙트럼과 가속도 응답스펙트럼 좌표 상태로 변환하여야 한다.

구조 부재가 항복 후 소성현지를 형성하고 비선형 정적 역량 곡선을 형성할 때까지 수평하중을 조금씩 증가시켜가면서 변위와 기초 바닥전단력의 관계를 도식해 나간다.

2.2 소요역량곡선(Response Spectrum Curve)

지진에 대한 소요역량은 보통 설계응답스펙트럼으로 표현한다. 설계응답스펙트럼은 일반적으로 구조물의 주기와 가속도 응답스펙트럼으로 표시된다. 하지만 변위와 가속도 관계를 보다 가시적으로 표현하기 위해서 고유주기-가속도 응답스펙트럼의 좌표로 표시된 설계응답스펙트럼을 그림 3의 좌표와 같은 변위 응답스펙트럼-가속도 응답스펙트럼 좌표로 변환하여 나타내야 한다.⁽³⁾ 이때의 고유주기는 원점으로부터 방사되어 표시되는데, 수직 좌표축을 기준으로 시계

방향으로 증가한다.

소요역량곡선(설계응답스펙트럼)은 다양한 수준의 감쇠 레벨에 대해 제시되는데, 우리나라의 설계응답스펙트럼은 선형탄성응답의 경우 보통 많이 쓰이는 5%의 감쇠비에 대한 응답스펙트럼이며, 구조물의 변형에 따른 감쇠비 증가하는 경우에는 이를 고려하여 응답스펙트럼을 감소시켜 사용한다. 만약 이력감쇠가 도입되면 설계응답스펙트럼에 이를 고려하기 위해 매우 큰 감쇠를 적용한다. 구조물에 원래 존재하는 점성감쇠비(보통 5%로 가정)이외에도 높은 이력감쇠의 영향으로 연성도 $\mu \geq 1.25$ 일 때의 감쇠비 $\beta = 8\%$ 부터 연성도 $\mu \geq 4.0$ 일 때의 감쇠비 $\beta \geq 40\%$ 정도의 범위에 분포하는 등가점성감쇠가 발생한다.

2.3 역량스펙트럼으로의 변환

역량스펙트럼 방법을 이용하기 위해서는 구조물의 공급역량과 소요역량을 동일한 스펙트럼 형태로 변환하여야 한다. 상부 변위와 바닥전단력P의 관계식으로 주어지는 공급역량곡선은 응답스펙트럼의 주파수 영역 동적 특성을 이용하여 응답가속도(S_a)-응답변위(S_d)의 관계식으로 변환하게 된다. 교각과 같은 단일 질점계를 역량스펙트럼으로 변환하기 위해 요구되는 동적 특성 기본식은 다음과 같다.^{(3),(7)}

$$S_a = \frac{P/W}{\alpha} \tag{1}$$

$$S_d = \frac{\delta_{상부}}{PF \cdot \psi} \tag{2}$$

여기서,

- P : 기초전단력
- W : 유효중량
- α : 기본모드에 대한 질량계수
- $\delta_{상부}$: 관성력이 작용하는 위치에서의 구조물 변위
- PF : 기본모드에 대한 모드 참여율
- ψ : 기본모드의 진폭

일반적으로 구조물의 응답스펙트럼은 가속도와 주기의 관계식으로 주어지지만 역량스펙트럼법에서는 이를 가속도(S_a)-변위(S_d)의 관계식으로 변환하여 표현하며, 이 때 원점을 통과하는 방사형태의 직선상의 점은 주기가 동일한 점을 의미한다. 이때 주기 T는 $T = 2\pi\sqrt{S_d/S_a}$ 의 관계식으로 알 수 있으며, 동일한 개념으로 일반적인 응답스펙트럼 상에서 응답변위 S_d 는 $S_d = S_a(T/2\pi)^2$ 으로 계산할 수 있다.⁽⁵⁾

2.4 감쇠의 영향고려⁽⁵⁾

지진지반운동에 의해 구조물이 비선형 거동을 보이게 되면 감쇠가 발생한다. 이때의 감쇠는 구조물이 원래부터 보유하고 있는 점성감쇠와 이력감쇠의 합으로 나타낼 수 있다. 이력감쇠는 바닥전단력-상부변위의 관계식으로 표현되는 구

조물의 이력곡선 루프의 내부면적과 밀접한 관계가 있으며 등가점성감쇠비로 바꾸어 나타낼 수도 있다. 등가점성감쇠비 β_{eff} 는 최대 변위와 관련되어 있으며 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\beta_{eff} = \beta_0 + 0.05 \quad (3)$$

여기서, β_0 : 등가 점성감쇠비로 표현된 이력감쇠

$$\left(\beta_0 = \frac{1}{4\psi} \frac{E_D}{E_{S0}} \right) \quad (3-a)$$

0.15 : 구조물에 본래부터 존재하는 5%의 점성감쇠비

E_D : 감쇠에 의한 소산 에너지

E_{S0} : 최대 변형에너지

감쇠에 의한 소산 에너지 E_D 와 최대 변형에너지 E_{S0} 의 물리적 의미는 그림 4와 같으며, Bilinear로 이상화한 역량스펙트럼의 경우 β_0 는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\beta_0 (\%) = \frac{63.7(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} \quad (4)$$

여기서,

a_i, a_y : i 번째 시도된 성능점의 좌표

a_{pi}, d_{pi} : bilinear 공급역량스펙트럼의 좌표

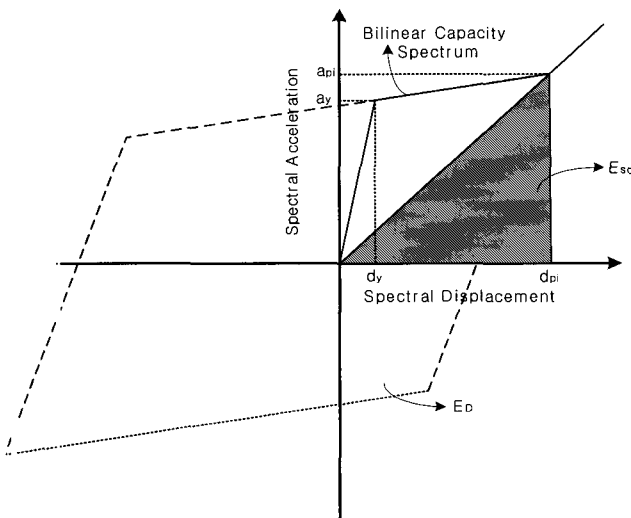


그림 4 등가감쇠비 산정

따라서, β_{eff} 는 다음과 같이 표현된다.

$$\beta_{eff} (\%) = \beta_0 + 5 = \frac{63.7(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} + 5 \quad (5)$$

감소된 소요역량 스펙트럼은 다음 그림 5와 같다.

여기서, 스펙트럼 감소계수 SR_A, SR_V 는 다음 식 (6), (7)과 같이 나타낼 수 있다.

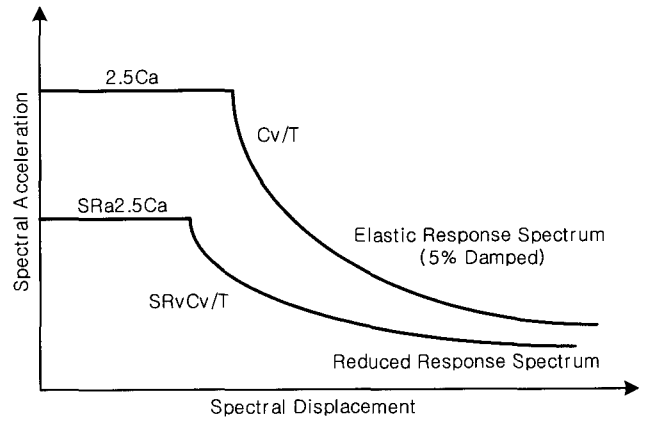


그림 5 감소된 응답스펙트럼

$$SR_A = \frac{1}{B_S} \approx \frac{3.21 - 0.68 \ln(\beta_{eff})}{2.12} \quad (6)$$

$$= \frac{3.21 - 0.68 \ln[63.7x(a_y d_{pi} - d_y a_{pi}) + 5]}{2.12}$$

\geq 표 1의 값

$$SR_V = \frac{1}{B_L} \approx \frac{2.31 - 0.41 \ln(\beta_{eff})}{1.65} \quad (7)$$

$$= \frac{2.31 - 0.41 \ln[63.7x(a_y d_{pi} - d_y a_{pi}) + 5]}{1.65}$$

\geq 표 1의 값

표 1 SR_A, SR_V 의 최소 허용값

구조물의 거동방식	SR_V	SR_A
A 타입	0.33	0.50
B 타입	0.44	0.56
C 타입	0.56	0.67

2.5 성능점의 결정

공급역량스펙트럼 상의 항복점과 극한점이 지반운동에 대해 소요역량스펙트럼의 경계선을 넘어 바깥에 존재한다면 해당 구조물은 설계지진에 대해 내진성능이 확보된 것으로 간주된다. 이때 적절한 감쇠를 고려한 소요역량스펙트럼과 구조물의 공급역량스펙트럼이 교차하는 점이 구조물의 비탄성 변위 응답이 되며, 이점을 성능점이라 한다.⁽⁵⁾ 성능점은 주어진 변위에서의 구조물의 역량을 나타내기 위하여 반드시 구조물의 역량스펙트럼 상에 위치하여야 하며, 또한 소요역량스펙트럼 곡선 위에도 존재해야 한다. 이때 소요스펙트럼 곡선은 구조물의 비선형 거동에 따른 감쇠효과를 고려하여야 한다. 이러한 감쇠에 따른 응답의 감소는 유효감쇠(Effective Damping)를 도입하여 고려할 수 있으며, 유효감쇠는 역량곡선의 형태에 따라 개략적으로 산출할 수 있다.

3. 역량스펙트럼을 이용한 RC교량의 내진성능 평가

하중기반설계법에 의해 내진설계가 수행되어진 기설 철근콘크리트 교각의 내진성능을 역량스펙트럼법에 의해 평가

하여, 실제로 교각의 내진성능이 확보되었는지 살펴보아 변위기반해석의 결과와 하중기반해석의 결과를 서로 비교하였다.

3.1 내진성능평가 대상의 교각선정

본 연구에서는 내진성능평가 대상 교각으로, 건설교통부 시설안전기술공단의 조사에서 나타난 우리나라 교량교각의 대부분에 사용된 T형 교각을 선정하였으며⁽⁶⁾ 단면제원은 그림 7에서와 같이 높이 13.5m, 총폭 10.8m의 하중기반설계법에 의해 내진설계가 수행되어진 원형기둥 T형 교각으로서, 콘크리트의 설계압축강도 $f_{ck} = 240 \text{ kgf/cm}^2$, 상부구조로부터의 고정하중에 의한 내·외측 교좌부의 반력은 각각 240.939tf, 198.309tf이며 기초형식은 직접기초이다.

교각의 모델링은 그림 8에서와 같이 coping부를 각각 frame으로 모델링 하였다. 기초면면을 설계지반면으로 고려하여 직접기초가 가능한 지반계수 1.0인 지반으로 변위 및 회전에 대해 고정으로 단순하게 모델링 하였다. coping 중앙부는 강성을 크게하여 모델링하였고, 기둥상부와 coping 중앙부는 일체거동 하계끔 하였다.

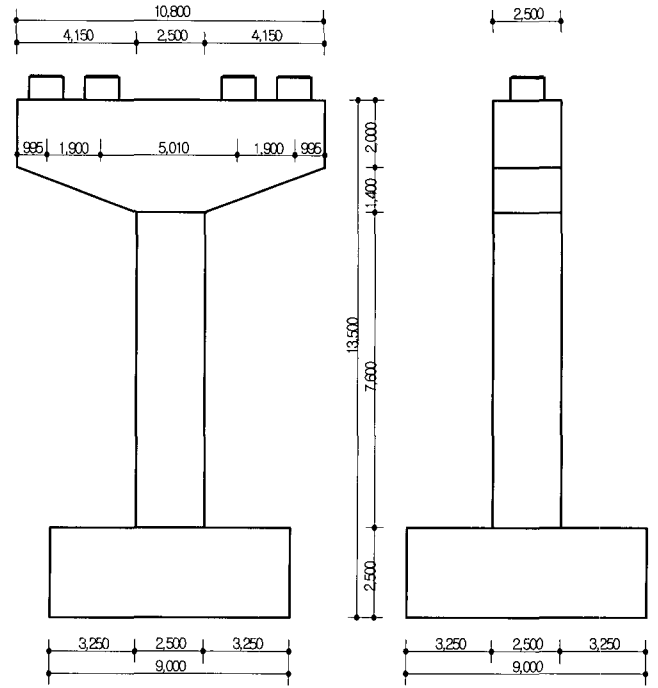
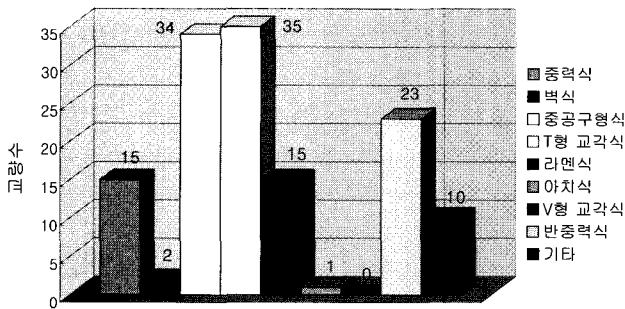
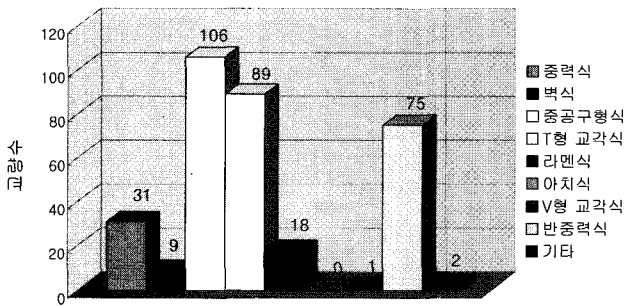


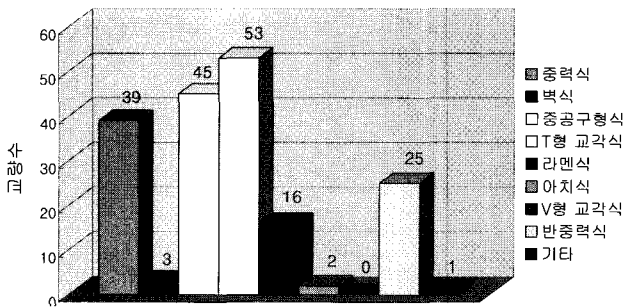
그림 7 내진성능평가 대상 교각의 단면 제원(단위 : mm)



(a) PC박스교 하부구조형식



(b) 강박스교 하부구조형식



(c) 강판형교 하부구조형식
그림 6 교량별 하부구조형식

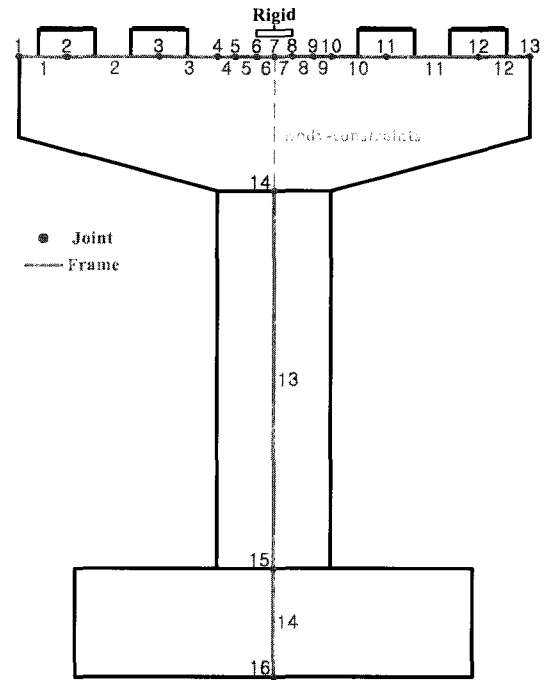


그림 8 교각 모델링

3.2 공급역량스펙트럼의 산출

공급역량곡선을 구하기 위한 교각의 모델링 및 Pushover 해석은 범용유한요소해석 프로그램 SAP2000을 사용하였다. 먼저, 교각의 주요 동적특성을 구하기 위해 표 2와 같은 결과의 고유치 해석을 하였다.

공급역량곡선을 구하기 위해 모드형상에 따른 분포하중과 각 층의 질량에 비례하는 하중을 횡방향으로 작용시켰다. 횡하중의 작용방향 및 종류에 따른 Pushover Case는 다음 표 3과 같다.

표 2 Mode별 고유주기 및 고유진동수

Mode	Period	Frequency (CYC/SEC)	Frequency (RAD/SEC)	Eigenvalue (RAD/SEC ²)
1	0.305	3.274	20.569	423.101
2	0.289	3.461	21.744	472.791
3	0.121	8.242	51.788	2682.006
4	0.045	22.221	139.616	19492.664
5	0.035	28.943	181.856	33071.480
6	0.023	43.929	276.017	76185.337
7	0.017	59.236	372.188	138523.995
8	0.014	69.312	435.499	189659.581
9	0.012	86.035	540.574	292219.912
10	0.011	89.952	565.183	319431.260

표 3 Pushover 해석 Case(SW :교각 자체의 자중, SR :상부구조로부터의 고정하중에 의한 교좌부의 반력)

Case	Initial Load	횡하중 작용방향	적용 횡하중
1	SW SR	교축직각방향	모드형상하중
2			질량비례하중
3		교축방향	모드형상하중
4			질량비례하중

해석결과 내진성능평가 대상 교각의 공급역량곡선을 공급역량스펙트럼으로 변환하면 다음 그림 9와 같다.

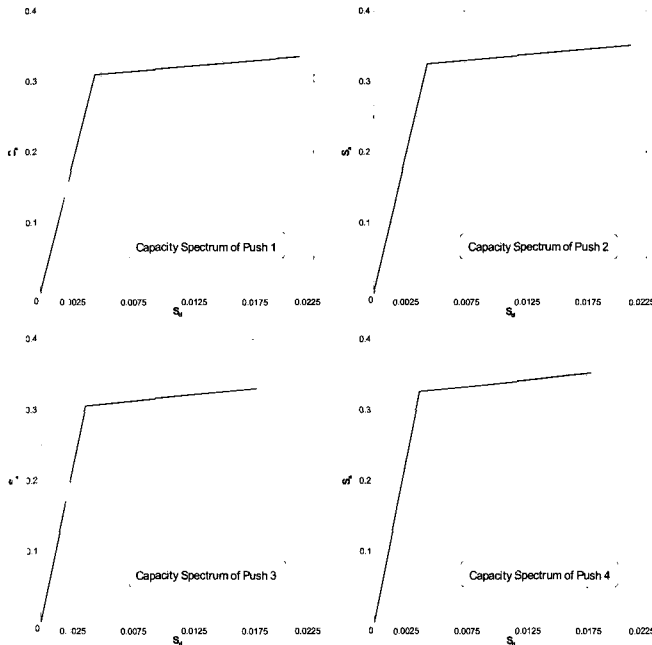


그림 9 Case별 공급역량스펙트럼(단위 : g, m)

3.3 소요역량스펙트럼의 산출

현 도로교 설계기준에서는 교량구조물에 대하여 붕괴방지수준의 내진성능이 확보되었다면 기능수행수준에 대한 내진성능은 확보되었다고 간주하므로, 본 연구에서도 1등급 붕괴방지수준에 대한 설계응답스펙트럼만을 산정하여 공급

역량스펙트럼과 비교하였다. 본 연구대상 교각은 지진구역 2 구역에 위치하며 지반은 보통암 지반으로 지반종류 S_B 에 해당되므로 지진계수는 각각 $C_a=0.11$, $C_v=0.11$ 이며, 설계응답스펙트럼은 다음 그림 10과 같다.

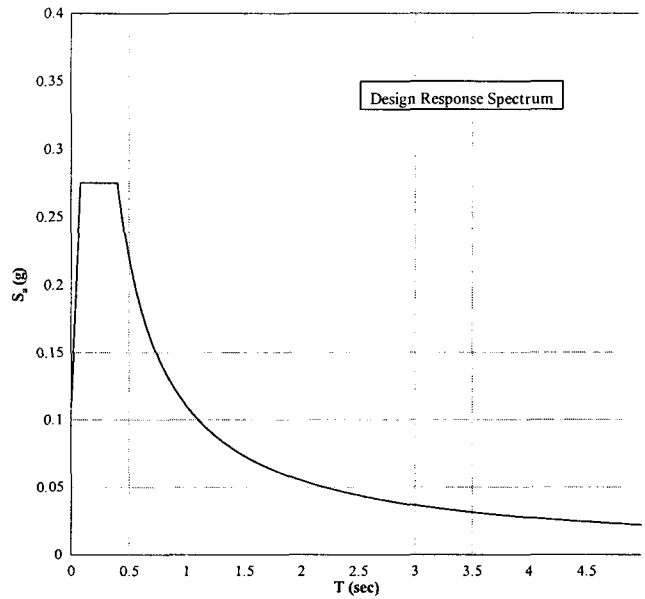


그림 10 지진구역 1의 설계응답스펙트럼(단위 : g, m)

설계응답스펙트럼은 가속도와 주기의 관계식으로 주어지지만 이를 가속도(S_a) - 변위(S_d)의 관계식의 소요역량스펙트럼으로 변환하면 다음 그림 11과 같다.

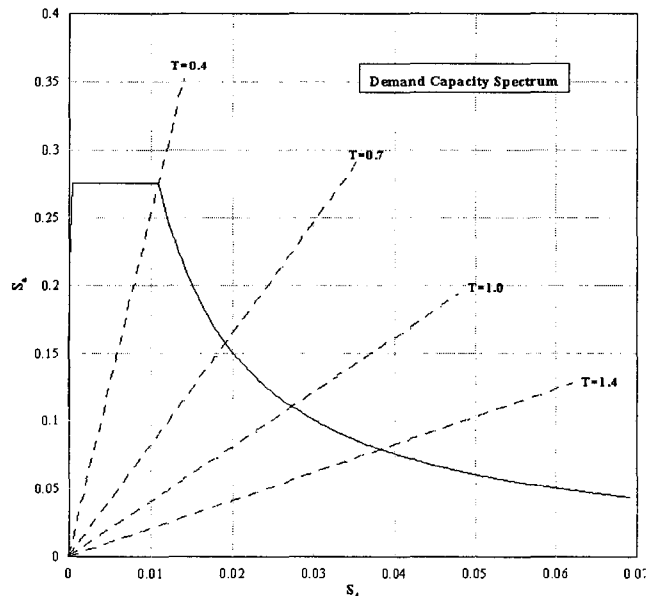


그림 11 가속도 - 변위 관계의 소요역량스펙트럼(단위 : g, m)

3.4 내진성능평가 및 성능점 산출

그림 12과 같이 공급역량스펙트럼과 소요역량스펙트럼을 동일 좌표상에 도시하여 교각의 내진성능을 평가한 결과, 교축방향 및 교축직각 방향에 대해 공급역량스펙트럼의 극한점이 외부에 있으므로 교각은 내진성능이 확보되어 있는 것

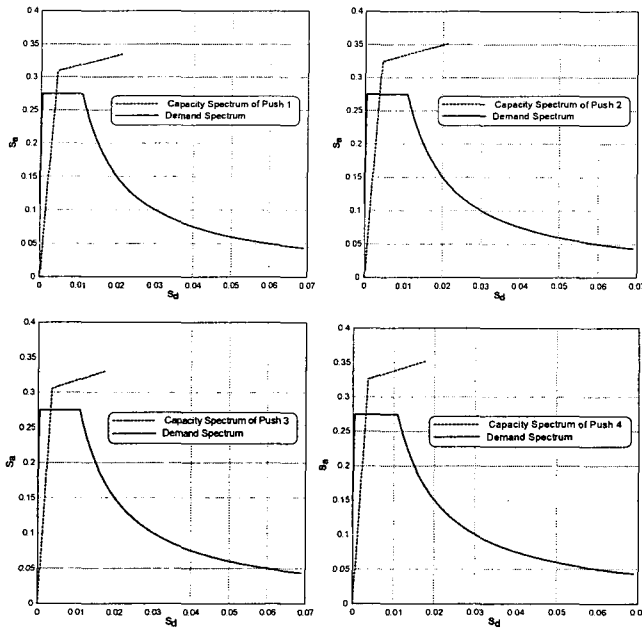


그림 12 각 해석 Case에 대한 내진성능평가(단위 : g, m)

으로 판단되어 하중기반설계와 변위기반해석에 모두 내진성능을 확보하고 있는 것으로 나타났다. 또한, 모드형상을 고

려한 횡하중을 재하하였을 때, 보다 큰 공급역량을 얻을 수 있었다.

시산법(trial and error)에 의해 붕괴방지수준에 대한 성능점을 각 Case별로 산정한 결과 표 4와 같이 교축직각방향에 대해서는 약 2.19, 2.13cm, 교축방향에 대해서는 약 1.83, 1.67cm의 응답변위가 산정되어 교축방향보다는 교축직각방향에 대해 보다 큰 변형능력이 있음을 알 수 있었다.

4. 결 론

본 연구에서는 합리적인 내진성능평가 기법의 확립과 기존 시방서의 하중기반 해석의 문제를 인식하여 이에 대한 대책으로 변위기반 해석에 근거한 구조물의 내진평가 기법으로서 역량스펙트럼법을 제시하였고, 이를 이용하여 실제 하중기반 해석에 근거해 내진설계가 수행된 기존 콘크리트 교각의 내진성능을 평가하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 역량스펙트럼법은 하중기반해석에서의 복잡한 비탄성 시스템의 동적해석을 피할 수 있어서, 간편하고 신속하게 내진성능을 평가할 수 있다.

표 4-1 Push 1 case의 성능점 산출(단위 : g, m)

Step	초기성능점(S_a, S_d)	(%)	x	β_{eff} (%)	SR_A	SR_V	수정성능점(S_a, S_d)	수렴여부
1	(0.275, 0.0398)	40.43	0.57	28.05	0.45	0.57	(0.124, 0.0179)	×
2	(0.124, 0.0179)	18.19	0.67	17.19	0.60	0.69	(0.165, 0.0239)	×
3	(0.165, 0.0239)	24.26	0.67	21.25	0.53	0.64	(0.147, 0.0212)	×
4	(0.147, 0.0212)	21.63	0.67	19.49	0.56	0.66	(0.154, 0.0223)	×
5	(0.154, 0.0223)	22.63	0.67	20.16	0.55	0.65	(0.152, 0.0219)	○

표 4-2 Push 2 case의 성능점 산출(단위 : g, m)

Step	초기성능점(S_a, S_d)	β_0 (%)	x	β_{eff} (%)	SR_A	SR_V	수정성능점(S_a, S_d)	수렴여부
1	(0.275, 0.0372)	38.72	0.60	28.23	0.44	0.62	(0.121, 0.0164)	×
2	(0.121, 0.0164)	17.03	0.67	16.41	0.62	0.70	(0.171, 0.0232)	×
3	(0.171, 0.0232)	24.06	0.67	21.12	0.54	0.64	(0.149, 0.0201)	×
4	(0.149, 0.0201)	20.91	0.67	19.01	0.57	0.67	(0.157, 0.0213)	○

표 4-3 Push 3 case의 성능점 산출(단위 : g, m)

Step	초기성능점(S_a, S_d)	β_0 (%)	x	β_{eff} (%)	SR_A	SR_V	수정성능점(S_a, S_d)	수렴여부
1	(0.275, 0.0333)	41.01	0.59	29.20	0.44	0.56	(0.121, 0.0147)	×
2	(0.121, 0.0147)	18.03	0.67	17.08	0.60	0.69	(0.165, 0.0200)	×
3	(0.165, 0.0200)	24.60	0.67	21.48	0.53	0.64	(0.146, 0.0177)	×
4	(0.146, 0.0177)	22.07	0.67	19.79	0.56	0.66	(0.154, 0.0187)	×
5	(0.154, 0.0187)	22.95	0.67	20.38	0.55	0.65	(0.151, 0.0183)	○

표 4-4 Push 4 case의 성능점 산출(단위 : g, m)

Step	초기성능점(S_a, S_d)	β_0 (%)	x	β_{eff} (%)	SR_A	SR_V	수정성능점(S_a, S_d)	수렴여부
1	(0.275, 0.0316)	48.56	0.53	30.74	0.42	0.55	(0.121, 0.0139)	×
2	(0.121, 0.0139)	21.37	0.67	19.32	0.56	0.66	(0.155, 0.0178)	×
3	(0.155, 0.0178)	27.39	0.65	22.80	0.51	0.62	(0.141, 0.0161)	×
4	(0.141, 0.0161)	24.82	0.67	21.63	0.53	0.64	(0.145, 0.0167)	○

- (2) 지반의 비탄성 응답수준, 구조물에 따른 유효감쇠와 거동특성에 따라 발생하는 구조물의 변위를 평가 할 수 있다.
- (3) 기존 구조물의 내진 성능에 대한 평가나 신설 구조물의 성능목표에 대한 정량적인 설계 검증에 효율적으로 적용 가능하다.

참 고 문 헌

<ul style="list-style-type: none"> 1 한국도로교통협회, “도로교 설계기준”, 2000. 2 건설교통부, “도로설계편람(III-교량)”, 2001. 3. 3 한국지진공학회, “철근콘크리트 교각의 내진설계”, 2002. 7. 	<ul style="list-style-type: none"> 4. 한국지진공학회, “도로교의 내진설계”, 2000. 7. 5. 한국건설기술연구원, “사회기반 시설물의 내진성능향상 기술개발”, 2000. 12. 6. 건설교통부 시설안전기술공단, “기존교량의 내진성 평가 및 보강방안”, 1999. 12. 7. 김상호, 이한선, “능력스펙트럼법을 이용한 비정형 건축 구조물의 2차원 지진성능평가 방법 연구”, 한국지진공학회, 2001년도 춘계학술 논문집, pp. 296~303. 8. Alan Williams, <i>Seismic Design of Buildings and Bridges</i>, Ep. Buildings and Bridges, EP 9. ATC-40, <i>Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings</i>, 1996.
--	---