

수정 IWAN 모델을 이용한 사질토의 반복경화거동에 대한 연구(I) : 모델 개발

A Modified Parallel Iwan Model for Cyclic Hardening Behavior of Sand(I) : Model Development

이진선*
Lee, Jin Sun

김동수**
Kim, Dong Soo

국문요약

본 논문에서는 기존 IWAN 모델을 수정하여 사질토 지반의 반복경화 현상을 나타낼 수 있는 지반의 반복경화모델을 개발하였다. 일반적으로 동적하중을 받는 지반재료는 하중 반복회수에 따라 동적 거동특성이 변화하게 되며 이는 반복 경화 및 연화현상으로 나타난다. 본 논문에서는 등방 경화 또는 등방 연화 거동을 하는 스프링슬라이더 요소를 기존 병렬 IWAN 모델에 추가함으로써 지반의 동적 변형특성 표현이 가능하였다. 등방 경화 거동을 보이는 요소들의 항복 응력은 각각 반복 경화함수에 의하여 증가하도록 정의 되었으며, 반복 경화함수는 대칭 한계를 가지는 동적 비틀전단 시험결과로부터 정의되었다. 이렇게 정의된 반복 경화함수는 지반의 동적 변형 특성을 묘사하기 위하여 하나의 독립 변수를 가지게 되며, 사용된 독립변수는 지반의 동적 한계 변형률의 특성을 포함하는 누적전단변형률로 사용되었다. 누적 전단변형률은 반복 전단한계 변형률 이상의 변형률의 누적으로 정의되며, 역재하 및 재재하 곡선에서는 Masing의 법칙을 적용하여 계산될 수 있다. 본 논문에서는 모델의 개발 과정을 서술하였고, 모델에 대한 검증은 동반논문인 검증편에 설명하였다.

주요어 : 반복경화, 한계변형, Masing의 법칙, IWAN 모델, 누적전단 변형률

ABSTRACT

In this paper, the cyclic soil behavior model, which can accommodate the cyclic hardening, was developed by modifying the original parallel Iwan model.

In order to consider the irrecoverable plastic strain of soil, the cyclic threshold strain, above which the backbone curve deviates from the original curve, was defined and the accumulated strain was determined by summation of the strains above the cyclic threshold in the stress-strain curve with applying Masing rule on unloading and reloading curves. The isotropic hardening elements are attached to the original parallel Iwan model and the slip stresses in the isotropic hardening elements are shown to increase according to the hardening functions. The hardening functions have a single parameter to account for the cyclic hardening and are defined by the symmetric limit cyclic loading test in forms of accumulated shear strain. The model development procedures are included in this paper and the verifications of developed model are discussed in the companion paper.

Key words : cyclic hardening, irrecoverable strain, Masing rule, Iwan model, accumulated strain

1 서 론

지진응답해석 또는 지반-구조물 상호작용 해석을 위한 저-중간 변형률 영역에서 반복 응력-변형률 거동을 예측할 수 있는 신뢰성 있는 지반의 구성모델은 매우 중요하다. 반복하중을 받는 지반의 가장 중요한 특성은 (i) 비선형 응력-변형률 관계, (ii) 하중 역전시 항복 응력이 감소하는 바우싱어 효과(Bauschinger effect)⁽¹⁾, (iii) 하중 반복이 진행됨에 따라 나타나는 지반 재료의 특성(체적 변화, 반복 경화 및 연화)이다.⁽²⁾ 상기된 지반의 거동특성을 묘사하기 위해 현재까지 개발된 지반 거동 모델은 크게 비선형 모델과 탄소성 모델로 분류할 수 있다.

바우싱어 효과를 나타내는 지반의 비선형 거동은 비선형

모델로 예측 가능하다. 대표적인 모델로는 쌍곡선, 지수함수 모델과 같이 두 개의 변수를 이용하는 모델과 Ramberg-Osgood 모델과 같이 네 개의 변수를 이용하는 모델 등이 있다.^{(3),(4)} Purzine과 Shiran은 쌍곡선 모델과 Ramberg-Osgood 모델 곡선의 정확도를 개선하는 로그함수 모델을 제안하기도 했다.⁽⁵⁾ 지반이 반복하중을 받는 경우, 상기 비선형 모델은 Masing Rule과 같은 역재하/재재하시의 거동을 정의할 수 있는 특정한 거동 규칙을 필요로 한다.

탄소성 이론에 근거하여 개발된 이중 항복면 모델(Two surface model), 동적 경화 모델, 등지 항복면 모델(Nested Yield Surface Model)은 반복하중 상태에서 바우싱어 효과를 포함한 비선형 응력-변형률거동을 예측할 수 있는 소성 모델이다.⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾ 등지 항복면 모델의 경우 반복하중 상태의 지반 거동을 효과적으로 묘사할 수 있는 반면, 수치해석시 메모리 소요량이 많다. 이중 항복면 모델의 경우 수치해석시 필요한 메모리의 양이 적다는 장점이 있으나, 항복면의 확장과 수축 또는 이동에 대한 특정한 경화 규칙을 규정해야 하는 어려움이

* 정회원 · 삼성물산 건설부문, 과장(대표저자 : ppk21@freechal.com)

** 정회원 · 한국과학기술원 건설및환경공학과, 교수

본 논문에 대한 토의를 2003년 12월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.
(논문접수일 : 2003. 6. 19 / 심사종료일 : 2003. 7. 24)

있다.⁽⁹⁾

IWAN 모델은 서로 다른 항복 응력을 가지는 탄소성 요소의 조합으로 구성된 모델이며, 완전 탄성 스프링과 완전 소성 슬라이더의 직렬 또는 병렬 조합으로 이루어진다.⁽¹⁰⁾ IWAN 모델의 경우 탄소성 모델에 비하여 거동 설명이 명백하며, 3차원 확장시 등지 항복면 모델 형태를 가지는 모델이다. 따라서, IWAN 모델은 등지 항복면 모델의 1차원 모델로 별도의 거동 법칙 없이도 바우싱어 효과를 포함한 반복하중에 대한 재료의 이력거동(hysteretic behavior)을 나타낼 수 있다. 또한, 병렬 IWAN 모델의 경우 시스템이 국부적인 변형 연화(Strain softening)거동을 하여도 전체적인 시스템은 변형 경화(Strain hardening)거동을 하여 Drucker의 안정조건을 만족시킬 수 있는 장점이 있다.⁽¹¹⁾

상기 언급한 비선형 반복 거동 모델은 비선형 이력거동을 하는 일반적인 재료의 거동을 예측할 수는 있으나, 지반재료와 같이 하중 반복 회수가 증가함에 따라 응력-변형을 관계가 변화하는 경우 거동의 예측이 힘들게 된다. 특히, 지반의 경우 변형률이 반복한계변형률을 넘어서는 구간에서 지속적인 반복 하중이 가해지면 토체의 체적 또는 입자의 구조가 변화하여 응력-변형률 관계에 변화를 가져오게 된다.

따라서, 하중 반복에 따른 지반의 거동 특성을 예측하기 위하여 많은 종류의 경화 또는 연화 함수가 개발되어 여러 지반 거동 모델에 적용되어 왔다. 경화 및 연화함수는 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 첫 번째는 전단변형에 따른 토체의 체적변화를 경화 또는 연화 함수의 변수로 사용하는 방법이며, 두 번째는 하중반복회수를 직접 경화 또는 연화 함수의 변수로 사용하는 방법이다. 첫 번째 형태의 모델은 Eekelen와 Potts, Valanis와 Read, Bazant 등, Purzin 등, Muravskii와 Frydman, Hashiguchi와 Chen, Woodward와 Molenkamp 등이 제안한 모델들이며, 두 번째 형태의 모델은 Idriss 등, Vucetic 그리고 Rao와 Panda 등이 제안한 형태의 모델을 들 수 있다.^{(12)-(20),(29)}

반복하중 회수를 사용하는 경화 함수는 크기가 다른 반복하중이 연속적으로 가해질 경우 중첩의 원리(Palmgren-Miner rule)를 적용할 수 있는지에 대한 문제가 Eekelen과 Potts에 의해 제기 되었다.⁽¹²⁾ 또 다른 문제는 반복하중의 재하 회수를 결정하는 지점(하중 역전점)에서만 거동 변화가 이루어지는 것이다. 따라서, 하중 역전이 발생하기 전 영역에서 경화 현상을 고려하는 방법이 쉽지 않다.

상기 문제는 전단변형에 따른 토체의 체적변화를 사용하는 경화 또는 연화함수에서도 발생한다. 따라서, 지반의 전단변형에 따른 체적변화와 경화 및 연화함수의 관계를 변형에 따라 연속적으로 규정할 수 있는 변수가 필요하다.

본 논문에서는 건조 사질토의 반복경화거동을 재현하기 위해 기존 IWAN 모델에 등방경화요소를 병렬 연결하는 방법을 사용하였다. 앞서 설명한 IWAN 모델의 메모리 부족 현상은 현실점에서 컴퓨터의 메모리 용량이 기하급수적으로 늘어나는 추세이므로 큰 문제가 되지 않으며, 오히려

IWAN 모델의 사용으로 더욱 정밀한 재료의 거동을 표현 가능하다.

전단변형률에 따른 지반의 경화함수는 지수함수 형태를 가지는 누적전단변형률의 함수로 정의하였으며, 누적전단변형률은 반복한계변형률 보다 큰 변형률의 합으로 정의하였다. 제안된 모델은 비틀전단 실험에서 얻어진 지반의 거동과 모델의 거동을 비교하여 검증하였으며, 동반논문에서 상세한 검증 내용을 다루었다.

2. 기존 병렬 IWAN 모델

복합재료의 탄소성 거동을 나타낼 수 있는 기존 병렬 IWAN 모델은 1967년 Iwan에 의해 제안되었다.⁽¹⁰⁾ IWAN 모델은 완전 탄성 스프링과 완전 소성 슬라이더의 직렬 또는 병렬 조합으로 구성된다. 4개의 요소가 병렬로 연결된 모델은 그림 1과 같으며 이때, 각 요소는 강성이 k_i 인 선형 스프링과 항복 응력이 τ_i^* 인 슬라이더가 직렬로 연결되어 있다. 따라서, 초기 재하 거동에 대한 거동은 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$\tau = \sum_{i=1}^n k_i \gamma + \sum_{i=n+1}^4 \tau_i^* \quad (1)$$

식 (1)에서 첫 번째 항은 전단 변형(γ) 발생시 탄성 거동을 하는 요소들의 전단저항력의 합이며, 두 번째 항은 항복이 발생한 요소들의 전단저항력의 합이다. 그림 1에 나타난 모델의 거동은 그림 2와 같다. 요소의 개수가 무한하다 생각하면, 슬라이더의 항복응력 (τ_i^*)과 스프링의 탄성계수(k_i)는 연속 분포함수로 생각할 수 있다. 따라서, τ_i^* 는 분포함수 $\varphi(\tau^*)$ 로 나타낼 수 있고, $\varphi(\tau^*)d\tau^*$ 는 전체 요소 중 τ^* 와 $\tau^* + d\tau^*$ 사이의 항복응력을 가지는 요소의 개수와 같다. 따라서, 개별 요소가 가지는 탄성계수 k 가 일정하다면, 식 (1)은 다음과 같다.

$$\tau = k\gamma \int_{kr}^{\infty} \varphi(\tau^*)d\tau^* + \int_0^{kr} \tau^* \varphi(\tau^*)d\tau^* \quad (2)$$

실험으로부터 획득한 응력-변형률 관계를 이용하면 항복 응력함수($\varphi(\tau^*)$)와 슬라이더의 항복응력(τ^*)은 다음과 같

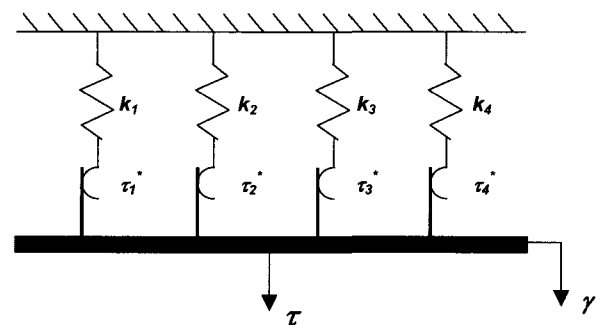


그림 1 4개의 요소가 병렬로 연결된 모델

이 계산할 수 있다. 초기 재하곡선으로 얻어진 응력-변형을 관계 데이터가 N개 일 때, 전체 요소의 개수가 M개인 IWAN 모델의 변수는 다음과 같이 산정할 수 있다.

첫 번째 하중 단계($r=0$ 에서 $r=r_1$ 까지)에서는 모든 요소가 탄성영역에 있고, 모든 요소가 같은 강성을 가지고 있다고 가정한다면, 각 요소의 탄성강성은 실험에서 나타난 초기 탄성계수(τ_1/r_1)을 전체 요소 개수 M으로 나눈 값과 같다 (그림 2).

$$k = \frac{\tau_1/r_1}{M} \quad (3)$$

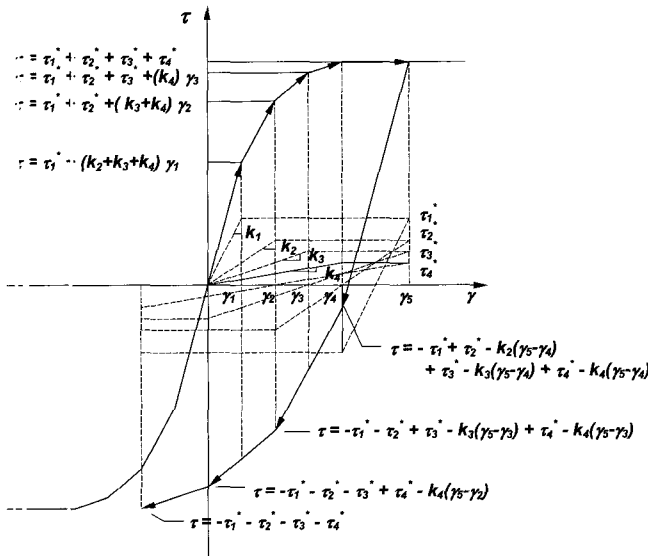


그림 2 병렬연결된 4개 요소의 거동

하중 재하구간 $i-1$ 과 i 사이의 초기 재하 곡선의 강성은 \circ 구간에서 선형으로 남아있는 요소의 강성을 더해 계산할 수 있다. 따라서, 하중 단계 $i-1$ 과 i 사이에서 탄성거동을 하는 요소 개수 $\Psi(\tau_i^*)$ 는 실험에서 얻은 하중 재하구간 ($i-1$ 과 i) 탄성계수 K_i 를 요소 강성 k 로 나눈 값으로 아래와 같다.

$$i\zeta_i = \frac{\tau_i - \tau_{i-1}}{\gamma_i - \gamma_{i-1}} \quad \Psi(\tau_i^*) = \frac{K_i}{k} \quad (4)$$

초기 재하곡선의 기울기가 하중단계가 증가할수록 감소한다면, 항복하는 요소의 개수가 증가하므로 항복응력함수 $\omega(\tau^*)$ 는 각 단계에서 탄성으로 남아있는 요소 개수의 차로 계산 가능하다.

$$\begin{aligned} \omega(\tau_i^*) &= \Psi(\tau_i^*) - \Psi(\tau_{i+1}^*) = \frac{K_i}{k} - \frac{K_{i+1}}{k} \\ &= \frac{(\tau_i - \tau_{i-1})/(\gamma_i - \gamma_{i-1}) - (\tau_{i+1} - \tau_i)/(\gamma_{i+1} - \gamma_i)}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

각 요소의 항복 응력은 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$\tau_i^* = k\gamma_i \quad (6)$$

그림 1의 모델이 임의의 전단응력 τ_m 과 변형률 γ_m 으로 초기 재하 된 후, 이 상태에서 $-\tau_m$ 과 $-\gamma_m$ 까지 역재하 되고, 다시 τ_m 으로 재재하된 상태의 대칭 이력곡선은 그림 3과 같이 나타난다. 역재하 곡선에 대한 응력-변형을 관계는 다음과 같은 세 가지 상태의 요소 조합으로 나타낼 수 있다. (i) 초기 재하에 항복이 일어나지 않아 탄성 상태인 요소, (ii) 초기 재하에 양의 방향으로 항복이 일어난 요소, (iii) 현재 탄성상태이나 초기 재하에 양의 방향으로 항복이 일어난 요소의 조합으로 표현이 가능하다. 따라서, 병렬 조합 모델의 경우 역재하 상태에 대한 응력-변형을 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^{k(\gamma_m - \gamma)/2} \tau^* \varphi(\tau^*) d\tau^* \\ &+ \int_{k(\gamma_m - \gamma)/2}^{k\gamma_m} (k\gamma - k\gamma_m + \tau^*) \varphi(\tau^*) d\tau^* \\ &+ k\gamma \int_{k\gamma_m}^{\infty} \varphi(\tau^*) d\tau^* \end{aligned} \quad (7)$$

재재하의 경우 위 식과 부호가 반대가 된다. 적분구간 $(\gamma_m - \gamma)/2$ 는 Masing rule과 일치하며, 식 (7)에서 $(\gamma_m - \gamma)/2$ 를 γ 로 바꾸면 식 (2)의 초기 재하곡선과 정확히 일치한다는 적분구간 $(\gamma_m - \gamma)/2$ 가 요소의 역재하 또는 재재하 시 요소의 탄성구간을 두 배 확장시키는 역할을 하며, 이는 IWAN 모델이 Masing rule과 바우싱어 효과를 만족시키는 증명이 될 수 있다.

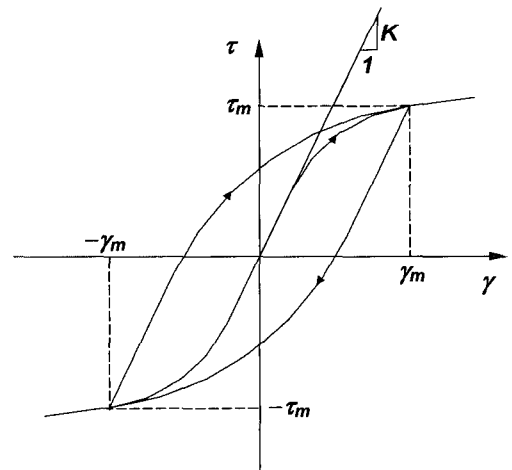


그림 3 반복 한계 이력곡선

3. 수정 병렬 IWAN 모델의 개발

3.1 반복한계 전단 변형률

대부분의 지반 재료는 반복하중을 받을 경우, 하중 재하 회수가 증가할수록 전단탄성계수는 감소하거나 증가한다. 완전 포화된 사질토와 점성토의 경우 전단탄성계수는 감소하고 불포화 사질토는 증가한다. 이러한 전단탄성계수의 변화는 시료의 부피가 변하거나 간극수압이 변화하기 때문에 발생한다고 알려져 있다.^{(21),(23)} 미소 변형률 영역에서 전단탄성계

수의 변화는 지반이 겪는 전단변형률이 반복한계 전단 변형률 보다 클 때 발생하게 된다.⁽²²⁾ 반복한계 전단 변형률은 두 가지 방법으로 결정할 수 있다. 하나는 시료의 부피 변화 또는 간극 수압의 변화를 측정하는 것이고, 다른 하나는 하중 반복에 따른 전단탄성계수의 변화를 측정하는 것이다. 저변형률 영역에서는 하중 재하 회수에 따른 전단탄성계수의 변화가 시료의 부피 변화 또는 간극 수압의 증가보다 더 정밀하게 나타나는 것으로 알려져 있으며, 이는 측정 장비의 정밀도 문제와 연관되어 있다. 따라서, 시료의 체적변형 또는 간극수압 증가 계측 기록을 이용하여 결정된 반복한계 전단 변형률은 전단탄성계수의 변화로 얻어진 값보다 약간 큰 값을 가진다.^{(22),(24)} 반복한계 전단 변형률의 특성을 이용하여 Matasovic과 Vucetic은 반복한계변형률을 이용하는 점성토의 간극수압 모델을 제시하였다.⁽²⁵⁾ 본 논문에서는 역재하-재재하 곡선이 초기 재하곡선과 다른 거동을 보이기 시작하는 변형률을 반복한계 전단 변형률(γ_i^c)로 결정하였고, 이는 하중 재하 회수에 따른 전단탄성계수 변화로 반복한계 전단 변형률을 규명하는 방법과 동일하다. 그리고, 지반이 겪게되는 반복한계 전단 변형률 이상의 변형률을 지반의 반복하중에 대한 거동특성을 규명하는 변수로 이용하였다.

3.2 누적전단변형률

대부분의 지반 재료는 반복한계 전단 변형률 보다 큰 변형률을 겪게될 경우 반복경화 또는 반복연화 현상이 발생하며, 영구적인 간극수압변화 및 체적변화를 동반한다. 지반의 영구적인 변형 특성은 소성 전단변형량과 밀접한 관계가 있다. 지난 수 십 년간 많은 연구자들은 지반재료의 경화 또는 연화의 정도와 소성 전단변형량에 따른 간극수압, 체적변화와의 관계를 맺으려고 많은 노력을 하였다.^{(26),(28)}

탄소성이론에서 소성 전단변형량은 전체 변형량에 대한 탄성변형량의 차로 계산 가능하다. 대부분의 탄소성 모델에서는 탄성 변형량을 초기(최대) 탄성계수를 이용하여 계산하나, 지반에서 반복하중에 의한 지반의 거동변화를 나타내는 반복한계 전단변형률은 탄성 한계 변형률과 다른 값을 가진다. 이러한 문제로 인하여 소성 전단 변형량을 규정하기 위해서는 실험으로부터 반복한계 전단 변형률을 측정하여 사용할 필요가 있다.

본 논문에서는 지반이 겪게 되는 반복한계 전단변형률 보다 큰 전단변형률의 합을 누적 전단변형률로 정의하였다. 반복하중을 받게 되는 지반의 누적전단변형률의 크기는 다음과 같이 계산할 수 있다. Masing rule에 근거하여 역재하 및 재재하 이력곡선은 초기 재하곡선을 두 배 확장한 형태를 가진다고 가정하면, 역재하 및 재재하 이력곡선상에서 지반이 겪게되는 누적전단변형률의 크기는 초기재하 곡선상에서 겪게되는 변형률의 1/2크기를 가지게 된다. 반복하중을 받고 있는 지반에서 누적전단변형률의 계산 과정은 그림 4에 나타나 있다. 그림 4에서 지반이 초기 재하곡선을 따라 O점

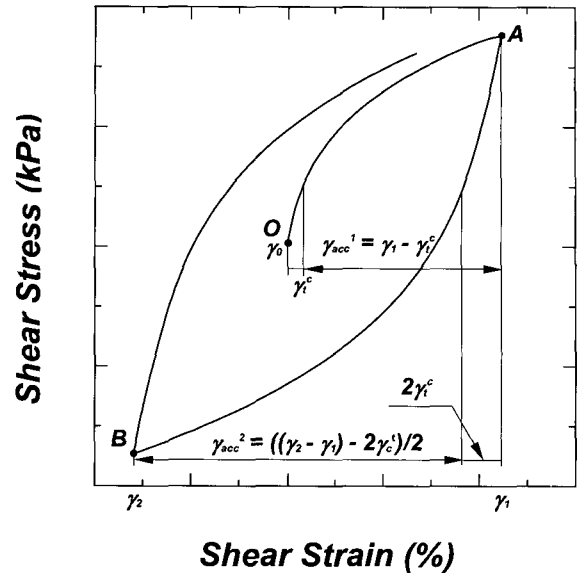


그림 4 대칭 한계 반복하중 실험으로부터 누적전단변형률 계산방법

에서 A점까지 재하될 때, 누적전단변형률은 식 (9)와 같이 계산된다.

$$\gamma_{acc}^1 = \gamma_1 - \gamma_i^c \quad (9)$$

지반이 A점에서 B점으로 역재하될 경우, 누적전단변형률은 역재하 곡선상에서 한계전단변형률보다 큰 변형률의 합으로 계산할 수 있다. Masing rule에 근거하면, 역재하 및 재재하 곡선상 누적전단변형률은 식 (10)과 같이 계산할 수 있다.

$$\gamma_{acc}^2 = \frac{|\gamma_2 - \gamma_1| - 2\gamma_i^c}{2} \quad (10)$$

i번째 역재하 또는 재재하 곡선상에서 누적전단변형의 계산을 일반식으로 표현하면 다음과 같다

$$\gamma_{acc}^i = \frac{|\gamma - \gamma_c| - 2\gamma_i^c}{2} \quad (11)$$

여기서 γ_c 는 하중 역전지점에서의 변형률 값이다. 따라서, N번의 하중 반복이 이루어지는 경우 총 누적전단변형률은 다음과 같이 계산 가능하다.

$$\gamma_{acc} = \sum_{i=1}^N \gamma_{acc}^i \quad (12)$$

누적전단변형률의 특징은 지반 구조상 회복할 수 없는 변형을 야기시킨 변형률의 총량으로 간주할 수 있으며, 누적 전단변형률의 발생은 지반의 거동에 변화를 야기하게 된다.

3.3 수정 IWAN 모델

본 논문에서는 반복하중을 받는 사질토의 거동을 표현하기 위하여 기존 IWAN 모델에 등방경화요소를 추가한 모델을 제안한다. 제안된 모델은 그림 5에 나타난 바와 같이 두 종류의 요소로 구성되어 있다. 하나는 반복한계 항복응력보

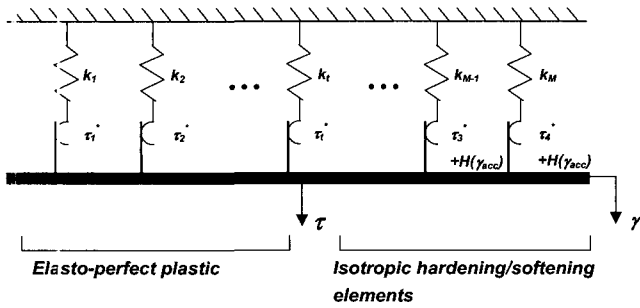


그림 5 등방경화요소가 병렬연결된 모델

다 작은 항복응력을 가지는 완전탄성-완전소성 요소와, 다른 하나는 반복한계 항복응력보다 큰 초기 항복응력을 가지는 완전탄성-등방경화요소이다. 여기서 반복한계 항복응력은 스프링-슬라이더 요소가 반복한계 전단변형률을 겪을때 발휘하는 전단응력으로 정의된다(식 (13)).

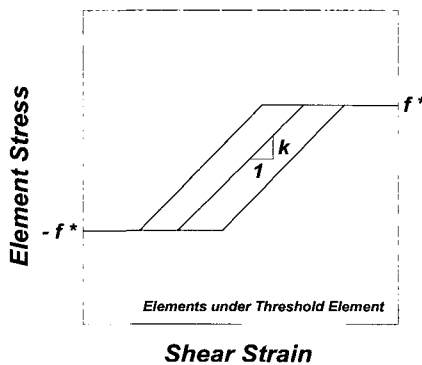
$$\tau_i^* = k_i \gamma_i^c \quad (13)$$

여기서, k_i 는 반복 한계요소의 탄성계수이며, γ_i^c 는 반복한계 전단변형률이다.

두 요소의 일반적인 거동은 그림 6에 나타내었다. 완전탄성-완전소성 요소는 누적전단변형률과 상관없이 탄성-완전소성 거동을 보이며, 완전탄성-등방 경화요소는 경화함수에 의한 등방경화 거동을 보인다. 재료가 반복 하중을 받는 경우, IWAN 모델의 항복응력함수 $\varphi(\tau^*)$ 는 최대 응력, 변형률 또는, 하중 반복 회수 등의 함수가 된다. 제안된 모델의 완전탄성-등방경화요소의 경화함수는 누적전단변형률의 함수로 정의되며, 이에 따라 항복응력 분포함수 ($\varphi(\tau^*)$)는 식 (14)와 같이 수정 가능하다.

$$\varphi(\tau^*(\gamma_{acc})) = \varphi(\tau^*(0) + H(\gamma_{acc})) \quad (14)$$

여기서, $\tau^*(0)$ 은 지반이 누적전단변형률을 겪지 않았을 때의 슬라이더 항복응력이고, $H(\gamma_{acc})$ 는 누적전단변형률에 따라 슬라이더 항복응력이 증가하는 경화함수이다. 따라서, 제안된 모델의 초기재하곡선상 응력-변형률 관계는 식 (15)와 같이 표현될 수 있다.



(a) 한계변형 전의 요소(탄성-완전소성 거동)

$$\tau = k\gamma \int_{k\gamma}^{\infty} \varphi(\tau^*(\gamma_{acc}))d\tau^* + \int_0^{k\gamma} \tau^* \varphi(\tau^*(\gamma_{acc}))d\tau^* \quad (15)$$

식 (15)에서 제안된 초기 재하곡선은 반복한계 전단 변형률보다 작은 변형률을 겪게되는 경우 누적전단 변형률(γ_{acc})에 0 이므로, 하중 재하 회수에 상관없이 단일한 응력-변형률 거동을 보여준다. 반면 반복한계 전단 변형률 보다 큰 전단 변형률을 겪게되는 경우, 그림 7에 나타난 바와 같이 경화함수 $H(\gamma_{acc})$ 에 따라 초기재하 곡선은 경화 거동을 보임을 알 수 있다. 이는 제안된 모델에 사용된 등방 경화요소로 인하여 발생하는 거동이며, 이로 인하여 제안된 모델은 반복하중을 받는 사질토의 경화 거동을 표현하는 것이 가능하다.

누적전단변형률 변화에 따른 i번째 등방 경화요소의 슬라이더 항복 응력 변화 τ_i^* 는 식(16)과 같이 지수함수 형태로 정의하였다.

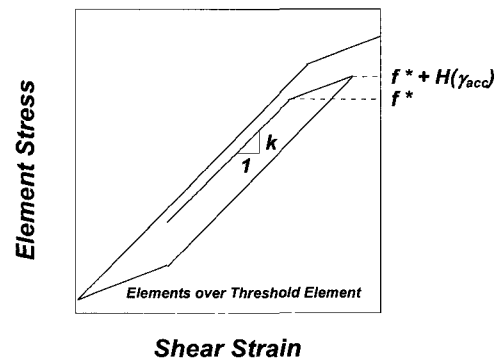
$$\tau_i^*(\gamma_{acc}) = \alpha + \beta e^{-x\gamma_{acc}} \quad (16)$$

여기서 α, β 그리고 x 는 재료특성이며 γ_{acc} 는 누적전단 변형률을 나타낸다. 여기서, α 와 β 의 합은 등방 경화 요소 슬라이더의 초기 항복응력이며 이는 지반이 누적전단변형률을 겪지 않았을 때($\gamma_{acc}=0$)의 슬라이더 항복응력이 된다. 따라서, 누적전단변형률의 증가에 따른 경화함수는 임의의 누적전단변형률에서의 슬라이더 항복응력과 초기 슬라이더 항복응력의 차로 정의할 수 있다(식 (17)).

$$H(\gamma_{acc}) = \tau^*(\gamma_{acc}) - \tau^*(0) = \beta(e^{-x\gamma_{acc}} - 1) \quad (17)$$

식 (17)을 식 (15)에 대입하면, 초기 재하곡선의 응력-변형률 관계는 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \tau &= k\gamma \int_{k\gamma}^{\infty} \varphi(\tau^*(\gamma_{acc}))d\tau^* + \int_0^{k\gamma} \tau^* \varphi(\tau^*(\gamma_{acc}))d\tau^* \\ &= k\gamma \int_{k\gamma}^{\infty} \varphi(\tau^*(0) + H(\gamma_{acc}))d\tau^* + \int_0^{k\gamma} \tau^* \varphi(\tau^*(0) + H(\gamma_{acc}))d\tau^* \\ &= k\gamma \int_{k\gamma}^{\infty} \varphi(\tau^*(0) + \beta(e^{-x\gamma_{acc}} - 1))d\tau^* \\ &\quad + \int_0^{k\gamma} \tau^* \varphi(\tau^*(0) + \beta(e^{-x\gamma_{acc}} - 1))d\tau^* \end{aligned} \quad (18)$$



(b) 한계변형 후의 요소(탄성-등방 경화 거동)

그림 6 병렬 등방경화요소 모델(그림 5)의 나타난 요소의 전형적인 반복 거동

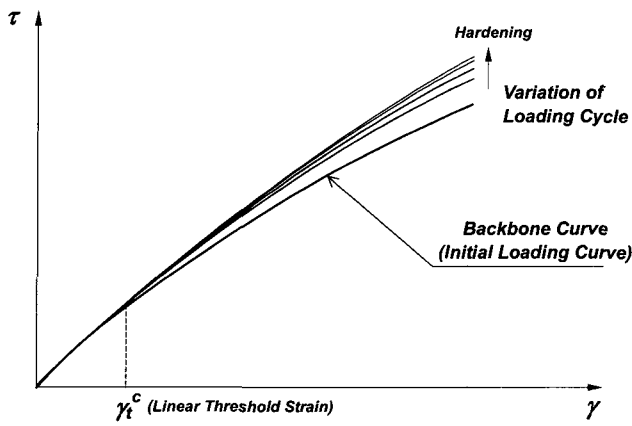


그림 7 수정 병렬 IWAN 모델의 Backbone curve 거동

3.4 모델 변수의 영향

본 논문에서 제안된 수정 IWAN 모델은 지반의 반복거동을 나타내기 위하여 두 개의 변수(β, κ)가 필요하다. 추가된 변수에 따른 모델의 거동을 살펴보기 위해 Seed와 Idriss가 제안한 정규화 초기 재하 곡선을 가지는 지반재료를 가정하였다.⁽²⁷⁾ 최대전단탄성계수가 180Mpa이고 반복한계 전단 변형률을 2×10^{-3} %로 가정하였으며, 수정 IWAN 모델의 요소 수는 100개를 사용하였다.

첫째, x 가 0.3의 일정한 값을 가질때 변수 β 의 변화에 따른 모델의 거동은 그림 8과 같다. 그림 8로부터 제안된 모델의 반복 경화 정도는 변수 β 의 절대값 증가에 따라 증가하였으나, 반복 경화의 수렴 속도는 크게 변하지 않았다. 둘째, β 가 -0.01의 일정한 값을 가질 때 변수 x 값의 변화에 따른 모델의 거동은 그림 9와 같다. 그림 9에 나타난 바와 같이,

변수 x 가 증가함에 따라 이력곡선이 빠르게 반복경화가 일어남을 알 수 있다. 그러나, 최종 반복경화의 정도는 x 의 값에 관계없이 동일함을 알 수 있다. 따라서, 변수 β 는 최종 경화 정도를 통제하고 변수 x 는 누적전단변형률에 따른 이력곡선의 반복경화 수렴의 속도를 통제하는 것을 알 수 있다.

4. 수정 병렬 IWAN 모델의 적용

4.1 모델 변수의 결정

본 논문에서 제안된 반복 경화 표현을 위한 변수 β 와 x 는 비틀전단 실험결과로 얻을 수 있다. 시험결과로 얻어진 사질토 지반의 반복 전단 하중에 대한 이력곡선은 그림 10(a)와 같이 Masing Rule을 적용하여 초기 재하곡선의 형태로 표현 가능하다. 이렇게 표현된 역재하-재재하 곡선상 하중 역전 점에서의 응력 값과 최초 하중 역전점의 응력값을 비교하면 제안된 모델의 변수 β 와 x 를 결정할 수 있다. 예를 들어 그림 10(b)에서 i 번째 역재하-재재하 곡선상에 위치하는 하중 역전점 (γ'_i, τ'_i)은 IWAN 모델의 초기재하곡선식을 이용하면 식(19)와 같이 계산가능하다.

$$\tau = \kappa \gamma_i^x \int_{\kappa \gamma_i^x}^{\infty} \varphi(\tau^*) d\tau^* + \int_0^{\kappa \gamma_i^x} \tau^* \varphi(\tau^*) d\tau^* \quad (19)$$

초기 재하곡선으로부터 얻어진 IWAN 모델 곡선으로부터 i 번째 역재하-재재하 곡선을 표현하기 위해서는 등방경화요소의 슬라이더 항복 응력을 변화시킴으로서 가능하다. 그림 10에 나타난 바와 같이, i 번째 하중 역전점에서 응력

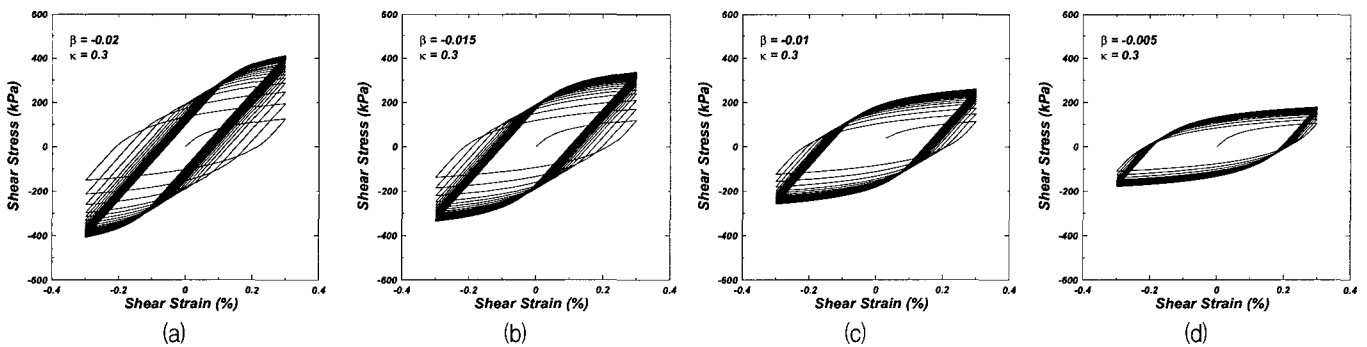


그림 8 제안된 모델의 β 값 변화에 따른 반복경화거동($x = 0.3$)

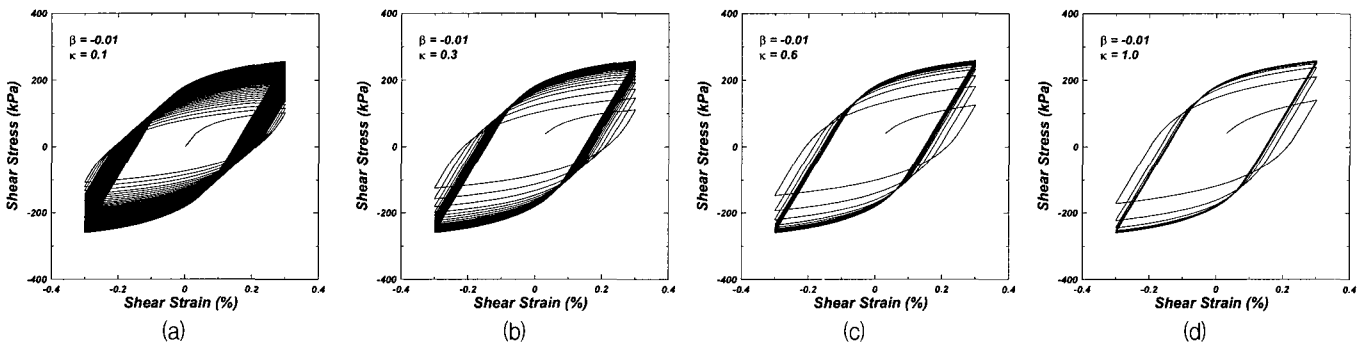


그림 9 제안된 모델의 x 값 변화에 따른 반복경화거동($\beta = -0.01$)

레벨(크기)을 맞추기 위하여 초기 재하곡선으로부터 얻어진 IWAN 모델의 슬라이더 항복 응력 증가량 $\Delta\tau^*$ 라고 가정 하면, i 번째 하중 역전점에서 응력은 식 (20)과 같아진다.

$$\tau'_i = k\gamma'_i \int_{k\gamma'_i}^{\infty} \varphi(\tau^* + \Delta\tau^*) d\tau^* + \int_0^{k\gamma'_i} \tau^* \varphi(\tau^* + \Delta\tau^*) d\tau^* \quad (20)$$

각각의 하중 역전점 (γ'_i, τ'_i)에서 발생하는 누적전단변형률은 식 (12)를 이용하여 계산할 수 있다. 최종적으로, 누적 전단변형률에 따른 슬라이더 항복응력의 증가량은 초기재하곡선식을 기준으로 하중역전점에서의 슬라이더 항복응력 증가량($\Delta\tau^*$)과 누적전단변형률(γ_{acc})의 관계로부터 얻어진다. 본 논문에서는 하중 역전점에서의 변형률 변화율이 0이므로, 지반의 점성저항력을 무시하기 위하여 하중역전점을 기준으로 누적전단변형률에 따른 슬라이더 항복응력 증가량을 계산하였다.

본 논문에서는 제안된 모델의 모든 요소가 같은 등방 경화를 한다고 가정하였으며, 이로 인하여 수정 IWAN 모델을 구성하는 전체 요소 중 하나의 요소 슬라이더 항복응력 증가를 계산함으로써 모든 등방경화 요소의 경화함수 유도가 가

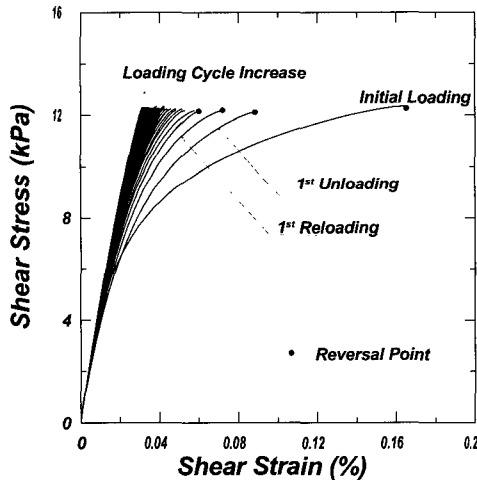
능하다. 본 논문에서는 반복한계 요소보다 큰 항복응력을 가지는 요소를 기준으로 경화함수를 유도하였다.

실험으로 얻어진 누적전단변형률에 따른 슬라이더 항복 응력의 전형적인 증가는 그림 11과 같다. 앞서 제안된 지수 함수 모양의 슬라이더 항복 응력 변화 함수는 실험 결과와 매우 잘 일치하며, 경화함수 $H(\gamma_{acc})$ 는 식 (17)을 이용하여 계산 가능하다.

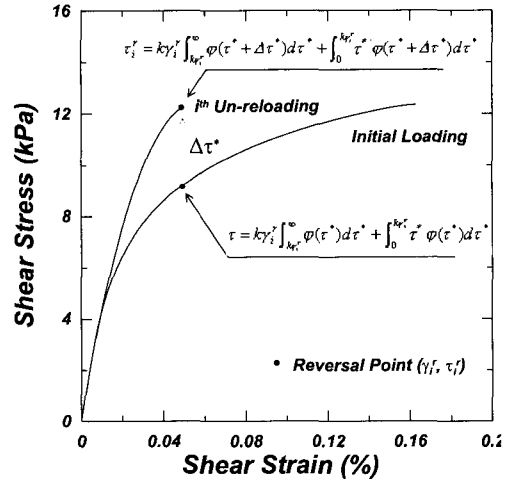
4.2 수정 병렬 IWAN 모델의 적용성

본 논문에서 제안된 모델의 적용성을 알아보기 위하여 저 변형률에서 중간변형률 영역에서 시험이 가능한 비등전단시험기를 이용하여 두 가지 건조사질토에 대한 실험을 수행하였다. 실험 방법 및 실험 장비에 대한 자세한 설명은 동반 논문에 설명되어 있다(이진선 등, 2002). 실험에 사용된 사질토의 지반공학학적 물성치는 표 1에 정리되어 있다.

시료는 50kPa의 구속압 상태에서 낙사장치(pluviation device)를 이용하여 성형을 하였고 시료의 상대밀도는 금강모래의 경우 54.7%, 토요라 모래의 경우 54.3% 였다. 구속압은 진공압을 사용하였으며, 실험은 연속적인 30회의 반복 하중을

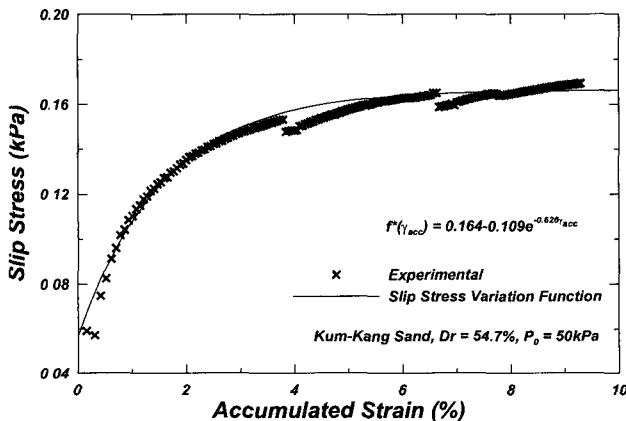


(a) 초기 재하곡선

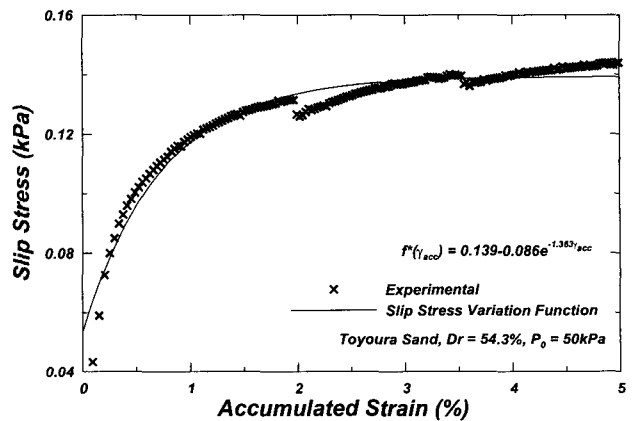


(b) i 번째 역재하-재재하 곡선

그림 10 분해된 역재하-재재하 곡선과 backbone curve로부터 $\Delta\tau^*$ 의 결정 방법



(a) 금강 모래



(b) 토요라 모래

그림 11 누적전단변형률과 전형적인 슬라이더 항복 응력과의 관계

표 1 시료 모래의 공학적인 특징

특징	금강 모래	토요라 모래
분류(USCS)	SP	SP
최대 간극비	0.973	0.982
최소 간극비	0.698	0.617
G_s	-	2.65*
C_c (Gradation 계수)	.96	1.00
C_u (Uniform 계수)	2.46	1.29
PI	NP	NP
D_{50} , mm	0.424	0.199

* G_s 값은 2.65로 가정하여 계산함

가하였고, 주파수 0.06Hz의 사인과 하중을 가하였다. 반복한계 전단 변형률은 Masing rule에 따라 초기재하곡선의 형태로 변환된 역재하 곡선과 재재하 곡선의 변화로 결정되었다(그림 12).

그림 12와 같이 반복한계 전단 변형률 이하의 영역에서는 변환된 초기재하곡선이 하중반복회수에 관계없이 일정하나 그 이상의 변형률 영역에서는 하중반복회수의 증가에 따라 강성이 점점 증가하는 형태를 보인다. 여기서, 분해된 초기재하곡선의 변화는 전단탄성계수의 변화로 볼 수 있고 이러한 변화를 보이기 시작하는 변형률 크기를 반복한계 전단 변형률로 정의 가능하다.

이로부터, 금강 모래와 토요라 모래의 반복한계 전단 변형률은 각각 0.012%와 0.007%로 결정되었다. 실험결과 얻어진 각 시료의 반복경화 변수는 표 2에 요약되어 있다.

계산된 반복경화 변수를 이용하여 두 모래 시료의 거동을 역으로 표현한 결과는 그림 13과 같이 실험결과와 잘 일치됨을 알 수 있다. 실험결과와 하중 역전이 부드럽게 이루어

지는 이유는 시료의 점성효과 때문이다. 하중 반복회수 30회 이상에서 실험결과와 모델 예측이 다소 다르게 보이는 이유는 실험장비 top-cap과 시료의 순응성에 기인하는 것으로 판단된다.

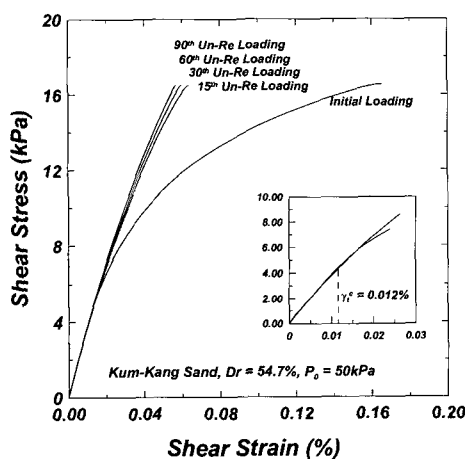
5. 결 론

본 논문의 결론은 아래와 같이 요약할 수 있다.

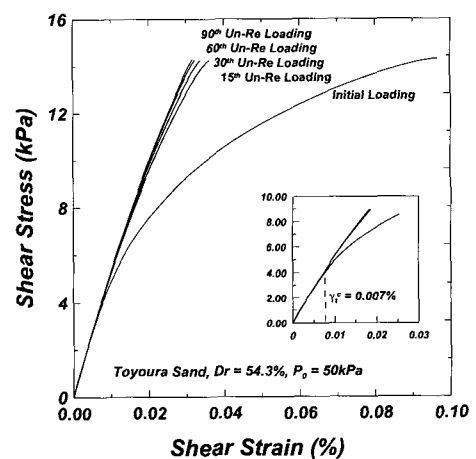
- (1) 지반의 비선형 응력-변형률 관계, 바우싱어 효과 및 반복경화 거동 등을 나타낼 수 있는 반복 경화모델을 수정·개발하였다. 또한, 기존 병렬 IWAN 모델의 수정으로 사질토의 반복경화 거동을 표현할 수 있었다.
- (2) 반복한계변형률의 개념을 사용하여, 반복한계 전단 변형률을 초과하는 전단변형률의 합으로 누적전단변형률을 정의하였다. 제안된 모델의 반복 경화 변수의 유도를 위해, 연속적인 반복하중 재하 실험을 수행할 것을 제안한다.
- (3) 사질토의 경화함수를 등방경화요소의 형태로 기존 병렬 IWAN 모델에 추가하였고, 누적전단변형률에 따른 슬라이더 항복 응력변화로부터 경화함수의 결정이 가능하다.
- (4) 모델을 이용한 예측결과는 실험에서 얻어진 결과와 잘 일치하였으며, 제안된 모델의 자세한 검증 절차는 동반 논문에서 서술되어 있다.

감사의 글

본 연구는 한국학술진흥재단 선도연구자 지원사업 과제(KRF-2002-041-D00511)의 연구비 지원에 의한 것으로 이에 깊은 감사를 드립니다.



(a) 금강 모래, $D_r = 54.7\%$, $P_0 = 50\text{kPa}$



(b) 토요라 모래, $D_r = 54.3\%$, $P_0 = 50\text{kPa}$

그림 12 역재하-재재하 곡선으로부터 분해된 backbone curve 변화

표 2 실험 조건 및 경화변수

시료 종류	β	α	구속압(kPa)	하중재하회수	상대밀도(%)
금강 모래	-0.109	-0.626	50	90	54.7
토요라 모래	-0.086	-1.36	50	90	54.3

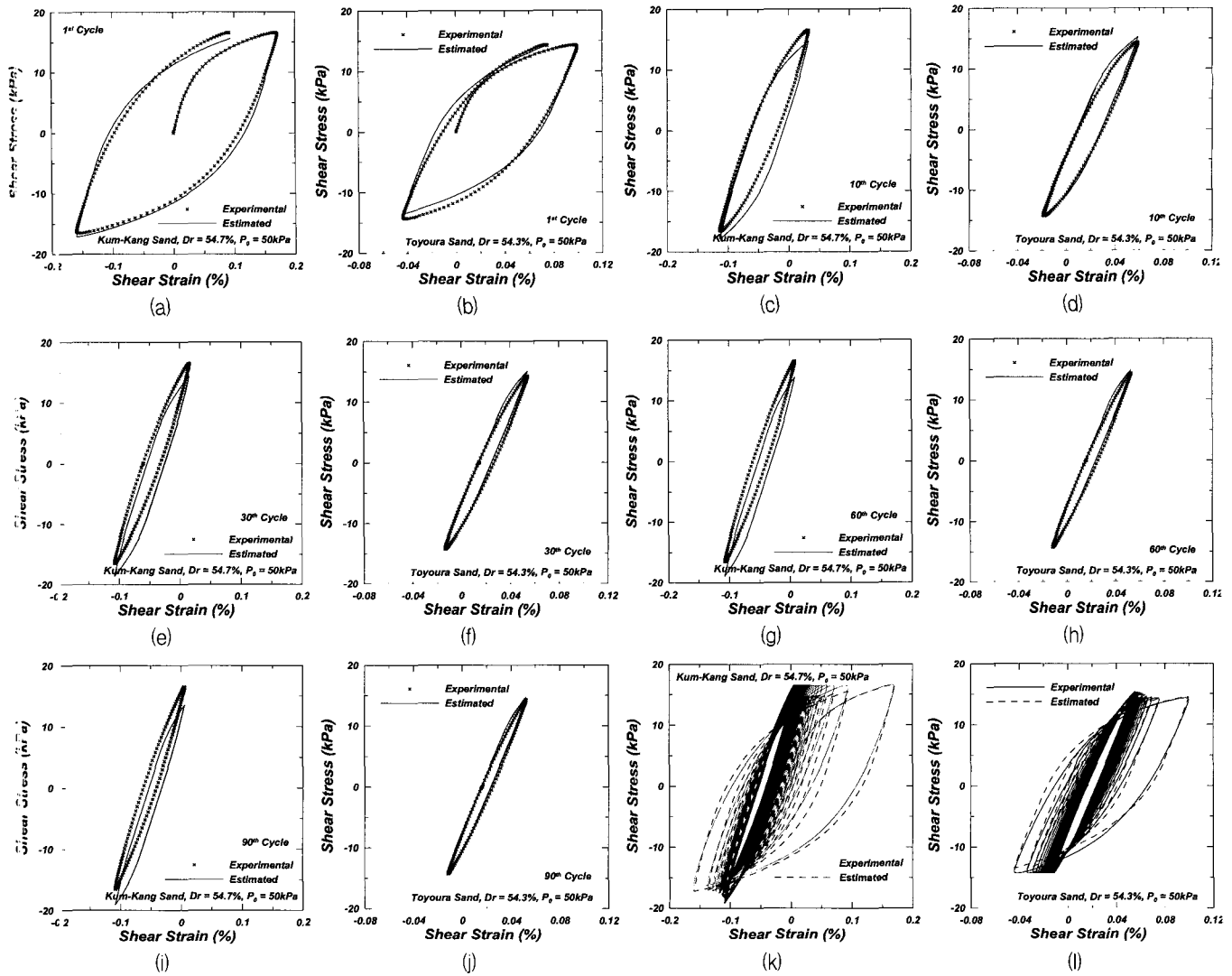


그림 13 모델 예측 및 실험 응력-변형률 곡선의 비교

참고 문헌

1. Fung, Y. C., *Foundations of soil mechanics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1965.
2. Ishihara, K., *Soil Behavior in Earthquake Geotechnics*, Oxford University Press Inc, New York, 1996.
3. Kondner, R. L. and Zelasko, J. S., "A hyperbolic Stress-Strain Formulation of Sands," *Proceedings 2nd Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1963, pp. 289-324.
4. Duncan, J. M. and Chang, C. Y., "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils," *Proceedings ASCE*, Vol. 96, No. SM5, 1970, pp. 1629-1653.
5. Purzin, A. M. and Shiran, A., "Effects of the Constitutive Relationship on Seismic Response of Soils. Part I. Constitutive Modelling of Cyclic Behavior of Soils," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 19, 2000, pp. 305-318.
6. Mroz, A., "NonAssociated Flow Rules in Plasticity," *Journal Mecanique*, Paris, France, Vol. II, 1963, pp. 21-42.
7. Krieg, R. D., "A Practical Two-surface Plasticity Theory," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 42, 1975, pp. 641-646.
8. Inel, S., "Kinematic Hardening Model for Sand Behavior during Large Stress Reversals," Ph. D. dissertation, UCLA Civil Engineering Department, Los Angeles, California, 1992.
9. Prevost, J. H., "Mathematical Modeling of Monotonic and Cyclic Undrained Clay Behavior," *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 1, No. 2, 1977, pp. 195-216.
10. Iwan, W. D., "On a Class of Models for the Yielding Behavior of Continuous and Composite Systems," *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 34, 1967, pp. 612-617.
11. Nelson, R. B. and Dorfmann, A., "Parallel Elastoplastic Models of Inelastic Material Behavior," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 121, No. 10, 1995, pp. 1089-1097.
12. Eekelen, H. A. M. van, and Potts, D. M., "The Behavior of Drammen Clay Under Cyclic Loading,"

- Geotechnique*, Vol. 28, 1978, pp. 173-196.
13. Valanis, K. C. and Read, H. E., *A New Endochronic Plasticity Model, Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads*, John Wiley and Sons, New York, 1982, pp. 375- 471.
 14. Purzin, A., Frydman, S., and Talesnick, M., "Normalized Nondegrading Behavior of Soft Clay under Cyclic Simple Shear Loading," *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol. 121, No. 12, 1995, pp. 836-843.
 15. Muravskii, G. and Frydman, S., "Site Response Analysis Using NonLinear Hysteretic Model," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 17, 1998, pp. 227-238.
 16. Hashiguchi, K. and Chen, Z. P., "Elastoplastic Constitutive Equation of Soils with the Subloading Surface and the Rotational Hardening," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 22, 1998, pp. 197-227.
 17. Woodward, P. K. and Molenkamp, F., "Application of An Advanced Multi-surface Kinematic Constitutive Soil Model," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 23, 1999, pp. 1995-2043.
 18. Idriss, I. M, Dobry, R., and Singh, R. D., "Nonlinear Behavior of Soft Clays During Cyclic Loading," *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 104, No. GT12, 1978, pp. 1427-1447.
 19. Vucetic, M., "Normalized Behavior of Clay under Irregular Cyclic Loading," *Canadian Geotechnique*, Vol. 27. No. 1, 1990, pp. 29-46.
 20. Rao, S. N. and Panda, A. P., "Nonlinear Analysis of Undrained Cyclic Strength of Soft Marine Clay," *Ocean Engineering*, Vol. 26. 1999, pp. 241-253.
 21. Finn, W. D. L., Bhatia, S. K., and Pickering, D. J., *The Cyclic Simple Shear Test, Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads*, John Wiley and Sons, New York, 1982, pp. 583- 607.
 22. Kim, D. S., "Deformation Characteristics of Soils at Small to Intermediate Strains from Cyclic Tests," Ph. D. Dissertations, University of Texas at Austin, 1991.
 23. Talesnick, M. and Frydman, S., "Irrecoverable and Overall Strains in Cyclic Shear of Soft Clay," *Soils and Foundations*, Vol. 32, No. 3, 1992, pp. 4760.
 24. Vucetic, M., "Cyclic Threshold Shear Strains in Soils," *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, Vol. 120, No. 12, 1994, pp. 2208-2228.
 25. Matasovic, N. and Vucetic, M., "A Pore Pressure Model for Cyclic Straining of Clay," *Soils and Foundations*, Vol. 32. No. 3, 1992, pp. 156-173.
 26. Dobry, R., Yokel, F. Y., and Ladd, R. S., "Liquefaction Potential of Overconsolidated Sands in Moderately Seismic Areas," *Proceedings of Conference on Earthquakes and Earthquake Engineering in Eastern U. S.*, Knoxville, Tennessee, Ann Arbor Science Publisher Inc., Ann Arbor, Michigan, Vol. 2, 1981, pp. 643-664.
 27. Seed, H. B. and Idriss, I. M., "Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis," Report No. UCB/EERC70/10, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1970. 12, 48 pp.
 28. Finn, W. D. L., *Dynamic Response Analyses of Saturated Sands, Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads*, John Wiley and Sons, New York, 1982, pp. 105-131.
 29. Bazant, Z. P., Ansal, A. M., and Krizek, R. J., *Endochronic Models for Soils, Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads*, John Wiley and Sons, New York, 1982, pp. 419-438.