

구형 배플상의 피스톤 음원에 대한 방사임피던스 계산

Calculation of Radiation Impedance for Piston Sources on a Spherical Baffle

박 순 종*, 김 무 준**, 김 천 덕***
(Soon-Jong Park*, Moo-Joon Kim**, Chun-Duck Kim***)

* 부경대학교 대학원, ** 자연과학대학 물리학과, *** 공과대학 전기·제어계측공학부
(접수일자: 2002년 9월 24일; 수정일자: 2002년 10월 21일; 채택일자: 2002년 11월 18일)

구형 배플상의 피스톤 음원에 대하여 방사임피던스 특성을 2차원 축대칭 유한요소법과 하이브리드형 무한요소법을 사용하여 수치 해석하였다. 강체 배플에 있어서 피스톤 음원의 방사면 크기에 따른 자기방사임피던스 변화와 피스톤 음원간의 상호방사임피던스 변화를 계산한 결과는 알려진 해석해와 잘 일치하였다. 또한 비강체 배플의 적용에 따른 자기방사임피던스 및 상호방사임피던스의 변화를 규명함으로써 음향변환기의 설계 및 방사특성 해석에 응용되어질 것으로 기대된다.

핵심용어: 구형 배플, 피스톤 음원, 유한요소법, 하이브리드형 무한요소법, 자기방사임피던스, 상호방사임피던스
투고분야: 수중음향 분야 (5.6), 전기음향 분야 (3.1)

The characteristics of radiation impedance for piston source on a spherical baffle are analyzed by algorithms which consists of Finite Element Method (FEM) and Hybrid type Infinite Element Method (HIEM). The results of self-radiation impedance for radiation angle and mutual radiation impedance between piston sources coincided with other reports on the spherical rigid baffle. For the spherical non-rigid baffles, the variations of self-radiation impedance and mutual-radiation impedance are identified. Therefore, these results can be applied to design and radiation characteristics analysis of acoustic transducers.

Keywords: Spherical baffle, Piston source, Finite element method, Hybrid type infinite element method, Self-radiation impedance, Mutual-radiation impedance

ASK subject classification: Underwater acoustics (5.6), Electro-acoustics (3.1)

I. 서론

음향변환기의 방사임피던스는 음향방사 특성 및 음향변환기 설계에 있어 고려되어야 하는 중요한 요소이다 [1,2]. 이러한 방사임피던스는 단일 음원의 경우 자기방사임피던스 특성이 고려되고, 복수 음원을 가지는 음향변환기에서는 음원간의 간섭에 의한 영향을 고려하기 위하여 상호방사임피던스 특성도 중요하게 된다[3].

일반적으로 방사임피던스의 고려에는 무한크기의 강체 배플인 경우에 대한 해석 결과들을 이용하고 있으며 [4-6], 배플의 크기에 대한 고려로서는 음원을 포함한 유한크기 배플을 타원체의 강체 배플로 근사하여 구한

해가 알려져 있고[5], 원판형 피스톤 음원에 있어서의 배플의 크기와 재질 변화에 따른 자기방사임피던스의 변화를 고찰한 결과, 배플의 크기 및 배플의 재질 변화에 따라 방사임피던스의 변화가 확인된바 있다[7]. 따라서 구형 배플상의 피스톤 음원에 대해서도 배플의 재질 변화에 따른 방사임피던스 특성의 변화가 예상되지만, 강체 배플에 대한 자기방사임피던스 및 상호방사임피던스의 해석해 정도가 알려져 있는 실정이다[3,5].

본 연구에서는 2차원 축대칭 유한요소와 하이브리드형 반무한요소가 결합된 음향해석용 알고리즘을 사용하여 그림 1과 같이 피스톤 음원이 강체 구형 배플에 끼워진 모델에 대하여 방사면의 크기 변화에 따른 자기방사임피던스의 변화를 계산하여 알려진 해석해와 비교 검토하고, 피스톤 음원간의 거리에 따른 상호방사임피던스 특성을 계산하여 알고리즘의 유효성을 확인한다. 또한 구형 배플의 재질이 비강체일 경우를 고려하여 재질의 특

책임저자: 박순종 (ultrasj@mail1.pknu.ac.kr)
608-739 부산광역시 남구 용당동 산 100
부경대학교 대학원
(전화: 051-620-1426; 팩스: 051-620-1425)

성임피던스 변화에 따른 자기방사임피던스 및 상호방사 임피던스 특성 변화에 대하여 고찰하고자 한다.

II. 자기 및 상호 방사임피던스

구형 배플상에 끼워져 있는 피스톤 음원의 방사임피던스는 일반적으로 그림 1에 나타내는 모델과 같이 강체 구형 배플에 대하여 해석되어 알려져 있다. 피스톤 음원 1, 2는 각각 방사각의 크기 θ_1 , θ_2 를 가지고 있으며, 음원 중심간의 거리는 β_{12} 로서 반경 b 의 강체 구형 배플에 끼워져 있다. 여기에서 피스톤 음원 1은 구형의 일부로서 그림 1의 ①과 같이 경방향 진동을 하는 것과 ②와 같이 축방향 진동을 하는 것으로 가정되었다.

피스톤 음원 1의 경방향 진동에 의한 자기방사임피던스는 식 (1)과 같이 알려져 있다[5].

$$\frac{Z_{r11}}{\rho c S} = \frac{2\pi b^2(1 - \cos \theta_1)\rho_0 c}{2(1 - \cos \theta_1)} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{j}{2n+1} \cdot \frac{kb h_n^{(2)}(kb)}{kb h_{n+1}^{(2)}(kb) - n h_n^{(2)}(kb)} \cdot (P_{n-1}(\cos \theta_1) - P_{n+1}(\cos \theta_1))^2 \quad (1)$$

축방향 진동에 대한 해로서는 피스톤 음원 1의 구동에 의해 발생하는 음원 2에서의 상호방사임피던스로 식 (2)와 같이 알려져 있다[3].

$$\frac{Z_{r12}}{\rho c S} = \frac{1}{\rho c S} (R_{12} + jX_{12}) = -\frac{j}{\sin^2 \theta_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \cdot \frac{h_n^{(2)}(kb)}{h_n^{(2)'}(kb)} \cdot P_n(\cos \beta_{12}) \cdot I_{n1} \cdot I_{n2} \quad (2)$$

$$h_n^{(2)'}(kb) = \frac{n}{kb} \cdot h_n^{(2)}(kb) - h_{n+1}^{(2)}(kb)$$

$$I_{n\nu} = (2n+1) \int_{\cos \theta_\nu}^1 x P_n(x) dx \quad (\nu=1, 2)$$

한편, 자기방사임피던스는 식 (2)에서 $\beta_{12}=0$ 로 설정하여 단일음원이 되도록 하면 식 (3)와 같이 구해진다[3].

$$\frac{Z_{r11}}{\rho c S} = -\frac{j}{\sin^2 \theta_1} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \cdot \frac{h_n^{(2)}(kb)}{h_n^{(2)'}(kb)} \cdot \left[\int_{\cos \theta_1}^1 x P_n(x) dx \right]^2 \quad (3)$$

여기에서 $h_n^{(2)}(x)$, $P_n(x)$ 는 구 Hankel 함수와 Legendre 함수이다.

위와 같이 구형 배플상에 존재하는 피스톤 음원의 자기 및 상호방사임피던스는 복잡한 급수 전개식으로 알려져 있으며, 음원 및 배플의 형태가 불규칙적이거나 배플의 재질이 강체가 아닌 경우에는 적용의 어려움이 따르게 된다. 따라서 해석 대상의 형태 설정이 가능하며 복잡 구조체의 고려가 가능한 유한요소 알고리즘을 사용하고자 한다. 해석 대상으로 하는 구형 배플을 가진 피스톤 음원

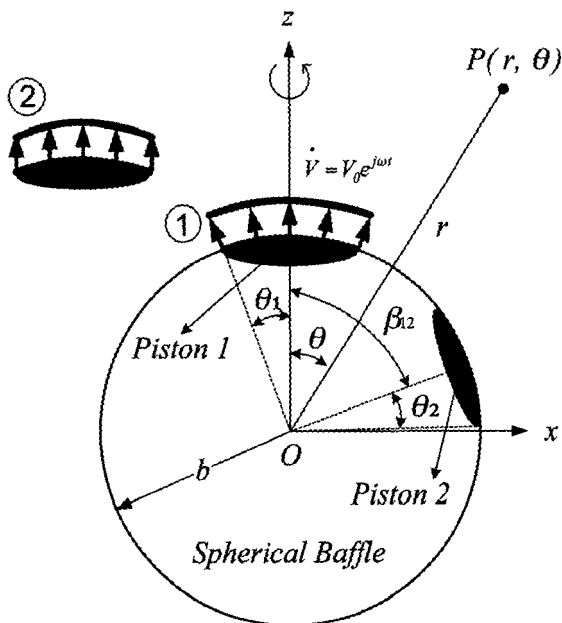


그림 1. 구형 배플상의 피스톤 음원
Fig. 1. Piston sources on a spherical baffle.

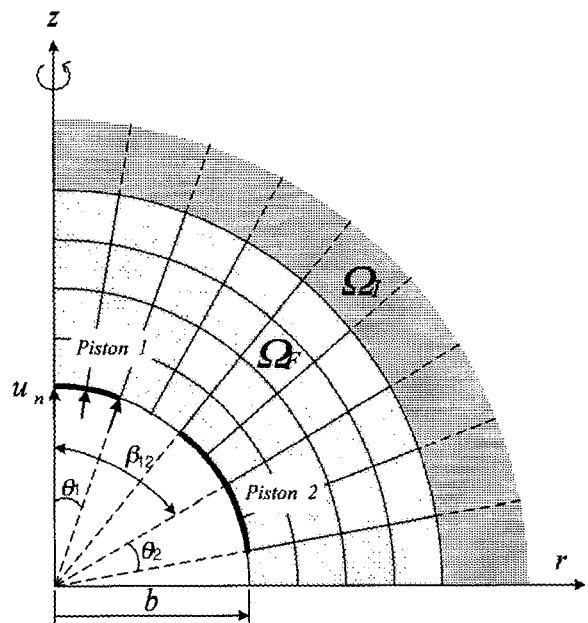


그림 2. 구형 배플상의 피스톤 음원에 대한 유한요소 모델
Fig. 2. FE model for piston sources on a spherical baffle.

은 3차원의 대칭 구조를 가지고 있으므로 축대칭 조건을 이용하면, 계산 용량이나 계산시간을 줄일 수 있는 Kagawa[8]등에 의해 개발된 음장해석용 2차원의 유한요소 알고리즘으로도 충분하다. 따라서 본 연구진에 의해 원관형 피스톤 음원의 방사임피던스 해석에 사용된 바 있는 2차원 축대칭 유한요소 및 하이브리드형 무한요소가 결합된 알고리즘[7]을 구형상에 적용할 수 있도록 전처리 단계에서 수정하여 사용한다.

자기방사임피던스 Z_{rF_n} 은 방사면의 음압을 식 (4)에 나타낸 바와 같이 면적 적분하여 반작용력 F_{11} 을 구하고 방사면의 변위분포로 나누는 것으로 계산되어지고, 상호방사임피던스 Z_{rF_2} 는 피스톤 음원 2의 위치에 따른 반작용력 F_{12} 를 구하여 피스톤 음원 1에서의 변위분포를 나누어 계산하게 된다.

$$Z_{rF_n} = \frac{F_{1\nu}}{j\omega u_n} = \frac{1}{j\omega u_n} \iint_{\Gamma_{d\nu}} p_{d\nu} dS \quad (\nu=1,2) \quad (4)$$

여기에서 $\Gamma_{d\nu}$ 는 피스톤 음원의 경계면, $p_{d\nu}$ 는 경계면에 있어서의 음압을 나타낸다.

그림 2는 방사임피던스 해석에 사용되는 피스톤 음원의 유한요소 해석 모델을 나타내고 있다. 피스톤 음원의 진동면은 일정 변위 u_n 으로 알려진 해석해의 경우 경방향 구동과 축방향 구동의 결과가 거의 일치하기 때문에 초기조건의 설정이 간편한 경방향 구동으로 설정하고[5], 방사면의 크기 변화 및 배플의 재질 변화에 영향을 고려하기 위하여 배플이 포함된 일정 영역까지는 유한영역

Ω_F 로, 가상 경계면 Γ 에 하이브리드형 무한요소 영역 Ω 를 결합한다. 또한 음향축을 z축으로 설정하여 대칭성을 이용하며, 강체 배플에 따른 경계조건을 설정한다. 그리고 비강체 배플인 경우에는 직접적으로 배플의 특성 임피던스를 대입하여 해석을 수행한다.

III. 결과

3.1. 강체 배플상의 피스톤 음원

구형 배플상의 피스톤 음원에 대한 방사임피던스 계산에 있어서 전절에서 설명한 유한요소 알고리즘의 유효성을 검토하기 위하여 구형 강체 배플상의 피스톤 음원에 대하여 자기방사임피던스 및 상호방사임피던스를 계산하여 알려진 해석해와 비교한다.

그림 3은 강체 배플상의 피스톤 음원의 방사각 크기 θ_1 의 변화에 대한 자기방사임피던스 밀도의 계산 결과를 나타낸다. 진동부분의 면적이 크게 됨에 따라 낮은 kb 영역에서 방사저항 밀도는 증가하고, 방사리액턴스 밀도는 부가질량의 증가에 의해 전체적으로 낮은 kb영역으로 이동하는 경향을 나타내고 있다. 한편, $\theta_1 = 5^\circ$ 인 경우 방사리액턴스 밀도가 $kb > 10.0$ 의 영역에서 해석해와 오차를 나타내고 있으나, 이러한 결과는 방사면의 크기에 비하여 요소 분할이 충분하지 못하기 때문이다. 하지만 전체적으로 알려진 해석해와는 잘 일치하고 있다.

구형 강체 배플상의 피스톤 음원간 상호방사임피던스

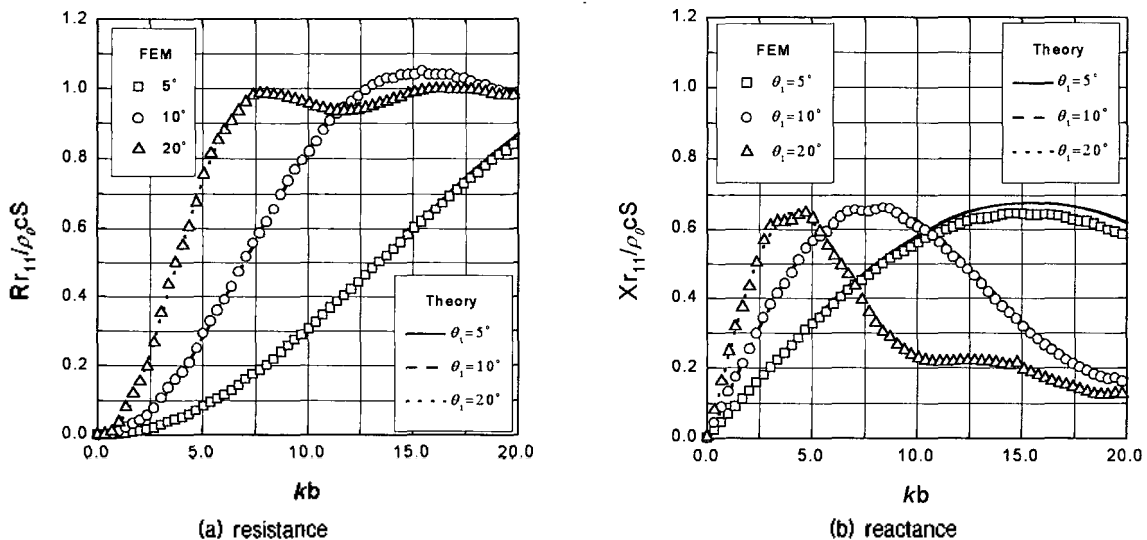


그림 3. 구형 강체 배플상의 피스톤 음원의 자기방사임피던스
Fig. 3. Self-radiation impedance of piston source on the spherical rigid baffle.

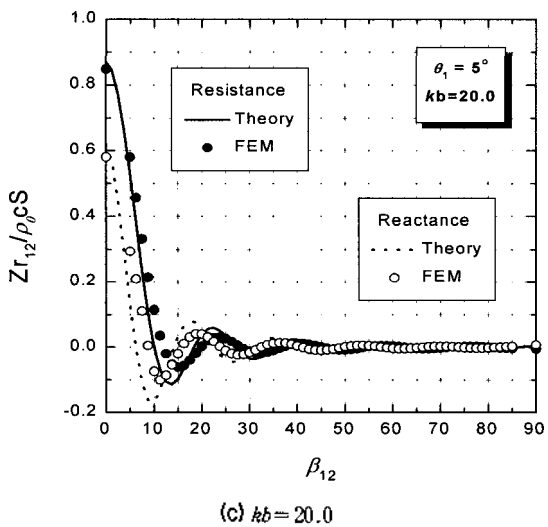
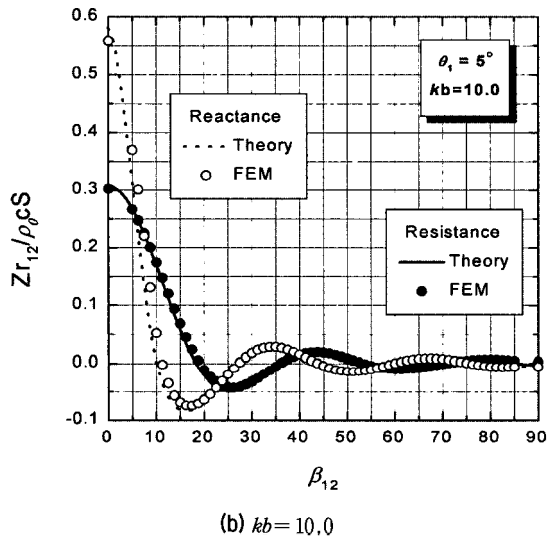
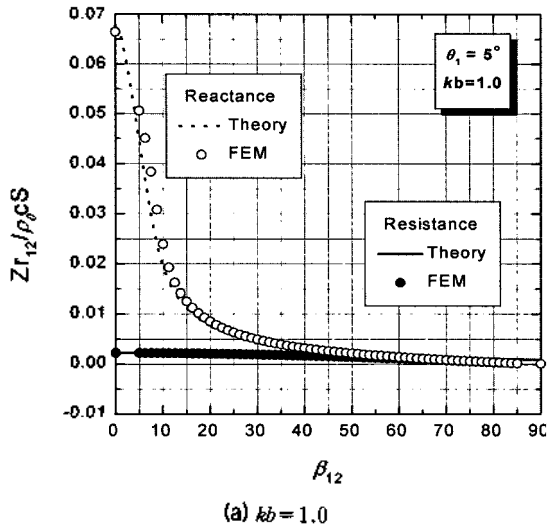


그림 4. 구형 강체 배플상의 피스톤 음원간의 상호방사임피던스
Fig. 4. Mutual radiation impedance between piston sources on the spherical rigid baffle.

밀도의 계산 결과를 해석해와 비교하여 그림 4에 나타낸다. 음원 진동면이 경방향 구동인 경우에 대한 상호방사 임피던스의 해석해는 알려지 있지 않으나, 자기방사임피던스에 있어서 방사면의 크기가 작을 경우 거의 일치하는 것으로 알려져 있기 때문에 해석의 오차를 줄이기 위하여 방사면의 크기는 $\theta_1 = \theta_2 = 5^\circ$ 로 설정하고 $kb=1.0, 10.0, 20.0$ 인 경우에 있어서 피스톤 음원간의 떨어진 거리를 나타내는 각도 β_{12} 에 대하여 식 (2)에 설명한 축방향 구동에 대한 해석해와 비교하여 나타낸다. $kb \leq 10.0$ 의 영역에서의 계산 결과들은 해석해와 잘 일치하고 있으나, 그림 4(c)와 같이 $kb=20.0$ 인 경우, 자기방사임피던스 밀도의 계산 결과에서와 마찬가지로 해석해와 약간의 오차를 보이고 있다. 그러나 전체적으로 계산 결과들은 해

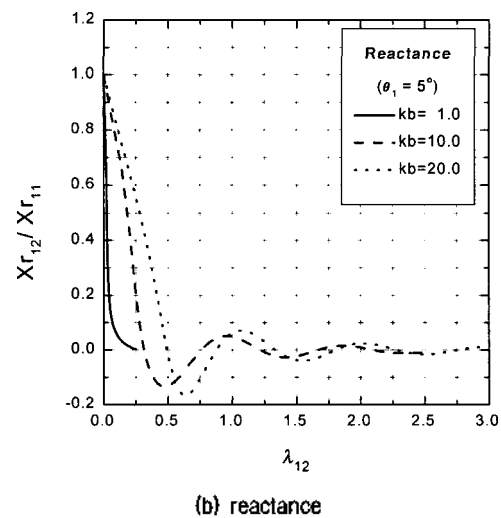
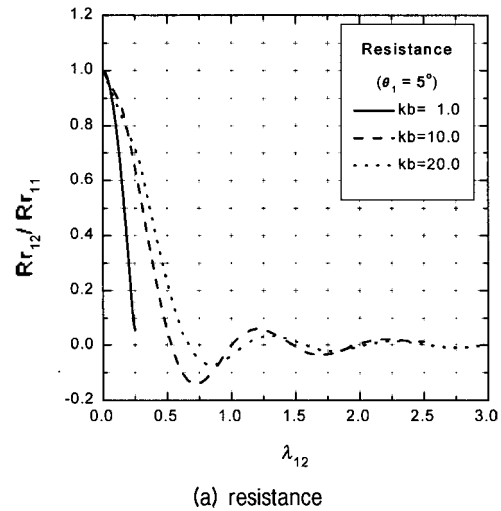


그림 5. 구형 강체 배플상의 피스톤 음원간의 규격화된 상호방사 임피던스
Fig. 5. Normalized mutual radiation impedance between piston sources on the spherical rigid baffle.

석해와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

그림 5에는 그림 4에 나타난 상호방사임피던스 밀도를 자기방사임피던스 밀도로 정규화하고, 피스톤 음원간의 거리를 파장 λ_{12} 로 환산하여 나타낸다. 상호방사임피던스 밀도의 감소 기울기는 kb 의 증가에 반비례하고 있으며, 피스톤 음원간의 거리에 따른 상호방사임피던스 밀도의 상대치를 표 1에 나타낸다. 그 결과 $kb \leq 20.0$ 인 경우에 대하여 피스톤 음원간의 거리가 $0.5\lambda_{12}$ 이상이면 상호방사저항 및 상호방사리액턴스의 절대치는 $+0.1 \sim -0.2$ 의 범위내에서 '0'으로 접근한다는 것을 알 수 있다.

위와 같은 결과들로부터 구형 배플상의 피스톤 음원에 대한 방사임피던스 계산에 음장해석용 2차원 축대칭 유효요소 알고리즘의 유효함이 확인되었다.

3.2. 비강체 배플상의 피스톤 음원

실제의 적용을 고려하여 비강체 배플의 사용에 따른 방사임피던스 변화를 고찰하고자 한다. 비강체 배플로는 동, 알루미늄, 폴리우레탄의 세가지 경우를 가정하고, 표 2에 나타내는 재료의 특성임피던스를 배플의 요소에 대입하여 방사면의 각도 θ_1 이 5° 인 경우에 대하여 자기방

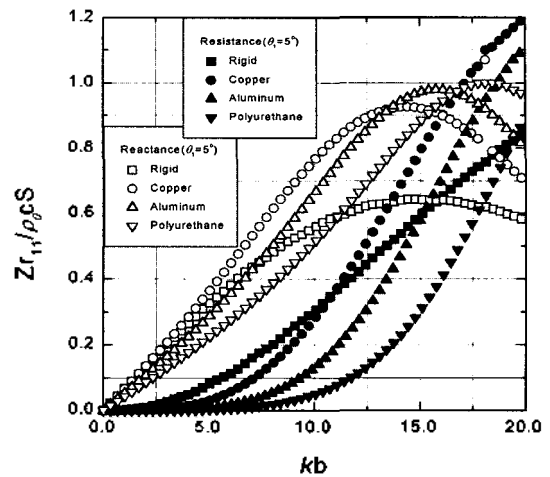


그림 6. 구형 비강체 배플상의 피스톤 음원의 자기방사임피던스
Fig. 6. Self radiation impedance of piston source on the spherical non-rigid baffles.

사임피던스 및 상호방사임피던스를 계산한다.

그림 6은 표 2에 나타낸 배플의 재질에 대한 피스톤 음원의 자기방사임피던스 밀도를 나타내고 있다. $kb > 5.0$ 인 영역에서 배플의 특성임피던스가 감소함에 따라 전체적으로 특성 곡선은 높은 kb 의 영역으로 이동하는 형태

표 1. 구형 강체 배플상의 피스톤 음원간의 거리에 따른 상호방사임피던스 상대치

Table 1. Normalized mutual-radiation impedance according to distance between piston sources on the spherical rigid baffle.

kb	1.0		10.0		20.0	
	R_{12}/R_{11}	X_{12}/X_{11}	R_{12}/R_{11}	X_{12}/X_{11}	R_{12}/R_{11}	X_{12}/X_{11}
0.5	0.3	0.01	0.75	0.43	0.78	0.65
1.0	-	-	0.52	0.03	0.63	0.46
1.5	-	-	0.27	-0.11	0.43	0.22
2.0	-	-	0.06	-0.12	0.23	-0.02

표 2. 배플 재료의 재료정수

Table 2. The material properties of non-rigid baffles.

Material	Density [kg/m^3]	Sound speed [m/s]
Copper	8900.0	5000.0
Aluminum	2700.0	6300.0
Polyurethane	1020.0	1941.2

표 3. 배플 재질에 따른 자기방사임피던스 변화

Table 3. Variation of self radiation impedance for baffle materials.

kb	1.0		10.0		20.0	
	R_{11}	X_{11}	R_{11}	X_{11}	R_{11}	X_{11}
0.5	-81.1%	2.0%	-7.6%	36.9%	41.5%	19.6%
1.0	-95.2%	-18.7%	-56.6%	18.8%	30.9%	37.8%
1.5	-98.5%	-35.5%	-83.5%	-7.9%	4.9%	65.2%

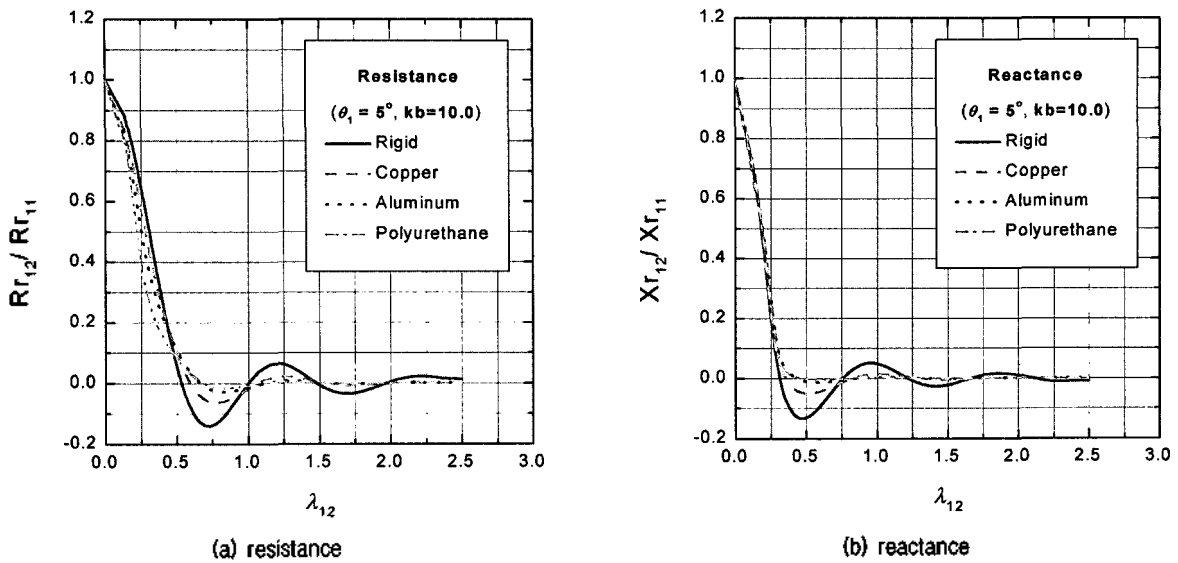


그림 7. 구형 비강체 배플상의 피스톤 음원간의 규격화된 상호방사임피던스
 Fig. 7. Normalized mutual-radiation impedance between piston sources on the spherical non-rigid baffles.

를 나타내고 자기방사저항 및 자기방사리액턴스의 최대값은 증가하고 있다. 표 3은 $kb=2.5, 10.0, 20.0$ 영역에서 강체 배플일 때의 결과에 대한 상대적인 변화를 나타내는 결과로서 낮은 kb 의 영역에서 원판형 피스톤 음원에서의 결과와 마찬가지로 방사저항 밀도의 변화가 방사리액턴스 밀도의 변화보다 배플의 특성임피던스 변화에 더 많은 영향을 받고 있다는 것을 알 수 있다.

배플의 재질 변화에 따른 피스톤 음원간의 상호방사임피던스를 자기방사임피던스로 규격화하여 그림 7에 나타낸다. 상호방사저항의 경우 배플의 특성임피던스 감소에 따라 피스톤 음원간의 거리가 $0.5\lambda_{12}$ 이하에서 상호방사저항의 절대치도 감소하였으며, $0.5\lambda_{12}$ 이상에서는 절대치는 0.1 이하로 감소하고 배플의 특성임피던스 감소에 따라 '0'으로 접근하는 '+', '-' 변화폭이 감소하였다. 상호방사리액턴스의 경우 $0.25\lambda_{12}$ 이하에서는 상호방사저항에서의 결과와는 달리 배플의 특성임피던스 변화에 거의 영향을 받지 않으나, $0.25\lambda_{12}$ 이상에서는 상호방사저항에서의 결과와 마찬가지로 절대치는 0.1 이하로 감소하고 '0'으로 접근하는 '+', '-' 변화폭이 감소하였다.

IV. 결론

2차원 축대칭 유한요소 및 하이브리드형 무한요소 해석 알고리즘을 이용하여 구형 강체 배플상의 피스톤 음원

의 크기 변화에 대하여 자기방사임피던스 특성을 계산하고, 피스톤 음원간의 상호방사임피던스 특성을 계산하여 해석해와 일치하는 결과를 얻었다.

실제의 응용을 고려하여 구형 비강체 배플상의 피스톤 음원에 대하여 자기방사임피던스 특성 변화를 고찰한 결과 배플의 특성임피던스 변화에 따라 낮은 kb 영역에서 방사저항 밀도가 방사리액턴스 밀도보다 더 많은 영향을 받음이 확인되었다. 또한, 상호방사저항은 피스톤 음원간의 거리가 $0.5\lambda_{12}$ 이하에서는 배플의 특성임피던스 변화에 영향을 받으며, 상호방사리액턴스는 영향을 거의 받지 않은 것이 확인되었다. 또한 상호방사저항 및 상호방사리액턴스는 각각 $0.5\lambda_{12}, 0.25\lambda_{12}$ 이상에서 자기방사저항 및 자기방사리액턴스의 10%이하로 감소하며, 배플의 특성임피던스 감소에 따라 '0'으로 접근하는 변화 폭도 감소한다는 것이 규명되었다.

구형 비강체 배플상의 피스톤 음원의 자기방사임피던스 및 상호방사임피던스 특성을 해석함으로써 비강체의 배플을 적용하는 구형 음향 트랜스듀서 해석 및 설계에 유용하게 이용되어질 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 수중음향특화센터 (UARC02-31) 지원을 받아 수행한 것입니다.

참고 문헌

1. 김천덕, 서희선, 김대환, 윤종락, "유한요소법을 이용한 원통형 압전변환기의 입력임피던스 해석," 한국음향학회지, 11 (6), 32-40, 1992.
2. M. Kim, C. Kim, and K. Ha, "A new calculation method for the radiation impedance of transducer with regular square vibrating surface," *J. Acoust. Soc. Kor.* 18 (1E), 20-25, 1999.
3. T. Wakana, and K. Kido, "A self and mutual radiation impedance of piston sources on a sphere," *J. IEICE, Jpn.* 53-A-2, 105-109, 1970.
4. Y. Kikuchi, *Ultrasonic Transducers*, Corona, Tokyo, 1969.
5. T. Hayasaka, S. Yosikawa, *Theory of Acoustic and Mechanical Vibration*, Corona, Tokyo, 1948.
6. L. E. Kinsler, and A. R. Frey, *Fundamentals of Acoustics*, Top, Seoul, 1981.
7. S. Park, M. Kim, and C. Kim, "Variation of radiation impedance for piston source according to baffle," *J. Acoust. Soc. Kor.* 20 (2E), 46-50, 2001.
8. 加川幸雄, 山瀬龍夫, 村井忠邦, 土屋隆生, *FEM 프로그램 選3*, 森北, 東京, 1998.

저자 약력

● 박 순 종 (Soon-Jong Park)

한국음향학회지 제20권 제2E호 참조
현재: 부경대학교 대학원 전자공학과 박사과정

● 김 무 준 (Moo-Joon Kim)

한국음향학회지 제21권 제7호 참조
현재: 부경대학교 자연과학대학 물리학과 부교수

● 김 천 덕 (Chun-Duck Kim)

1981년: 일본 도호쿠 (東北)대학 대학원 (공학석사)
1984년: 일본 도호쿠 (東北)대학 대학원 (공학박사)
1986년 8월~1987년 8월: The Pennsylvania State University, 객원연구원
1984년~현재: 부경대학교 전자공학과, 전기·제어계측공학부 교수
2003년~현재: 한국음향학회지정교수