

논문-03-08-3-07

# 영상의 비정적 상관관계에 근거한 적응적 잡음제거 알고리즘

박성철\*, 김창원\*, 강문기\*

## Adaptive Noise Removal Based on Nonstationary Correlation

Sung Cheol Park\*, Chang won Kim\* and Moon Gi Kang

### 요 약

영상에 포함된 잡음은 영상의 화질 및 압축효율을 저하시킨다. 이러한 잡음을 영상의 에지 성분을 보존하면서 제거하기 위해 다양한 비정적(nonstationary) 영상 모델에 근거한 잡음제거 알고리즘이 제안되었다. 하지만, 기존의 비정적 영상 모델에서는 연산량의 부담을 덜기 위해 각 화소들 사이에 상관관계(correlation)가 없다고 가정하여 영상의 미세한 정보들이 필터링에 의하여 훼손된다. 본 논문에서는 영상의 비정적 상관관계를 고려하면서도 계산적으로 효율적인 적응적 잡음제거 알고리즘을 제안한다. 이를 위해 영상신호는 비정적 평균을 가지며, 각기 다른 형태의 정적(stationary) 상관관계를 가지는 부분 영상으로 분리된다고 가정된다. 제안된 영상 모델에서 유도되는 공분산(covariance) 행렬의 특수한 구조를 이용하여 계산적으로 효율적인 FFT에 기반한 적응적 선형최소자승 오차 필터를 유도한다. 제안된 영상 모델의 정당성과 알고리즘의 효율성을 실험적으로 확인한다.

### Abstract

Noise in an image degrades image quality and deteriorates coding efficiency. Recently, various edge-preserving noise filtering methods based on the nonstationary image model have been proposed to overcome this problem. In most conventional nonstationary image models, however, pixels are assumed to be uncorrelated to each other in order not to increase the computational burden too much. As a result, some detailed information is lost in the filtered results. In this paper, we propose a computationally feasible adaptive noise smoothing algorithm which considers the nonstationary correlation characteristics of images. We assume that an image has a nonstationary mean and can be segmented into subimages which have individually different stationary correlations. Taking advantage of the special structure of the covariance matrix that results from the proposed image model, we derive a computationally efficient FFT-based adaptive linear minimum mean-square-error filter. Justification for the proposed image model is presented and effectiveness of the proposed algorithm is demonstrated experimentally.

## I. 서론

영상 신호와 관련이 있거나 또는 아무 관련이 없는 잡음으로 인한 영상의 열화를 제거하기 위해 다양한 잡음제거 방법들이 제안되었다. 이러한 잡음제거 알고리즘의 효율성

은 적용된 영상모델의 정당성에 의존한다. 잡음을 제거하기 위해 사용된 초기의 기술들은 정적(stationary) 영상모델을 가정한 전역(global) 필터이다. 영상에 대한 정적 가정은 FFT를 이용하여 계산적으로 효율적인 알고리즘으로 구현될 수 있지만, 영상의 에지(edge)와 같이 정적 가정에 맞지 않는 미세 성분들을 지나치게 평활화(smoothing)시키는 단점이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 다양한 비정적(nonstationary) 영상 모델이 제안되었다<sup>[1][2]</sup>. 비정

\* 연세대학교 전기전자공학과  
Dept. of Electrical and Electronic Engineering, Yonsei University  
※ 본 연구는 (주)삼성전자의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

적 평균(mean) 가우시안 모델<sup>[1]</sup>에서는 영상이 비정적 평균에 대해서 정적(stationary)인 변화를 가진다고 모델링된다. 즉, 영상의 모든 정보는 비정적 평균에 의해 표현된다고 가정한다. 이에 반해, 비정적 평균 비정적 분산(Nonstationary Mean Nonstationary Variance, NMNV) 모델<sup>[2]</sup>은 비정적 가우시안 모델의 공분산(covariance) 행렬에 영상의 비정적 특성을 반영한 영상모델이다. 이 모델에서 영상의 전체적인 구조는 비정적 평균에 의해 표현되며, 영상의 미세 성분은 비정적 분산에 의해 나타내어진다. 이러한 비정적 가정은 영상의 고주파 성분의 특성을 잘 반영하며, NMNV 모델을 바탕으로 국부 선형 최소자승오차(Local Linear Minimum Mean Square Error, LLMMSE) 필터가 제안되었다<sup>[2]</sup>.

열화된 영상이 한 장만 주어진 경우, 영상의 앙상블 통계치(ensemble statistics)는 일반적으로 국부 공간 통계치(local spatial statistics)로 대체된다. 이런 경우, 에지 주위에서의 비정적 잡음제거 방법의 성능은 국부 통계치를 추정하는 과정에서 영상의 미세 성분을 어떻게 고려했는가에 크게 의존한다<sup>[3][4]</sup>. 에지-적응적 국부 통계 추정방법의 기본적인 원리는 국부 통계치를 계산하기 위한 국부 마스크(local mask)안에서 에지의 한 쪽 면에 위치한 이웃 화소들만을 이용하여 국부 통계치를 추정해야 한다는 것이다. 이러한 에지-적응적 국부통계 추정방법을 이용하여 LLMMSE 필터의 성능을 높이기 위한 다양한 적응적 잡음제거 알고리즘들이 제안되었다<sup>[3][5]</sup>. 하지만 기존의 NMNV 가정에 근거한 LLMMSE 필터들에서는 영상의 상관관계(correlation) 가정이 생략되었다. 즉, 일반적으로 영상에 대한 비정적 상관관계 모델링이 가장 정확하지만 이를 고려한 알고리즘은 많은 계산량을 요구하므로, 기존의 알고리즘에서는 화소들 사이의 상관관계가 존재하지 않는다고 가정되었다.

본 논문에서는 선형 최소자승오차(Linear Minimum Mean Square Error, LMMSE) 필터를 바탕으로 영상의 비정적 상관관계 특성을 고려하면서도 계산적으로 효율적인 잡음제거 알고리즘을 제안한다. 제안된 영상모델에서는 전체 영상이 국부 통계(local statistics)에 의존하여 부분영상(subimage)으로 분리된다고 가정되며, 각각의 부분영상이 비정적 평균에 대하여 서로 다른 정적 상관관계를 가진다고 가정된다. 제안된 영상모델을 바탕으로 영상 벡터 재정렬(reordering)과 블록 Toeplitz(Block-Toeplitz) 행렬의 블록 순환(Block-Circulant) 행렬 근사화를 이용하여, 영상의

비대각(nondiagonal) 공분산 행렬의 역행렬을 효율적으로 계산하는 FFT 기반의 잡음제거 알고리즘을 유도한다. 제안된 영상 모델의 타당성을 입증하고, 제안된 알고리즘의 결과가 NMNV 모델에 근거한 기존의 LLMMSE 필터보다 영상의 세부정보를 더 잘 보존함을 실험적으로 보인다.

본 논문의 구성은 2장에서 LLMMSE 필터를 간단히 설명하고, 3장에서는 새로운 적응적 잡음제거 알고리즘을 유도한다. 4장에서 제안된 영상 모델의 정당성 및 알고리즘의 잡음제거 성능을 실험적으로 보이고, 5장에서 결론을 맺는다.

## II. 이론적 배경

이번 장에서는 제안하는 알고리즘의 기본이 되는 LLMMSE 필터<sup>[2]</sup>를 간단히 설명하겠다. 영상이 잡음에 의해서만 열화된 경우, 영상의 열화 과정은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g = f + n \tag{1}$$

여기서  $g$ ,  $f$  그리고  $n$ 은 각각 사전배열식(lexicographically)으로 정렬한 열화된 영상, 원래 영상, 그리고 평균이 0인 잡음 벡터를 나타낸다. 본 논문에서는 신호와 관련이 없는 가산 잡음만을 고려하기로 한다. 원래 신호  $f$ 에 대한 최소자승오차 추정치(estimate)는 잘 알려진 바와 같이 조건부 평균  $E[m|f]$ 이지만, 일반적으로 비선형이며  $f$ 와  $n$ 의 확률 밀도함수에 의존한다. 하지만, 여기에  $E[m|f] = 0$ 이라는 가정과 선형 속박(constraint)을 가하면 다음과 같이 간단한 형태의 LMMSE 추정치를 얻을 수 있다.

$$\hat{f}_{LMMSE} = E(f) + C_f C_g^{-1}(g - E(g)) \tag{2}$$

여기서  $E(f)$ 와  $E(g)$ 는  $f$ 와  $g$ 의 앙상블(ensemble) 평균이며,  $C_f$ 와  $C_g$ 는 각각  $f$ 와  $g$ 의 공분산 행렬을 나타낸다. 공분산 행렬은 가정된 영상 모델에 따라 다양한 형태를 지닌다. NMNV 모델에서는 영상이 백색과정(white process)이고 비정적이라고 가정하므로 공분산 행렬은 각각의 대각 요소가 화소 각각의 국부 분산을 나타내는 대각 행렬이 된다. 이러한 NMNV 가정으로부터 다음과 같이 화소 단위의 연산인 LLMMSE 필터를 유도할 수 있다<sup>[2]</sup>.

$$\mathcal{F}_{LLMMSE}(i, j) = \frac{E(f(i, j)) + \frac{\sigma_f^2(i, j)}{\sigma_f^2(i, j) + \sigma_n^2(i, j)}(g(i, j) - E(g(i, j)))}{\sigma_f^2(i, j) + \sigma_n^2(i, j)} \quad (3)$$

여기서  $\sigma_f^2$ 과  $\sigma_n^2$ 는 각각  $f$ 와  $n$ 의 비정적 분산을 나타낸다. 식 (3)에서 LLMMSE 필터는 평탄한 영역  $\sigma_f^2(i, j) \approx (\sigma_n^2(i, j))$ 에서는 잡음을 평활화 ( $\mathcal{F}_{LLMMSE}(i, j) \approx (E(f(i, j)))$ ) 시키는 반면에 에지 근처의 화소 ( $\sigma_f^2(i, j) \gg \sigma_n^2(i, j)$ ) 들은 필터링하지 않음 ( $\mathcal{F}_{LLMMSE}(i, j) \approx g(i, j)$ )을 알 수 있다. 식 (3)에서 앙상블 통계치들은 영상의 열화모델에 근거하여 열화된 영상으로부터 국부 공간 통계치로 대체되어야만 한다. 그러므로 LLMMSE 필터의 성능은 국부 공간 통계치의 추정 방법에 크게 의존하게 된다. 국부 공간 통계치를 추정하기 위한 가장 간단한 방법은 다음과 같이 샘플 (sample) 평균 및 분산을 정방향 마스크로부터 취하는 것이다.

$$\bar{g}(i, j) = \frac{1}{h} \sum_{k, l \in h} g(k, l) \quad (4)$$

$$\sigma_g^2(i, j) = \frac{1}{h} \sum_{k, l \in h} [g(k, l) - \bar{g}(i, j)]^2 \quad (5)$$

여기서  $h$ 는 국부 마스크의 적용범위이며  $\bar{g}(i, j)$ ,  $\sigma_g^2(i, j)$ 는 각각  $g(i, j)$ 의 국부공간평균 및 분산이다. 식 (4)의 샘플 평균 추정치는 평탄한 영역에서는 추정 결과가 좋지만 영상의 에지를 심하게 번지게 하는 단점이 있다. 또한, 식 (5)의 샘플 분산 추정치를 사용한 LLMMSE 필터는 에지 근처의 잡음을 제거하지 못하는 단점이 있다. 즉, 에지 근처에 위치한 화소의 샘플 분산을 추정할 때 국부 마스크 내에 위치한 에지 성분 때문에 화소의 분산이 크게 추정되므로 필터링이 되지 않는다.

이러한 점을 극복하기 위해 다양한 에지-적응적 국부 공간 평균 추정 방법이 제안되었다<sup>[3][5]</sup>. 에지-적응적 국부 공간 평균 추정 방법의 바탕이 되는 개념은 국부 공간 평균값이 에지의 한쪽 영역에서만 추정되어야 한다는 점이다. 에지를 가로질러 국부 공간 평균값을 계산하지 않도록 본 논문에서는 다음과 같이 추정 구조에 간단히 이진 가중치 (weight) 함수를 적용한다.

$$\bar{g}(i, j) = \frac{1}{\sum_{k, l} w_{k, l}} \sum_{k, l \in h} w_{k, l} \cdot g(k, l) \quad (6)$$

여기서 가중치  $w_{k, l}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$w_{k, l} = \begin{cases} 1 & \text{if } |g(i, j) - g(k, l)| < T \\ 0 & \text{if } |g(i, j) - g(k, l)| \geq T \end{cases} \quad (7)$$

여기서  $T$ 는 에지를 구분하기 위한 임계치(threshold)이며 영상에서 추정될 수도 있지만, 본 논문에서는 경험적으로 결정한다.

식 (3)의 LLMMSE 필터는 에지-적응적인 국부 통계치 추정 방법을 통하여 성능이 향상될 수 있지만, 근본적으로 화소 사이에 상관관계가 없다고 가정하므로 영상의 세부 정보들을 잃거나 에지에 위치한 잡음들을 잘 제거하지 못하게 된다. 이러한 점을 극복하기 위해 다음 장에서 영상의 비정적 모델에 상관관계 가정을 포함시키는 방법을 소개한다.

### III. 상관관계를 고려한 잡음제거 필터

일반적으로 영상은 화소간의 상관관계가 크므로 백색 노이즈가 아니며 비정적이다. 이러한 경우 공분산 행렬의 역행렬을 구하기 위한 계산량의 부담이 매우 커지게 된다. 이러한 일반적인 영상 모델을 계산량의 부담없이 근사적으로 고려하기 위해 본 논문에서는 영상이 식 (6)의 비정적 평균을 가지고 화소들 간의 상관관계가 오직 이웃한 영역(부분영상)에서만 정적으로 존재하며, 각각의 부분영상들은 서로 다른 상관관계 구조를 가진다고 가정한다. 이러한 가정으로부터 영상 벡터 재정렬 및 블록 Toeplitz 행렬의 블록 순환 행렬 근사화를 이용하여 FFT에 기반한 필터 구조를 유도한다.

편의상 영상  $X$ 의 크기가  $MN \times MN$  ( $N \ll M$ ,  $N=2^n$ ) 이라고 가정하면 영상  $X$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \cdots & X_M \\ X_{M+1} & X_{M+2} & \cdots & X_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{M^2-M+1} & X_{M^2-M+2} & \cdots & X_{M^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 부분영상  $X_k (k=1, 2, \dots, M^2)$ 의 크기는  $N \times N$ 이다. 재정렬된 벡터  $x$ 는  $[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{M^2}]^T$ 로 정의되며 여기서  $x_k (k=1, 2, \dots, M^2)$ 는 해당하는 부분영상  $X_k$ 를 사전배열식으로 정렬한 벡터이다. 화소의 상관관계가 오직 정해진 부분영상 내에서만 존재한다고 가정하면, 재정렬된 벡터  $x$ 의 공분산 행렬은 다음과 같이 블록 대각 형태가 된다.

$$C_x = \begin{bmatrix} C_x^{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_x^{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_x^{M^2 M^2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서  $C_x^{ii} (i=1, 2, \dots, M^2)$ 는  $i$ 번째 부분영상의 공분산 행렬이며, 각 부분영상 내에서의 정적 상관관계 가정에 의해  $C_x^{ii} (i=1, 2, \dots, M^2)$ 는 블록 Toeplitz 형태가 된다. 여기서, 유의해야 할 점은 각 부분 영상의 상관관계 특성이 다르므로  $C_x$ 는 블록 Toeplitz 형태가 아니라는 점이다. 즉,  $i \neq j$ 에 대하여  $C_x^{ii} \neq C_x^{jj}$ 이다.

FFT 기반의 잡음제거 알고리즘을 유도하기 위해 다음과 같이  $M^2 N^2 \times M^2 N^2$  변환 행렬  $\overline{W}$ 를 정의한다.

$$\overline{W} = \begin{bmatrix} W & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서  $N^2 \times N^2$  변환 행렬  $W$ 는 2차원 역방향 DFT를 나타내고,  $\overline{W}$ 의 역행렬  $\overline{W}^{-1}$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\overline{W}^{-1} = \begin{bmatrix} W^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W^{-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서  $N^2 \times N^2$  변환 행렬  $W^{-1}$ 는 2차원 정방향 DFT를 나타낸다.

크기  $N^2 \times N^2$ 인 블록 순환행렬  $H$ 는  $W$ 와  $W^{-1}$ 에 의하여 다음과 같이 대각화될 수 있다<sup>[6]</sup>.

$$D = W^{-1} H W \quad (12)$$

여기서  $D$ 는  $H$ 의 고유치 (eigenvalue)를 원소로 가지는 대각행렬이다. 다시 말해서, 식 (12)는 2차원 DFT를 통한 블록 순환행렬의 대각화를 나타낸다. 또한,  $i$ 번째 재정렬된 벡터  $x_i$ 의 DFT는  $W^{-1}$ 에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$x_i^{DFT} = W^{-1} x_i \quad (13)$$

여기서  $N^2 \times 1$  벡터  $x_i^{DFT}$ 는  $x_i$ 의 DFT이다. 유사하게 역 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$x_i = W x_i^{DFT}. \quad (14)$$

블록 Toeplitz 행렬의 블록 순환 행렬 근사화의 정당성은 참고문헌 [7]에서 입증된 바 있으며, 이 근사화는 영상복원에서 영상입력 시스템 행렬의 역행렬을 DFT를 이용하여 구하는데 자주 사용되고 있다. 블록 Toeplitz 행렬의 블록 순환 행렬 근사화와 식 (12)에서 정의된 대각화를 이용하면, 식 (9)의  $C_x$ 는 다음과 같이 대각화될 수 있다.

$$\overline{W}^{-1} C_x \overline{W} = \begin{bmatrix} W^{-1} C_x^{11} W & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & W^{-1} C_x^{M^2 M^2} W \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서  $W^{-1} C_x^{ii} W$ 의 대각 성분들은  $i$ 번째 부분영상의 공분산 행렬을 2차원 DFT를 통하여 대각화한 것으로,  $C_x^{ii}$ 의 원소들을 DFT한 값을 갖는다.

영상 열화 과정 (1)을 재정렬된  $g, f, n$ 으로 정의한 후, 식 (2)의 양변에  $\overline{W}^{-1}$ 을 곱하면 각각의  $i$ 번째 부분 영상에 대하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$W^{-1} \gamma_i = W^{-1} \bar{f}_i + (W^{-1} C_f^i W) (W^{-1} C_g^i W)^{-1} \times W^{-1} (g_i - \bar{g}_i), \quad (16)$$

for  $i=1, 2, \dots, M^2$ .

여기서  $C_g$ 는  $g - \bar{g}$ 의 자기상관관계 (autocorrelation) 행

렬이고,  $C_f^{ii} = C_g^{ii} - C_n^{ii}$ ,  $E(f) = E(g)$ 이므로 식 (16)을 주파수 영역에서 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}_i(w_1, w_2) \\ &= \overline{G}_i(w_1, w_2) + \\ & \frac{S_{g_i - \overline{g}_i}(w_1, w_2) - S_{n_i}(w_1, w_2)}{S_{g_i - \overline{g}_i}(w_1, w_2)} (g_i(w_1, w_2) - \overline{g}_i(w_1, w_2)) \end{aligned} \quad (17)$$

for  $i=1, \dots, M^2$  and  $w_1, w_2=0, 1, \dots, N^2-1$

여기서  $\mathcal{F}_i, G_i, \overline{G}_i$ 는 각각  $f_i, g_i, \overline{g}_i$ 의 DFT이고,  $S_{g_i - \overline{g}_i}(w_1, w_2), S_{n_i}(w_1, w_2)$ 는 각각  $g_i - \overline{g}_i$ 과  $n_i$ 의 파워 스펙트럼 (power spectrum)이다. 본 논문에서는 신호와 관련없는 가산 잡음을 고려할 때, 영상입력시스템에서  $S_{n_i}(w_1, w_2)$ 는 측정할 수 있다고 가정한다<sup>[8]</sup>. 식 (17)의 필터링된 결과는 다음과 같이 해석될 수 있다.  $S_{g_i - \overline{g}_i}(w_1, w_2)$ 는 신호의 고주파 성분의 파워를 나타낸다. 부분 영상  $g_i$ 가 평탄한 영역일 경우, 주파수 영역의 모든 계수에서  $S_{g_i - \overline{g}_i}(w_1, w_2) \approx S_{n_i}(w_1, w_2)$ 이므로 필터링된 결과는 공간영역에서 식 (6)의 에지-적응적 국부 평균치가 되어 잡음을 에지에 적응적으로 평활화 (smoothing)시킨다. 반면에 부분영상  $g_i$ 에 에지 성분이 속한 경우에는 공간영역의 에지와 관련된 주파수 계수는  $S_{g_i - \overline{g}_i}(w_1, w_2) \gg S_{n_i}(w_1, w_2)$ 이므로 국부 평균치의

주파수 계수에 신호의 고주파 계수를 더 더해준 결과가 되고, 반면에 공간영역의 에지와 관련없는 주파수 계수는  $S_{g_i - \overline{g}_i}(w_1, w_2) \approx S_{n_i}(w_1, w_2)$ 이므로 국부 평균치의 계수 값을 유지하게 된다. 즉, 필터링된 결과에서 영상의 평탄한 영역 및 에지 근처의 잡음은 잘 제거되지만 영상의 에지는 잘 보존되게 된다.

#### IV. 실험 결과 및 분석

##### 1. 제안된 영상 모델의 타당성

제안한 영상 모델의 정당성을 보이기 위해 다음과 같은 특정 영상  $f$ 의 정규화된 차영상 (normalized residual image)을 조사해 보겠다.

$$v = A + B \times C_f^{-\frac{1}{2}} (f - \overline{f}) \quad (18)$$

여기서  $\overline{f}$ 와  $C_f$ 는  $f$ 의 추정된 국부 평균 및 공분산 행렬이다.  $A$ 는  $v$ 의 밝기를 유지하기 위한 상수이고,  $B$ 는 명암대비를 조절하기 위한 상수이다. NMNV 영상 모델에서는 식 (18)의  $C_f$ 는 대각 행렬이 된다. 만약 영상모델에 대한 가정이 적합하다면  $v$ 는 백색 잡음에 가까워지게 되고 이의 히스토그램은 가우시안 형태가 된다<sup>[2][3]</sup>.

그림 1에 이에 대한 실험결과가  $A=128, B=30$ 에 대하여 나타나 있다. 그림 1(a)는 원래 영상을 나타낸다. 그림

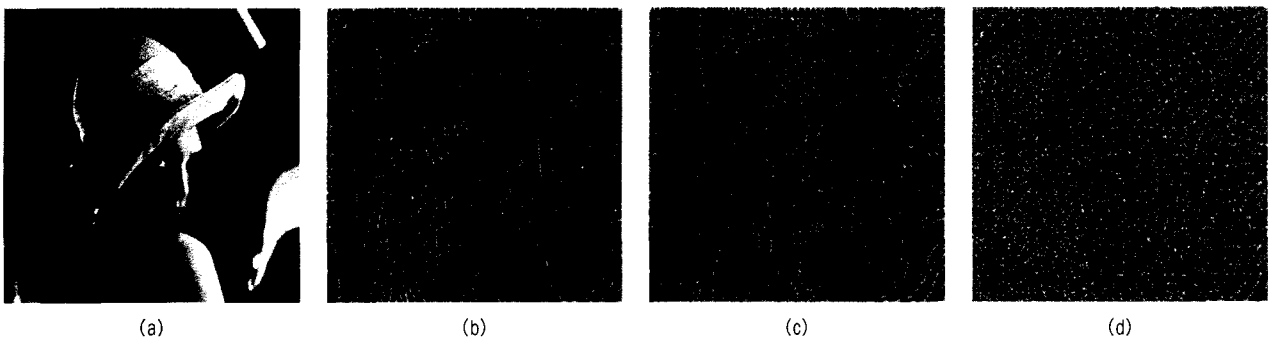


그림 1. 정규화된 차영상 (a) 원래 영상 (b) 가중치가 없는 NMNV 모델 (c) 가중치가 있는 NMNV 모델 (d) 제안된 영상 모델  
Fig. 1. Normalized residual image (a) original image (b) Non-weighted NMNV model (c) Weighted NMNV model (d) Proposed image model

1(b)와 그림 1(c)는 NMNV 영상 모델을 바탕으로 식 (18)에 의해 만들어진 영상이다. 그림 1(b)에서는 국부 통계치가 식 (4)와 식(5)에 의해 추정되었다. 그림 1(c)에서는 국부 평균값은 식 (6)에 의해, 국부 분산은 해당 가중치에 대하여 다음과 같이 추정되었다.

$$\sigma_g^2(i, j) = \frac{1}{\sum_{k,l} w_{k,l}} \sum_{k,l \in n} w_{k,l} \cdot (g(k, l) - \bar{g}(i, j))^2 \quad (19)$$

국부 통계치가 에지를 가로질러 계산되지 않으므로 그림 1(c)의 차영상이 그림 1(b)의 차영상보다 에지 주위에 상관관계가 적으며 더욱 백색 잡음에 가까워 보인다. 그러나

에지 영역에서 여전히 눈에 띄는 상관성을 관찰할 수 있다. 그림 1(d)는 제안된 영상 모델의 정규화된 차영상이다. 상관관계가 가중치 국부 평균과 비대각 공분산 행렬에 동시에 반영되어 있으므로, 그림 1(d)는 그림 1(b)와 그림 1(c)보다 현저히 감소된 상관성을 보여준다. 이것은 제안된 영상 모델이 영상의 평탄한 영역과 에지 영역에서 모두 합당함을 나타낸다. 이 실험에서는 7x7 크기의 국부 마스크, 30의 임계치 값 및 8x8 크기의 부분영상이 사용되었다.

그림 2는 그림 1 각각의 히스토그램을 나타낸다. 일반적으로 실제 영상의 히스토그램은 그림 2(a)와 같이 가우시안 형태를 나타내지 않는다<sup>[2]</sup>. 반면에 그림 2의 정규화된 차영상들의 히스토그램은 가우시안 형태를 나타낸다. 특히,

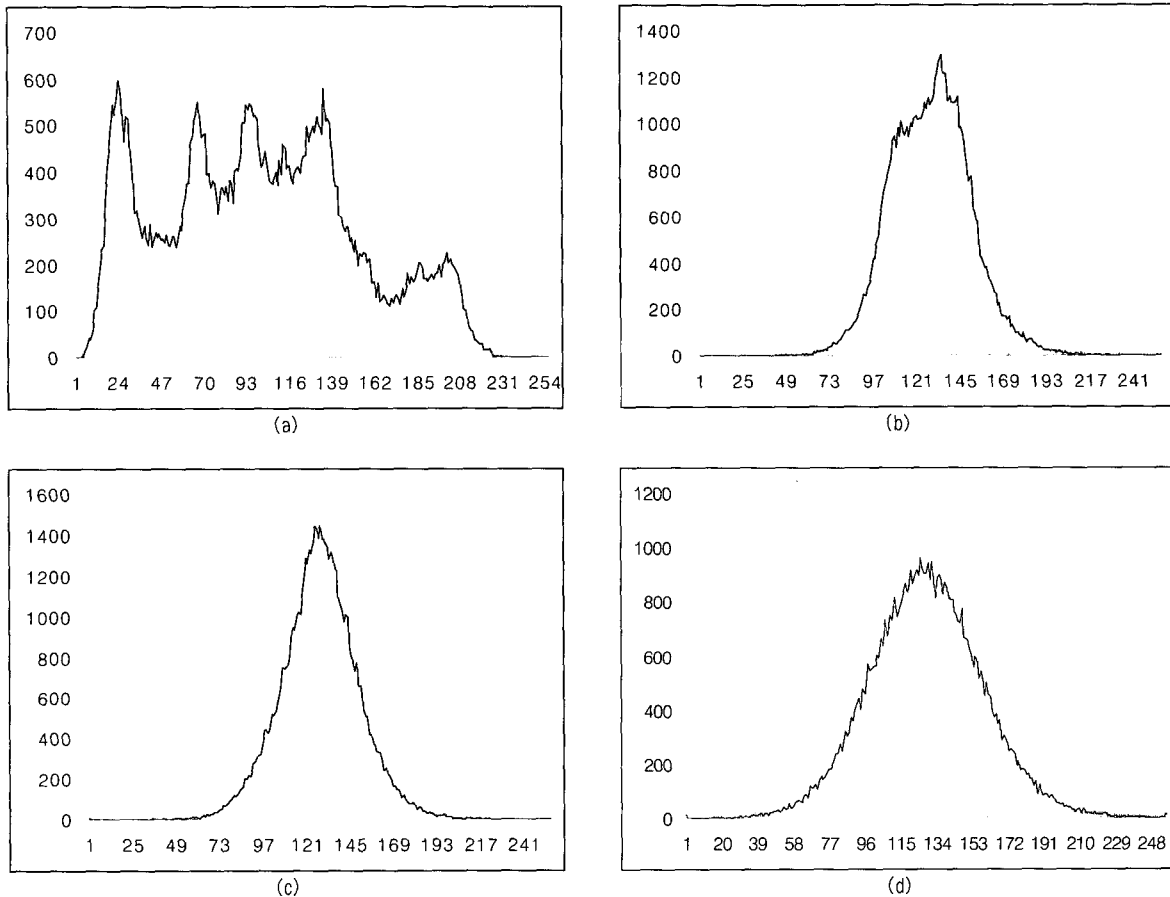


그림 2. 히스토그램 (a) 원래 영상의 히스토그램 (b) 가중치가 없는 NMNV의 히스토그램 (c) 가중치가 있는 NMNV의 히스토그램 (d) 제안된 영상 모델의 히스토그램

Fig 2. Histogram (a) Histogram of original image (b) Histogram of non-weighted NMNV (c) Histogram of weighted NMNV (d) Histogram of proposed image model

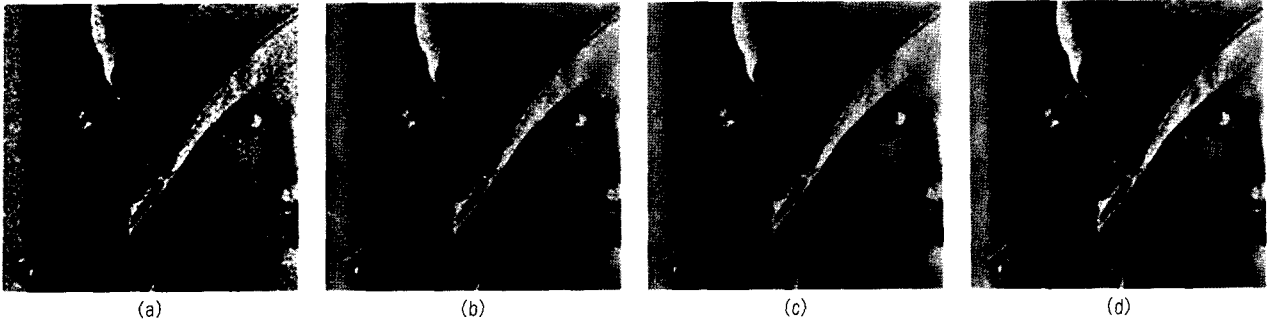


그림 3. 필터링 결과 (a) 열화된 영상 (b) LMMSE 필터 결과 (c) WLLMMSE 필터 결과 (d) 제안된 필터 결과  
 Fig. 3. Filtering result (a)Degraded Image (b)LMMSE (c)WLLMMSE (d)Proposed filter

그림 2(d)에서 볼 수 있듯이, 제안된 모델의 히스토그램은 그림 2(b)와 그림 2(c)의 NMNV 모델의 히스토그램 보다 좀 더 가우시안 형태에 가까우며, 이는 제안된 모델의 타당성을 입증한다고 볼 수 있다.

## 2. 제안된 알고리즘의 잡음제거 성능 평가

이번 절에서는 제안된 알고리즘의 잡음제거 성능을 실험을 통하여 확인해 본다. 이를 위해 첫 번째 실험에서는 제안된 알고리즘과 LMMSE 필터에 기반을 둔 알고리즘의 성능을 비교해보고, 제안된 알고리즘의 파라미터에 따른 성능 차이를 조사해 보았다. 두 번째 실험에서는 제안된 알고리즘을 LMMSE 필터에 기반을 두지 않은 미디안 (median) 계열의 필터 및 적응적 평균 개념의 잡음제거 알고리즘과 성능을 비교해 보았다. 잡음제거 성능에 대한 객관적 평가를 위해 각 실험에서 ISNR (Improved SNR) 및 MSE(Mean Square Error)를 측정해 보았다.

첫 번째 실험에서 제안된 알고리즘의 성능을 식 (4)와 식 (5)의 샘플 평균 및 분산을 이용한 LMMSE 필터와 식 (6)과 식 (19)의 가중치 평균 및 분산을 이용한 WLLMMSE (Weighted LMMSE) 필터의 결과와 비교해 보았다. 이 실험에서는 5x5 2차원 국부 마스크가 사용되었고 가중치 함수의 임계치는 60이 사용되었으며, 부분영상의 크기는 8x8로 고정되었다. 그림 3은 원래 Lena 영상에 10dB 가산 가우시안 잡음이 첨가된 영상을 필터링한 결과를 보여준다. 그림 3(a)는 열화된 영상을, 그림 3(b)는 LMMSE 필터의 결과를, 그림 3(c)는 WLLMMSE 필터의 결과를, 그림 3(d)는 제안된 알고리즘의 결과를 나타낸

다. 그림 3(b)의 LMMSE 결과에서는 영상의 국부 통계치가 에지를 가로질러 계산되므로 모자와 같은 에지 부근이 과도하게 평활화되며, 에지 근처의 잡음들이 제거되지 않음을 볼 수 있다. 이에 반해 그림 3(c)의 WLLMMSE의 결과에서는 국부 분산의 에지 적응적 연산으로 인하여 에지 부분의 잡음은 제거되지만 영상 전체의 선명도가 약간 떨어짐을 확인할 수 있다. 반면에, 그림 3(d)의 상관관계 가정에 근거한 제안된 필터의 결과에서는 평탄한 영역 및 에지 근처의 잡음이 잘 제거되면서도 머리카락과 같은 영상의 세부 정보들이 보존되어 있음을 시각적으로 확인할 수 있다. 이러한 시각적인 성능차이는 표 1의 정량적 측정에도 반영되어 제안된 알고리즘의 성능이 WLLMMSE 보다 2.3dB ISNR 및 36.4 MSE, LMMSE 보다 2.56 ISNR 및 41.9 MSE 만큼 개선되었음을 확인할 수 있다.

제안된 알고리즘에서 국부 통계치를 계산하기 위한 국부 마스크의 크기, 국부 평균을 계산할 때 사용되는 임계치의 값 및 부분 영상의 크기가 성능에 미치는 영향을 분석하기 위해 그림 3(a)의 열화된 영상을 다양한 크기의 국부 마스크, 임계치 및 부분영상에 대하여 필터링을 해보았다.

잡음제거에 있어서 영상의 평활화 정도는 국부 마스크 크기에 비례한다. 국부 마스크의 크기가 너무 작을 때에는 잡음을 충분히 제거하지 못하게 되며, 반면에 너무 클 때에는 이웃 화소와의 차이가 임계치보다 작은 미세 성분들을 과도하게 평활화시키게 된다. 이러한 국부 마스크의 크기에 대한 성능 차이가 표 2에 나타나 있다. 이 실험에서 임계치는 60, 부분영상의 크기는 8x8로 고정되었다. 표 2에서 마스크의 크기가 너무 작거나 클 경우에 알고리즘의 성능이 저하됨을 확인할 수 있다.

제안된 알고리즘에서 국부평균을 계산할 때 사용되는 임

표 1. 그림 3의 결과영상들에 대한 정량적 성능

Table 1. Quantitative measurements on the results of Figure 3

| 알고리즘     | LLMMSE 필터 | WLLMMSE 필터 | 제안된 필터 |
|----------|-----------|------------|--------|
| MSE      | 94.06     | 88.54      | 52.11  |
| ISNR(dB) | 4.58      | 4.84       | 7.14   |

표 3 : 임계치 값에 따른 제안된 알고리즘의 성능

Table 3. The performance of the proposed filter with various threshold values

| 임계치      | 30     | 60    | 90    | 120   |
|----------|--------|-------|-------|-------|
| MSE      | 110.96 | 52.11 | 44.85 | 45.59 |
| ISNR(dB) | 3.78   | 7.14  | 7.76  | 7.60  |

표 2. 국부 마스크 크기에 따른 제안된 알고리즘의 성능

Table 2. The performance of the proposed filter with various local mask sizes

| 국부 마스크의 크기 | 3×3   | 5×5   | 7×7   | 9×9   |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| MSE        | 62.21 | 52.11 | 52.59 | 55.49 |
| ISNR(dB)   | 6.32  | 7.14  | 7.04  | 6.82  |

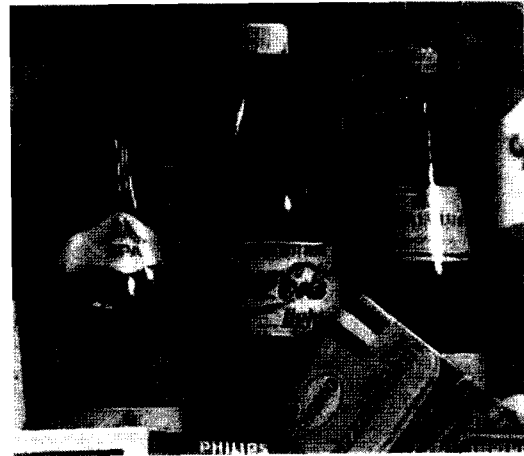
표 4. 부분영상 크기에 따른 제안된 알고리즘의 성능

Table 4. The performance of the proposed filter with various subimage sizes

| 부분영상의 크기 | 4×4   | 8×8   | 16×16 | 32×32 |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| MSE      | 56.87 | 52.11 | 52.27 | 54.77 |
| ISNR(dB) | 6.68  | 7.14  | 7.06  | 6.86  |



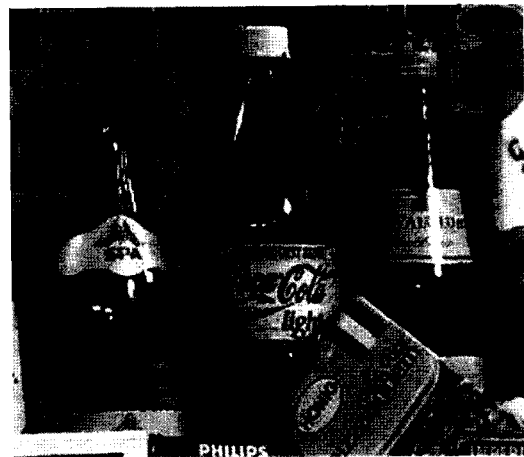
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 4. 필터링된 결과 (a) 열화된 영상 (b) FMH 필터 결과 (c) AWA 필터 결과 (d) 제안된 필터 결과

Fig. 4. Filtering result (a)Degraded Image (b)FMH (c)AWA (d)Proposed filter



계치의 값은 이웃 화소가 에지의 반대편에 있는지를 결정한다. 그러므로 임계치의 값이 너무 작으면 이웃화소와의 차이가 임계치보다 큰 잡음 성분들이 잘 제거되지 않고, 반대로 너무 크면 임계치보다 작은 에지 성분들을 과도하게 평활화시키게 된다. 표 3은 국부 마스크가  $7 \times 7$ , 부분영상의 크기가  $8 \times 8$ 로 고정되었을 때 임계치 값에 따른 알고리즘의 성능을 나타낸다. 표 3에서 잡음이 많은 경우 임계치의 값이 너무 작으면 잡음을 잘 제거하지 못해 알고리즘의 성능이 크게 저하됨을 확인할 수 있다.

제안된 알고리즘에서 부분영상의 크기는 부분영상 내의 정적 상관관계 가정과 블록 Toeplitz 행렬의 블록 순환 행렬 근사화와 중요한 연관이 있다. 작은 부분영상 크기는 정적 상관관계 가정에 적합하지만, 블록 Toeplitz 행렬의 블록 순환 행렬 근사화에는 적합하지 못하다. 반대로 큰 부분영상 크기는 블록 Toeplitz 행렬의 블록 순환 행렬 근사화에는 적합하지만 부분영상 내에서의 정적 상관관계 가정에는 적합하지 못하게 된다. 표 4는 국부 마스크가  $7 \times 7$ , 임계치가 60으로 고정되었을 때 부분영상의 크기에 따른 알고리즘의 성능을 나타낸다. 표 4에서 부분영상의 크기는  $8 \times 8$  혹은  $16 \times 16$ 이 적절함을 알 수 있으며, 이는 결과 영상의 시각적 관찰을 통해서도 확인되었다.

두 번째 실험에서 제안된 알고리즘의 성능을 LMMSE 필터에 기반을 두지 않는 미디언 필터 계열의 FMH(FIR-Median Hybrid) 필터<sup>[9]</sup>와 적응적 평균개념의 AWA(Adaptive Weighted Averaging) 필터<sup>[10]</sup>와 비교해 보았다. 그림 4(a)는 10dB 가산 가우시안 잡음에 의해 열화된 스푼 영상이고, 그림 4(b), 그림 4(c), 그림 4(d)는 각각 FMH, AWA 및 제안된 알고리즘에 의해 복원된 영상을 나타낸다. 그림 4(b)의 FMH 필터의 결과를 보면 시각적으로 좋지 못함을 확인할 수 있는데, 이는 미디언 계열의 필터가 가우시안 잡음을 제거하는데는 효율적이지 못함에 기인한다. 반면에 AWA 필터는 그림 4(c)에서 보듯이 상대적으로 나은 성능을 보여준다. AWA 필터는 기본적으로 이웃화소와 평균을 취하므로 영상의 평탄한 영역에 속한 잡음 성분들을 효율적으로 제거하지만, 영상 전반에 걸쳐서 미세 성분들이 과도하게 평활화되는 경향이 있다. 이 두 알고리즘들의 결과와 비교해 볼 때 그림 4(d)의 제안된 알고리즘은 잡음을 잘 제거하면서 영상의 에지 성분은 보존함을 시각적으로 확인할 수 있다. 이러한 시각적인 성능 차이는 표 5의 정량적 측정에도 나타난다. 표 5에서 제안한 알고리즘의 성능이 FMH 필터보다 3.38dB ISNR 및 82.39

MSE, AWA 필터보다 2.13 ISNR 및 44.32 MSE 만큼 개선되었음을 확인할 수 있다.

표 5. 그림 4의 결과영상들에 대한 정량적 성능

Table 5. Quantitative measurements on the results of Figure 4

| 알고리즘     | FMH 필터 | AWA 필터 | 제안된 필터 |
|----------|--------|--------|--------|
| MSE      | 152.30 | 114.23 | 69.91  |
| ISNR(dB) | 1.14   | 2.39   | 4.52   |

## V. 결론

본 논문에서는 LMMSE 필터를 바탕으로 영상의 비정적 상관관계 특성을 고려하면서도 계산적으로 효율적인 적응적 잡음제거 알고리즘을 제안하였다. 비대각 공분산 행렬의 역행렬을 계산량의 부담없이 계산하기 위해, 본 논문에서는 영상의 평균값이 비정적이고 화소 간의 정적인 상관관계가 오직 이웃하는 부분영상에만 존재한다고 가정한다. 다시 말해서, 각각의 부분영상은 비정적인 평균값에 대하여 서로 다른 정적인 상관관계 구조를 가진다고 가정된다. 벡터 재정렬과 블록 Toeplitz 행렬의 블록 순환 행렬 근사화를 이용하여 공분산 행렬의 특수한 구조를 이용, FFT에 기반을 둔 LMMSE 필터를 유도하였다. 제안된 영상 모델의 정당성을 정규화된 차영상을 조사함으로써 규명하였고, 알고리즘의 잡음제거 성능을 다양한 실험을 통하여 확인하였다. 실험 결과, 제안한 필터가 기존의 잡음제거 필터보다 성능이 우수함을 정량적 평가 및 시각적인 측면에서 확인할 수 있었다.

## 참고 문헌

- [1] B. R. Hunt and T. M. Cannon, "Nonstationary assumptions for Gaussian models of images," IEEE Trans. Syst., Man., Cybern., vol. SMC-6, pp. 876-881, Dec. 1976.
- [2] D. T. Kuan et al., "Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine., Intell., vol. PAMI-7, no. 2, pp. 165-177, 1985.
- [3] S. Jiang and A. A. Sawchuk, "Noise updating repeated wiener filter and other adaptive noise smoothing filters using local image statistics," Applied Optics, vol. 25, no. 14, pp. 2326-2337, July 1986.
- [4] W. J. Song and W. A. Pearlman, "Edge-preserving noise filtering based on adaptive windowing," IEEE Trans. Circuits and Systems., vol. 35, no. 8, pp. 1048-1055, Aug. 1988.

[5] R. M. Rangayyan, M. Ciuc, and F. Faghiih, "Adaptive neighborhood filtering of images corrupted by signal-dependent noise," *Applied Optics*, vol. 37, no. 20, pp. 4477-4487, July 1998.

[6] B. R. Hunt, "The application of constrained least squares estimation to image restoration by digital computer," *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-22, pp. 805-812, 1973.

[7] R. M. Gray, "On the asymptotic eigenvalue distribution of toeplitz matrices," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-18, pp. 725-730, Nov. 1972.

[8] H. C. Andrews and B. R. Hunt, *Digital image restoration*, NJ: Prentice-Hall, 1977.

[9] A. Niemenen, P. Heinonen, and Y. Neuvo, "A new class of detail-preserving filters for image processing," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine., Intell.*, vol. PAMI-9, no. 1, Jan, 1987.

[10] M. K. Ozkan, M. I. Sezan, and A. M. Tekalp, "Adaptive motion compensating filtering of noisy image sequences," *IEEE Trans. Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 3, no. 4, pp. 277-290, Aug. 1993.

저 자 소 개



박 성 철

- 1998년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사).
- 2000년 2월 : 연세대학교 전기전자공학과 졸업(공학석사).
- 2000년 3월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 박사과정.
- 주관심분야 : 영상복원, 초해상도 영상 재구성, 영상 및 비디오 필터링



김 창 원

- 2002년 8월 : 연세대학교 기계전자공학부 졸업(공학사)
- 2002년 9월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 석사과정
- 주관심분야 : 영상 및 비디오 필터링



강 문 기

- 1986년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학사
- 1988년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공학석사
- 1994년 2월 : Northwestern University 공학박사
- 1994년~1997년 2월 : Assistant Professor (University of Minnesota, Duluth)
- 1997년 3월~1999년 2월 : 연세대학교 전기전자공학과 조교수
- 1999년 3월~현재 연세대학교 전기전자공학과 부교수
- 주관심분야 : 영상복원, 초해상도 영상복원, 비선형 필터링, 비디오 분석 및 처리 부화소단 위의 움직임 추정