

정규 완화입자유동법의 고찰

A Study of Normalized Smoothed Particle Hydrodynamics

박정수* 이진성* 박희덕* 김용석* 이재민*
 Park, Jung-Su Lee, Jin-sung Park, Hee-Duck Kim, Yong-Seok Lee, Jai-Min

ABSTRACT

Smoothed particle hydrodynamics, SPH, is a gridless Lagrangian technique which is a useful alternative numerical analysis method to simulate high velocity deformation problems as well as astrophysical and cosmological problems. The SPH method brings about some difficulties such as tensile instability and stress oscillation. A new SPH method, so called normalized algorithm, was introduced to overcome these difficulties.

In this paper we aimed to estimate this method and have developed an one-dimensional normalized SPH program. The high velocity impact model of an aluminum bar has been analysed by using the developed program and a commercial hydrocode, LS-DYNA. The obtained numerical results showed good agreement with the results of the same model in reference. The program also showed more stable results than those of LS-DYNA in stress oscillation. We hopefully expect that the developed one-dimensional normalized SPH program can be used to solve hydrodynamic problems especially for explosive detonation analysis.

주요기술용어 : SPH(완화입자유동법), Normalized SPH(정규완화입자유동법), Kernel estimate(커널근사), Impact analysis(충돌해석), Stress oscillation(응력진동)

1. 머리말

입자유동법은 고속 충돌 시 발생하는 대변형 문제를 효율적으로 계산하기 위하여 연구되고 있는 입자 수치해석 방법 중의 하나이다. 요소나 격자 대신에 질량을 갖고 있는 입자를 통해서 해석하고자 하는

문제를 모델링하고 커널 함수(kernel function)라 불리는 가중 함수를 사용하여 국소 영역에 분포되어 있는 주변입자들을 완화된 입자들로 적분하여 계산을 수행하게 되며 이를 커널 근사(kernel estimate)라 한다. SPH는 기본적으로 입자를 사용하여 계산을 수행하기 때문에 기존의 요소를 기반으로 한 Lagrangian 방법에서 대변형 문제 해석 시 발생하는 요소 재생성 등의 문제점 없이 계산을 효율적으로 수행할 수 있으

* 국방과학연구소 연구원

나 물체의 접촉 시 발생하는 경계조건 처리 등에서는 아직 해결해야 할 점이 있는 것도 사실이다.

이러한 SPH 방법이 처음 소개된 것은 1977년 Lucy^[1]에 의해 천문 분야의 수치해석을 위해서이다. 이후 계속해서 많은 연구가 진행되어 90년대 초반에 Libersky^[2,3]가 고체역학의 대변형 문제에 도입하였고 Johnson^[4]은 고속 충돌시 발생하는 대변형 문제에 적용하였으며 화약의 폭발현상(detonation)등과 같은 유체동력학 분야에도 SPH 방법이 많이 사용되고 있다. Lucy 등에 의해 개발된 초기의 SPH 방법을 본 연구에서는 표준 SPH라 부르기로 하며 SSPH라 표기한다. SSPH는 커널 함수의 근사를 통하여 속도 및 응력의 도함수를 계산하며 현재에는 SSPH 이외에 계산되는 변수에 따라서 입자의 종류를 세분화시켜 모델링 하며 변수 계산을 위한 커널근사 방법도 정규완화입자유동법을 비롯하여 여러 방법들이 소개되고 있다.

이런 다양한 SPH 방법이 소개되는 것은 SSPH 계산알고리즘이 가지고 있는 입자간의 인장력을 적절히 증가시켜 주지 못해 발생하는 인장불안정(tensile instability)현상, 응력파의 진동(stress oscillation), 자유경계면이나 이중재료간의 충돌면에서의 커널 근사의 부정확성, 그리고 여러 가지 경계조건의 처리 등의 문제점이 나타나고 있기 때문이다.

이에 본 연구에서는 여러 SPH 방법 중에 입자의 형태를 응력입자(stress particle)와 속도입자(velocity particle)로 모델링하고 커널 근사를 정규화방법으로 계산하여 응력파 진동현상 등을 해결한 정규 완화입자유동법(NSPH)^[5,6]에 대하여 살펴보았다. 연구내용은 NSPH의 계산 알고리즘을 고찰하고 이의 타당성을 알아보기 위하여 1차원 프로그램을 작성한 후 예제에 적용하였다. 적용된 예제는 알루미늄 봉의 충돌문제에

대하여 해석을 수행하였다. 그리고 NSPH 방법의 타당성을 확인하기 위하여 상용 유체동력학 프로그램인 LS-DYNA와 해석 결과를 비교하여 보았다.

2. 정규 완화입자유동법

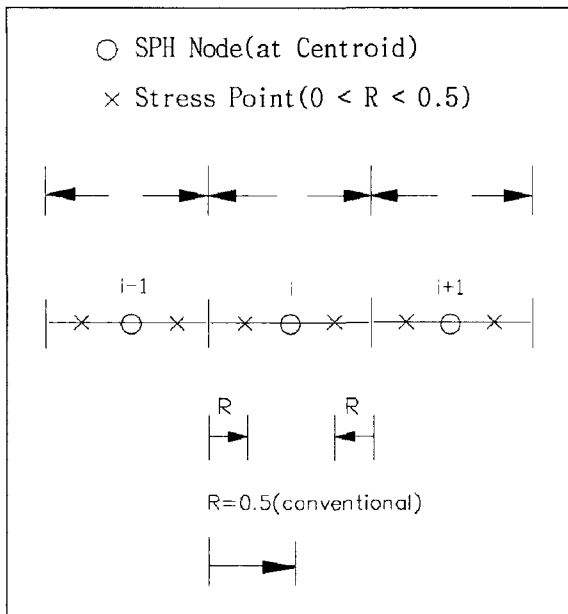
2.1 개요

SSPH에서의 함수와 공간 도함수(gradient) 계산은 식 (1)과 (2)와 같이 커널 함수를 사용하여 국소 영역에 분포되어 있는 주변입자들을 완화된 입자형태로 적분하여 계산을 수행하게 된다. SSPH에서 인장불안전성과 응력파의 진동이 발생하는 것은 요소를 기반으로 계산이 수행되는 유한요소법에서는 절점과 요소에서 계산되는 변수들이 다른 반면에 SSPH에서는 입자내에서 모든 변수들이 동일한 입자점에서 계산되기 때문이다. 이런 SSPH의 문제점을 해결하기 위하여 응력입자와 속도입자로 모델링하고 정규 커널 근사 방법을 사용하는 NSPH가 소개되었다. NSPH의 두 가지 특징 중의 하나는 입자 모델링을 응력입자와 속도입자로 나누어 주는 것이다.

$$\langle c(x_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} c(x_j) W(x_i - x_j, h) \quad (1)$$

$$\nabla \langle c(x_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} c(x_j) \nabla W(x_i - x_j, h) \quad (2)$$

여기서 j : 이웃입자, m_j : 입자 질량
 ρ_j : 입자 밀도, W : 커널 함수
 h : 완화 길이

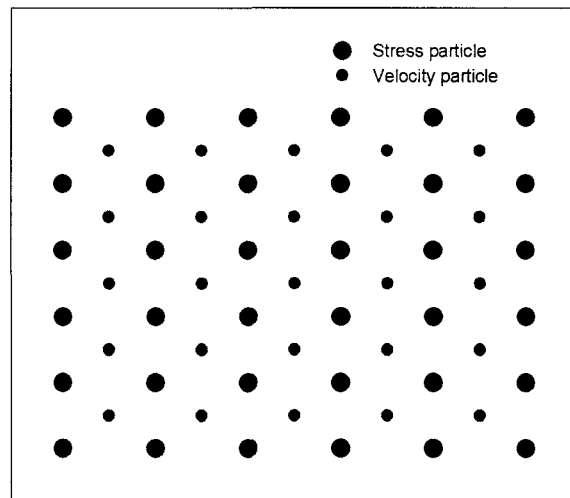


[그림 1] SPH 입자와 응력점

NSPH에서 사용하고 있는 응력입자의 개념은 Dyka와 Ingel^[7]이 처음으로 도입하였다.

Dyka와 Ingel은 SSPH의 문제점인 인장불안정성과 응력파의 진동 현상을 개선하기 위해서 그림 1과 같이 SSPH 입자 사이에 응력점을 두고 1차원 인장 문제에 적용한 결과 응력점에서 응력을 계산해 줌으로써 인장불안정성과 응력파의 진동현상이 크게 개선됨을 확인하였다. 이런 응력입자 개념을 Randles과 Libersky^[8]가 확장하여 NSPH로 발전시켰다.

Randles과 Libersky에 의해 발표된 논문을 보면 NSPH에서 사용하고 있는 응력입자와 속도입자의 모델링 방법을 잘 보여주고 있다. 그림 2는 NSPH에서 사용하고 있는 2차원 응력입자와 속도입자 형태로 응력입자 주변에는 속도입자가 분포하고 반대로 속도입자 주변에는 응력입자가 분포하고 있으며 경계 입자로는 응력입자가 사용된 것을 알 수 있다. 따라서 NSPH에서는 속도계산을 위해서는 속도입자 주변의



[그림 2] 응력입자와 속도입자

[표 1] 응력입자와 속도입자에서 계산되는 변수

	속도입자	응력입자
변수 계산 (variable calculated)	가속도 속도 위치	밀도 변형률 속도 응력 내부에너지 위치
변수 보간 (variable interpolated)	밀도	속도

응력입자를 이웃입자(neighbor particle)로 선택하여 커널 근사를 해야 하며 응력 계산에서도 응력입자 주변의 속도입자를 이웃입자로 선택하여 계산을 수행하게 된다. 표 1은 NSPH에서 속도입자와 응력입자에 계산되어지는 변수들로서 위치, 속도, 가속도를 제외한 다른 변수들이 응력입자에서 계산되며 이런 알고리즘으로 인해 SSPH에서 발생하는 인장불안정이나 응력파의 진동을 개선시킬 수 있다.

2.2 이론적 고찰

2.2.1 정규 커널 근사

NSPH의 특징은 정규 커널 근사(normalized kernel estimate)이다. 정규 커널 근사 개념은 통계에서 사용되는 정규 개념과 비슷한 형식을 취하고 있다. 즉 주변의 입자들로부터 적분을 하는 것은 SSPH 커널 근사와 같으나 NSPH에서는 SSPH의 커널 근사를 다시 주변의 입자의 거리에 대한 커널 함수 값을 나누어줌으로서 1차 함수의 일관성이 유지됨은 물론 경계에서 커널 근사 수행 시 입자 감소에 의한 계산의 부정확성을 보상에 주는 역할을 수행 한다. 이상과 같이 NSPH에 대한 일반적인 사항을 기술하였고 NSPH의 계산형태를 알아보기 위한 이론적 고찰은 다음과 같다.

식 (3)은 SSPH에서의 커널 근사에 대한 식을 나타내고 있으며 여기에 정규 커널 근사식을 유도하기 위하여 수정항 B_1 을 사용하여 식을 다시 정리한 후 함수 $c(x)$ 에 대하여 Taylor 급수로 전개하여 2차항을 소거하면 식 (6)과 같이 수정항 B_1 에 대한 식을 얻을 수 있다. B_1 을 식 (3)에 대입하면 식 (7)과 같이 NSPH에서 사용되는 정규 커널 근사식을 얻을 수 있다. 식 (7)을 자세히 살펴보면 일반적인 SSPH의 커널 근사에 해당되는 분자부분에 주변입자 질량과 밀도에 대한 커널 함수 곱을 나누어 준 형태를 취하고 있고 이런 형태 때문에 정규라는 명칭이 사용된 것으로 판단된다. 또한 NSPH에서의 커널 근사는 1차 함수의 일관성이 유지된다고 보고되고 있다.^[8]

$$\begin{aligned} \langle c(x_i) \rangle &= \int_A c(x) W(|x_i - x|, h) dx \\ &= B_1 \int_A c(x) W(|x_i - x|, h) dx \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 A : 완전 커널 함수 영역

A' : 불완전 커널 함수 영역

W : 커널 함수

$$\begin{aligned} &\left[c(x_i) + \frac{c(x_i)}{dx}(x - x_i) + \dots \right] \int_A W(|x_i - x|, h) dx \\ &= B_1 \left[c(x_i) + \frac{c(x_i)}{dx}(x - x_i) + \dots \right] \int_{A'} W(|x_i - x|, h) dx \end{aligned} \quad (4)$$

$$1 = B_1 \int_{A'} W(|x_i - x|, h) dx \quad (5)$$

$$B_1 = \frac{1}{\int_{A'} W(|x_i - x|, h) dx} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{m_j}{\rho_j} W(|x_i - x_j|, h)} \quad (6)$$

$$\langle c(x_i) \rangle = B_1 \left[\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} c(x_j) W_{ij} \right] = \frac{\left[\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} c(x_j) W_{ij} \right]}{\left[\sum_{j=1}^n \frac{m_j}{\rho_j} W(|x_i - x_j|, h) \right]} \quad (7)$$

2.2.2 1차 도함수

유체동역학에 사용되는 3개의 보존방정식(질량, 에너지, 모멘텀)을 수치계산하기 위해서는 각 변수들의 1차 도함수를 구해야 한다. NSPH에서는 SSPH와 다른 방식으로 1차 도함수가 계산되어 지며 그 과정은 다음과 같다. 식 (8)은 SSPH의 구배 기울기 계산식에 수정항 B_2 가 나누어져 있는 형태이다. 식 (8)에 식 (7)을 미분한 값과 식 (9)의 함수 $c(x)$ 의 선형함수식을 대입하면 식 (10)을 얻을 수 있다. 식(10)에서 상수값을 소거하면 식 (11)과 같이 수정항 B_2 에 대한 관계식을 얻을 수 있다. 수정항 B_2 를 식 (10)에

$$\left\langle \frac{\partial c(x_i)}{\partial x} \right\rangle = \frac{1}{B_2} \left[\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} c(x_j) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x} \right] \quad (8)$$

$$c(x) = a + bx \quad (9)$$

$$b = \frac{1}{B_2} \left(\frac{\left[\sum_j (m_j / \rho_j) (a + bx_j) (\partial W_{ij} / \partial x) \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) W_{ij} \right] - \left[\sum_j (m_j / \rho_j) (a + bx_j) W_{ij} \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) (\partial W_{ij} / \partial x) \right]}{\left[\sum_j (m_j / \rho_j) W_{ij} \right]^2} \right) \quad (10)$$

$$B_2 = \left(\frac{\left[\sum_j (m_j / \rho_j) x_j (\partial W_{ij} / \partial x) \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) W_{ij} \right] - \left[\sum_j (m_j / \rho_j) x_j W_{ij} \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) (\partial W_{ij} / \partial x) \right]}{\left[\sum_j (m_j / \rho_j) W_{ij} \right]^2} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \langle c(x_i) \rangle}{\partial x} = \frac{\left[\sum_j (m_j / \rho_j) c(x_j) (\partial W_{ij} / \partial x) \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) W_{ij} \right] - \left[\sum_j (m_j / \rho_j) c(x_j) W_{ij} \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) (\partial W_{ij} / \partial x) \right]}{\left[\sum_j (m_j / \rho_j) x_j (\partial W_{ij} / \partial x) \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) W_{ij} \right] - \left[\sum_j (m_j / \rho_j) x_j W_{ij} \right] \left[\sum_j (m_j / \rho_j) (\partial W_{ij} / \partial x) \right]} \quad (12)$$

대입하면 선형함수 $c(x)$ 에 대한 NSPH의 1차 도함수를 식 (12)와 같이 계산할 수 있다. 식 (12)를 자세히 살펴보면 함수 $c(x)$ 와 커널 함수 $W(x)$ 의 미분값에 주변입자들에 대한 커널함수 미분값으로 나누어진 형태를 취하고 있고 이런 개념은 NSPH의 특성인 정규 개념으로 1차 도함수도 계산되는 것을 알 수 있다.

2.2.3 보존 방정식

고속충돌이나 폭발현상을 해석하기 위해서는 앞서 설명한 NSPH의 커널 근사와 1차 도함수 계산식을 3개의 보존방정식에 대입하여 발생하는 속도, 가속도, 에너지, 밀도를 계산하게 된다. 식 (13)에서 식 (15)은 질량, 모멘텀, 에너지 방정식을 나타내고 있으며 각각의 식에 NSPH의 커널 근사와 구배 기울기 관계식으로 계산되어지는 것을 알 수 있다.

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \left\langle \frac{\partial U}{\partial x} \right\rangle_i \quad (13)$$

$$\frac{dU_i}{dt} = \langle \rho \rangle_i \left\langle \frac{\partial (\sigma - Q)}{\partial x} \right\rangle_i \quad (14)$$

$$\frac{dE_i}{dt} = \rho_i \langle (\sigma - Q) \rangle_i \left\langle \frac{\partial U}{\partial x} \right\rangle_i \quad (15)$$

- 여기서 ρ_i : i 번째 입자의 밀도
- U_i : i 번째 입자의 속도
- σ_i : i 번째 입자의 응력
- E_i : i 번째 입자의 에너지
- Q_i : i 번째 입자의 인공점성

2.2.4 인공점성

고속 충돌문제 해석에서 흔히 발생하는 현상이 고속의 응력파가 발생하는 경계에서 계산 결과의 수렴성이다. 이를 해결하기 위하여 경계면에서의 응력과 속도를 완화시켜주는 인공점성을 사용하게 된다. 본 연구에 사용된 인공점성은 Monaghan^[9]이 제안한 식 (16)과 같은 인공점성식을 사용하였다. 식 (16)의 인공점성은 모멘텀 방정식에 가속도를 구하는데 응력과 함께 구배 기울기 형태로 계산되어진다.

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha \overline{c_{ij}} + \beta \mu^2}{\rho_{ij}} \\ 0 \end{cases} \quad \text{if } (u_j - u_i) \cdot (x_j - x_i) < 0 \quad (16)$$

여기서 $\mu_{ij} = \frac{h(u_j - u_i) \cdot (x_j - x_i)}{|x_j - x_i|^2 + \epsilon h^2}$

$$\overline{c_{ij}} = \frac{c_i + c_j}{2}, \quad \overline{\rho_{ij}} = \frac{\rho_i + \rho_j}{2}$$

$\alpha = \beta = 2.5, \quad \epsilon = 0.1$
 h : 완화길이, c_{ij} : 재료의 음속

2.2.5 커널 함수

SPH의 기본계산은 커널 함수의 수치 적분을 통하여 이루어진다. 따라서 커널 함수의 선택은 계산의 정확성에 많은 영향을 주기 때문에 커널 함수에 대하여 많은 연구가 수행되었으며 커널 함수 중 가장 널리 사용되고 있는 형태가 B-spline과 Gaussian^[10] 함수 형태이다. 본 연구에서는 이 중 식 (17)과 같이 3차 다항식 형태의 B-spline 커널 함수를 사용하였다.

$$W = \frac{C_D}{h_D} \begin{cases} 1 - 6q^2 + 6q^3 & (0 \leq q \leq 0.5) \\ 2(1 - q)^3 & (0.5 \leq q \leq 1.0) \\ 0 & (1.0 \leq q) \end{cases} \quad (17)$$

여기서 $q = \frac{x_i - x_j}{h}$ 인 무차원수 이고 차원에 따른 정규계수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} D=1, & \quad C_1 = \frac{4}{3} \\ D=2, & \quad C_2 = \frac{40}{7\pi} \\ D=3, & \quad C_3 = \frac{8}{\pi} \end{aligned}$$

2.2.6 구성방정식

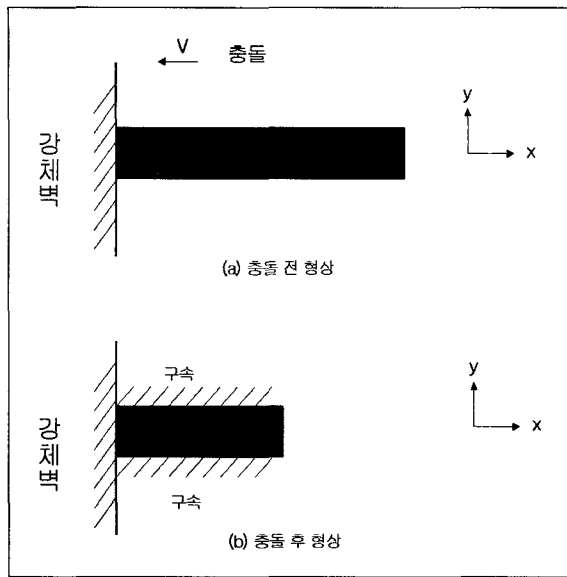
고속충돌에 의해 형성되는 응력파를 해석하기 위해서는 충돌재료에 대한 구성방정식이 있어야 한다. 본 연구에서는 해석모델을 1차원으로 단순화하여 NSPH의 알고리즘을 분석하기 위하여 식 (18)과 같은 완전 탄성 구성방정식을 적용하였다. 1차원 완전 탄성 구성방정식은 그림 3과 같이 강체벽에 붐이 충돌했을 경우 x방향의 변위만 고려하고 y방향의 변위는 고려하지 않기 때문에 해석 모델을 단순화할 수 있어 해석 방법 비교에 많이 사용되고 있는 모델이다.

$$\Delta \sigma = [K \dot{\epsilon} + G(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_v)] \Delta t \quad (18)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad \dot{\epsilon}_v = 2\nu \dot{\epsilon}$$

여기서 K : 체적탄성계수
 E : 탄성계수
 G : 전단계수
 ν : 포아송비
 $\dot{\epsilon}$: x 방향 변형률 속도
 $\dot{\epsilon}_v$: 체적 변형률 속도

NSPH 알고리즘의 효율성을 살펴보기 위하여 본 논문에서 식 (18)을 이용하여 계산된 예제는 상용

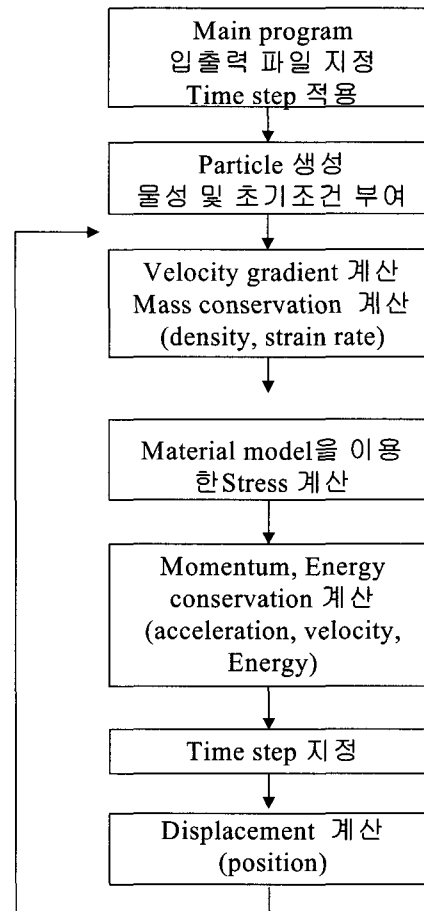


[그림 3] 1차원 탄성 충돌

Lagrangian 유체동역학 프로그램인 LS-DYNA와 그 결과를 비교해 보았다.

3. 1차원 NSPH 프로그램 개발

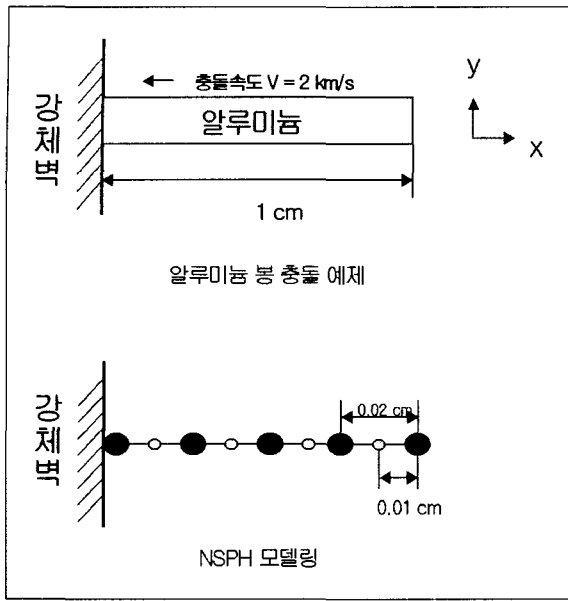
지금까지 살펴본 NSPH의 이론적 관계식을 바탕으로 1차원 프로그램을 작성하였다. 1차원 NSPH 프로그램은 그림 4와 같은 순서도 형식으로 작성하였다. 그림 4를 살펴보면 먼저 주프로그램을 통하여 부프로그램을 실행시키게 된다. 각각의 부프로그램은 우선 해석을 위한 모델링 및 초기조건 그리고 해석에 필요한 물성값을 입력하는 부프로그램이 있다. 프로그램 개발을 위한 충돌문제 적용은 알루미늄으로 구성된 봉이 2km/sec의 속도로 충돌하는 것으로 1차원 완전 탄성 구성방정식을 사용하였고 입자 구성은 그림 5와 같이 응력입자 51개 속도입자 50개로 모델링하였다. 충돌재료의 길이가 1cm이므로 응력입자와 속도입자



[그림 4] 1차원 NSPH 프로그램 순서도

사이의 거리는 0.01cm이다. 응력입자가 속도입자보다 많은 것은 응력입자가 경계를 이루고 있기 때문이며 속도입자를 경계로 하여도 해석상에는 아무 문제가 없으며 본 연구에서는 응력입자를 경계로 하여 해석을 수행하였다.

해석을 위한 모델링과 초기조건, 물성값이 입력되면 속도 구배 계산을 통하여 변형률 속도와 연속방정식을 사용하여 변형된 재료의 밀도를 계산하게 된다. 변형률 속도는 식 (18)에 입력되어 응력 계산에 사용된다. 계산된 응력은 입자의 가속도를 구하기 위하여 모멘텀 방정식에 대입되며 이 때 인공점성식



[그림 5] 해석 문제 입자 모델링

도 함께 사용된다. 그리고 계산된 속도 구배 기울기와 응력을 이용하여 에너지 방정식으로부터 에너지 변화율을 구하게 되며 마지막으로 변형된 입자의 위치 그리고 다음 계산을 위한 시간간격을 계산하면 프로그램의 한 과정이 완료되며 이런 과정을 반복해서 수행하게 된다.

고속변형 해석에서 시간간격은 계산의 정확성에 많은 영향을 주는 요소이다. 이는 시간간격이 변형률 속도를 충분히 계산할 수 있을 정도이어야 하기 때문이다. 따라서 일반적으로 시간간격을 식 (19)와 같이 입자 사이의 거리를 충돌 재료의 음속과 응력파의 최고 속도로 나눈 값에 임의의 상수 k 를 곱한 값보다 작게 해준다. 임의의 상수 k 는 해석모델에 따라 0.3~1.0을 대입하며 본 연구에서는 0.3을 사용하였다.

$$\Delta t = k \frac{\delta x}{c + U_{max}} \quad (19)$$

여기서 U_{max} : 최대 응력파 속도, k : 상수
 c : 재료의 음속, δx : 입자사이 거리

NSPH 계산에는 완화길이(smoothing length)가 사용되는데 주로 주변입자의 범위를 선택하거나 커널 근사 계산 시 완화길이가 대입되어 사용된다. 본 연구에서는 1차원 모델이며 응력입자와 속도입자가 연속해서 배열되어 있고 응력입자와 주변입자는 반드시 속도입자이어야 하고 속도입자의 주변입자는 응력입자이어야 하기 때문에 주변입자의 선택은 완화길이를 사용하지 않고 응력입자 양쪽에 있는 속도입자를 주변입자로 선택되도록 프로그램 되어 있고 속도입자의 주변입자도 같은 방식으로 하였다. 따라서 완화길이의 역할은 커널근사 계산에 적용되었고 적절한 완화길이를 주기 위하여 식 (20)를 이용하여 계산하고 표 2는 예제 해석에 사용된 알루미늄 기계적 물성치가 나타나 있다.

$$\dot{h}/h = \frac{1}{3} \Delta \cdot V_v \quad (20)$$

여기서 \dot{h} : 완화길이 증가율, V_v : 체적

[표 2] 알루미늄 기계적 물성치

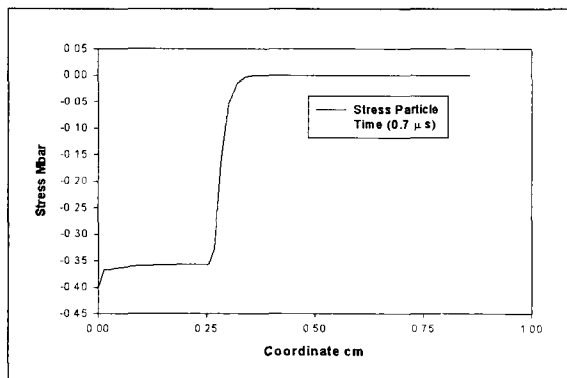
물성치	알루미늄
밀도(g/cc)	2.7
E (탄성계수, Mbar)	0.7
G (전단계수, Mbar)	0.26
ν (포아송비)	0.33
C 음속, cm/ μ s)	0.50

4. 해석 결과

1차원 NSPH 프로그램을 작성하고 알루미늄 봉의 충돌문제를 해석해 보았다. 그림 6은 2km/sec 속도로 알루미늄 봉이 강체벽에 충돌 후 0.7 μ s 후의 응력파를 나타내고 있다. 충돌경계면에서 응력이 조금 증가하는 추세를 보이지만 대체적으로 0.35bar의 응력파가 발생 되어 전달되는 것을 알 수 있다. 충돌경계면에서의 국부적으로 0.39Mbar 까지 응력 증가 현상이 있지만 전체적으로는 0.36Mbar의 응력파가 계산되었으며 이 계산결과는 Compell 등^[6]이 유사한 문제에 적용한 해석 결과와 잘 일치하는 값을 나타내고 있다.

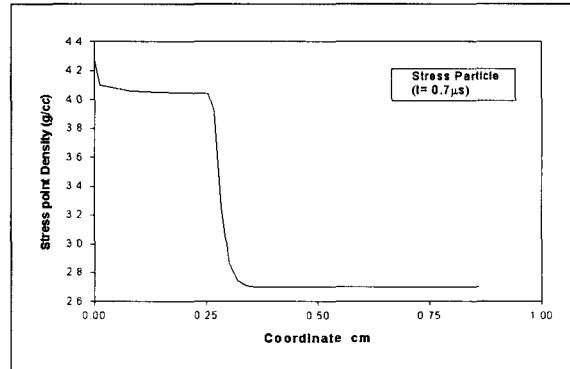
그림 7은 충돌 후 0.7 μ s 후의 입자들의 밀도변화를 보여주는 것으로 응력과 형상과 반대 경향을 보이고 있다. 충돌 경계면에서 입자의 밀도도 다른 입자보다 조금 높은 값을 보이고 있다. 계산된 밀도변화는 경계면에서 최대 밀도가 4.2g/cc이며 나머지 입자들에서는 약 4.05g/cc의 밀도가 계산되었다.

그림 8은 0.7 μ s 후의 가속도를 나타내고 있다. 0.7 μ s에서의 최대 가속도는 응력파가 진행하고 있는 경계부근에서 2.9cm/ μ s² 최대값을 보이는 것으로 계산

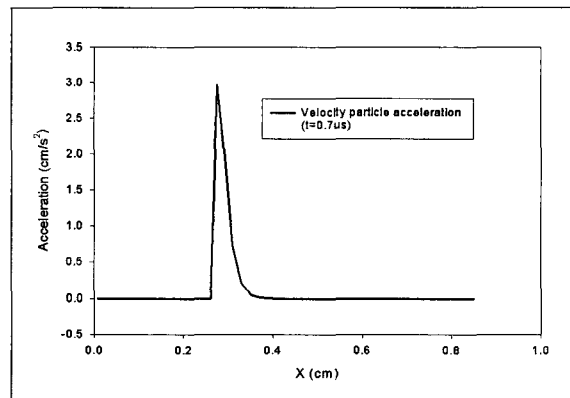


[그림 6] 알루미늄 봉 충돌 예제 응력입자의 응력파 형상(t=0.7 μ s)

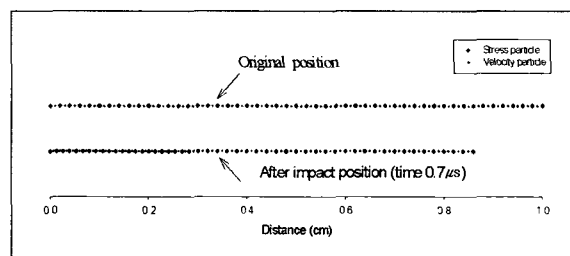
결과 나타나고 있다. 그림 9는 충돌 전의 입자 분포와 0.7 μ s 후의 입자 분포를 나타내고 있다. 충돌 후 변형이 이루어져 응력파가 도달된 입자사이의 거리는 매



[그림 7] 알루미늄 봉 충돌예제 응력입자의 밀도변화 (t=0.7 μ s)



[그림 8] 속도입자의 가속도(t=0.7 μ s)



[그림 9] 변형후의 입자 분포도

우 좁아진 것을 알 수 있다.

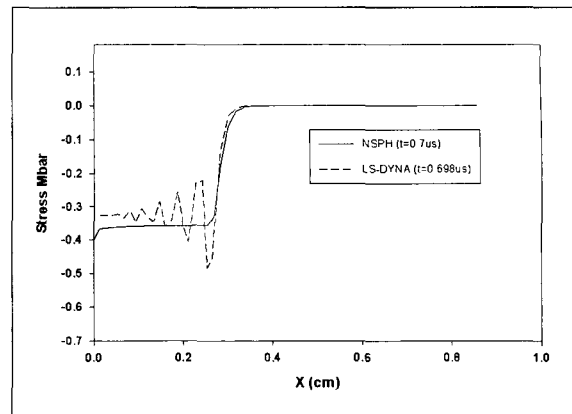
5. LS-DYNA와 해석 결과 비교

그림 10은 상용 유체동력학 프로그램인 LS-DYNA를 이용하여 1차원 알루미늄 봉 충돌문제를 해석한 결과와 NSPH 해석결과를 비교하여 나타낸 것이다. LS-DYNA 해석은 코드 자체 내에 있는 탄성 구성방정식을 사용하였고 응력과 진동현상을 줄이기 위하여 인공점성식을 도입하였다. 해석을 위한 모델링은 50개 셀요소를 사용하였고 이는 NSPH에서 응력입자의 모델링과 같은 거리로 요소를 모델링 하기 위해서이다. 또한 x방향의 변형만 고려하였고 y방향은 구속시켜 변형이 일어나지 않도록 하였다.

LS-DYNA 해석결과 충돌경계면에서의 응력 증가 현상은 없으나 응력파가 진행하면서 응력과 진동 현상은 증가되는 것으로 나타났다. 이런 현상은 Lagrangian 요소를 사용한 해석에서 흔히 볼 수 있는 현상이며 LS-DYNA의 응력과 해석 결과는 2차원 셀요소를 1차원화 하여 해석을 수행하여 y방향의 변형을 억제하였기 때문에 진동현상이 조금 심한 것으로 추정되며 LS-DYNA 프로그램 내부에 있는 진동현상을 완화시켜주는 기능을 사용해도 해석 결과는 같게 나타났다.

1차원 알루미늄 봉 충돌문제의 NSPH와 LS-DYNA 해석결과를 비교하면 NSPH의 개발 목적중의 하나인 응력과 진동현상이 대폭 감소한 것을 알 수 있다. NSPH의 경우충돌되는 경계 입자에서의 응력값 증가현상은 있지만 응력과 형상은 진동 없이 일정한 형태로 전달되는 것을 알 수 있었다

결론적으로 본 연구를 통하여 NSPH의 장점으로



[그림 10] 알루미늄 봉 충돌예제 NSPH와 LS-DYNA 해석결과 비교

보고되고 있는 응력과 진동현상의 감소효과를 확인할 수 있었으며 고속충돌문제나 폭발현상을 비교적 안정적으로 해석할 수 있을 것으로 판단된다.

6. 맺음말

NSPH의 알고리즘을 분석하고 효율성을 알아보기 위하여 1차원 프로그램을 작성하고 알루미늄 봉의 고속충돌 문제를 해석하여 그 결과를 상용 유체동력학 프로그램인 LS-DYNA와 비교하여 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) NSPH는 SSPH의 입자 모델링 방법과 달리 변수들의 계산을 응력입자와 속도 입자로 구분하여 계산하기 때문에 SSPH에서 발생하는 응력과 진동현상을 감소시킬 수 있었으며 실제 프로그램을 작성하여 응력과 형태를 고찰하여 이를 확인할 수 있었다.

- 2) 본 연구의 NSPH 계산에서 충돌면 경계의 입자는 다른 입자에 비해 상대적으로 응력값이 높게 계산되었고 이는 보완해야 할 부분으로 사료된다.
- 3) 개발된 1차원 NSPH 프로그램의 경계조건 처리를 보완하고 고차원으로 확장하여 고속 충돌현상 뿐만 아니라 화약의 폭발 현상과 같은 재료가 파괴되는 분야의 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] L. B. Lucy, "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *Astronomical Journal* 82, pp.1013, 1977.
- [2] L. D. Libersky and A. G. Petsch, "Smoothed Particle Hydrodynamics with Strength of Materials", New Mexico Institute of Mining and Technology report 87801.
- [3] P. W. Randles and L. D. Libersky, "Smoothed particle hydrodynamics: Some recent improvements and applications", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 139, pp.375~408, 1996.
- [4] G. R. Johnson, R. A. Stryk and S. R. Beissel, "SPH for high velocity impact computations", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 139, pp.347~373, 1996.
- [5] R. Vignjevic, J. Campbell and L. D. Libersky, "A treatment of zero-energy modes in the smoothed particle hydrodynamics method", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 184, pp.67~85, 2000.
- [6] J. Campbell, R. Vignjevic and L. D. Libersky, "A contact algorithm for smoothed particle hydrodynamics", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 184, pp.49~65, 2000.
- [7] C. T. Dyka and R. P. Ingel, "An approach for tension instability in smoothed particle hydrodynamics(SPH)", *Computers & Structures* Vol. 57. No.4, pp.573~580, 1995.
- [8] P. W. Randles and L. D. Libersky, "Normalized SPH with stress points", *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 48, pp.1445~1462, 2000.
- [9] J. J. Monaghan and R. A. Gingold, "Shock simulation by the particle method SPH", *Journal of Computational Physics*, Vol. 52, pp.374~389, 1983.
- [10] D. A. Fulk, "A numerical analysis of smoothed particle hydrodynamics", Ph. D. Dissertation, the School of Engineering of the Air Force Institute of Technology, AD-A284698, 1994.