

# 유한요소법을 이용한 Tonpiliz 트랜스듀서의 최적구조 설계

## Optimal Structural Design of a Tonpiliz Transducer by Means of the Finite Element Method

강 국 진\*, 노 용 래\*\*  
(Kookjin Kang\*, Yongrae Roh\*\*)

\*경북대학교 센서공학과, \*\*경북대학교 기계공학부

(접수일자: 2003년 8월 28일; 수정일자: 2003년 10월 10일; 채택일자: 2003년 10월 20일)

본 연구에서는 대표적인 수중 음향 트랜스듀서인 Tonpiliz 트랜스듀서에 대하여 설계변수들이 트랜스듀서 성능에 미치는 영향을 유한요소 해석을 통하여 파악하였다. 나아가 그 결과들의 통계적 다중 회귀분석을 통하여 응력 강화 (Stress stiffening) 효과를 고려한 공진 주파수, 대역폭 및 발생 음압을 이들 설계변수들의 함수로 도출한 후, 제한 최적화법인 SQP-PD 방법을 이용해 공진 주파수 30,000 Hz와 -3 dB 대역폭 10% 이상을 가지며 최대 음압을 구현할 수 있는 트랜스듀서의 최적구조를 결정하였다. 또한 SQP-PD 방법에 의한 최적값을 유한요소 해석에 의한 값과 비교함으로써 최적값의 타당성을 검증하였고, 본 연구에서 제시한 설계법이 계산시간의 단축과 높은 정확성을 가짐을 확인하였다.

**핵심용어:** 최적설계, 유한요소법, Tonpiliz 변환기, 제한 최적화 기법, 회귀분석

**주요분류:** 초음파 및 탄성파 분야 (4.1)

In this study, with the FEM we analyzed the variation of the resonance frequency, bandwidth, and sound pressure of the Tonpiliz transducer in relation to its design variables. Through statistical multiple regression analysis of the results, we derived functional forms of the resonance frequency, bandwidth, and sound pressure in terms of the design variables. By applying the constrained optimization technique, SQP-PD, to the derived function, we determined the optimal structure of the transducer that could provide the highest sound pressure level at the resonance frequency of 30,000 Hz and having the -3 dB bandwidth more than 10%. The validity of the optimized results was confirmed through comparison of the optimal performance with that of the FEA. The optimal design method proposed could reflect all the cross-coupled effects of multiple structural variables, and could determine the detailed geometry of the transducer with great efficiency and rapidity.

**Keywords:** Optimal design, FEM, Tonpiliz transducer, Constrained optimization method, Regression analysis

**ASK subject classification:** Ultrasonic and elastic waves (4.1)

## 1. 서 론

음향 트랜스듀서의 주요 성능 변수로는 공진 주파수, 대역폭 및 발생 음압을 들 수 있고, 이들 트랜스듀서의 성능들은 많은 설계변수들에 의해 영향을 받으며 그 영향은 선형 독립적이지 않은 경우가 허다하다[1-3]. 따라서 음향 트랜스듀서의 최적 성능을 구현하기 위해서는

설계변수들의 개별 변화에 따른 성능 변화와 변수들의 상호작용에 의한 성능 변화를 함께 고려하여야 한다. 본 연구에서는 대표적 수중 음향 트랜스듀서인 Tonpiliz 트랜스듀서에 대하여 각 설계변수들의 개별 영향 및 이들의 상호작용에 의한 영향을 반영하여 주어진 공진 주파수에서 작동하고 -3 dB 대역폭 10% 이상을 만족하며 최대 음압을 구현할 수 있는 Tonpiliz 트랜스듀서 설계변수들의 최적값을 찾고자 한다.

Tonpiliz 트랜스듀서는 수중에서 음파를 송, 수신하는 대표적인 트랜스듀서로서, 전면추 (head mass), 압전

세라믹 (구동재료), 후면추 (tail mass)를 볼트 (bolt)로 결합시킨 형태를 가진다. Tonpilz 트랜스듀서는 전면추 (방사체)의 반경이 구동재료의 반경보다 크기 때문에 버섯 (mushroom)모양과 비슷하여 유래되었다[4]. 또한 두께모드 진동을 이용하는 전형적인 Tonpilz 트랜스듀서는 높은 정확성과 고 분해능으로 인해 수중 소나 시스템에 많이 사용되어져 왔고, 형상은 거의 일반화되어져 있다 [5]. 그간 주어진 공진 주파수에서 높은 음압을 발생시킬 수 있는 Tonpilz 트랜스듀서 개발에 대해 그동안 많은 연구가 진행되어 왔으나[4-10] 대부분의 경우 구동자 재료를 바꿈으로써 높은 음압을 구현하고자 하였고[8-10], 정해진 공진 주파수와 재료에 대해서 일정 대역폭을 만족시키면서 높은 음압을 발생시킬 수 있는 음향 트랜스듀서 구조 설계에 대한 연구는 미미한 실정이다. 본 연구에서는 대표적 수중 음향 트랜스듀서인 Tonpilz 트랜스듀서에 대하여 유한요소 해석을 통하여 설계변수들이 주요 성능인 공진 주파수, 대역폭 및 발생 음압에 미치는 영향을 파악하였다. 해석시 설계 변수들에 따른 성능의 변화를 효율적으로 분석하기 위하여 반응표면계획법 (Response Surface Design Method)에 따른 해석을 수행하였으며 [11], 이 결과의 다중 회귀분석을 통하여 트랜스듀서의 공진 주파수, 대역폭 및 발생 음압을 설계변수들의 함수로 도출하였다[12]. 도출된 함수식과 제한 최적화 방법 중에서 수렴속도가 가장 빠르다고 알려진 SQP-PD (Sequential Quadratic Programming Method of Phenichny and Danilin)법을 이용하여[13], 수중에서 공진 주파수 30,000 Hz를 가지고 -3 dB 대역폭이 10% 이상이면서 최대 음압을 구현할 수 있는 Tonpilz 트랜스듀서의 최적구조를 결정하였다. 또한 SQP-PD방법에 의한 최적값을 유한요소 해석에 의한 값과 비교함으로써 최적값의 타당성을 검증하였고, 본 연구에서 제시한 설계법이 계산시간의 단축과 높은 정확성을 가짐을 확인하였다.

## II. Tonpilz 트랜스듀서 모델링

본 연구의 Tonpilz 트랜스듀서는 그림 1에서 보는 바와 같이 음향 방사체 역할을 하는 전면추, 압전 세라믹에서 발생한 변위를 반사시켜 전면추의 변위를 증폭시키는 후면추, 구동자 역할을 하는 압전 세라믹, 그리고 이들을 결합시키고 일정한 압력으로 조임으로써 압전 세라믹의 허용인가 전압을 증대시키는 역할을 하는 볼트로 구성되어 있다[14]. 그림 1에서 보인 트랜스듀서의 치수와 물성

을 표 1과 2에 나타내었고, 표 1과 2를 사용하여 그림 2와 같이 유한요소 해석모델을 상용 유한요소 도구인 ANSYS를 이용하여 구성하였다. 그림 1의 실제모델에서 전면추는 정사각형의 형상으로 이루어져 있고, 나머지는 원통으로 이루어져 있다. 통상 트랜스듀서의 반경이 발생하는 음파의 파장보다 많이 작을 경우에는 트랜스듀서의 성능이 형상에 큰 영향을 받지 않는 것으로 알려져 있고 [16]. 본 연구의 전면추반경은 파장의 1/4정도에 불과하므로 전면추를 원통형으로 가정하여 정사각형의 면적과 동일한 면적을 가지는 반경을 계산하여 전체적으로 2차원 축대칭 모델을 구성하였다. 수중 모델은 트랜스듀서 구조체, 물, 그리고 물과 구조체의 경계층 (FSI)으로 구성하였고, 원거리장 음압 계산을 할 수 있도록 물을 트랜스

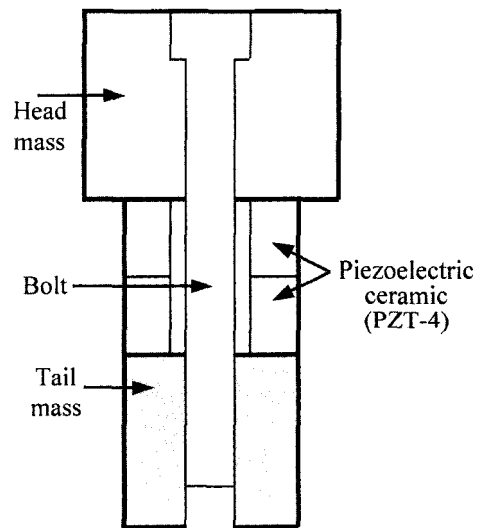


그림 1. Tonpilz 트랜스듀서 모델  
Fig. 1. Model of the Tonpilz transducer.

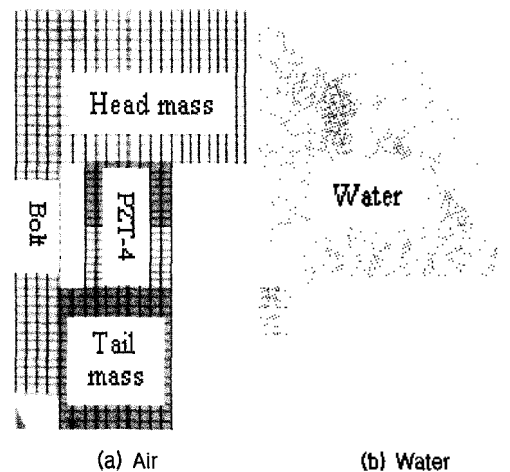


그림 2. Tonpilz 트랜스듀서 유한요소 모델  
Fig. 2. Finite element model of the Tonpilz transducer.

표 1. 트랜스듀서 각 부품들의 고정된 치수 및 물성들

Table 1. Fixed dimensions and material properties of the parts in the transducer.

	Young's modulus (GPa)	Density (kg/m <sup>3</sup> )	Poisson's ratio	Thickness (mm)	Damping ratio[15]	Inner radius (mm)	Outer radius (mm)
Head mass	70.3	2,770	0.33	19.4	0.020	2.5	13.2
Tail mass	206.0	7,955	0.30	18.0	0.020	2.5	9.0
Bolt	185.0	7,920	0.30		0.020	2.5	4.0
Piezoelectric ceramic	PZT-4[14]			8.0×2	0.001[14]	4.0	9.0

표 2. 유한요소 해석시 사용된 PZT-4의 물성들[14]

Table 2. Material properties of the PZT-4 in the FEA[14].

Density (kg/m <sup>3</sup> )	7,500	
Relative dielectric constant ( $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [C^2/Nm^2]$ )	$\epsilon_{11}^S/\epsilon_0$	730
	$\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$	635
Piezoelectric constant (C/m <sup>2</sup> )	$e_{31}$	-5.2
	$e_{33}$	15.1
	$e_{15}$	12.7
Elastic stiffness ( $10^{10} N/m^2$ )	$c_{11}^E$	13.9
	$c_{33}^E$	11.5
	$c_{44}^E$	2.56
	$c_{66}^E$	3.06
	$c_{12}^E$	7.78
	$c_{13}^E$	7.43

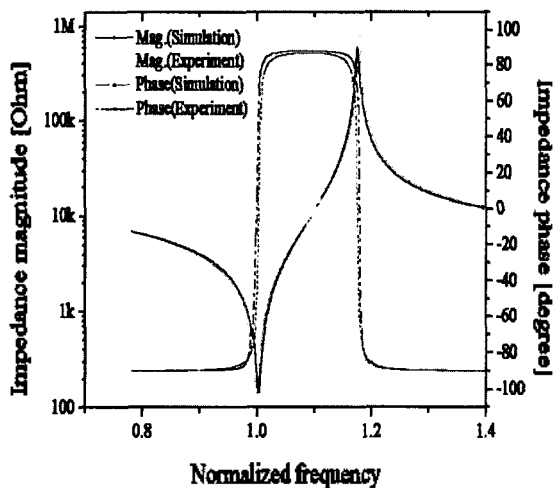


그림 3. Tonpilz 트랜스듀서의 임피던스 곡선 (공기 중)  
Fig. 3. Impedance spectrum of the Tonpilz transducer (in air).

듀서 표면에서 100 mm까지 설치하였으며, 약 18,400개의 절점과 18,000개의 요소로 형성되어 있다. 경계 조건으로는 트랜스듀서의 모든 부분을 자유상태로 가정하였

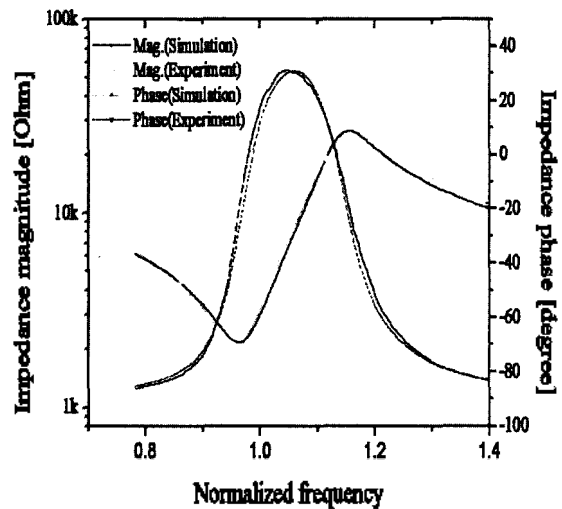


그림 4. Tonpilz 트랜스듀서의 임피던스 곡선 (수중)  
Fig. 4. Impedance spectrum of the Tonpilz transducer (in water).

고, 물의 최 외곽층에는 무반사 경계조건을 적용하였다. 유한요소 해석모델의 타당성을 검증하기 위하여 그림 1에서 보인 Tonpilz 트랜스듀서의 공진 및 반공진 특성을 임피던스 분석기 (HP-4194A)로 측정하였고, 그림 2의 유한요소 모델 해석결과와의 비교를 위해서 측정치의 공진 주파수에 대해 정규화하여 그림 3과 4에 나타내었다. 임피던스 분석기로 측정된 실험결과와 ANSYS를 이용한 유한요소 해석 결과가 잘 일치함을 알 수 있고, 따라서 2차원 축대칭 모델로 구성된 유한요소 해석모델은 충분한 타당성을 가진다.

다음으로 표 1의 치수를 가지는 모델을 기본 모델로 하여 공진 주파수와 대역폭 및 음압에 많은 영향을 미칠 것으로 판단되는 4개의 설계변수 및 각각의 변화 범위를 설정하여 표 3에 나타내었다. 변수들의 변화 범위는 기본 모델에서 ±50%로 설정하였으며, 전면추 최소반경은 압전 세라믹의 반경과 동일하다고 가정하였다. 또한 트랜스듀서 내부 반경과 물성은 기본 모델의 값으로 고정시켰다. 그리고 전체 전면추 중에서 볼트 머리 부분 두께가

차지하는 비율은 25%, 후면추 중에서 볼트가 차지하는 두께는 75%로 고정시켰다.

Tonpilz 트랜스듀서 제작시 볼트를 일정 압력으로 조임으로써 트랜스듀서 구성품들을 결합시키고 전체적인 성능을 향상시킨다[14]. 본 연구에서는 볼트의 조임에 의한 영향을 고려한 공진 주파수, 대역폭 및 음압을 해석하기 위해서 그림 5와 같이 볼트 양단에 일정한 압력을 인가하고 각 구조체의 항복응력값을 대입한 상태에서 정적 해석을 하여 소성변형이 처음으로 일어나기 직전의 압력 값을 먼저 계산하였다. 계산된 값을 다시 볼트에 인가한 상태에서 압전 세라믹 단위 길이당 일정한 전압 (10 V/mm)의 사인파를 인가하고 과도 (transient) 해석을 행하여 응력 강화 효과를 고려한 공진 주파수, 대역폭 및 발생 음압을 계산하였다. 해석시 발생 음압은 트랜스듀서 중심 표면으로부터 100 mm 떨어진 지점에서 음압의 최대 진폭 (peak to peak) 값으로 계산하였고, 대역폭 및 공진 주파수는 음압의 결과를 고속 푸리에 변환 (FFT)하여 계산하였다. 이들 결과로부터 Tonpilz 트랜스듀서의 최적구조를 설계하는 알고리즘을 그림 6에 나타내었다. 본 알고리즘은 설계변수들의 개별 영향 및 이들의 상호작용에 의한 영향까지도 반영할 수 있다.

### III. 성능 변화 해석

세 가지 설계변수들의 값을 기본 모델의 값으로 고정시키고, 한 변수만을 변화시키면서 트랜스듀서 성능 변화 경향성을 해석하였다. 압전 세라믹 두께가 8, 12, 16, 20, 24 mm로 증가함에 따라 두께모드 공진 주파수는 감소하였다. 음압의 경우는 압전 세라믹 단위 길이당 일정한 전압을 인가하였으므로 압전 세라믹 두께 증가로 인하여 입력원이 증가되어 음압은 증가할 것이나, 변위가 일정한 상태에서 주파수의 제곱에 비례하는 음압은 주파수 감소로 인하여 감소할 것이다[17]. 따라서 이들 둘의 영향에 의해서 음압은 비선형적인 경향을 나타내었으나 전체적으로는 압전 세라믹 두께 증가에 의해서 증가하는 경향을 나타내었다. 그리고 대역폭의 경우는  $k(\text{파수}) \times a$  (트랜스듀서 반경)에 비례하는데[14], 반경이 일정한 상태에서 주파수 감소로 인하여  $ka$ 가 감소하였기 때문에 대역폭이 감소하는 경향을 나타내었다. 후면추 두께 증가에 의해서 두께모드 공진 주파수는 감소하였고, 입력원이 일정한 상태에서 주파수 감소로 인하여 음압이 저하되었으며, 대역폭 또한 주파수 감소로 인하여  $ka$ 가 감소하였기

표 3. Tonpilz 트랜스듀서의 설계변수들  
Table 3. Design variables of the Tonpilz transducer.

Design variables	Variation range (mm)
Thickness of the PZT-4 ( $x_1$ )	8.0 ~ 24.0
Thickness of the tail mass ( $x_2$ )	9.0 ~ 27.0
Thickness of the head mass ( $x_3$ )	9.7 ~ 29.1
Radius of the head mass ( $x_4$ )	9.0 ~ 17.4

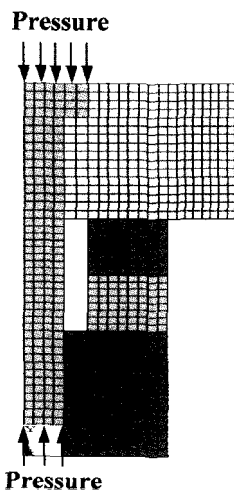


그림 5. 정적 해석 모델  
Fig. 5. Static analysis model.

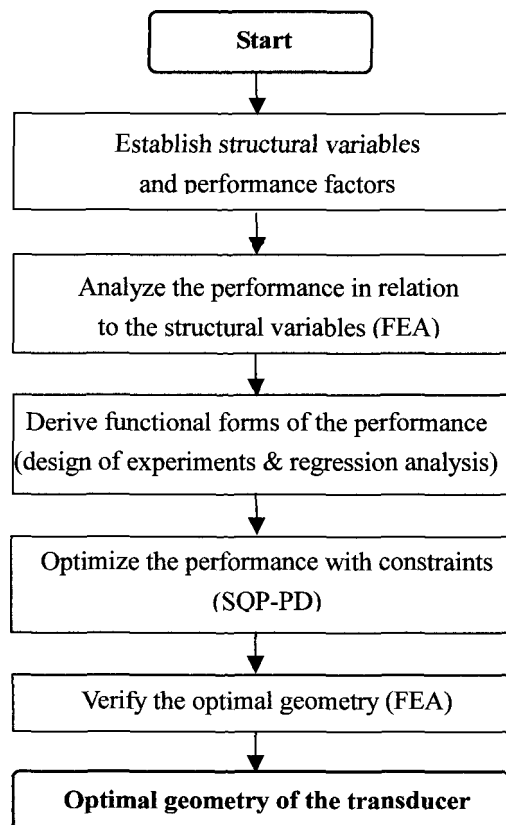


그림 6. Tonpilz 트랜스듀서 최적설계 알고리즘  
Fig. 6. Optimal design algorithm for the Tonpilz transducer.

때문에 저하되었다. 전면추 두께가 증가함에 따라서 후면추와 동일하게 공진 주파수, 대역폭 및 음압은 감소하였다. 마지막으로 전면추 반경 증가에 따른 성능 변화 경향성을 분석하여 그림 7과 8에 나타내었다. 다른 모든 변수들이 기본 모델의 값으로 고정된 상태에서 전면추 반경이 증가하면 Tonpilz 트랜스듀서 전체 중량이 증가하게 되고, 이로 인하여 공진 주파수는 감소한 것으로 판단된다. 공진 주파수 감소로 인하여  $k$ 는 감소하나  $a$ 가 더 큰 폭으로 증가함에 따라 전체적으로  $ka$ 는 증가한다. 지향성은  $ka$ 에 비례하는데[14] 지향성이 증대되면 트랜스듀서 표면으로부터 일정한 거리만큼 떨어진 지점에서 (100 mm) 측정된 음압은 증가할 것이다. 또한 변위가 일정한

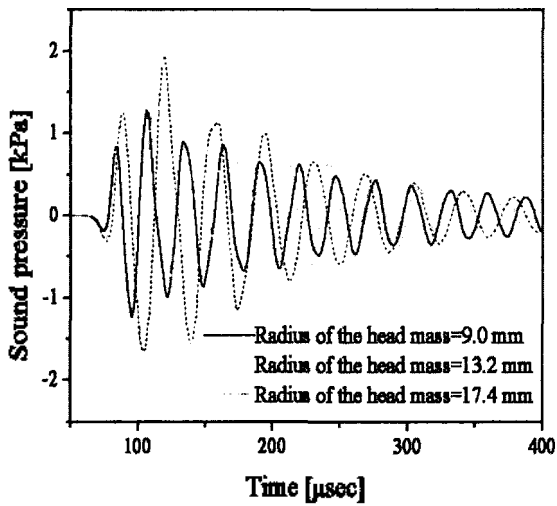


그림 7. Head mass 반경에 따른 트랜스듀서 과도응답 특성 변화  
Fig. 7. Variation of the transient response of the transducer in relation to the head mass radius change.

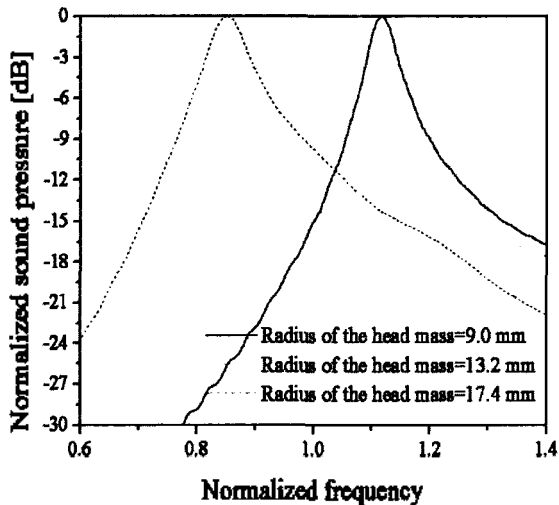


그림 8. Head mass 반경에 따른 트랜스듀서 주파수 영역 특성 변화  
Fig. 8. Variation of the frequency response of the transducer in relation to the head mass radius change.

상태에서 주파수 제공에 비례하는 음압은 공진 주파수 감소로 인하여 감소하고[17],  $ka$ 와  $a$ 의 곱에 비례하는 음압은 반경 증가에 따라 증가한다. 따라서 이들의 효과에 의해서 음압은 비선형적인 특성을 보이나 전체적으로는 전면추 반경 증가에 의해서 증가하는 경향을 나타내었다. 대역폭은  $ka$ 의 증가에 의해서 증가하는 경향을 보이는 것으로 나타났다. 이상의 4가지 개별 설계변수들이 트랜스듀서 성능에 미치는 영향을 종합하여 표 4에 나타내었다. 그러나 표 4의 결과만을 이용하여 주어진 사양을 만족하면서 최대 음압을 발생시키는 트랜스듀서의 최적구조를 결정하는데는 한계가 따른다. 따라서 본 연구에서는 설계변수들의 개별 영향 및 상호효과를 고려할 수 있는 통계적 기법인 반응표면계획법에 따른 다중 회귀분석을 수행하였다.

#### IV. 회귀분석에 의한 성능의 함수화

본 연구에서는 변수들간의 함수관계를 찾을 수 있는 통계적기법인 다중 회귀분석을 수행하여 Tonpilz 트랜스듀서 설계변수들의 상호효과까지 고려한 공진 주파수, 대역폭 및 발생 음압을 함수화하였다[12]. 회귀분석 시 설계변수들의 상대적인 영향정도를 해석하기 위하여 각 설계변수들을 표준화하여 표 5에 나타내었다. 또한 성능의 함수화를 이루기 위한 기초자료를 획득하기 위해서 반응표면계획법에 의한 유한요소 해석을 행하였다. 본

표 4. 트랜스듀서 성능의 종합  
Table 4. Summary of the transducer performances.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
Increase of $f_r$	↓	↓	↓	↓
Increase of $BW$	↓	↓	↓	↑
Increase of $P_r$	↑	↓	↓	↑

$f_r$  = Resonance frequency  
 $BW$  = -3 dB bandwidth  
 $P_r$  = Maximum sound pressure

표 5. 설계변수들의 표준화 값  
Table 5. Normalized factors of the design variables.

Normalization factor	$x_1$ (mm)	$x_2$ (mm)	$x_3$ (mm)	$x_4$ (mm)
-1	8.0	9.0	9.7	9.0
-0.5	12.0	13.5	14.6	11.1
0	16.0	18.0	19.4	13.2
0.5	20.0	22.5	24.3	15.3
1	24.0	27.0	29.1	17.4

연구에서는 설계변수들의 상호효과를 고려하기 위하여 설계변수들의 값이 각각  $\pm 1$ 과  $\pm 0.5$ 로 구성되는  $2 \times 2^n$  요인계획 ( $n$ =설계변수 수) 반응표면계획법에 의한 해석을 하였다. 그리고 개별 설계변수들의 영향은 3절에서 행한 17가지 결과를 이용하였다. 따라서 총 49개 ( $2 \times 2^4 + 17$ )의 경우를 해석하여 회귀분석에 사용될 기초자료를 확보하였다.

반응표면계획법에 의한 총 49경우의 해석 결과를 바탕으로 다중회귀분석을 수행하여 Tonpilz 트랜스듀서의 공진 주파수, 대역폭 및 발생 음압을 함수화하였다. 일반적으로 설계변수가 많은 경우 3차 이상의 회귀모형은 너무 복잡하므로 사용하지 않는다고 알려져 있다[12]. 따라서 본 연구에서는 2차 다항 회귀모형을 채택하였고, 각 변수들의 상호효과를 고려하기 위하여 계승설계 회귀모형을 첨가하여 회귀분석을 실시하였다. 즉 본 연구에서 사용한 회귀모형( $y$ )은 식 (1)과 같으며 구하여야 하는 회귀계수는 20개이다.

$$y = a_1x_1^2 + \dots + a_4x_4^2 + b_1x_1 + \dots + b_4x_4 + c_1x_1x_2 + \dots + c_6x_3x_4 + d_1x_1x_2x_3 + \dots + d_4x_2x_3x_4 + e_1x_1x_2x_3x_4 + e_2 \quad (1)$$

여기서,  $a_1 \sim a_4$ ,  $b_1 \sim b_4$ 는 개별 설계변수들의 영향에 의한 회귀계수,  $c_1 \sim c_6$ ,  $d_1 \sim d_4$ ,  $e_1$ ,  $e_2$ 는 설계변수들의 상호효과에 의한 회귀계수이고,  $x_1 \sim x_4$ 는 각각 표 5에 나타난 4개의 설계변수이다. 이상의 20개의 회귀계수 중에서 각각 성능에 미치는 영향이 미약한 항이 존재할 수도 있다. 본 연구에서는 상용 프로그램인 SAS를 이용하여 회귀분석을 하였으며[18], 총 20개의 회귀계수 중에서 성능에 미치는 영향이 미약한 계수는 제거하여 본 연구에 알맞은 회귀식을 도출하였다. 이상의 방법으로 얻어진 공진 주파수( $f_r$ )의 회귀식을 식 (2)에 나타내었다.

$$f_r = 5.48x_1^2 + 3.74x_2^2 + 4.17x_3^2 - 27.13x_1 - 16.30x_2 - 19.07x_3 - 18.37x_4 + 4.31x_1x_2 + 7.28x_1x_3 + 5.98x_1x_4 + 2.14x_2x_3 + 1.68x_2x_4 + 9.12x_3x_4 - 1.0x_1x_2x_4 - 6.7x_1x_3x_4 - 3.38x_2x_3x_4 + 2.51x_1x_2x_3x_4 + 116.94 \quad (2)$$

식 (2)에서 총 20개의 회귀계수 항 중 공진 주파수에 미치는 영향이 미약한 2개항이 제거되고 18개의 항이 존재하게 된다. 또한 총 변동 중에서 회귀선에 의하여 설명되는 변동이 기여하는 비율인 결정계수는 회귀선과 실제

결과가 어느 정도 일치하는지를 나타내는 계수인데, 본 연구의 결정계수는 0.9966으로서 트랜스듀서의 공진 주파수를 잘 표현하고 있음을 알 수 있다. 음압( $P_r$ )에 대한 회귀식은 식 (3)에 나타내었다.

$$P_r = -6.54x_1^2 + 1.34x_2^2 + 6.11x_3^2 - 7.6x_4^2 + 1.32x_1 - 12.46x_2 - 18.29x_3 + 9.44x_4 + 3.22x_1x_2 + 3.0x_1x_3 + 3.99x_1x_4 + 6.01x_2x_3 - 1.54x_2x_4 - 2.74x_3x_4 - 3.88x_1x_2x_3 + 1.63x_1x_2x_4 - 3.98x_1x_3x_4 + 1.13x_2x_3x_4 - 1.0x_1x_2x_3x_4 + 55.56 \quad (3)$$

음압에 대한 회귀식 식 (3)의 결정계수는 0.9823이었다. 대역폭( $BW$ )에 대한 회귀식을 식 (4)에 나타내었다.

$$BW = 9.65x_1^2 + 11.87x_2^2 - 9.89x_3^2 - 23.96x_1 - 8.87x_2 - 22.86x_3 + 9.38x_4 + 3.43x_1x_2 + 9.31x_1x_3 + 2.84x_1x_4 + 2.63x_2x_3 - 1.22x_2x_4 - 8.72x_3x_4 - 1.34x_1x_2x_3 - 2.02x_1x_3x_4 + 1.09x_2x_3x_4 - 1.0x_1x_2x_3x_4 + 46.32 \quad (4)$$

식 (4)의 회귀식 결정계수는 0.9802였다. 이상에서 반응표면계획법에 의한 총 49경우로 해석한 Tonpilz 트랜스듀서의 공진 주파수, 발생 음압 및 대역폭은 식 (2), (3), (4)의 회귀식으로 99% 이상 설명됨을 알 수 있었다. 또한 순수히 유한요소법에만 의존하여 설계변수 각각에 대해서 최소한 5 경우 ( $-1, -0.5, 0, 0.5, 1$ )로 나누어 해석을 한다고 가정했을 때,  $5^4$  (625) 경우에 대한 해석을 하여야 하고, 설계변수들의 상세한 최적값을 찾기 위해서는 625 경우보다 훨씬 많은 계산량이 요구된다. 그러나 본 연구의 반응표면계획법과 회귀분석을 이용한다면 49 경우로 해석하여 성능들을 설계변수들의 함수로 충분히 표현 가능함을 알 수 있었고, 도출된 함수식을 최적화기법에 적용함으로써 트랜스듀서 최적구조 설계시 소요되는 시간을 획기적으로 단축할 수 있게 되었다.

### V. Tonpilz 트랜스듀서 최적설계

본 연구의 목적은 수중 공진 주파수 30,000 Hz를 가지며  $-3$  dB 대역폭 10% 이상을 만족하면서 최대 음압을 구현할 수 있는 Tonpilz 트랜스듀서의 설계변수들을 최적화하는 것이다. 따라서 목적함수는 음압을 최대화하는

표 6. 최적화 결과

Table 6. Results of optimization.

Variables and performances	Optimized value	Normalization factor
$x_1$	22.56 mm	0.82
$x_2$	10.16 mm	-0.87
$x_3$	10.68 mm	-0.90
$x_4$	17.03 mm	0.91
$f_r$	30,000 Hz	
$BW$	3,880 Hz	
$P_r$	5,843 Pa	

표 7. 유한요소 해석에 의한 최적값과 비교 자료의 공진 주파수, 대역폭 및 최대 음압

Table 7. Resonance frequency, bandwidth, and maximum sound pressure calculated through FEA at the optimum value and comparative dimensions.

$x_1$ (mm)	$x_2$ (mm)	$x_3$ (mm)	$x_4$ (mm)	$f_r$ (Hz)	$BW$ (Hz)	$P_r$ (Pa)
22.56	10.16	10.68	17.03	29,985	3,924	5,855
22.56	9.65	11.21	17.03	30,060	3,786	5,837
22.56	10.67	10.15	17.03	29,835	3,994	5,771
21.43	10.16	10.68	17.22	30,460	4,177	5,719
23.67	10.16	10.68	16.84	29,488	3,594	5,759
21.43	10.67	10.68	17.22	30,154	4,057	5,670
21.432	10.16	11.21	17.22	30,287	3,946	5,652

것이므로 식 (5)와 같이 표현할 수 있고, 제한 조건은 공진 주파수와 대역폭이므로 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Maximize } P_r \quad (5)$$

$$\text{Subject to } f_r = 30,000 \text{ Hz} \quad (6)$$

$$BW \geq 3,000 \text{ Hz}$$

이러한 제한 조건을 수반하는 목적함수를 최적화하기 위한 여러 가지 제한 최적화 방법 중에서 수렴속도가 가장 빠르다고 알려진 SQP-PD법을 이용하여 트랜스듀서의 설계변수들을 최적화하였으며 그 결과를 표 6에 나타내었다[12]. 표 6의 결과를 보면 설계변수들이 제한 조건을 만족하면서 최대 음압을 가지기 위해서 최대값과 최소값 사이에 최적값이 존재하였고, 이는 개별 설계변수들의 영향뿐만 아니라 설계변수들의 상호효과에 의하여 도출된 결과이다.

최적화 결과를 검증하기 위하여 표 6의 최적값을 가지는 트랜스듀서를 모델링하여 공진 주파수, 대역폭 및 최대 음압을 유한요소 해석하였고, 최적치와의 비교를 위해 최적값 주위의 임의의 값들로 구성된 트랜스듀서를 해석하여 그 결과들을 표 7에서 비교하였다. 표 7의 결과

에서 회귀분석에 의한 결과와 유한요소 해석에 의한 결과가 공진 주파수는 약 0.05%, 대역폭은 1.1%, 발생 음압은 약 0.2% 정도의 오차를 가지면서 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 또한 최적값을 가지는 트랜스듀서의 최대 음압이 최적값 주위의 값들로 구성된 트랜스듀서들의 최대 음압 보다 큰 것으로 나타났고, 이는 본 연구에서 찾은 최적값이 타당함을 입증한다고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 Tonpiliz 트랜스듀서 최적 설계법의 타당성은 충분히 입증되었고, 이러한 설계법은 순수히 유한요소법에만 의존하는 기존 설계법에 비해 계산시간의 단축과 높은 정확성을 가지는 매우 효율적인 설계법이다.

## VI. 결론

본 연구에서는 음향 트랜스듀서의 최적 설계법을 제시하였다. 제시된 설계법은 트랜스듀서의 대표적 성능에 미치는 설계변수들의 영향을 유한요소 해석을 통해 구한 다음, 통계적 기법인 반응표면계획법과 다중 회귀분석을 수행하여 공진 주파수, 대역폭 및 음압을 설계변수들의 함수로서 구하였고, 제한 최적화 방법인 SQP-PD법을 이용하여 주어진 사양을 만족하면서 최대 음압을 구현하는 Tonpiliz 트랜스듀서 최적구조를 도출하였다. 또한 SQP-PD법에 의한 최적값을 유한요소 해석에 의한 값과 비교함으로써 최적값의 타당성을 검증하였다. 그 결과 공진 주파수 30 kHz를 가지며 -3 dB 대역폭 10% 이상을 만족하면서 최대 음압을 가지는 Tonpiliz 트랜스듀서를 최적설계하였고, 본 연구에서 제시한 설계법이 계산시간의 단축과 높은 정확성을 가짐을 확인하였다. 본 논문에서 제시한 설계법은 다중 설계변수들의 상호효과를 충분히 반영할 수 있으며, 유사한 기능의 여타 음향 트랜스듀서 설계에 직접 응용이 가능할 것이다.

## 참고 문헌

- 강국진, 노용래, "Class IV Flexensional 트랜스듀서의 주파수 특성 변화에 관한 연구," 한국음향학회지, 18 (7), 67-73, 1999.
- 강국진, 노용래, "Class IV Flexensional 트랜스듀서 최적설계 및 특성해석," 한국음향학회지, 19 (4), 69-76, 2000.
- R. Hanel, A. Mues, and R. Sobotta, "Description of ultrasound transducers through wave parameters," *Ultrasonics*, 34, 159-162, 1996.
- K. R. Dhilsha, "Performance of a low-frequency, multi-resonant broadband Tonpiliz transducer," *J. Acoust. Soc. Am.*, 111 (4), 1692-1694, 2002.

5. Q. Yao, and L. Bjørnø, "Broadband Tonpilz underwater acoustic transducers based on multimode optimization," *IEEE UFFC*, **44** (5), 1060-1066, 1996.
6. D. W. Hawkins, and P. T. Gough, "Multiresonance design of a Tonpilz transducer using the finite element method," *IEEE UFFC*, **43** (5), 782-790, 1996.
7. S. Kaneko, S. Nomoto, H. Yamamori, and K. Ohya, "Load characteristics of a bolted Langevin torsional transducer," *Ultrasonics*, **34**, 239-241, 1996.
8. K. R. Dhilsha, G. Markandeyulu, B. V. P. Subrahmanyeswara Rao, and K. V. S. Rama Rao, "Design and fabrication of a low frequency giant magnetostrictive transducer," *Journal of Alloys and Compounds*, **258**, 53-55, 1997.
9. F. Claeysen, N. Lhermet, R. Le Letty, and P. Bouchilloux, "Actuators, transducers and motors based on giant magnetostrictive materials," *Journal of Alloys and Compounds*, **258**, 61-73, 1997.
10. M. B. Moffett, A. E. Clark, M. Wun-Fogle, J. Linberg, J. P. Teter, and E. A. McLaughlin, "Characterization of Terfenol-D for magnetostrictive transducers," *J. Acoust. Soc. Am.*, **89** (3), 1448-1455, 1991.
11. R. O. Kuehl, *Design of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis*, Duxbury Press, Pacific Grove, 2000.
12. R. J. Freund, and W. J. Wilson, *Regression Analysis: Statistical Modeling of a Response Variable*, Academic Press, San Diego, 1998.
13. A. D. Belegudu, and T. R. Chandrupatla, *Optimization Concepts and Applications in Engineering*, Prentice Hall, New Jersey, Chap. 5, 141-221, 1999.
14. O. B. Wilson, *Introduction to Theory and Design of Sonar Transducers*, Peninsul publishing, Los Altos, Chap. 6, 109-125, 1988.
15. J. I. Im, and Y. R. Roh, "Design and evaluation of noise suppressing Tonpilz hydrophone structures," *Japanese Journal of Applied Physics*, **39** (2A), 517-525, 2000.
16. L. L. Beranek, *Acoustics*, American Institute of Physics, New York, Chap. 4, 91-115, 1988.
17. J. R. Oswin, and J. Dunn, "Frequency, power and depth performance of Class IV flexensional transducers," in: B. Hamonic and J. N. Decarpigny (Eds.), *Power Sonics and Ultrasonic Transducers Design*, Springer-Verlag, Berlin, 121-133, 1988.
18. SAS Institute Inc., *Strategic Application Software*, ver. 8.1, Cary, North Carolina, 2000.

---

### 저자 약력

---

● **강 국 진 (Kookjin Kang)**

1998년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사)  
 2000년 2월: 경북대학교 센서공학과 (공학석사)  
 2000년 3월~ 현재: 경북대학교 센서공학과 (박사과정)  
 ※ 주관심분야: 초음파 변환기, 수중음향 트랜스듀서

● **노 용 래 (Yongrae Roh)**

한국음향학회지 제22권 제4호 참조