

다양한 2차원 영역에서의 향상된 Paving법을 이용한 자동 사각 요소 생성

양 현 익[†] · 김 명 한^{*}

(2003년 4월 18일 접수, 2003년 8월 8일 심사완료)

Automatic Quadrilateral Mesh Generation Using Updated Paving Technique in Various Two Dimensional Objects

Hyunik Yang and Myunghan Kim

Key Words: Mesh(요소망), Paving(페이빙), Quadrilateral Element(사각형 요소)

Abstract

In part of mechanical design analysis, quadrilateral mesh is usually used because it provides less approximate errors than triangular mesh. Over the decades, Paving method has been considered as the most robust method among existing automatic quadrilateral element mesh generation methods. However, it also has some problems such as unpredictable node projection and relatively large element generation. In this study, the aforementioned problems are corrected by updating the Paving method. In so doing, a part of node projection process is modified by classifying nodes based on the interior angles. The closure check process is also modified by adding more nodes while generating elements. The result shows well shaped element distribution in the final mesh without any aforementioned problems.

1. 서 론

기계설계 자동화는 현대의 산업사회에서 반드시 필요한 부분이며, 이중에서도 특히 설계 검증의 한 방법으로서 적용되고 있는 유한요소 해석의 자동화에 많은 노력이 경주되고 있다. 특히 설계 대상물에 대한 유한 요소 해석을 하기 위해서 설계 대상물을 유한 요소화 하는 전처리(preprocessing)과정은 전체 해석 과정의 자동화에

있어서 필수적이라고 할 수 있으나, 많은 양의 기하학적인 조건들에 대한 처리와 이에 대한 수치적 계산이 필요하므로 이에 대한 자동화에 많은 노력을 경주해 왔다. 더욱이 상대적으로 자동화하기 쉬운 삼각 요소망 생성과 비교하여 사각 요소망 생성은 절점 생성 자체가 삼각 요소망 생성에서의 절점 생성보다 더 많은 기하학적 제한을 가지고 있기 때문에 상대적으로 완성도 높은 알고리즘을 구현하는데 있어서 어렵다고 볼 수 있다. 최근까지 제안된 사각 요소 생성법에는 크게 Advancing Front법,^(1,2) 격자법,⁽⁷⁾ 사상법,⁽¹⁰⁾ 변환법, 등이 있는데, 여기서 사상법은 볼록 다각형으로 나누어진 형상을 매개변수 영역으로 사상하여 생성되어진 사각 요소망을 해석하고자 하는 형상에 역사상하는 방법이다. 이 방법은 초기 영역 분할 정형화가 불안정하여 요소의 형질이 저

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 기계산업공학부

Email : skvnet@hanvang.ac.kr

TEL : (031)400-5285

* 한양대학교 대학원 기계설계학과

하되는 문제점을 안고 있다. 격자법은 해석하고자 하는 형상의 내부에는 좋은 형질의 요소가 생성되지만 외부 경계를 따른 요소가 재조정되는 과정이 필요하고, 이 과정 중에 삼각 요소가 생성되게 되면 세 개의 사각 요소로 나누어지게 되어 개별 사각 요소의 형질이 대단히 떨어지는 단점이 있다. 변환법은 일단 형상 내부에 삼각 요소망을 생성하고 난 후에 요소망 내부의 인접한 두 개의 삼각 요소를 통합시켜 하나의 사각 요소로 재 생성시키는 방법으로서 이는 형상의 모서리진 부분에서 좋지 않은 형질의 사각 요소가 생성된다. Advancing Front 법은 해석하고자 하는 형상의 외곽 경계를 따라 사각 요소를 순차적으로 채워나가는 방법이다. 이 방법의 대표적인 연구로서 페이빙(Paving)법⁽¹⁾은 형상의 외곽 경계 절점을 내부각(interior angle)에 따라 7가지로 분류하여 사각 요소를 생성하도록 하였다. 좀 더 자세히 기술하면, 먼저 형상의 외곽 경계에 절점을 균일하게 생성한 후 생성된 외곽 경계 절점을 반 시계방향(ccw)으로 하여 각 절점 (N_i)에 대하여 전 절점 (N_{i-1})과 후 절점 (N_{i+1})에 의해 이루어지는 내부각과 각 절점 사이의 거리를 이용하여 새로이 생성될 절점의 거리와 방향을 결정한다. 사각 요소 생성은 이렇게 생성된 절점을 포함하여 같은 방식으로 이미 결정된 절점과 N_i , N_{i-1} 절점들을 연결함으로써 수행될 수 있다. 한 경계의 요소들을 생성하면, 다음 경계에 생성될 요소들의 크기를 균일하게 하기 위해서 미리 기존 경계 절점들의 위치를 재조정하는 유연화(smoothing)과정을 수행한다. 각 사각 요소 생성 도중에 요소가 겹치게 되는 경우가 종종 발생하는데, 이 때에는 봉합(seaming)과정을 수행케 하여 새로운 내부 경계를 구성하여 상기한 과정들을 반복하게 된다. 최종적으로 요소 생성의 종결은 경계 절점의 수가 6개 이하로 남겨졌을 때 열두 가지의 경우를 고려하여 수행되게 된다. 만일 내부에 홀이 있을 경우에는 내부 경계 절점을 시계방향(cw)으로 생성케 하여 위의 과정을 같은 방법으로 수행한다. 주의해야 할 점은 외곽 경계 절점과 내부 경계 절점의 수는 모두 짝수이어야 한다는 것이다. 이는 삼각 요소가 생성되는 것을 가능한 한 방지하는데 필요하다.

그러나, 이 방법을 이용하여 사각 요소망을 생

성하였을 때 내부각이 큰 끝 절점(End node)에 의한 요소 생성에 있어서 다음 경계상에 생성된 절점간 거리가 커지게 되어 거대 요소 생성이 불가피해진다. 거대 요소 발생의 현상을 방지하기 위해 유연화과정을 수행하지만 여전히 거대 요소 생성이 발생할 수 있다. 더구나 요소 생성 과정에서 6개의 경계 절점을 가지고 열두 가지의 경우를 설정하여 수행하지만 이 역시 거대 요소의 생성을 완전히 방지할 수 없다.

본 연구에서는 정형화된 사각 요소 생성을 위해 기존의 페이빙법을 수정 및 보완하여 새로운 내부 절점 생성 기능을 향상시키고, 최종 경계 절점의 수가 6개 이하일 때 거대 요소 문제를 발생시키는 경우들을 재조정하여 보다 정형화된 사각 요소를 생성하게 하였다. 요소망 생성이 완료된 후에는 각 절점에 대한 근접 절점들과의 거리 비고를 통하여 절점 위치를 재조정시키고 라플라시안 유연화 방법(Laplacian Smoothing Method)⁽¹⁾을 이용하여 요소의 형질을 더욱 향상시키도록 하였다.

2. 향상된 페이빙(Updated Paving)법을 이용한 사각 요소 생성

2.1 형상의 외부 및 내부 경계에서의 절점생성

입력받은 형상의 경계를 분할하여 절점을 생성할 때 우선적으로 고려해야할 사항은 생성된 절점의 개수이다. 사각 요소를 생성하기 위하여 경계상의 절점 개수는 짝수개가 되어야 하는데 이는 요소 생성 종결과정에서 삼각 요소가 생성되는 것을 방지할 수 있기 때문이다. 절점을 생성하기에 앞서 먼저 형상을 구성하는 기본 정점(vertex)에 대한 정보를 입력받아 외곽 경계를 정의하고, 이를 초기 입력 요소의 크기로 분할하여 외곽 경계상의 절점을 생성한다. 이때 경계상에서 생성되는 절점의 수는 식 (1)을 이용하여 항상 짝수개가 되도록 하였다.

$$m = \text{정수화}\left(\frac{l}{2 \times d}\right) \times 2$$

$$d = \frac{l}{m} \tag{1}$$

여기서, d : 분할할 크기, d : 초기 입력,

l : 경계 선분의 길이, 정수화 : 계산 결과의 소수점을 반올림하는 함수 이다.

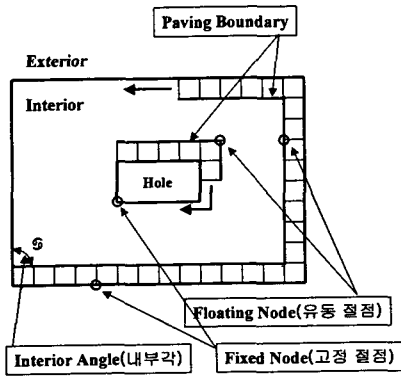


Fig. 1 Definition of terms

형상의 경계 상에 생성된 절점의 번호는 외부 경계일 때는 반 시계방향순, 내부 경계일 때는 시계방향순 이다. 요소 생성에서도 이와 같은 방향으로 번호를 결정한다.

2.2 용어정의

Fig. 1은 앞으로 쓰일 용어에 대한 정의를 나타내었다. 여기서, 고정절점(Fixed node)은 형상의 초기 외곽 경계 상에 생성된 고정 절점이고, 유동절점(Floating node)은 경계 내부에 생성된 절점을 의미하며, 고정 절점을 제외한 모든 절점이 여기에 속한다. 페이빙 경계는 형상 외부 및 내부 경계에 생성된 절점을 연결하는 경계고리(Boundary Loop)를 의미하며, 내부각은 경계상에서 한 절점에 대하여 전 절점을 잇는 선과 후 절점을 잇는 선이 이루는 각을 의미한다.

2.3 절점 분류

모든 경계상의 절점은 내부각의 크기에 따라 분류되어지고 분류된 절점은 각각의 투영식에 의해 절점을 내부에 투영함으로써 사각 요소를 생성케 한다. 기존의 페이빙법에서는 내부각에 따라 크게 네 가지로 분류하였으며 각각의 내부각 사이에 세 가지의 모호한 내부각(ambiguous angle)을 설정하여 다시 분류하였다. 분류기준은 여러 각도들에 대한 다양한 실험을 통하여 결정하였다.

Fig. 2에서 사선으로 표시된 부분이 절점을 분류하기에 모호한 내부각이며, 따라서 이러한 모호한 내부각에 대한 정의가 불분명하여 불균일한 요소의 생성이 발생할 가능성이 있게 된다.

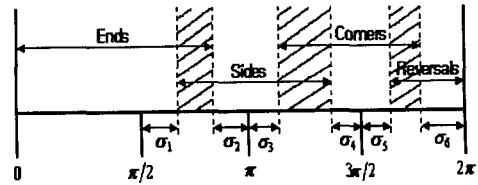


Fig. 2 Interior angle classification in Paving Method

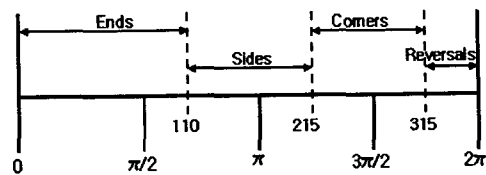


Fig. 3 Interior angle classification in Updated Paving Method

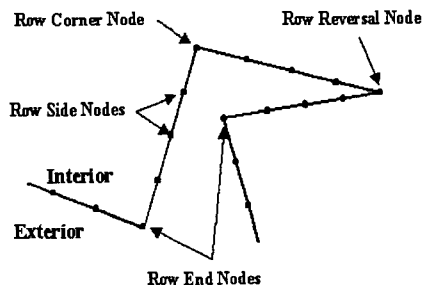


Fig. 4 Classified nodes on Updated Paving Boundary

또한, $\sigma_{1..6}$ 에 대한 정의가 되어있지 않아 각 절점의 분류가 모호하다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 3에서의 같이 모호한 내부각의 분류를 체계적으로 제조정하고 절점을 단순히 네 가지로 분류함으로써 모호한 절점 분류로 인한 비균질 요소의 생성을 방지하였다. 여기서 110°, 215°, 315°를 경계로 하여 끝절점, 측면절점(Side node), 코너절점(Corner node), 전환절점(Reversal node)으로 분류하였으며, 모호한 내부각에 따른 분류를 조정했음에도 발생할 수 있는 요소의 비균질은 유연화과정을 통해 해결하였다.

Fig. 4는 이와 같이 하여 분류된 절점들을 경계 상에 나타낸 그림이다.

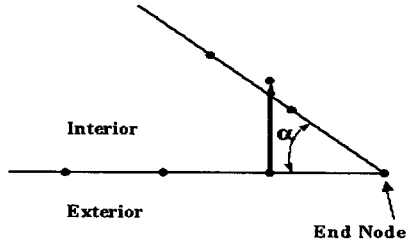


Fig. 5 Projected node in the outer side of boundary

2.4 절점의 투영

사각 요소의 생성은 내부각에 따라 분류된 절점을 기본으로 하여 새로운 절점을 투영함으로써 수행할 수 있다. 다음의 각 절에서 이에 대하여 자세히 기술하고자 한다.

2.4.1 끝절점 투영

페이빙 경계상에서 먼저 내부각이 110° 이하인 절점을 끝절점으로 분류한다. 기존의 페이빙법에서는 끝절점의 투영식이 정의되어있지 않아 특정한 형상에 대하여 경계 외부에 절점이 투영되는 문제가 발생할 수 있었다. 즉, Fig. 5 에서와 같이 절점 투영 중에 다음 절점의 내부각이 45°보다 작은 경우에 절점이 외곽 경계의 바깥쪽에 투영된다. 이를 방지하기 위하여 식 (2)에서와 같이 끝절점의 투영식을 정의하였다.

$$|V| = \sqrt{2} \frac{(d_1 + d_2)}{2} \tag{2}$$

여기서,

d_1 : 절점 N_i 와 절점 N_{i+1} 사이의 거리

d_2 : 절점 N_{i+1} 과 절점 N_{i+2} 사이의 거리

따라서 끝절점에서 투영되는 절점은 일반적으로 사각형의 대각선 방향의 절점이 되므로 전 절점과 후 절점 사이 거리의 평균값에 $\sqrt{2}$ 를 곱하여 일관되게 일정한 거리를 유지하도록 하였다. Fig. 6은 절점 N_i 의 투영 중에 다음 절점인 절점 N_{i+1} 가 끝절점임을 인식하여 절점 N_{i+1} 으로부터 절점 N_j 로 투영되어진 그림이다.

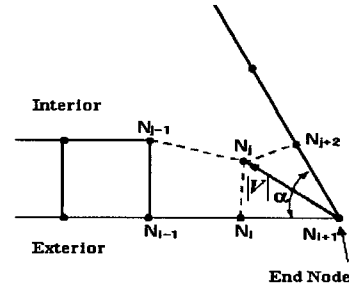


Fig. 6 End node projection

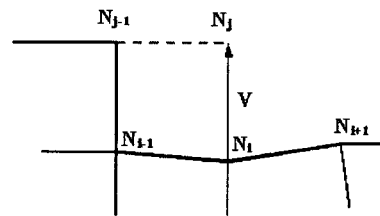


Fig. 7 Side node projection

2.4.2 측면절점 투영

페이빙 경계상에서 내부각이 110°이상, 215°이하인 절점을 측면절점으로 분류하여 식 (3)에 의해 투영거리가 계산된다. Fig. 7에서 측면절점은 절점 N_i 이며, 이는 절점 N_j 로 투영되어진다.

$$|V| = \frac{(d_1 + d_2)/2}{\sin(\alpha/2)} \tag{3}$$

여기서,

d_1 : 절점 N_{i-1} 과 절점 N_i 사이의 거리

d_2 : 절점 N_i 와 절점 N_{i+1} 사이의 거리

α : 절점 N_i 의 내부각

따라서, 식 (3)에 의해 절점 N_i 에서 투영되어지는 절점 N_j 까지의 거리가 계산되고 방향은 내부각 α 의 1/2이 된다.

2.4.3 코너절점 투영

페이빙 경계상에서 내부각이 215°이상, 315°이하인 절점을 코너절점으로 분류한다.

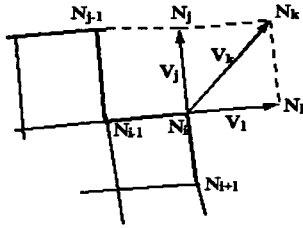


Fig. 8 Corner node projection

Fig. 8에서 코너절점은 절점 N_i 이고 세 개의 절점 N_j, N_k, N_{i+1} 로 투영된다. 또한 투영거리는 식 (4)에서 결정되며 방향은 시계방향 순서대로 내부각 α 의 1/3, 1/2, 2/3이다.

$$\begin{aligned} |V_j| &= \frac{(d_1 + d_2)/2}{\sin(\alpha/3)} \\ |V_k| &= \sqrt{2}|V_j| \\ |V_i| &= |V_j| \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

- d_1 : 절점 N_{i-1} 과 절점 N_i 사이의 거리
- d_2 : 절점 N_i 와 절점 N_{i+1} 사이의 거리
- α : 절점 N_i 의 내부각

2.4.4 전환절점 투영

페이빙 경계상에서 절점의 내부각이 315° 이상인 절점을 전환절점으로 분류하며, Fig. 9에서 전환절점은 절점 N_i 이며, 식 (5)에 의해 다섯 개의 절점 N_j, N_k, N_l, N_m, N_n 으로 투영된다.

$$\begin{aligned} |V_j| &= \frac{(d_1 + d_2)/2}{\sin(\alpha/4)} \\ |V_k| &= \sqrt{2}|V_j| \\ |V_l| &= |V_m| = |V_n| = |V_j| \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,

- d_1 : 절점 N_{i-1} 과 절점 N_i 사이의 거리
- d_2 : 절점 N_i 와 절점 N_{i+1} 사이의 거리
- α : 절점 N_i 의 내부각

또한 투영되어진 각각의 절점 방향은 내부각 α 의 시계방향 순서대로 1/4, 3/8, 1/2, 5/8, 3/4 이다.

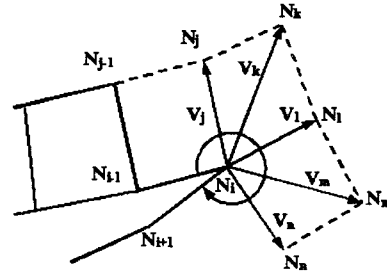


Fig. 9 Reversal node projection

3. 거대 요소 생성의 방지

거대 요소가 유한 요소 해석시 응력이 집중되는 영역에 포함되어 있을 때 해석결과에 오차를 발생하게 할 수 있으며, 기존의 페이빙법에서는 모호한 각에 따른 절점의 분류로 인하여 Fig. 10에서와 같이 거대 요소가 생성될 수 있다.

본 연구에서는 상기와 같은 문제점을 방지하기 위하여 기존의 페이빙법에서의 절점 분류에서 끝-측면절점(Ambiguous Row End/Side)부분을 110° 를 기준으로 하여 끝절점과 측면절점으로 분류하였다.

따라서, Fig. 11에서와 같이 투영 거리를 식 (6)을 이용해 재조정함으로써 거대 요소 생성을 방지하게 되며, 결과적으로 인접한 요소들의 형질 또한 향상될 수 있도록 하였다.

$$\begin{aligned} &\text{if } |V| > d' \text{ then} \\ &\quad |V'| = \frac{|V| + d'}{2} \\ &\text{end if} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

- $|V|$: 기존의 페이빙법의 투영식에 의한 거리
- $|V'|$: 재조정된 투영 거리
- d' : 초기 절점 생성 분할값

그러나, 절점 분류에서 110° 를 기준으로 하여 끝절점과 측면절점으로 분류하였을 경우에서도 Fig. 12의 왼쪽 그림과 같은 문제점이 발생할 수 있다.

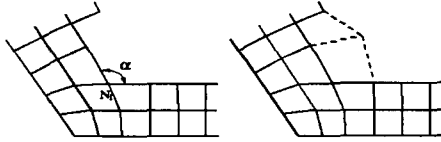


Fig. 10 Large element generation from Paving Method

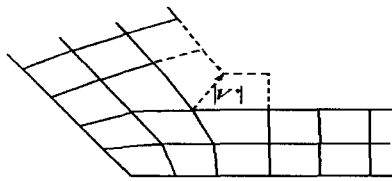


Fig. 11 Prevention of large element generation by Updated Paving Method

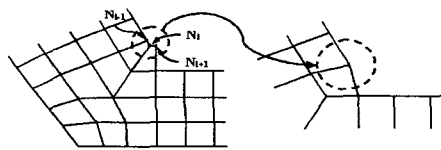


Fig. 12 New problem in Updated Paving Method

따라서, Fig. 12의 왼쪽 그림에서와 같이 개선된 끝절점 경계상의 절점들 사이 거리가 일정 크기 이하가 되면 나중에 수행될 요소 평가 방법 중의 하나인 사다리꼴 정도(Taper Degree)의 값이 떨어지게 된다. 이는 다음 요소 생성시 동일한 문제를 유발하게 된다. 이러한 문제는 Fig. 12의 오른쪽 그림에서와 같이 세 개의 절점을 하나로 통일시켜 불균일한 두 개의 요소를 균일한 요소로 만들어 해결하였다.

식 (7)은 페이빙 경계상의 절점들 사이 거리를 체크하여 $N_{i-1} N_i < d$ 이고 $N_i N_{i+1} < d$ 이면 아래 식 (7)에서와 같이 세 개의 절점을 하나로 합치게 된다.

$$N_{i-1} = \frac{N_{i-1} + N_i + N_{i+1}}{3} \quad (7)$$

4. 유연화

4.1 페이빙 경계 유연화

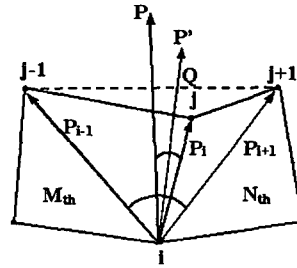


Fig. 13 Paving boundary smoothing

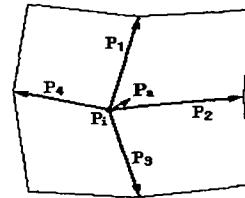


Fig. 14 Floating node smoothing

생성된 절점을 통하여 사각 요소를 결정하면 페이빙 경계상의 절점을 내부각도와 각 절점간의 거리를 이용해 유연화하는 과정을 통하여 조정함으로써 이미 결정된 사각 요소의 형질을 재조정하고 다음 경계의 사각 요소 결정에 있어서 미리 좋은 형질을 갖도록 유도할 수 있다.

Fig. 13에서 페이빙 경계상의 절점을 j-1, j, j+1이라 하고, 벡터 P_{i-1} 와 P_{i+1} 의 내각을 이등분하는 벡터를 P라 하며, 벡터 P와 벡터 P_i 의 내각을 이등분하는 벡터를 P'라 하고 벡터 P'가 절점 j-1과 j+1을 잇는 선분과의 교차점을 Q라 하면 절점 j가 조정될 방향을 결정할 수 있으며, 식 (8)에 의하여 절점 j가 위치할 지점이 결정된다.

$$|P'| = \begin{cases} \frac{|Q| + |P_i|}{2} & \text{if } |P_i| > |Q| \\ |P_i| & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

4.2 유동 절점 유연화

요소가 생성된 후에는 유동 절점을 유연화시킨다. 이것은 한 유동 절점과 연결된 다른 절점과의 상대 거리 벡터를 이용하여 이루어진다.

먼저 Fig. 14에서와 같이 유동 절점 P_1 에 인접한 다른 절점들과의 거리 벡터를 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 라

고 하면, 유동 절점 P_i 는 식 (9)에 의하여 인접한 다른 절점들과의 거리가 같도록 조정되어진다.

$$P_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1, j \neq i}^n P_j \quad (9)$$

여기서, n_i : 유동 절점 P_i 와 연결된 P_j 의 개수

따라서, 이렇게 유동 절점의 유연화 과정을 거듭으로써 이미 생성된 요소의 형질을 더욱 향상시키게 된다.

5. 봉 합

5.1 페이빙 경계상의 내부각에 의한 봉합

페이빙 경계상의 절점이 이루는 내부각이 작을 때와 페이빙 경계가 시계방향의 경계 고리를 형성하게 되는 경우에 페이빙 경계를 봉합함으로써 다음 경계의 요소 생성시 좋은 형질의 요소를 생성하게 된다.

Fig. 15(a)는 페이빙 경계상의 절점이 이루는 내부각이 작은 경우이며, Fig. 15(b)은 페이빙 경계가 서로 교차하여 시계방향의 경계 고리를 형성한 그림이다. 봉합과정을 통해 Fig. 15(a), (b)에서와 같이 생긴 문제점을 Fig. 16(a), (b)에서와 같이 수정하였다.

여기서, 내부각 (α)의 기준을 60° 로 하였으며 시계방향의 고리를 형성한 페이빙 경계의 기준은 290° 로 하였다. 이는 나중에 수행될 요소 평가 기준의 하나인 사다리꼴 정도의 값이 0.8 이상이어야 하고, 요소의 비틀림 정도를 나타내는 비틀림 정도(Skewness)의 값이 30 이하이어야 한다는 것을 고려한 값이다.

5.2 내부에서 교차된 페이빙 경계 봉합

오목 다각형 형상에서 사각 요소를 생성하는 과정 중에 내부에서 생성된 페이빙 경계들이 서로 교차하는 경우가 발생한다(Fig. 17). 이때 페이빙 경계상의 절점들을 검사하여 절점과 절점이 일정 거리 이하가 되거나 교차하게 되면 봉합과정을 수행한다.

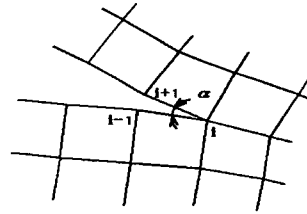


Fig. 15(a) Paving boundary having small interior angle

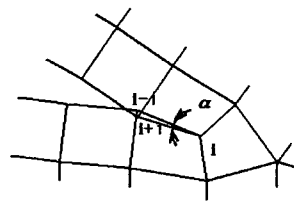


Fig. 15(b) Paving boundary having CW loop

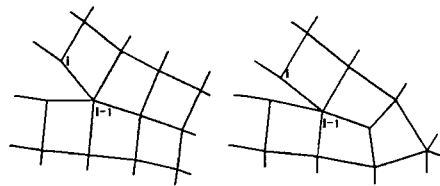


Fig. 16 (a),(b) Seaming paving boundaries having small interior angle and CW loop

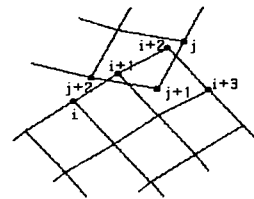


Fig. 17 Paving boundary intersection

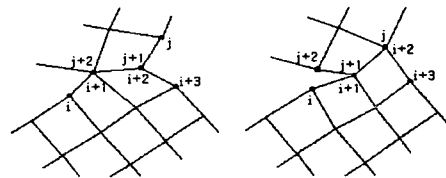


Fig. 18 Seaming process in case of Paving boundary intersection

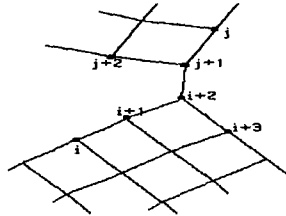


Fig. 19 Seaming of node from two approaching paving boundaries

Fig. 18은 Fig. 17에서와 같이 교차된 페이빙 경계를 통합하여 새로 결정되는 경계 고리상의 절점 수를 고려하여 두 가지 경우의 통합과정을 보여주고 있다.

또한 요소 생성 중 페이빙 경계상의 절점이 서로 인접하게 되면 다음에 생성되는 경계에서의 요소를 생성할 때 서로 겹치는 현상이 발생한다. 이를 방지하기 위하여 한 경계의 요소 생성이 끝나게 되면 각 절점 간의 거리를 검사하여 일정 거리 이하인 경우 새로 생길 경계 고리의 절점 수를 고려하여 Fig. 19에서와 같이 각 절점을 잇게 된다.

6. 종결 검사

기존의 페이빙법에서는 최종적으로 남는 내부의 페이빙 경계상의 절점이 6개 이하일 때 절점 투영을 이용한 요소의 생성을 종결하기 위해 Fig. 20에서와 같이 특정한 경우에 따라 종결 방법을 분류하였다. 그러나 Semicircle 경우와 Circle 경우에 있어서 절점의 추가 없이 마지막 사각 요소들을 생성하게 되는데 이때 거대 요소가 생성될 수 있다.

따라서 이와 같은 경우를 방지하기 위하여 Fig. 21에서와 같이 Semicircle과 Circle의 경우에 새로운 절점을 추가하여 종결시켰다.

7. 요소 평가

본 연구에 생성된 사각 요소 형질의 평가를 위하여 생성된 요소의 균일정도(Uniformity), 장단비(Asspect Ratio), 사다리꼴 정도, 비틀림 정도를 구하였다.

Rectangle	Triangle	Semicircle	Circle
2-1-2-1	2-2-2	3-3	0
3-1-1-1	3-2-1	4-2	1
2-2-1-1	4-1-1	3-1	0

Fig. 20 Closure check in paving method

Rectangle	Triangle	Semicircle	Circle
2-1-2-1	2-2-2	3-3	0
3-1-1-1	3-2-1	4-2	1
2-2-1-1	4-1-1	3-1	0

Fig. 21 Closure check in updated paving method

Uniformity	Aspect Ratio	Taper Degree	Skewness
$U = \frac{\text{요소 면적}}{S}$ S : 초기 영역의 폭	$AR = \frac{A}{B}$ (A>B)	$TD = 4 \frac{a}{S}$ $\alpha = \sin^{-1}(\frac{a}{S})$ $S = \frac{b}{\sin \alpha} + \frac{a}{\sin \alpha}$	$S = 90 - \alpha$
1: 가장 좋은 형상	1: 가장 좋은 형상	1: 가장 좋은 형상 (a < S)	0: 가장 좋은 형상 (90도)

Fig. 22 Four cases of element evaluation

Fig. 22 에서와 같이 균일정도는 초기 절점 분할 값의 제곱으로 요소의 면적을 나눈 값으로 요소의 균일함을 알아보는 평가방법이며 그 값이 1 일 때 가장 이상적인 요소라 할 수 있으며, 장단비는 요소의 마주보는 변의 중점을 이은 변 중에서 장변을 단변으로 나눈 값으로 요소의 정사각형 정도를 알아보는 평가방법이며 그 값이 1인 경우 가장 이상적인 요소라 할 수 있다. 사다리꼴 정도는 요소의 마주보는 꼭지점을 이었을 때 생기는 네 개의 삼각형 중 가장 면적이 작은 삼각형의 면적을 요소의 면적으로 나눈 값에 4배한 값을 통해 요소의 사다리꼴 정도를 알아보는 평가방법으로 그 값이 1이 되도록 해야 가장 이상적인 요소를 나타내며 대체로 0.8이상의 값을 갖도록 한다.

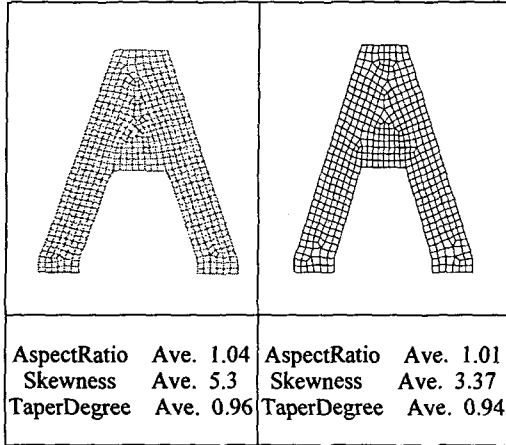


Fig. 23 A character mesh by each Method
(Left : Paving, Right : Updated Paving)

비틀림 정도는 요소의 마주보는 변의 중점을 이은 선의 교차각을 검사하는 방법으로 요소의 비틀림을 알아보는 평가방법이며 그 값이 0인 경우 가장 이상적인 요소라 할 수 있고 일반적으로 가능한 한 30이하의 값이 되도록 해야 한다.

8. 예 제

8.1 A자 형상의 요소망 생성 예제

기존의 페이빙법을 이용한 요소망과 향상된 페이빙법을 이용한 요소망을 비교하여 하였다.

Fig. 23은 A문자를 기존의 페이빙법과 향상된 페이빙법의 요소망 비교이며, 형질 데이터에서 알 수 있듯이 향상된 페이빙법을 이용한 요소망이 보다 우수한 형질임을 알 수 있다.

8.2 제네바 메카니즘(Geneva mechanism)

형상의 요소망 생성 예제

Fig. 24는 제네바 메카니즘(Geneva mechanism)을 상용프로그램(ANSYS)을 이용하여 요소화한 요소망 그림이며, Fig. 25는 같은 형상을 향상된 페이빙법을 이용하여 요소화한 요소망 그림이다.

Fig. 25의 요소망의 형질은 ANSYS의 형질과 비교할 때 다음과 같이 우수한 형질의 데이터를 얻을 수 있었다.

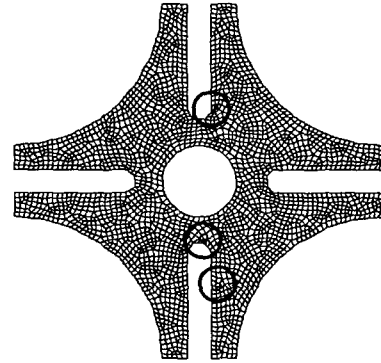


Fig. 24 Geneva mechanism mesh generation by ANSYS

Uniformity	: Ave. 1.45 (1)
Aspect-Ratio	: Ave. 1.33 (1)
Skewness	: Ave. 5.92 (0)
TaperDegree	: Ave. 0.88 (1)

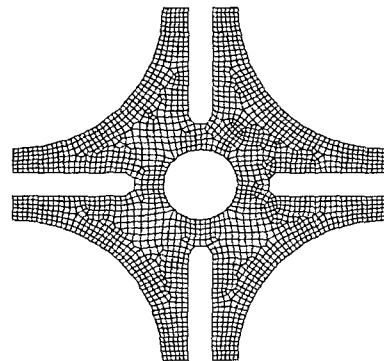


Fig. 25 Geneva mechanism mesh generation by updated paving method

Uniformity	: Ave. 1.16 (1)
Aspect-Ratio	: Ave. 1.0 (1)
Skewness	: Ave. 4.82 (0)
TaperDegree	: Ave. 0.90 (1)

8.3 임의의 형상(two holes) 예제

Fig. 26은 블록 다각형 홀과 오목다각형 구멍이 있는 오목 다각형 형상을 요소화한 그림으로서

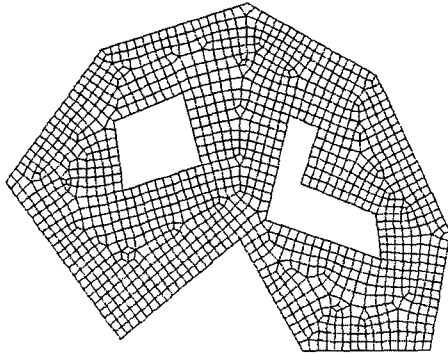


Fig. 26 Arbitrary shape having two holes

좋은 형질의 요소망이 생성되었음을 알 수 있다.

Fig. 26의 요소망의 형질은 다음과 같다.

Uniformity	: Ave. 1.06 (1)
Aspect-Ratio	: Ave. 1.0 (1)
Skewness	: Ave. 3.38 (0)
TaperDegree	: Ave. 0.89 (1)

9. 결 론

최근에 가장 많이 쓰이는 Advancing Front법 중의 하나인 페이빙법을 수정 보완한 향상된 페이빙법에서는 전체적으로 정형화된 요소 및 요소망을 생성할 수 있었다.

이를 위해 기존 페이빙법에서의 절점 분류 중에 모호한 각에 대한 불명확한 기준을 수정 보완하였고, 요소 생성시에 특정 형상의 외부에 투영되는 절점을 내부에 투영되게 하여 요소 생성 실패를 방지하였으며, 종결 검사에서 Semicircle경우와 Circle경우에 새로운 절점을 추가하여 요소를 생성케 함으로써 거대 요소 생성을 방지하여 우수한 형질의 요소망을 생성할 수 있었다.

참고문헌

(1) Blacker, T. D., Stephenson, M. B., 1991, "Paving: A New Approach to Automated Quadrilateral Mesh Generation," *International Journal for Numerical*

Methods in Engineering, Vol. 32, pp. 811-847.

(2) Kwak, D. Y. and Im, Y. T., 1997, "Development of Automatic Mesh Generation of Quadrilateral Element for Remeshing," *Transactions of the KSME, A*, Vol 22, No. 9, pp. 1639-1653.

(3) Kinney, Paul, 1997, "CleanUp: Improving Quadrilateral Finite Element Meshes," *Publication to appear in proceedings 6th International Meshing Roundtable*, pp. 437-447.

(4) Chae, S. W., Shin, B. S. and Min, J. K., 1993, *Transactions of the KSME*, Vol 17, No. 12, pp. 2995-3006.

(5) Jeffrey A. Talbert, Alan R. Parkinson, 1990, "Development of an Automatic, Two-Dimensional Finite Element Mesh Generator using Quadrilateral Elements and Bezier Curve Boundary Definition," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, 1551-1567.

(6) Zhu, J. Z., Zienkiewicz O. C., Hinton E., WU J., 1991, "A New Approach to the Development of Automatic Quadrilateral Mesh Generation," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 32, 849-866.

(7) Barry Joe, 1995, "Quadrilateral Mesh Generation in Polygonal Regions," *Computer-Aided Design*, Vol. 27, No. 3, pp. 209-222.

(8) David R. White, Paul Kinney, 1997, "Redesign of the Paving Algorithm: Robustness Enhancements through Element by Element Meshing," *Proceedings, 6th International Meshing Roundtable*, Sandia National Laboratories, pp. 323-335.

(9) Lee, C. K., R. E. Hobbs, 1999, "Automatic Adaptive Finite Element Mesh Generation over Arbitrary Two-Dimensional Domain using Advancing Front Technique," *Computers and Structures*, Pergammon, Vol. 71, pp. 9-34.

(10) Zienkiewicz, O. C., Phillips, D. V., 1971, "An Automatic Mesh Generation Scheme for Plane and Curved Surfaces by 'Isoparametric' Co-ordinates," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 3, pp. 519-528.