

## 운석의 초고속 충돌 관통현상 해석을 위한 SPH 매개변수

이성수\* · 서송원\* · 민옥기†  
(2003년 4월 4일 접수, 2003년 8월 14일 심사완료)

### SPH Parameters for Analysis of Penetration Phenomenon at Hypervelocity Impact of Meteorite

Lee Sungsoo, Seo Songwon and Min Oakkey

**Key Words:** Smoothed Particle Hydrodynamics(입자완화 유체동역학), Hypervelocity Impact(초고속 충돌), Bumper Plate(충격완화판), Debris Cloud(파편운)

#### Abstract

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), a pure Lagrangian numerical method, is applied to analysis of penetration phenomenon of bumper plate which is installed outside of spacecraft hull to protect the spacecraft against hypervelocity meteorite impact. Effects of SPH parameters, such as artificial viscosities, smoothing lengths, numbers of particles and time increments, are analysed by comparing the SPH simulation results with experimental ones with regard to subsequent formation of debris cloud. An optimum range of parameter values is determined by error analysis and various SPH numerical results are compared with experiments.

#### 1. 서론

충격하중 하에서의 구조물 거동 연구 중에서 대기권 밖에 존재하는 운석, 유성체 등의 초고속 입자로부터 우주선, 인공위성, 유도무기 등을 보호하기 위한 연구는 우주개발이 진행됨에 따라 많은 관심이 집중되고 있는 분야이다.<sup>(1)</sup> 초고속 입자가 충돌할 때 큰 에너지에 의하여 대변형을 포함한 유체역학적 거동이 나타나며, 이러한 큰 충격을 완화시켜 입자로부터의 손상을 최소화하기 위한 구조물 설계를 목적으로 실험, 이론, 수치해석에 의한 연구가 수행되고 있다. 실험 연구의 경우 고가, 초정밀 장비를 필요로 하고 실험장치의 한계에 의하여 결과 확보 범위가 제한된다. 이론 연구는 충돌현상을 단순화한 수학적 방법을 이용하므로 정확성이 결여되는 단점이 있다. 이와 같은 실험 및 이론 연구의 단점을 보완하기 위하여 현재 충돌해석 전용 수치해석 프로그램이 이용되고 있다.

충돌현상을 해석하기 위하여 유한차분법 및 유

한요소법에 기초한 유체동역학 프로그램이 이용되어 왔으나, 기존 수치해법은 초고속 충돌과 같은 대변형을 유발하는 물리적 현상의 해석에 있어서 문제점을 안고 있어 이를 해결하기 위하여 격자나 요소 대신 입자를 사용하는 입자완화 유체동역학(SPH : Smoothed Particle Hydrodynamics)이 제안되었다.<sup>(2,3)</sup> 입자완화 유체동역학은 해석 대상 물체를 입자의 집합으로 구성하고 핵함수(kernel function)를 통해 주변 입자의 물리량을 이용하여 임의 입자에서의 물리량을 결정하는 순수 라그랑지안 수치해석 기법이다. 입자완화 유체동역학은 주로 천체물리학 분야에서 사용되어 왔으나,<sup>(4)</sup> 탄소성 구성방정식을 적용하여 고체 구조물의 고속 변형 해석이 연구되었으며<sup>(5-7)</sup> 다양한 분야에서 활발한 연구가 진행되고 있다.<sup>(8,9)</sup>

초고속 입자 충돌에 의한 구조물의 변형 거동 분석에 있어서 입자완화 유체동역학 프로그램에 의한 해석이 일부 수행되어 왔으나,<sup>(5,6,10)</sup> 주로 기존 수치해석 프로그램과의 비교 등 현상론적인 결론에 집중되어 있고 입자완화 유체동역학에서 핵함수 및 수치 근사화와 관련된 매개변수에 의한 영향과 최적 해석 조건에 대한 체계적인 분석 연구는 거의 수행되지 않았다. 본 연구에서는 초고속 충돌 입자에 의한 충격완화판의 관통 거동

\* 회원, 연세대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학부

E-mail : minokey@yonsei.ac.kr

TEL : (02)2123-2817 FAX : (02)362-2736

을 입자완화 유체동력학 프로그램을 이용하여 해석하였다. 2차원 원통좌표계 SPH 이론을 정리하였으며, 이에 적합한 가변 완화길이(variable smoothing length) 방정식을 제시하였다. 입자완화 유체동력학의 매개변수가 해석에 미치는 영향을 분석하였으며 오차분석에 의하여 최적 매개변수 값의 범위를 결정하였고, 이를 기초로 하여 초고속 입자의 충돌에 의한 충격완화판의 변형 거동에 관한 다양한 실험 결과와 비교 분석하여 입자완화 유체동력학의 정확성을 검증하였다.

## 2. 입자완화 유체동력학의 이론

### 2.1 지배방정식

유체동력학의 지배방정식은 연속방정식, 운동량 보존식, 에너지 보존식으로써 라그랑지안 처리를 통해 식 (1)~(3)과 같은 미분방정식으로 표현되며, Dirac 델타함수와 유사한 형태를 취하는 핵함수  $W$ 를 이용하는 핵함수 근사(kernel approximation)와 연속계의 적분을 이산적인 입자에서의 총합으로 근사하는 입자 근사(particle approximation)를 사용하면 식 (4)~(6)과 같은 근사식을 얻는다.<sup>(5)</sup>

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial U^\alpha}{\partial x^\alpha} \quad (1)$$

$$\frac{dU^\alpha}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \frac{\partial U^\alpha}{\partial x^\beta} \quad (3)$$

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)_i = -\rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (U_j^\beta - U_i^\beta) W_{ij, \beta(i)} \quad (4)$$

$$\left(\frac{dU^\alpha}{dt}\right)_i = -\sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2}\right) W_{ij, \beta(i)} \quad (5)$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_i = -\sum_j m_j \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} (U_j^\alpha - U_i^\alpha) W_{ij, \beta(i)} \quad (6)$$

여기서  $\rho$ 는 밀도,  $U$ 는 입자의 속도,  $E$ 는 내부 에너지,  $\sigma$ 는 전응력이고 모두 시간  $t$ 에 따라 변화하는 물리량이며,  $W_{ij, \beta(i)}$ 는  $\partial W_{ij}/\partial x_i^\beta$ 으로  $i, j$  입자간의 핵함수  $W_{ij}$ 를  $i$  입자에서  $x^\beta$  방향으로 미분한 것이다.  $x$ 는 공간좌표를 나타내며 상첨자  $\alpha, \beta$ 는 텐서 표기로 공간에서의 방향을 나타낸다.

### 2.2 원통좌표계 SPH 방정식

축대칭 문제(axisymmetric problem)의 해석에 있

어서 3차원 직교좌표계를 이용하는 것보다 원통좌표계를 이용하여 계산하는 것이 입자 수를 감소시켜 계산 시간의 향상을 꾀할 수 있다. 원통좌표계 형태의 지배방정식을 위하여 식 (7)과 같은 가우시안형 핵함수를 사용하며 이를 통하여 식 (8)과 같은 2차원 원통좌표계형 핵함수를 얻는다.<sup>(6)</sup>

$$W(\xi, \theta) = Ge^{-\xi} e^{\xi \cos \theta} \quad (7)$$

$$W_c(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} W d\theta = Ge^{-\xi} I_0(\xi) \quad (8)$$

여기서  $I_k$ 는 수정 베셀 함수(modified Bessel's function)이며, 하첨자  $k$ 는 베셀 함수의 차수를 나타낸다.  $\xi, G$ 는 두 입자의 위치와 핵함수 길이  $h$ 의 함수로써 다음 식과 같이 표현된다.

$$\xi = \frac{2 r_i r_j}{h^2} \quad (9)$$

$$G = \frac{1}{\pi^{3/2} h^3} e^{-[(r_i - r_j)^2 + (z_i - z_j)^2]/h^2} \quad (10)$$

지배방정식인 식 (4)~(6)에 텐서 변환식과 식 (7)의 핵함수를 대입하고  $\theta$ 에 대하여 적분을 하여 식 (8)과 수정 베셀 함수를 적용하면 원통좌표계  $(r, z, \theta)$  형태의 지배방정식을 얻을 수 있다.

### 2.3 인공 점성 및 인공 열전도

충격 문제를 해석할 때 충격면에서 수치적 발산을 제거하기 위하여 인공 점성(artificial viscosity)을 사용한다. Monaghan과 Gingold는 식 (11)과 같은 인공 점성  $\Pi_{ij}$ 를 제시하고 두 입자가 접근하는 경우에 적용하도록 하였다.<sup>(3,4)</sup>

$$\Pi_{ij} = \frac{-\alpha \bar{c}_{ij} \mu_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\rho_{ij}} \quad (11)$$

변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 무차원 매개변수로 인공점성의 크기를 결정하며  $\bar{c}_{ij}$ 와  $\rho_{ij}$ 는 각각 입자  $i$ 와  $j$ 의 평균 충격파 속도와 평균 밀도이다.  $\mu_{ij}$ 는 두 입자간의 거리와 속도의 함수로 식 (12)와 같다.

$$\mu_{ij} = \frac{h \left\{ r_{ij} U_{ij}^\alpha + z_{ij} U_{ij}^\beta + (r_i U_i^\alpha + r_j U_j^\alpha) \left(1 - \frac{I_1}{I_0}\right) \right\}}{\left\{ r_{ij}^2 + z_{ij}^2 + \epsilon h^2 + 2r_i r_j \left(1 - \frac{I_1}{I_0}\right) \right\}} \quad (12)$$

여기서  $\epsilon$ 은 분모가 0이 되는 것을 방지하기 위해 존재하는 미소값의 상수이며,  $r_{ij}, z_{ij}, U_{ij}^\alpha, U_{ij}^\beta$ 는 각각  $r_i - r_j, z_i - z_j, U_i^\alpha - U_j^\alpha, U_i^\beta - U_j^\beta$ 를 의미한다. 인공점성  $\Pi_{ij}$ 는 운동량 보존식과 에너지 보존식의 응력항에 추가된다.

인공점성으로 해결되지 않는 수치불안정 문제를 제거하기 위하여 식 (13)과 같은 인공열전도(artificial heat transfer)  $H_i$ 가 에너지보존식에 추가된다.

$$H_{(k)} = -\frac{A}{h^2} \sum_j \frac{\bar{\zeta}_{ij}}{\rho_{ij}} (E_i - E_j) W_c \quad (13)$$

여기서  $\bar{\zeta}_{ij}$ 는  $\zeta_i$ 와  $\zeta_j$ 의 평균값이고,  $\zeta$ 는 식 (14)와 같이 완화길이와 변형률, 충격과 속도의 함수로 표현된다.  $g_1, g_2$ 는 인공열전도의 크기를 결정하는 상수이다.

$$\zeta = g_1 hc + g_2 h^2 \left( \left| \frac{\partial U^a}{\partial x_a} \right| - \frac{\partial U^a}{\partial x_a} \right) \quad (14)$$

#### 2.4 구성방정식

전응력  $\sigma^{ab}$ 는 식 (15)와 같이 편차응력  $S^{ab}$ 와 정수압  $P$ 로 표현되며, 여기서  $\delta^{ab}$ 는 크로네커 델타(Kronecker delta)이다.

$$\sigma^{ab} = P \delta^{ab} - S^{ab} \quad (15)$$

편차응력의 시간 미분  $\dot{S}^{ab}$ 는 훅의 법칙(Hooke's law)과 야만률(Jaumann Rate)에 의해 식 (16)과 같이 편차변형률속도  $\bar{\epsilon}^{ab}$ , 회전각속도  $R$ 와 횡단성계수(shear modulus)  $\mu$ 로 표현할 수 있다.

$$\dot{S}^{ab} - S^{\alpha\gamma} R^{\beta\gamma} - S^{\gamma\beta} R^{\alpha\gamma} = 2\mu \bar{\epsilon}^{ab} \quad (16)$$

von Mises 항복조건에서 소성변형의 등가응력(equivalent stress)  $\sigma_{eq}$ 는 식 (17)과 같이 2차 불변량(second invariant)  $J_2$ 의 함수로 표현된다. 이 등가응력이 항복강도보다 클 때 소성변형이 발생하는 것으로 처리하여 편차응력 값이 보정된다.

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{2J_2} \quad (17)$$

#### 2.5 최소 허용 인장 압력

최소 허용 인장 압력(minimum tensile pressure)  $P_{\min}$ 은 음의 값인 인장방향 압력의 한계값으로써 이보다 작은 값의 압력은 허용하지 않고 보정시키는 방법을 통해 인장압력에 의한 동적 항복(dynamic failure)을 묘사한다.<sup>(8,10)</sup>  $P_{\min}$  값은 재료에 따라 실험적으로 구해지나 재료 내부의 결함상태나 주변 환경에 따라 달라질 수 있는 값이므로 임의로 음의 큰 값을 주는 경우도 있다. 또한, 초고속충돌과 같이 짧은 시간 내에 음의 큰 값을 가지는 압력이 발생하는 경우에는  $P_{\min}$ 을 0으로 설정하기도 한다.<sup>(9)</sup>

#### 2.6 상태방정식

상태방정식(Equation of State ; EOS)은 식 (18)과 같이 압력과 밀도 및 내부에너지의 관계를 나타내는 식으로서 실험적, 이론적으로 다양하게 개발되어 있다.

$$P = f(E, \rho) \quad (18)$$

또한, 입자 내에서의 음속(sound velocity)  $c_s$ 는 다음 식과 같은 정의에 의해 구한다.

$$c_s^2 = (\partial P / \partial \rho)_s \quad (19)$$

비교적 작은 압력이 발생하는 경우에는 선형 상태방정식을 사용하고 금속 재료의 변형 해석에는 주로 Mie-Grüneisen 상태방정식을 사용한다. 또한, 초고속 충돌에 의해 고체의 액화, 액체의 팽창, 기화가 발생하는 문제에 대해서는 Mie-Grüneisen 상태방정식을 보정한 Tillotson 상태방정식을 사용한다.<sup>(11)</sup>

#### 2.7 가변 완화길이

변형 거동을 포함하는 문제의 해석에서는 입자가 밀집 또는 분산되는 경우가 발생한다. 압축의 경우 입자가 밀집되므로 완화길이 내의 입자 수가 증가하여 계산에 소요되는 시간이 증가하며, 인장의 경우 입자간 간격이 멀어져 입자간의 관계가 단절되는 경우가 발생할 수 있다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 가변 완화길이(variable smoothing length)가 사용되며, 가변 완화길이는 계산에 사용되는 주변 입자의 수를 일정하게 유지하기 위하여 식 (20)과 같이 밀도의 시간증분에 반비례하게 결정된다. 여기서  $N_D$ 는 차원을 나타내는 상수로 차원에 따라 1, 2, 3의 값을 갖는다.

$$\left( \frac{dh}{dt} \right)_i = -\frac{h_i}{N_D} \frac{1}{\rho_i} \left( \frac{d\rho}{dt} \right)_i \quad (20)$$

### 3. 초고속 충돌해석에서 SPH 매개변수의 영향

#### 3.1 초고속 입자 충돌과 충격완화판

대기권 외곽으로 운행하는 우주선, 위성, 초음속 항공기, 대륙간 유도무기 등은 운석, 유성체나 우주선, 인공위성의 파편과 같은 질량체의 초고속 충돌에 의하여 손상될 가능성이 상존하며, 우주 개발이 진행됨에 따라 비행체와 그 내부의 승무원, 정밀기기의 보호에 대한 요구가 커져가고

있다. 파편이나 운석으로부터 비행체를 보호하기 위한 방편으로 동체 외부에 충격완화판(bumper plate)을 설치하는 방법이 사용된다.<sup>(11,12)</sup> 충격완화판은 대체적으로 0.1~5 mm 두께를 가지며 동체로부터 대략 100~300 mm 간격을 두어 설치된다. 초고속 충돌체가 판에 충돌하면 충돌체는 파괴되고 판은 관통되며 판 후면으로 고체, 액체, 기체가 혼합된 파편운(debris cloud)이 형성된다. 충돌체와 판의 파편으로 구성된 파편운은 동체 방향으로 운동함에 따라 넓게 확산하여 에너지 밀도가 낮아진 상태로 동체에 분포하중으로 작용하게 되어 충돌체가 직접 우주선에 충돌하는 경우의 국부적인 고에너지와 고압력으로 인한 우주선의 관통 위험성을 감소시킬 수 있다.

파편운 특성에 대한 다수의 연구결과를 발표한 Piekutowski<sup>(13,14)</sup>의 실험 중 직경 9.53 mm의 2017-T4 Al 구를 6.72 km/s로 초고속 운동시켜 두께 0.968 mm의 6061-T6 Al 판에 충돌시킨 뒤의 변형 거동을 촬영한 사진을 Fig. 1에 보였다. 충돌 전과 충돌 후 6  $\mu$ s, 19  $\mu$ s에 걸쳐 3회의 X-ray 노출을 1장의 필름에 촬영한 것으로 초고속입자가 충격완화판에 충돌하면서 판이 관통되고 판 후면으로 풍선(bubble) 형상의 파편운이 생성되어 동체 쪽으로 확산되는 현상을 확인할 수 있다.

일반적으로 충격완화판에 대한 연구는 초고속으로 가속된 알루미늄 구를 얇은 알루미늄 판에 수직으로 충돌시키는 모델을 주로 선택하여 충돌체와 판의 변형 거동을 분석함으로써 이루어지고 있다.<sup>(15)</sup> 이러한 연구에 의해 파편운 생성 형상과 운동 특성을 해석하여 비행체 동체에 미칠 영향을 예측, 평가할 수 있으며, 이를 통해 적절한 방호능력을 지니는 충격완화판의 설계에 요구되는 조건과 사양을 결정할 수 있다. 충격완화판의 충격저항성을 평가하기 위한 실험에는 질량체를 초고속으로 가속시키는 장치와  $\mu$ s 단위의 짧은 시간동안에 결과를 측정할 수 있는 정밀측정장치가 필요하다

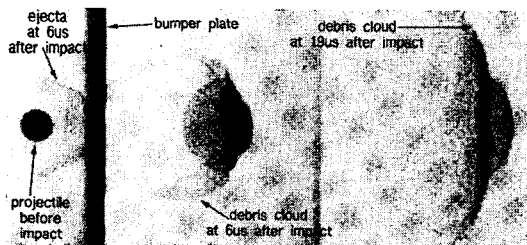


Fig. 1 Debris cloud produced by hypervelocity impact on bumper plate (from the paper by Piekutowski<sup>(13)</sup>)

로 상당한 실험시설과 비용이 소요되어 연구의 효과적 수행을 위해 수치해석이 병행되고 있다.

### 3.2 해석 모델 설정

대기권 외곽의 초고속 충돌체가 충격완화판에 충돌하여 판이 관통되는 현상을 수치해석의 모델로 선택하고, SPH를 이용하여 초고속 충돌을 해석할 때 SPH 해석 매개변수의 변화에 따른 영향을 연구한다. 해석 대상으로는 Piekutowski<sup>(13)</sup>의 실험 중에서 일련번호 4-1353을 선택하였으며 두께 4.039 mm의 Al 6061-T6 판에 지름 9.53 mm의 Al 2017-T4 충돌구를 6.68 km/s의 속도로 충돌시키는 실험이다. 충돌 후 생성되는 파편운의 형상을 X-ray를 이용하여 6  $\mu$ s와 19  $\mu$ s에 각각 촬영되어 기록되었다. 충돌 전 해석 모델과 충돌 후 파편운 형상을 Fig. 2에 개략적으로 나타내었으며 이 때 파편운 형상의 특성을 대표하는 값으로 파편운의 외곽 반지름  $R_b$ 와 판의 후면에서 파편운 선단까지의 거리  $L_b$ 를 취한다. 실험결과로부터 얻은 파편운의 반지름  $R_b$ 와 길이  $L_b$ 의 값은 Table 1과 같다.

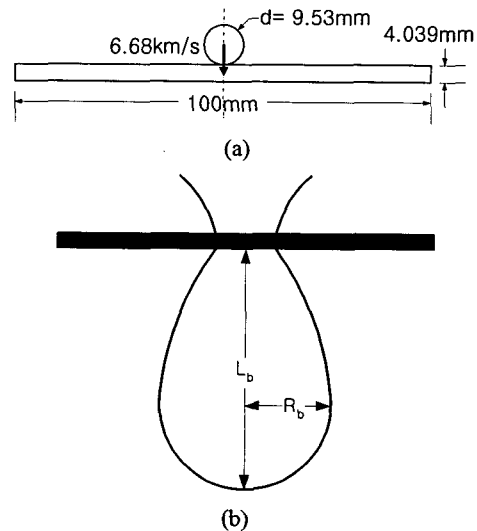


Fig. 2 Configuration of a sphere impacting on a plate and debris cloud after impact

Table 1 Experimental results of debris cloud radii and lengths by Piekutowski<sup>(13)</sup>

At 6 $\mu$ s after impact		At 19 $\mu$ s after impact	
$R_b$ (mm)	$L_b$ (mm)	$R_b$ (mm)	$L_b$ (mm)
15.3	31.7	37.5	98.0

Al에 해당되는 물성치와 Mie-Grüneisen 상태방정식에서 사용되는 재료 상수 값들을 Table 2에 나타내었다. 하첨자 0은 초기값을 뜻하며  $c$ 는 재료 내부에서의 음속,  $k$ 는 충격파속도와 입자속도의 선형관계를 나타내는 계수,  $\Gamma$ 는 Grüneisen 매개변수,  $K$ 는 체적율이다. Table 3에는 Tillotson 상태방정식에 사용되는 재료 상수 값들을 나타내었다.

Table 4와 같이 기준 해석조건을 선정하고, 영향 분석을 수행하고자 하는 매개변수 값을 변화시키면서 해석을 수행한다. 여기서 NPR은 충돌구 반경방향으로 등간격 배치되는 입자의 수이며 이 변수에 따라 해석에 쓰이는 전체 입자의 수가 결정된다. NPH는  $i$  입자에서 한쪽 길이 방향으로  $h$  내에 포함되는 주변  $j$  입자의 수를 의미하며, NPR이 결정됨으로써 입자간 간격이 결정되고 입자간 간격에 NPH를 곱하면 초기의 입자완화길이  $h$ 를 얻을 수 있다.  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\epsilon$ 은 식 (11), (12)와 같이 인공점성의 크기를 결정하는 계수이며,  $g_1$ ,  $g_2$ 는 식 (13), (14)와 같이 인공열전도의 크기를 결정하는 계수이다.

**Table 2** Material properties and constants of Mie-Grüneisen EOS for Al

$c_0$ (m/s)	$k$	$\Gamma_0$	$\rho_0$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\mu_0$ (GPa)	$Y_0$ (MPa)	$K_0$ (GPa)
5350	1.49	1.7	2710	25	55	72

**Table 3** Constants of Tillotson EOS for Al

$a$	$b$	$A$ (GPa)	$B$ (GPa)	$E_0$ (MJ/kg)	$E_s$ (MJ/kg)	$E'_s$ (MJ/kg)	$\alpha$	$\nu$
0.5	1.63	78.50	65.0	5.0	2.76	14.10	5.0	5.0

**Table 4** Basic analysis conditions for hypervelocity impact simulation by SPH

Analysis coordinate	Cylindrical coordinate
Constitutive relation	Elastic-perfectly plastic
Equation of state	Mie-Grüneisen EOS
NPR	6
NPH	2.0
Time increment	1.0 ns
$\alpha, \beta, \epsilon$	2.5, 2.5, 0.001
$g_1, g_2$	0.5, 1.0
$P_{min}$	0.0 GPa

### 3.3 원통좌표계 SPH의 가변 완화길이

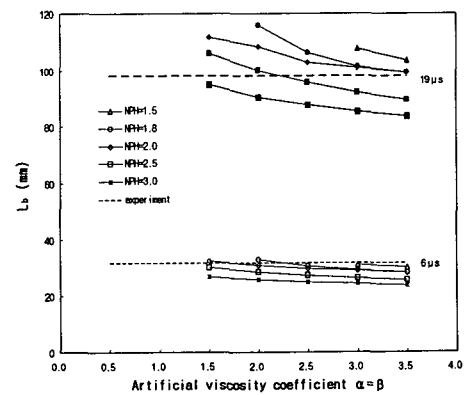
초고속 충돌에 의해 생성된 파편운은 빠른 속도로 팽창, 확산하게 되고 이에 따라 입자들 간의 간격도 급격히 멀어지기 때문에 고정 완화길이를 이용할 경우 입자들간의 관계는 단절이 되고 가상의 파단이 발생되게 된다. 이를 방지하기 위하여 식 (20)과 같은 가변 완화길이를 사용하여 SPH 해석을 수행하였으나, 판이 관통된 후 상당한 시간 뒤에도 판의 변형이 계속되고 변형의 크기가 과도하게 커지는 등 실제 실험결과와는 판이한 결과가 발생되었다. 이와 같은 문제는 가변 완화길이의 왜곡된 증가에 기인한 것으로 예측되어 기존의 가변 완화길이에 대해 이론적 재검토를 수행하였고 식 (21)과 같이 원통좌표계에 적합한 새 가변 완화길이 방정식을 구하였다.

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)_i = \frac{h_i}{N_D} \left\{ -\frac{1}{\rho_i} \left(\frac{d\rho}{dt}\right)_i - \frac{1}{r_i} U_i^r \right\} \quad (21)$$

새로 제안된 가변 완화길이는 입자가 대표하는 실제 영역의 크기를 잘 묘사하며 기존 완화길이를 사용하였을 때 발생되었던 과도한 변형 문제를 해결할 수 있다. 또한, 완화길이가 지나치게 커지는 것을 방지하므로 계산시간의 감소에도 도움이 된다.

### 3.4 매개변수의 효과

3.4.1 인공점성계수와 핵함수 완화길이의 영향  
인공점성의 크기가 해석결과에 미치는 영향을 알아보기 위하여  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 값을 같게 하여 동시에 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5로 변화시키고, 핵함수 완화길이의 영향 분석을 위하여 NPH는 1.0, 1.2, 1.5, 1.8, 2.0, 2.5, 3.0으로 변화시켜 수치해석을 수행하여 그



**Fig. 3** Effect of artificial viscosity and smoothing length on  $L_p$

결과값  $L_b$ 를 Fig. 3에 도시하였다. 그래프는 얇은 선과 외곽선 만의 표식으로 표시한  $6 \mu s$ 에서의 결과와 두꺼운 선과 내부가 채워진 표식으로 표시한  $19 \mu s$ 에서의 결과로 구성되며 점선은 실험 결과를 나타낸다.

인공점성 계수가 0.5, 1.0일 때와 NPH가 1.0, 1.2 일 때는 수치불안정으로 결과를 얻을 수 없었으며 NPH가 1.5일 때는 인공점성 계수가 2.5 이하인 경우, NPH가 1.8일 때는 인공점성 계수가 1.5 이하인 경우에 수치불안정이 발생하였다. 즉, 인공점성 계수와 NPH의 크기가 수치안정성에 크게 영향을 미치며 인공점성 계수와 NPH가 작은 경우에는 수치불안정이 발생한다는 것을 확인할 수 있다. 또한, NPH가 커질수록, 즉 완화길이가 길어질수록  $L_b$  값이 작아지고, 인공점성 계수가 클수록, 즉 인공점성의 크기가 클수록 파편운의 외곽형상은 작아진다.

3.4.2 입자수의 영향

입자수가 수치해석결과에 미치는 영향을 살펴 보기 위해 NPR을 4, 5, 6, 7, 8로 변화시키며 해석하였고  $R_b$  결과값의 변화를 Fig. 4에 나타내었다. 입자의 수가 결과에 가장 크게 미치는 영향은 결과값의 크기로서, NPR이 증가할수록 파편운 크기가 증가한다. NPR을 1씩 증가시킬 때마다 결과값의 증가분은 점점 줄어드는 경향을 보이고 있다고 판단된다.

3.4.3 시간증분의 영향

수치불안정 없이 충분한 정확도의 해석결과를 얻을 수 있는 동시에, 해석시간이 지나치게 많이 소요되지 않는 적절한 시간증분을 선택하기 위하여 시간증분의 변화가 해석결과에 미치는 영향을 검토하였

다. 각 시간증분 5.0, 2.0, 1.0, 0.5, 0.2 ns에 대해서 NPH는 1.0, 1.2, 1.5, 1.8, 2.0, 2.5로,  $\alpha, \beta$ 는 서로 같게 하여 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0으로 변화시키며 총 180개의 모델에 대해 수치해석을 수행하여 얻은  $L_b$  결과중 일부를 Fig. 5에 나타냈다.

시간증분이 5.0 ns, 2.0 ns에서는 수치불안정이 생기는 경우가 발견되었으나 1.0 ns, 0.5 ns, 0.2 ns로 작은 값을 사용할 때는 수치불안정 없이 결과값을 얻을 수 있었으므로 수치불안정을 막기 위해서는 시간증분을 작게 해야 한다는 것을 확인할 수 있다. 그러나, NPR, NPH, 인공점성 등 다른 해석조건들에 비해 시간증분이 결과값 크기에 미치는 영향은 크지 않은 것을 확인할 수 있다.

3.4.4 상태방정식의 영향

선형, Mie-Grüneisen, Tillotson 상태방정식을 사용하여 수치해석을 수행하였다. 선형 상태방정식을 이용하는 경우 모두 수치불안정을 일으키는데 이것은 이 상태방정식이 주로 저압에서 금속의 고체 상태를 묘사하는데 적합한 것으로써 고압, 고에너지가 발생하는 초고속충돌 문제에는 적합하지 않기 때문이며 본 논문의 영향 분석 대상에서 제외한다. Mie-Grüneisen 상태방정식은 금속 재료의 변형 거동 해석에 널리 사용되나, 고체의 액화, 액체의 팽창, 기화가 발생하는 문제에서는 정확한 결과를 나타낼 수 없다. 초고속충돌 문제의 경우 이와 같은 급격한 팽창 현상이 포함될 수 있으므로 이를 묘사할 수 있는 보정항이 포함된 Tillotson 상태방정식을 이용한 해석을 수행하고 그 결과를 Mie-Grüneisen 상태방정식에 의한 결과와 함께 Fig. 6에 도시하였다. 여기서 NPH는 2.5를 사용하였다.

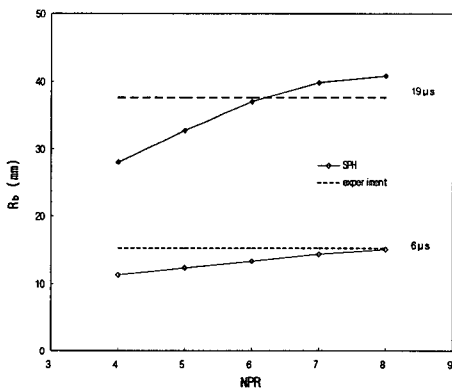


Fig. 4 Effect of number of particles on  $R_b$

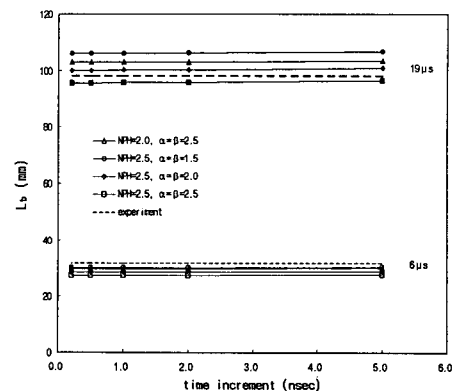


Fig. 5 Effect of time increment on  $L_b$

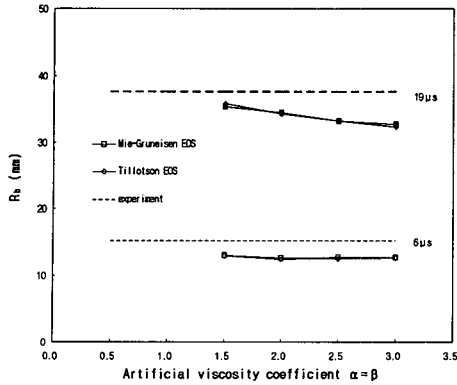


Fig. 6 Effect of equation of state on  $R_b$

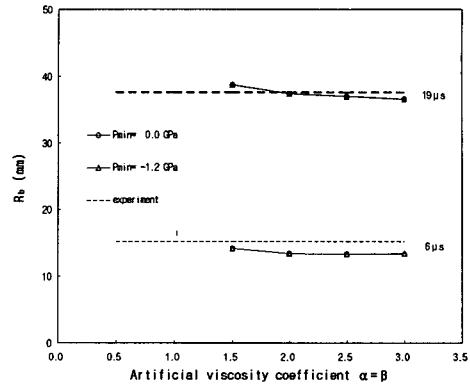


Fig. 7 Effect of  $P_{min}$  on  $R_b$

본 문제에서 두 상태방정식에 의한 결과를 비교해보면 그 차이가 크지 않은 것을 확인할 수 있으며 이는 급속의 기화가 많이 발생하지 않아 파편운 확산과 그 형상에 미치는 영향이 크지 않기 때문이다.<sup>(13)</sup> 하지만, 본 문제의 모델보다 판이 얇고 충돌구의 속도가 더 빠른 경우에는 충돌구의 큰 에너지를 받은 판이 기화할 가능성이 있으므로 Tillotson 상태방정식의 사용 필요성을 무시할 수 없으며 별도의 타당성 검토가 필요할 것으로 보인다.

3.4.5 최소 허용 인장 압력의 영향

$P_{min}$  값은 재료에 따라 실험적으로 구해지는 것으로 알루미늄은 일반적으로 -1.2 GPa를 사용하나,<sup>(10)</sup>  $P_{min}$  값 변화에 따른 영향을 알아보기 위해 0.0 GPa, -1.2 GPa, -120 GPa,  $-\infty$ 로 변화시키며 해석을 수행하였다. 또한, 압력이  $P_{min}$ 에 도달하였을 때 압력 보정 방법으로  $P_{min}$  값으로 유지시키는 방법과 0으로 보정하는 방법을 각기 사용하여 해석을 수행하였다.

$P_{min}$  조건을 사용하지 않거나  $P_{min}$  값을  $-\infty$ , -120 GPa로 설정하는 경우, 재료에 큰 인장압력이 가해져도 동적항복이 발생하지 않도록 설정된 것이므로 파편운의 확산이 일어나지 않게 된다. 또한,  $P_{min}$  값을 -1.2GPa로 설정한 경우에도 그 보정과정에서  $P_{min}$  값으로 유지시키게 하면, 인장압력하에서 일정값까지 동적항복이 일어나지 않도록 하는 것이므로 파편운의 확산이 잘 일어나지 않게 되며,  $P_{min}$  조건을 사용하지 않은 경우와 큰 차이가 없다.  $P_{min}$  값을 0.0GPa, -1.2GPa로 설정하고 한계값 도달시 0으로 보정하는 방법을 사용하여 얻은 결과를 Fig. 7에 도시하였다.  $P_{min}$ 을 -1.2 GPa로 정하고 그보다 작은 값을 가질 때 0.0GPa로 보정하는 방법은 기준을 0.0 GPa로 정한

경우와 거의 유사한 결과를 나타낸다. 이것은 본 해석에서 음의 압력이 발생하는 부분이 국소적이며 매우 순간적으로 발생하기 때문인 것으로 판단된다. 따라서 실험적으로 결정된  $P_{min}$  값을 사용할 경우 가상 인장파괴를 방지하기 위하여 0.0 GPa로 보정하는 방법을 사용하여야 하며, 초고속 충돌과 같이 순간적으로 고압이 발생하는 경우에는  $P_{min}$  값을 0.0 GPa로 설정하여도 큰 무리가 없다는 것을 확인하였다.

3.5 오차 분석

초고속 충돌 해석에 적합한 해석조건을 선택하기 위해 여러 조건하에서 수치해석을 수행하여 실험결과와 비교, 오차분석을 수행하였다. 전 절에 의하면 시간증분, 상태방정식,  $P_{min}$ 의 변화가 결과에 미치는 영향은 인공점성 계수, 입자완화길이, 입자수의 영향에 비해 작으므로 시간증분은 1.0 ns, 상태방정식은 Mie-Grüneisen 상태방정식을 사용하고  $P_{min}$ 의 값은 0.0 GPa로 설정하여 입자수, 인공점성, 입자완화길이를 변화시키며 오차분석을 수행하였다. 해석 입자의 수를 결정하는 NPR은 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10으로 증가시켰고, 인공점성 계수는 0.5에서 9.5까지 0.5씩 증가시키며 입자완화길이를 결정하는 NPH는 1.0, 1.2, 1.5, 1.8, 2.0, 2.5로 변화시켰다. 6  $\mu s$ 와 19  $\mu s$ 에서의  $R_b$ ,  $L_b$  오차의 절대값을 평균하여 전체 오차를 구하였으며 전체오차가 10% 미만인 경우의 매개변수 값 범위를 도표화하여 Table 5에 표시하였다. 해석에 사용되는 입자수가 적을 때는 작은 값의 NPH와 인공점성에서 좋은 결과를 얻을 수 있으나, 입자수가 많을 때의 경우 NPH와 인공점성은 큰 값을 가져야 오차가 작다. 또한, NPH와 인공점성 계수

Table 5 The range of SPH parameters for total error below 10%

NPH \ NPR	1.0	1.2	1.5	1.8	2.0	2.5
4	N/A	N/A	$0.5 < \alpha = \beta < 1.0$	$0.3 < \alpha = \beta < 0.6$	N/A	N/A
5	$3.5 < \alpha = \beta < 4.5$	$2.5 < \alpha = \beta < 4.5$	$2.0 < \alpha = \beta < 3.5$	$1.0 < \alpha = \beta < 2.5$	$1.0 < \alpha = \beta < 2.0$	$0.3 < \alpha = \beta < 0.6$
6	$4.5 < \alpha = \beta$	$4.5 < \alpha = \beta$	$3.0 < \alpha = \beta < 9.5$	$2.0 < \alpha = \beta < 7.0$	$1.5 < \alpha = \beta < 5.0$	$1.5 < \alpha = \beta < 2.0$
7	$4.5 < \alpha = \beta$	$4.5 < \alpha = \beta$	$3.5 < \alpha = \beta$	$3.0 < \alpha = \beta$	$2.5 < \alpha = \beta$	$1.5 < \alpha = \beta < 6.0$
8	$5.0 < \alpha = \beta$	$5.0 < \alpha = \beta$	$3.5 < \alpha = \beta$	$3.0 < \alpha = \beta$	$2.5 < \alpha = \beta$	$2.0 < \alpha = \beta$
9	$9.5 < \alpha = \beta$	$7.5 < \alpha = \beta$	$6.0 < \alpha = \beta$	$4.5 < \alpha = \beta$	$4.0 < \alpha = \beta$	$2.5 < \alpha = \beta$
10	$9.5 < \alpha = \beta$	$9.5 < \alpha = \beta$	$7.0 < \alpha = \beta$	$5.5 < \alpha = \beta$	$5.0 < \alpha = \beta$	$5.0 < \alpha = \beta$

는 상호 보완적으로 인공점성 계수가 작으면 NPH가 커야 오차가 작으며 NPH가 작을 경우에는 인공점성 계수가 커야 함을 알 수 있다.

SPH는 물리계를 이산화하여 해석을 수행하는 수치기법이므로 해석대상을 구성하는 단위의 수가 많은 것이 정확한 해석결과를 얻을 수 있도록 하는 필요조건이다. 따라서, NPR은 10을 적절 매개변수 범위의 기준으로 선택하였다. 인공점성과 완화길이가 지나치게 크게 되면 실제 물리현상을 왜곡시키므로 NPH는 2.0을 초과하지 않는 것이 일반적이고 인공점성 계수는 2.5 근방의 값을 취하는 경우가 많기 때문에<sup>(5-8)</sup> Table 5에서 NPH는 2.0, 인공점성 계수는 5.0을 초고속 충돌 해석에 적절한 매개변수 값의 한 예로 선택하였다.

#### 4. 초고속 충돌에 의한 판 관통의 SPH 해석

매개변수 영향 분석을 통해 얻어진 적정해석조건을 이용하여 SPH의 수치해석 결과를 검증하였다. 이를 위하여 Piekutowski<sup>(13)</sup>의 실험 4-1283, 4-1291, 4-1352에 대해 수치해석을 수행하여 실험 결과와 비교하여 본다. 각 실험의 설정은 Table 6과 같고 충돌구는 Al 2017-T4 재질의 지름 9.53mm이며 판의 재질은 Al 6061-T6이다. 결과값 비교는 6 μs에서 수행하였으며 Table 7과 같다. 수치해석 결과, R<sub>b</sub>는 실험값보다 작게 나오고 L<sub>b</sub>는 크게 나오며 오차는 6%이하를 나타낸다. 전체 파편운 생성 형상을 비교한 것은 Figs. 8~10과 같다. (a)는 실험결과로서 3차원 형상이고 (b)는 원통좌표계형 SPH의 수치해석 결과로 2차원 rz 평면상의 축대칭 단면 형상이다. 파편운 형상은 서로 유사하며 그 크기도 거의 일치함을 확인할 수 있다. 또한, 실험과 수치해석에서 모두 파편운 내부에 존재하

Table 6 Configuration of three experiments

performed by Piekutowski<sup>(13)</sup>

Model no.	Impact velocity (km/s)	Plate thickness (mm)
4-1283	6.72	0.968
4-1291	6.71	1.549
4-1352	6.64	2.225

Table 7 Results of experiments and SPH simulations

Model no.	Exp. (mm)		SPH (mm)		Error (%)	
	R <sub>b</sub>	L <sub>b</sub>	R <sub>b</sub>	L <sub>b</sub>	R <sub>b</sub>	L <sub>b</sub>
4-1283	22.3	47.7	21.2	50.2	-4.9	5.2
4-1291	20.8	43.6	19.8	43.9	-4.8	0.7
4-1352	17.7	36.4	17.7	38.5	0.0	5.8

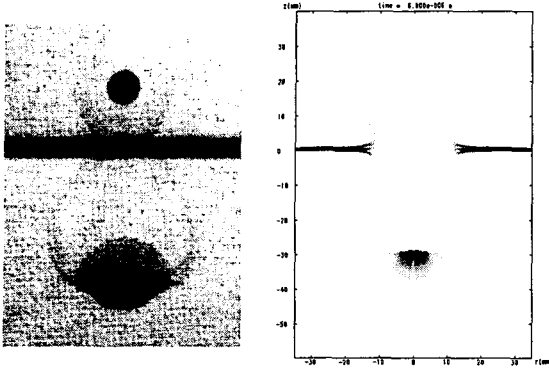
는 충돌구의 파쇄 현상도 관찰할 수 있다. 이로써 SPH가 다양한 초고속 충돌 해석에 대해서 실험 결과와 유사한 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있으며 초고속 충돌 해석에 적합한 것으로 판단된다.

단, 판 전면으로 방출되는 분출물의 형상과 판의 관통 구멍 크기에 대해서는 실험 결과와 다소 차이가 있음을 확인할 수 있는데 분출물 형상의 경우 입자의 수를 증가시키므로써 실험결과에 유사하게 나타날 수 있을 것으로 예측되며 판 관통 구멍의 크기의 경우 현재 사용되고 있는 탄성-완전소성의 응력-변형을 관계를 보완하여 가공경화 효과와 변형률속도 경화효과가 적용된 구성방정식을 사용하여야 관통 구멍의 크기가 실험 결과와 유사한 형태로 나타날 것으로 예측된다.

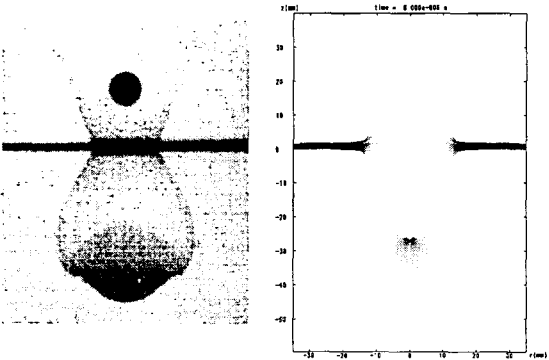
#### 5. 결론

2차원 원통좌표계 SPH에서 초고속 입자 충돌 현상을 분석할 수 있도록 가변 완화길이 방정식을 개선했고, 입자수, 인공점성 계수 및 입자 완화길이

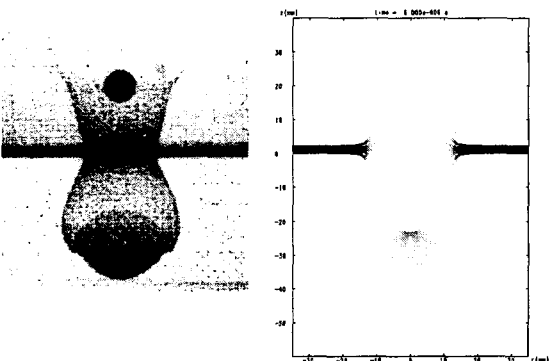




(a) Experiment (b) SPH simulation  
**Fig. 8** Debris clouds at 6  $\mu$ s, test 4-1283



(a) Experiment (b) SPH simulation  
**Fig. 9** Debris clouds at 6  $\mu$ s, test 4-1291



(a) Experiment (b) SPH simulation  
**Fig. 10** Debris clouds at 6  $\mu$ s, test 4-1352

등의 입자완화 유체동력학 매개변수가 초고속 충돌 해석 결과에 미치는 영향을 분석하였다. 입자완화 유체동력학을 이용한 해석 결과와 발표된 실험 결과의 비교를 통해 오차 분석을 수행하였

고, 최적 매개변수 값의 범위를 결정하였다. 다양한 실험 결과와 비교, 검토를 통해 결과가 잘 일치하고 있음을 확인하였다.

(1) 인공점성 및 입자완화길이의 증가에 따라 파편운의 크기는 감소한다.

(2) 해석공간에서의 입자수를 증가시킬수록 파편운의 크기는 증가하나, 일정 수 이상에서 증가율이 감소하는 경향을 나타낸다.

(3) 해석시간증분과 상태방정식의 영향은 본 연구 범위에서는 거의 없다.

(4) 인장 압력에 따른 수치 불안정은 최소 허용 인장압력을 실험에 의하여 결정된 동적파괴 압력으로 설정하고 파괴 후 압력을 0으로 보정하여 제거할 수 있다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R01-2001-000-00390-0) 지원으로 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

### 참고문헌

- (1) Hypervelocity Impact, Proceedings of the 1992, 1994, 1996 Symposium, *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 14, 17, 20.
- (2) Lucy, L.B., 1977, "A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis," *Astro. J.*, Vol. 82, pp. 1013~1020.
- (3) Gingold, R.A. and Monaghan, J.J., 1977, "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Applications to Non-Spherical Stars," *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 181, pp. 375~389.
- (4) Monaghan, J.J. and Gingold, R.A., 1983, "Shock Simulation by the Particle Method SPH," *J. Comp. Phys.*, Vol. 52, pp. 374~389.
- (5) Libersky, L.D., Petschek, A.G., Carney, T.C., Hipp, J.R. and Allahdadi, F.A., 1993, "High Strain Lagrangian Hydrodynamics: A Three Dimensional SPH Code for Dynamic Material Response," *J. Comp. Phys.*, Vol. 109, pp. 67~75.
- (6) Petschek, A.G. and Libersky, L.D., 1993, "Cylindrical Smoothed Particle Hydrodynamics," *J. Comp. Phys.*, Vol. 109, pp. 76~83.

- (7) Min, O., Lee, J., Kim, K. and Park, H., 1996, "An Application of Smoothed Particle Hydrodynamics in Analysis of Dynamic Elasto-Plastic Deformation," *Proceedings of 2nd ISIE '96*, pp. 392~397.
- (8) Randles, P.W. and Libersky, L.D., 1996, "Smoothed Particle Hydrodynamics: Some recent improvements and applications," *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.*, Vol. 139, pp. 375~408.
- (9) Lee Sungsoo, Lee Jeongmin, Kim Kookwon and Min Oakkey, 2000, "A contact algorithm in the low velocity impact simulation with SPH", *KSME LJ*, Vol.14, No.7, pp. 705~714
- (10) Hayhurst, C.J. and Clegg, R.A., 1997, "Cylindrically Symmetric SPH Simulations of Hypervelocity Impacts on Thin Plates," *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 20, pp. 337~348.
- (11) Anderson, C.E.Jr., Trucano, T.G. and Mullin, S.A., 1990, "Debris Cloud Dynamics," *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 9, pp. 89~113.
- (12) Boslough, M.B., Ang, J.A., Chhabildas, L.C., Reinhart, W.D., Hall, C.A., Cour-Palais, B.G., Christiansen, E.L. and Crews, J.L., 1993, "Hypervelocity Testing of Advanced Shielding Concepts for Spacecraft Against Impacts to 10km/s," *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 14, pp. 95~106.
- (13) Piekutowski, A.J., 1993, "Characteristics of Debris Clouds Produced by Hypervelocity Impact of Aluminum Spheres with Thin Aluminum Plates," *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 14, pp. 573~586.
- (14) Piekutowski, A.J., 1990, "A Simple Dynamic Model for the Formation of Debris Clouds," *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 10, pp. 453~471.
- (15) Chhabildas, L.C., Hertel, E.S. and Hill, S.A., 1993, "Hypervelocity Impact Tests and Simulations of Single Whipple Bumper Shield Concepts at 10km/s," *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 14, pp. 133~144.