대한기계학회논문집 A권, 제27권 제10호, pp. 1667~1675, 2003

고무배합물의 물성을 이용한 레이디얼 타이어의 사이드월 횡강성 계산

김 용 우† · 김 종 국*

(2002년 11월 27일 접수, 2003년 7월 22일 심사완료)

Calculation of Sidewall Lateral Stiffness of a Radial Tire Using Material Properties of Rubber Compounds

Kim, Yong-woo and Kim, Jong Guk

Key Words: Radial Tire(레이디얼 타이어), Sidewall Lateral Stiffness(사이드월의 횡강성), Mooney-Rivlin 1st Model(무니-리브린 1차 모델), Netting Theory(그물망 이론), Rubber Compound(고무배합물), Equivalent Young's Modulus(등가탄성계수)

Abstract

This paper has considered the calculation of lateral stiffness of radial tire's sidewall, which consists of cord stiffness and rubber sheet stiffness, by using the material constants of rubber compounds of tire. We have suggested and illustrated how to calculate the rubber sheet lateral stiffness by considering the following aspects. First, the rubber sheet consists of various kinds of rubber compounds with different thickness along the sidewall in the radial direction. Secondly, equivalent Young's modulus of the rubber sheet can be calculated by using available experimental data of rubber compounds. The present method enables us to divide the calculation domain as many as we want, which can reduce numerical error in the calculation of geometrical and mechanical properties. We have illustrated the calculation by using the data of the radial tire for passenger car of P205/60R15.

1. 서 론

타이어는 코드로 보강된 고무배합물 적층구조물로서[1,2] 구조적으로 매우 복잡하여 역학적 관계를 수학적으로 기술하기 어렵다. 이러한 이유로 단순화된 타이어 모델이 널리 사용되는데, 이 중 가장 매력적인 모델 중의 하나로 내압을 받고 있는 사이드월(sidewall)과의 상호작용을 고려하는 탄성기반 링모델[3~6]을 들 수 있다. 이 모델은 특히 강철 벨트층을 가진 레이디얼 타이어의 역학적 관계를 찾아내는데 효과적인 것으로 알려져 있다. 예를 들면 승차감,[7] 진동 해석,[3,5,8] 접지면의 압력분포,[9] 회전저항[10] 등의 연구에 널리 채용되고 있다.

링모델의 스프링 상수(강성)들 중 일부는 그물망 이론(netting theory)[11~14]을 이용하여 결정할 수 있다. 이 이론은 타이어의 내압이 전적으로 비신장성 코드(inextensible cord)에 의해 지지되어 평형을 이룬다는 가정에 바탕을 둔 이론이다. Rotta[15]는 사이드월의 스프링 효과에 대하여 사이드월부 고무층의 효과와 실제 단면의 효과를 무시하고, 타이어를 원형 단면의 실린더 막으로 모델링하여 사이드월의 스프링 상수를 결정하였다. Akasaka[13]는 이를 보완하기 위하여 실제에

† 책임저자, 회원, 순천대학교 기계자동차공학부
E-mail : kyw@sunchon.ac.kr
TEL : (061)750-3536 FAX : (061)750-3530
* 순천대학교 대학원

가까운 단면형상을 사용하고, 사이드월 고무층의 강성을 고려하여 스프링상수를 구하는 해석적 방법을 제시하였다. 그가 구한 횡강성은 실제와 매우 근사한 값을 주는 것으로 알려져 있다. 그는 계산에 필요한 사이드월부의 고무층의 등가탄성계수(equivalent Young's modulus)를 구함에 있어, 사이드월부를 세 개의 계산영역으로 나누고 각 계산영역의 탄성계수를 실험을 통해 구하여, 이를 횡강성 계산에 사용하였다. 이러한 방식은 다음과 같은 단점이 있다. 첫째로 타이어의 단면형상(두께 및 곡률)의 복잡성으로 인하여 균일한 두께의 시편을 얻기 어렵고 이로 인해 정확한 등가탄성계수를 얻기 어렵다. 둘째로, 계산영역의 분할방식이 달라지면 등가탄성계수에 대한 실험을 다시 해야 하기 때문에 계산영역을 원하는 만큼 분할할 수 없고, 이로 인해 단면의 기하학적인 파라메터들을 정확히 계산하기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 사이드월부의 고무층에 의한 횡강성을 산정하는데 있어 계산영역을 원하는 만큼 분할하여 계산할 수 있도록 등가탄성계수를 구하는 방식을 개선하였다. 이를 위해 본 연구에서는, 다음과 같은 타이어의 사이드월부의 단면 특성을 고려하였다. 즉, 타이어 사이드월부의 단면은 이너라이너(inner-liner), 에이펙스(apex), 비드토우(bead-toe), 사이드월(sidewall) 등의 물성이 서로 다른 고무배합물로 구성되어 있으며, 각 고무배합물의 두께도 반경방향의 위치에 따라 다르다. 따라서 사이드월 단면에서 반경방향의 위치에 따라 고무층의 등가탄성계수가 다르게 된다.

본 연구에서는 실제 타이어(P205/60R15)로부터 각 고무배합물의 인장시편을 채취하여 인장시험을 실시하고, 이로부터 얻은 물성을 이용하여 위치에 따른 고무층의 등가탄성계수를 산출한 다음, 이를 이용하여 사이드월의 횡강성을 계산하는 방법을 제시한다. 그리고 이 횡강성을 실험값과 비교함으로써, 고무배합물의 물성을 이용한 사이드월부의 고무층의 횡강성 계산법을 검토하고자 한다.

2. 사이드월의 횡강성

2.1 레이디얼 타이어의 단면 형상

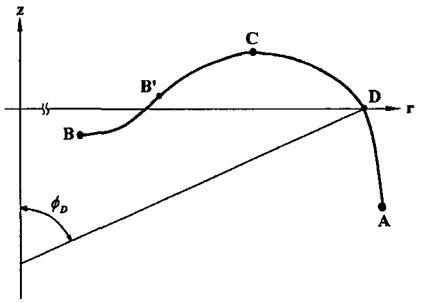

Fig. 1 Cross section of tire

Fig. 1은 카카스 코드를 따라 그린 타이어의 단면으로, A는 크라운 중심점(crown center), B는 비드(bead), C는 사이드월의 최외곽 점(turning point), 그리고 D는 트레드 끝점을 나타낸다. ϕ_D는 D점에서의 자오선 각(meridian angle)이다. 레이디얼 타이어 사이드월의 단면 형상은 다음 식으로 표현된다.

$$z=\int_r^{r_D}\frac{A}{\sqrt{B^2-A^2}}\,dr \tag{1}$$

여기서

$$A=\sin\phi_D(r^2-r_C^2) \tag{2}$$

$$B=r_D^2-r_C^2 \tag{3}$$

그러나 식 (1)을 이용하여 얻은 타이어의 단면은 실제 타이어의 단면 형상과 정확히 일치하지 못하고 에이펙스 부근에서 이탈한다.[11,13] 그래서 Fig. 1에서처럼 코드와 일치하는 끝점을 수정된 비드점 B'으로 설정하여 횡강성을 계산하는데, B'점을 보통 림점(rim point)라 부른다. 림점의 z 좌표($z_{B'}$)는 식 (1)로부터 다음과 같고

$$z_{B'}=\int_{r_{B'}}^{r_D}\frac{A}{\sqrt{B^2-A^2}}\,dr \tag{4}$$

B'점으로부터 D점까지의 코드의 길이(L)는 다음과 같다.

$$L=\int_{r_{B'}}^{r_D}\frac{B}{\sqrt{B^2-A^2}}\,dr \tag{5}$$

식 (5)로부터, B'점으로부터 코드 상에 있는 임의의 P점까지의 코드의 길이(l)는 다음 식으로 계산된다.

$$l=\int_{r_{B'}}^{r_P}\frac{B}{\sqrt{B^2-A^2}}\,dr \tag{6}$$

또한 사이드월의 곡률(χ)는 다음과 같다.

$$x = \frac{1}{B}\frac{dA}{dr} = \frac{2r\sin\phi_D}{r_D^2 - r_C^2} \quad (7)$$

2.2 사이드월의 횡강성

타이어의 사이드월은 카카스 코드와 고무배합물로 구성되어 있다. Akasaka는 사이드월의 횡강성을 카카스 코드에 의한 횡강성과 고무배합물에 의한 횡강성으로 구분하여 각각 계산한 다음, 이 둘을 더해줌으로써 사이드월의 횡강성을 계산하였다.[13]

사이드월 코드에 의한 횡강성을 구하기 위해 그물망 이론을 사이드월에 적용한다. 즉, 타이어의 내압이 전적으로 비신장성 코드에 의해 지지되어 평형을 이룬다고 가정한다. 내압 p를 받고 있는 타이어에, D점(트레드 끝점)을 포함하는 타이어 원주를 따라 z방향의 균일분포하중(하중 세기 q)을 가하여 z방향의 변형 λ가 발생할 경우, 코드에 의한 사이드월의 횡강성 $Ks(C)$는 다음과 같이 주어진다.

$$Ks(C) = \frac{q}{\lambda} = \frac{2\pi r_C}{r_D}\frac{\frac{\partial L}{\partial \phi_D}}{\frac{\partial z_{B'}}{\partial \phi_D}\frac{\partial L}{\partial r_C} - \frac{\partial z_{B'}}{\partial r_C}\frac{\partial L}{\partial \phi_D}} \quad (8)$$

여기서 $\frac{\partial L}{\partial \phi_D}$, $\frac{\partial L}{\partial r_C}$, $\frac{\partial Z_{B'}}{\partial \phi_D}$, $\frac{\partial Z_{B'}}{\partial r_C}$는 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_D} = (r_D^2 - r_C^2)\cos\phi_D \sin\phi_D \times \int_{r_{B'}}^{r_D} \frac{(r^2 - r_C^2)^2}{(B^2 - A^2)^{3/2}} dr \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r_C} = -2r_C \sin^2\phi_D \int_{r_{B'}}^{r_D} \frac{(r_D^2 - r^2)(r^2 - r_C^2)}{(B^2 - A^2)^{3/2}} dr \quad (10)$$

$$\frac{\partial Z_{B'}}{\partial \phi_D} = (r_D^2 - r_C^2)^2 \cos\phi_D \int_{r_{B'}}^{r_D} \frac{r^2 - r_C^2}{(B^2 - A^2)^{3/2}} dr \quad (11)$$

$$\frac{\partial Z_{B'}}{\partial r_C} = -2r_C(r_D^2 - r_C^2)\sin\phi_D \times \int_{r_{B'}}^{r_D} \frac{r_D^2 - r^2}{(B^2 - A^2)^{3/2}} dr \quad (12)$$

또한, 원주를 따라 균일분포하중 q(하중/길이)에 의해 사이드월부의 고무층은 굽힘변형과 인장변형이 발생한다. 이 때 사이드월부의 고무층의 전체 포텐셜 에너지를 구하여 최소 포텐셜 에너지원리를 적용하면, 다음과 같은 사이드월부의 고무배합물의 횡강성, $Ks(R)$을 얻는다.

$$Ks(R) = \frac{2}{r_D\xi^2}\int_{r_{B'}}^{r_D}\left\{\frac{E_m h^3 r}{3(1-\nu_m^2)}\eta^2 + \frac{E_m h}{V_m(1-\nu_m^2)}\frac{\zeta^2}{r}\right\}dl \quad (13)$$

여기서 E_m은 고무층의 등가탄성계수, ν_m은 고무층의 프와송 비, 그리고 V_m은 사이드월부 고무층의 체적비(volume fraction)이고 h는 사이드월부의 두께이다. 그리고 ξ는 타이어 전단면의 기하학적 특성과 관련된 양이고 η와 ζ는 r의 함수이다.[13]

따라서 사이드월부의 전체 횡강성(Ks)은 코드의 횡강성과 고무층의 횡강성의 합으로 표현된다.

$$Ks = Ks(C) + Ks(R) \quad (14)$$

2.3 고무층에 의한 횡강성의 계산

일정 압력을 받고 있는 타이어의 단면 형상을 구하기 위해, 일정 내압을 받고 있는 그리고 D점에서의 카카스 코드의 자오선각 ϕ_D를 측정한다. 이 파라메터들을 식 (1)에 대입하여 얻은 단면 형상과 실제 타이어의 카카스 코드의 위치를 비교하여 $r_{B'}$을 결정한다. Fig. 2는 카카스 코드선과 식 (1)에 의해 얻은 곡선을 비교한 것이다.

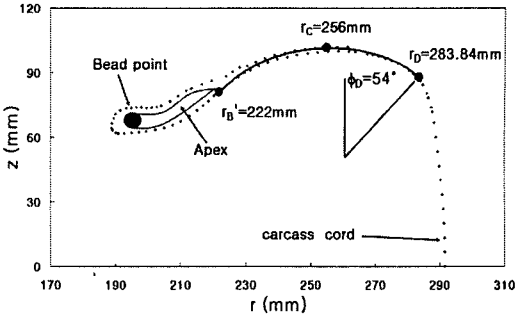

Fig. 2 Comparison between carcass cord line and the curve obtained by equation (1) where r_C=256mm, r_D=283.84mm, ϕ_D=54° and $r_{B'}$=222mm

Akasaka는 사이드월 고무층에 의한 횡강성을 구하기 위해 사이드월을 세 구간으로 나누어 식 (13)을 적용하였다(참고문헌 (13)의 Fig. 7 참조). 즉, 에이펙스가 있는 구간, 트레드 고무가 있는 구간, 그리고 그 사이의 나머지 구간으로 나누어 고무층의 탄성계수를 달리 적용하였다. 이와 같은 방식으로 계산할 때는 세 구간의 탄성계수들을 알아야 한다. 그러기 위해서는 타이어로부터 시편을 채취하여 인장시험을 행해야 하는데, 사이드월부를 세 부분으로 나누는 경우, 현실적으로 인장시험을 할 수 있을 만큼 충분한 크기의 시편을 확보하기 어려운 경우가 많다. 또한이론적으로 카카스 코드의 강성 효과를 배제시 켜야 하는데 이는 시편에 손상을 입히지 아니하면서 카카스 코드를 시편으로부터 분리시켜야 함을 의미한다. 이 또한 현실적으로 거의 불가능한 작업이다. 이러한 이유로 본 연구에서는 다음과 같은 방법으로 고무층에 의한 횡강성을 계산한다.

2.4 본 연구에서 제안하는 계산법

사이드월부의 고무층에 의한 횡강성을 구하는 과정을 요약하면 다음과 같다. 내압 p를 받고 있는 타이어의 단면형상을 측정하여 Fig. 3과 같이 각각의 코드에 대한 법선을 세워 고무층을 M개의 부분으로 나눈다. 이때 만들어지는 k번째 분할영역에 대하여, 고무층의 체적비를 $(V_m)_k$

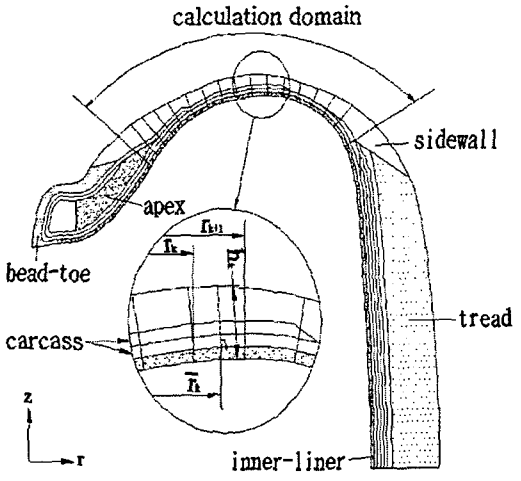

Fig. 3 *Division of the calculation domain in the sidewall*

고무층의 등가탄성계수를 $(E_m)_k$, 반경방향의 좌표를 $\overline{r_k}=(r_k+r_{k+1})/2$, 그리고 $r=\overline{r_k}$에서의 높이를 $\overline{h_k}$라 하면, 식 (13)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Ks(R)=\frac{2}{r_D\xi^2(1-\nu_m^2)}\sum_{k=1}^{M}(E_m)_k\times \int_{r_k}^{r_{k+1}}\left\{\frac{(\overline{h_k})^3\overline{r_k}}{3}(\overline{\eta_k})^2+\frac{\overline{h_k}}{(V_m)_k}\frac{(\overline{\zeta_k})^2}{\overline{r_k}}\right\}dl \quad (15)$$

여기서 $\nu_m=0.49$로 가정하였으며, $\overline{\eta_k}$와 $\overline{\zeta_k}$는 $r=\overline{r_k}$에서 계산한 값이다. 또한, k번째 부분에 대한 고무층의 등가탄성계수 $(E_m)_k$는 혼합물 법칙(rule of mixture)[17]에 의해 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned}(E_m)_k=&(V_{apex})_k(E_{apex})\\&+(V_{innerliner})_k(E_{innerliner})\\&+(V_{sidewall})_k(E_{sidewall})\\&+(V_{carcass})_k(E_{carcass})\end{aligned} \quad (16)$$

위 식에서 $(V_{[\ldots]})_k$는 k번째 부분에 포함되어 있으면서 하첨자 [...]가 가리키는 고무배합물의 체적비를 의미하고, $(E_{[\ldots]})$는 하첨자[...]가 가리키는 고무배합물의 탄성계수를 의미한다. 따라서 이 방법에 의해 계산하기 위해, 사이드월부의 에이펙스, 비드토우, 사이드월 및 이너라이너의 인장시편을 타이어로부터 직접 채취하고 인장시험을 실시하여 응력과 변형률의 관계 및 탄성계수를 구하였다. 이에 대하여 다음 절에서 설명한다.

2.5 고무배합물의 거동 및 탄성계수

사이드월을 구성하고 있는 고무배합물들은 비압축성 초탄성 재료들로서, 본 연구에서는 이 재료들의 응력-변형률관계를 표현하기 위해 무니-리브린 1차모델(Mooney-Rivlin 1st model)을 채용한다. 이 모델의 변형률 에너지밀도함수(W)는 좌표나 변형률(strain measure)에 무관한 주신장률(principal stretch ratios, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$)을 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$W=C_{10}(I_1-3)+C_{01}(I_2-3) \quad (17)$$

여기서 C_{10}와 C_{01}은 실험을 통해 결정되는 물질상수이고, I_1, I_2, I_3는 다음과 같다.

$$I_1=\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2 \quad (18)$$

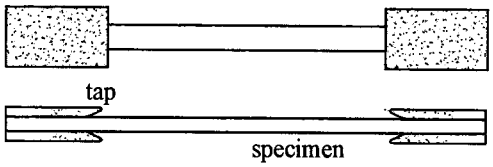

Fig. 4 Tap and specimen

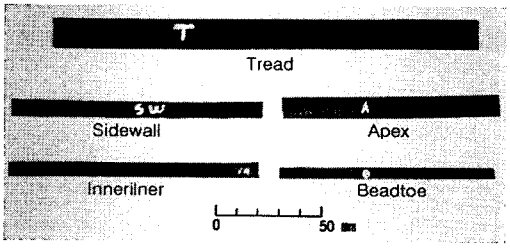

Fig. 5 Experimental of various rubber compounds sampled from a real tire

$$I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2 \quad (19)$$

그리고 고무는 거의 비압축성으로 $\lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 \approx 1$ 이다. 따라서 무니-리브린 1차모델에서 두 물질상수와 탄성계수 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$E = 6(C_{10} + C_{01}) \quad (20)$$

일반적으로 식 (17)은 고무의 경우 변형률이 약 100% 정도의 값까지 유효한 것으로 알려져 있다.[16] 따라서 본 연구에서는 트레드, 사이드월, 이너라이너, 에이펙스, 비드토우 등의 시편을 타이어로부터 직접 채취하여 단축인장실험을 실시하고 0~100% 사이의 변형률 값을 이용하여 물질상수와 탄성계수를 구하였다. 트레드를 제외한 다른 고무배합물의 시편을 실제 타이어로부터 채취할 때, 시편의 크기에 제약을 받기 때문에 Table 1과 같은 크기의 시편을 만들었다. 시편을 보호하고 응력집중을 막기 위해, Fig. 4와 같이 시편의 양쪽에 두께 1 mm의 알루미늄 탭(tap)을붙였다.[19] 이 탭은 시편을 고정구에 물려 고정시킬 때, 시편을 보호하는 역할을 한다. 시편을 압박하여 고정하면, 고무가 양쪽으로 밀려나므로 탭의 폭을 시편의 폭보다 더 크게 만들었으며, Fig. 4에서 보는 바와 같이 탭의 한 쪽에 부드러운 경사를 준 것은 이 부분에서 시편에 발생하는 응력집중을 완화시키기 위함이다. 또한, 하중을 가하는 과정에서 탭과 시편의 미끌림을 막기 위해 고무와 접촉하는 면은 사포를 이용하여 거칠게 하였다. 각 시편들을 0.5mm/min의 속도로[19] 인장하면서 표점간 거리를 레이저 신장계(laser extensometer, EXT-62-LOE)를 사용하여 측정하였다. 변형전의 각 시편의 표점간 거리는 Table 1과 같다. 예를 들어, 사이드월 고무배합물의 변형률-응력 관계를 실험값과 비교해보면 Fig. 6과 같다.

Table 1 Dimensions of specimens (unit : mm)

material	length ×width ×thickness	gage length
tread	(200 ±0.05) ×(15 ±0.01) ×(3.5 ±0.01)	40
sidewall	(120 ±0.05) ×(7.4 ±0.01) ×(2.1 ±0.01)	15
bead-toe	(100 ±0.05) ×(5.5 ±0.01) ×(1.3 ±0.01)	15
inner-liner	(120 ±0.05) ×(7.2 ±0.01) ×(0.8 ±0.01)	15
apex	(100 ±0.05) ×(10.3 ±0.01) ×(2.3 ±0.01)	15

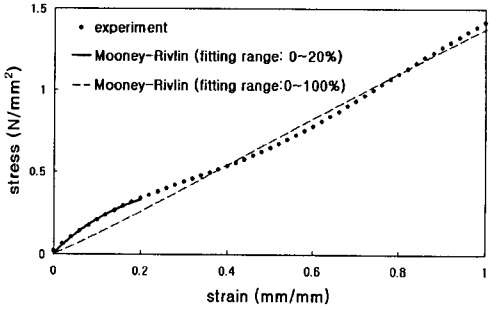

Fig. 6 Stress-strain curves of the sidewall rubber compound modeled by Mooney-Rivlin 1st model using data within 0~20% strain range and 0~100% strain range, respectively

Fig. 6에서 보는 바와 같이 실제의 실험결과와 0~100% 사이의 변형률 값을 이용하여 구한 변형률-응력관계는 변형률이 작은 0~20% 범위에서 차이를 보인다. 그런데 일반적으로 타이어의 고무는 코드의 높은 강성으로 인하여 최대 20% 내외의 변형률을 초과하지 않으므로, 선형적 응력-변형률로 근사시켜도 무니-리브린 모델을 사용한 것과 비슷한 결과를 줄 수 있으며,[18] 또한 Fig. 6에서 보인 바와 같이 0~100% 범위 변형률의 데

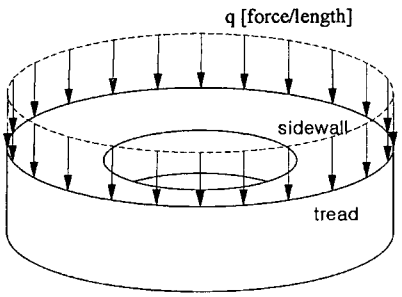

Fig. 7 Application of side force for measurement of lateral stiffness

이터를 사용할 경우, 부분적으로 실제의 응력-변형률 관계를 제대로 묘사하지 못할 수 있으므로 좀 더 정확한 응력-변형률 관계를 묘사하기 위해 다시 0~20% 범위의 변형률의 데이터를 사용하여 무니-리브린 함수를 구하여 변형률-응력 관계를 Fig. 6에 도시하였다. Fig. 6에서 보는 바와 같이, 변형률 0~20%의 데이터를 사용하여 얻은 변형률-응력 관계가 0~100% 범위의 데이터를 사용하여 얻은 변형률-응력 관계보다 실용적 범위(변형률 0~20% 범위)에서 더 정확함을 알 수 있다. 실험을 통해 얻은 각 고무배합물의 물질상수 및 탄성계수를 부록의 Table 2 및 Table 3에 각각 정리한다.

3. 실험 및 계산 결과 고찰

3.1 사이드월의 횡강성 측정 실험

사이드월의 횡강성은 Fig. 7과 같이, 사이드월과 트레드의 원형 경계선을 따라 균일분포하중을 가했을 때, q와 트레드의 처짐 λ의 비($Ks=q/\lambda$)로 정의된다. 이와 같은 횡강성을 측정하기 위해, Fig. 8과 같은 장치를 제작하였다. 타이어를 받치고 있는 받침대 밑에 로드셀을 설치하여 타이어에 가해지는 하중($F=2\pi r_D q$)을 측정하였으며, 레이저 변위계를 이용하여 트레드의 횡방향 변위(λ)를 측정하였다. 하중을 가할 때마다 점탄성의 영향을 배제시키기 위해 횡변위가 정상상태를 유지할 때 비로소 변위와 하중을 측정하였다.

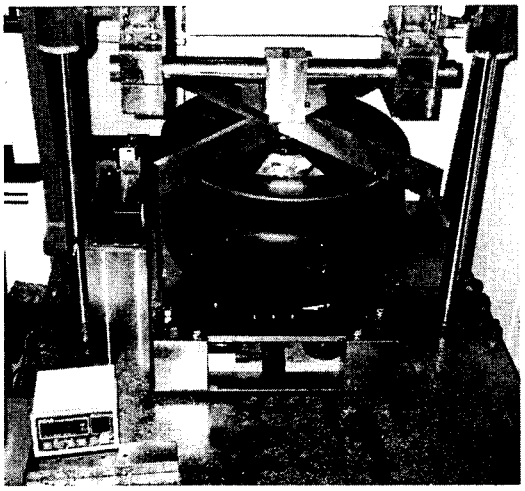

Fig. 8 Apparatus for measurement of the lateral stiffness of sidewall

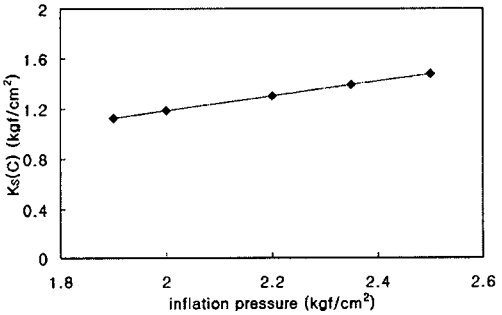

Fig. 9 Lateral stiffness of the sidewall due to carcass cords

3.2 이론에 의한 사이드월 횡강성

카카스 코드에 의한 횡강성($Ks(C)$)은 식 (8)에 의해 구한다. 여기서 r_C, r_D, ϕ_D, r_B는 주어진 값으로 Fig. 2에 보인 바와 같으며, 식 (9)~(12)의 $\frac{\partial L}{\partial \phi_D}$, $\frac{\partial L}{\partial r_C}$, $\frac{\partial Z_B}{\partial \phi_D}$, $\frac{\partial Z_B}{\partial r_C}$는 구간 $[r_B, r_D]$에서 수치적분을 사용하여 계산하였다. 그 결과를 Fig. 9에 도시하였다. Fig. 9에 보는 바와 같이 카카스 코드에 의한 횡강성은 압력에 비례한다.

고무층에 의한 횡강성($Ks(R)$)의 계산은, Fig. 3과 같이 계산영역(calculation domain)을 분할한 다음, 각 부분에 대하여 식 (15)를 적용하여 수치적으로 적분하였다. 이때 계산영역을 몇 등분하느

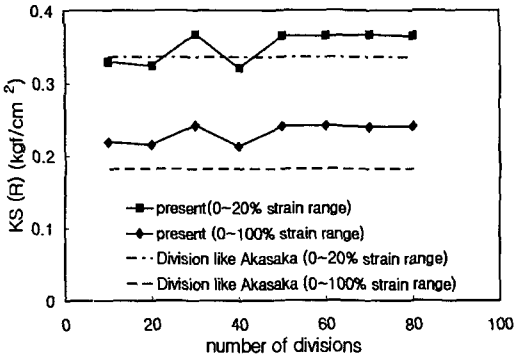

Fig. 10 $Ks(C)$ versus number of divisions when $p=2.0\,kgf/cm^2$

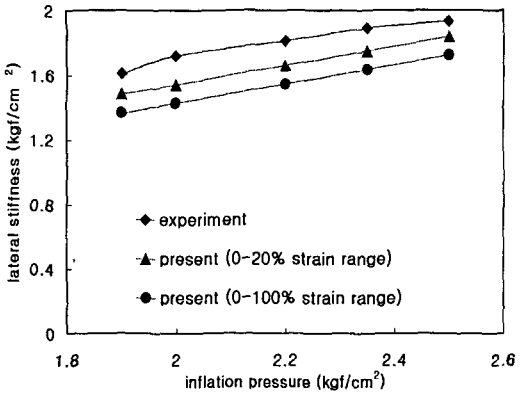

Fig. 11 Lateral stiffness of the sidewall

냐에 따라 Fig.10과 같이 고무층의 횡강성이 다르게 계산된다. 이는 분할된 각 구간의 영역이 크면 클수록 각 부분의 등가탄성계수 및 기하학적 파라메터가 정확히 계산되지 못하기 때문이다. Fig. 10의 결과로부터 Akasaka와 같이 계산영역을 세 개로 나누어 할 경우 오차가 동반될 수 있음을 알 수 있다. 그러나 본 연구에서 제안하는 방법은 원하는 만큼 계산영역의 분할이 가능하므로 이와 같은 단점을 극복할 수 있음을 알 수 있다. 본 논문에서는 고무층의 횡강성의 값이 일정한 값에 수렴하도록 계산영역을 80개로 충분히 분할하여 사이드월의 횡강성을 계산하였다.

3.3 사이드월 횡강성의 비교

본 논문에서 제시하는 계산법에 의해 얻은 사이드월 횡강성 (Ks)을 Fig. 11에서 실험값과 비교한다. Fig. 11로부터 다음의 사실을 확인할 수 있다. 첫째, 횡강성은 내압이 증가하면 증가한다. 둘째, 변형률 0~100% 범위의 인장실험의 결과를 사용하여 구한 횡강성보다 변형률 0~20% 범위의 인장실험의 결과를 사용하여 구한 횡강성이 실험값에 근접한다. 이는 응력-변형률 관계에 대한 곡선적합의 정확도에서 기인하는 것으로 사료된다. 또한 이론값 자체가 근사적 계산의 결과이기 때문에 실험값보다 크거나 작을 수 있지만,이론적 횡강성 값이 실험값보다 작은 것은 이론적인 관점에서 본다면 카카스 코드에 의한 횡강성 계산시 코드의 길이를 실제보다 짧게 계산되었기 때문으로 사료된다. 즉, 식 (1)을 이용하여 얻은 타이어의 단면은 실제 타이어의 카카스 코드의 형상과 정확히 일치하지 못하고 에이펙스 부근에서 이탈하게 되므로 Fig. 1에서처럼 코드와 일치하는 끝점을 수정된 비드점 B'으로 설정하여 횡강성을 계산하는데, 이 과정에서 코드의 길이가 실제의 길이보다 짧게 계산된다. 실제의 코드길이에 대해 λ만큼의 횡변위가 발생한 경우의 횡강성(실험값)에 비해, 실제보다 짧은 코드길이에 대해 동일한 변위가 발생한 경우의 횡강성(이론값)이 당연히 더 작다는 사실에 비추어 볼 때, 비드점의 수정으로 말미암아 실제보다 짧게 계산한 코드의 길이가 횡강성(이론값)을 실제보다 작게 계산되게 하는 한 요인으로 사료된다. 또한 이러한 이유로 비교적 강성이 강한 비드부가 상당부분 제외됨으로써 실제보다 강성이 작게 계산된 것으로 판단된다.

4. 결 론

레이디얼 타이어의 사이드월 횡강성을 계산하기 위해, 사이드월의 고무층에 존재하는 고무배합물들의 물성치를 이용하여 사이드월 고무층의 등가탄성계수를 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 계산영역을 원하는 만큼의 개수만큼 분할하여 계산할 수 있다는 장점이 있다. 이 계산과정을 예시하기 위해, 승용차용 레이디얼 타이어 (P205/60R15)로부터 각 고무배합물들의 시편을 채취하여 인장시험을 행하여 얻은 물성값으로부터

고무층의 등가탄성계수를 계산하고, 이를 이용하여 횡강성을 계산하였다. 그 결과를 실험값과 비교하였다. 또한, 계산과정을 통해 다음과 같은 사실을 알 수 있었다. 첫째, 무니-리브린 1차모델을 사용하여 각 고무배합물의 탄성계수를 정확히 추출하기 위해서는 실제 변형의 변형률 범위에서 정확한 곡선적합이 되도록 하여야 하며, 둘째, 사이드월부의 계산영역을 충분히 분할함으로써 분할에 따른 오차를 최소화하여야 한다. 이와 같이 계산함으로써 실험값에 더욱 근접한 횡강성을 계산할 수 있으나, 여전히 존재하는 오차를 줄이기 위해서는 에이펙스부를 포함할 수 있는 단면곡선의 개발 또는 보정법이 필요하다.

참고문헌

(1) Akasaka T. and Kabe K., 1979, "Deformation and Cord Tension of a Bias Tire in Contact with the Road," *Tire Science and Technology*, Vol. 5, No. 4, pp. 171～201.

(2) Koga H., Okamoto K. and Tozawa Y., 1977, "Internal Stress Analysis of the Tire under Vertical Loads using Finite Element Method," *Tire Science and Technology*, Vol. 5, No. 2, pp. 102～118.

(3) Tielking, J. T., 1965, "Plane Vibration Characteristics of a Pneumatic Tire Model," SAE 650492.

(4) Clark, S. K., 1965, "The Rolling Tire under Load," SAE 650493.

(5) Potts, G. R. and Bell, C. A., Charek, L. T. and Roy, T. K., 1977, "Tire Vibrations," *Tire Science and Technology*, Vol. 5, No. 4, pp. 202～225.

(6) Pacejka, H., 1981, "Tire In-plane Dynamics," in *Mechanics of Pneumatic Tires* edited by Clark, S. K., pp. 726～784.

(7) Takayama, M. and Yamagishi, K., 1983, "Simulation Model for Tire Vibration," *Tire Science and Technology*, Vol. 11, No. 1, pp. 38～49.

(8) Huang, S. C. and Soedel, W., 1987, "Effects of Coriolis Acceleration on the Free and Forced In-plane Vibrations of Rotating Rings on Elastic Foundation," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 115, No. 2, pp. 253～274.

(9) Jenkins, J., 1982, "The Circumferential Contact Problem for the Belted Radial Passenger Car Tire," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 11, pp. 325～343.

(10) Stutts, D. S. and Soedel, 1992, W., "A Simplified Dynamic Model of the Effect of Internal Damping on the Rolling Resistance in Pneumatic Tires," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 155, No. 1, pp. 153-164.

(11) Robecchi, Edoardo and Amici, Luigi, 1973, "Mechanics of the Inflated Tire," *Tire Science and Technology*, Vol. 1, No. 3, pp. 290～345.

(12) Ridha, R. A. and Clark, S. K., 1981, "Tire Stress and Deformation" in *Mechanics of Pneumatic Tires* edited by S. M. Clark, pp. 482～489, U.S. Department of Transportation National Highway Traffic Safety Administration.

(13) Yamazaki, S., Ogasawara, S., Akasaka, T., 1987, "Lateral Stiffness of Radial Tires and Effect of Lowering Aspect Ratio," *JSAE Review*, Vol. 8, No. 1, pp. 56～63.

(14) Nicholson, D. W., 1976, "A Note on the Classical Net Analysis of the Inflated Tire Profile," *Tire science and Technology*, Vol. 4, No. 4, pp. 256～259.

(15) Rotta, J., 1949, "Zur Statik des Luftreifens," *Ingenieur Archiv*, Vol. 17, pp. 129～141.

(16) M. A. Crisfield, 1997, *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures: Advanced Topics*, John Willey & Sons.

(17) Jones, Robert M., 1975, *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill Book Company.

(18) Tönük, E. and Ünlüsoy, Y. S., 2001, "Prediction of Automobile Tire Cornering Force Characteristics by Finite Element Modeling and Analysis," *Computers & Structures*, Vol. 79, pp. 1219～1232.

(19) Kumar, M., "Experimental Characterization of Mechanical Behavior of Cord-Rubber Composites," M.S. thesis, Mechanical Engineering, University of Oklahoma, Norman, OK, June 1981.

부 록

Table 2 Material constants for Mooney-Rivlin 1st model and Young's modulus based on the test data within 0~20% strain range

rubber compound	Mooney-Rivlin constants (N/mm^2)		Young's modulus (N/mm^2)
	C_{10}	C_{01}	E
tread	-0.9745	1.7568	4.694
apex	-1.9684	4.7167	16.490
bead-toe	-0.8864	2.4349	9.291
sidewall	-0.3159	0.7692	2.720
inner-liner	-0.1827	0.7271	3.266

Table 3 Material constants for Mooney-Rivlin 1st model and Young's modulus based on the test data within 0~100% strain range

rubber compound	Mooney-Rivlin constants (N/mm^2)		Young's modulus (N/mm^2)
	C_{10}	C_{01}	E
tread	0.6033	-0.2682	2.011
apex	0.0788	2.2473	13.956
bead-toe	2.2058	-1.2636	5.653
sidewall	0.6021	-0.4175	1.107
inner-liner	0.6070	-0.2179	2.335