Technical Tips

회로이론과 전자기학

주 형 길
(한국산업기술대학교 에너지대학원 제어계측공학과 교수)

에너지는 모든 생명의 성장원이며 인간생활에는 산업동력이자 생활편의를 제공하는 기본요소이다. 에너지는 자연 속에서 여러 가지 형태로 존재하게 된다. 태양에너지는 우리가 직접적으로 흡수하고 이용하는 가장 일반화된 에너지이며 이밖에 전기에너지, 기계에너지, 화학에너지, 열에너지, 빛에너지 등 많은 형태의 에너지가 인간생활에 직간접적으로 이용되어지고 있다. 이중 전기에너지는 변환의 용이에 따른 간편 이용성, 저장 및 보관의 편리 등의 장점으로 거의 모든 에너지를 전기에너지로 변환하여 사용하고 있기에 생활에 없어서는 안 되는 에너지라고 할 수 있다. 특히 우리 주위에서 사용되는 모든 장치 및 기기는 전기에너지를 이용하고 있는 전기기기라고 해도 과언이 아니다.

전기에너지는 역사적으로 볼 때, "만물의 근원은 물이다"로 유명한 그리스의 밀레토스학파 철학자 탈레스(Thales, BC 624~BC 546)에 의해 기원전 600년경 처음 발견이 되었다. 호박과 모피를 서로 마찰했을 경우, 끌어당기는 힘이 발생하는 것에 의해 마찰전기에 의한 전하(Electric charge)의 발생과 양전하, 음전하의 존재가 밝혀진 것이다. 전기(Electricity) 및 전자(Electron)의 어원도 호박이 그리스어로 Elektron이라는 데에서 기인한 것이다. 한편, 지구 자기의 현상은 자철광(Lodestone)에 의해 나침반(Compass)으로 사용되어 알려지다가 1600년 엘리자베스 1세의 시의인 영국의 길버트(Gilbert, 1544~1603)가 집필한 "자석에 대하여"라는 문헌에 의해 학문적으로 정리가 되었다. 하지만 이때까지는 전기와 자기는 전혀 별개의 것으로 간주되어 지고 있었다. 이제까지 전혀 별개의 것으로 알려지고 있던 전기와 자기는 1820년 덴마크 코펜하겐의 물리학 교수인 에르스테드(Oersted, 1777~1851)에 의해 전류가 흐르는 도체에 의해 자침이 움직이는 현상이 발견된 이후, 전기와 자기의 상호 연관성이 밝혀지면서 전기에너지에 대한 본격적인 연구 및 발전이 비약적으로 이루어지게 되었다. 특히 60세가 넘은 페러데이(Faraday, 1791~1867)는 전자기학에 대한 평생의 연구 및 실험결과를 40세 연하의 맥스웰(Maxwell, 1831~1879)과 같이 정리하여 그 유명한 맥스웰 방정식이 다음과 같이 생겨나게 된 것이다.

$$\begin{aligned} \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \cdot D &= \rho \\ \nabla \times H &= J + \frac{\partial D}{\partial t} \\ \nabla \cdot B &= 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

이 맥스웰방정식은 전자기장에 존재하는 집중된 물질의 전자기적 운동을 표현하는 데는 필수적으로 이용된다. 그러나 이 방정식을 이용하여 전기에너지 장치 및 전기기구를 해석하기에는 무척 복잡해질 수가 있다. 전자기파의 파장 λ와 해석하고자 하는 전기기구의 길이 l의 관계에서 다음과 같은 3가지 경우로 나눌 수 있다[1]. 파장 λ가 기구의 길이 l보다 상당히 클 경우($\lambda \gg l$)에 우리는 회로이론이라고 하고, 거의 같을 경우($\lambda \approx l$)에는 Microwave이론, 반대로 상당히 작을 경우($\lambda \ll l$)에는 광학(Optics)이라고 한다. 여기서 우리는 학부 저학년의 전자기학과 회로이론을 통해 배운 맥스웰방정식과 옴(Ohm)의 법칙 및 키르히호프(Kirchhoff)의 법칙 속에는 근사화라는 과정속에서 그 근본은 같다는 것을 알게 된다. 즉, 회로이론에서 사용되는 정수들인 저항성분(Resistance), 유도성 성분(Inductance), 용량성 성분(Capacitance)은 기구

의 전자기적 움직임을 간단한 동적 상태로 근사화하고 기호화(Symbolize)하여 해석을 용이하게 하고자 만든 것이다. 어떤 상태에서의 어떤 물질의 경우 맥스웰방정식을 회로이론이라고 할 수 있으며, 아울러 이러한 요소들은 마치 0의 전기적 길이를 갖고 있는 것과 같으므로(왜냐하면 $\lambda \gg l$) "0-차원 송전선로"라고도 할 수 있다[2]. 그러나 역사적으로 회로이론은 맥스웰방정식의 근사화 과정을 통하여 생겨난 것은 아니다. 실험적 결과를 토대로 하여 발생한 것이다. 하지만 정리된 전자기이론을 적용할 경우에 그 결과는 동일하다는 것에 흥미를 갖을 수 있는 것이다.

다음과 같이 회로소자(저항 R, 인덕턴스 L, 커패시턴스 C)에 의해 구성된 회로의 방정식은 우리에게 익숙하다. 회로소자의 양단의 전압을 υ, 소자에 흐르는 전류를 i라 하면, 저항소자에서의 전압방정식은 $\upsilon = iR$, 인덕턴스에서는 $\upsilon = L\frac{di}{dt}$ 커패시턴스에서는 $i = C\frac{d\upsilon}{dt}$으로 표시될 수 있다. 만일 전류가 정현파적으로 변화하는 경우에는 위식은 각각 $V = IR$, $V = jwLI$, $I = jwCV$로 표현할 수 있다.

실제로 이 세계에는 순수한 저항소자, 유도성 소자, 용량성 소자는 존재하지 않는다. 그러므로 훌륭한 회로설계자라면 회로설계 및 해석에 있어서 옴의 법칙 또는 키르히호프의 법칙만을 가지고 접근해서는 안 된다. 왜냐하면 이식들은 근사화된 결과를 바탕으로 한 것이기 때문이다. 일반적으로 저항소자라는 것은 어떤 주파수와 조건에서 저항성분이 다른 유도성 성분 또는 용량성 성분보다 큰 값을 갖기 때문에 표현된 것 뿐이다. 이것은 유도성 소자 및 용량성 소자에도 적용된다. 이러한 실제와 다른 현상을 우리는 이상(Parasitic) 또는 표류(Stray) 현상이라 하며, 이것들은 회로의 특성에 많은 영향을 끼친다. 간혹 이러한 이상현상은 원치 않은 결과를 초래하기도 한다. 회로이론에서는 이러한 이상현상을 소자의 주파수 의존모델 또는 등가회로를 통하여 해결한다. 그러나 맥스웰방정식을 적용하면 이라한 문제는 해결할 수 있다. 그러므로 회로방정식과 맥스웰방정식과의 상관관계를 알아봄으로써 보다 정확한 회로설계를 위한 회로해석의 전자기적 접근에 대해 알아보도록 하자.

간편화를 위하여 정현파 전원에 대해서 고려해 보도록 한다.

■ R-L 회로

그림 1과 같은 도체에 시변의 자장 B_a이 가해진다고 할 때, 이 도체는 외부자장 B_a에 대응하는 자장을 만들기 위해 전류 i가 흐르고 자장 B_i를 유기시킨다. 여기서 도체에 흐르는 전류 i는 외부자장 B_a에 영향을 주지 않는다고 하면 다음과 같은 식이 성립된다.

$$B_i = \nabla \times A_i \tag{2}$$

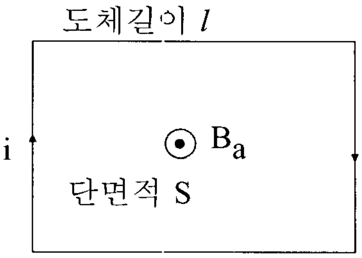


그림 1. RL회로

여기서 A_i는 벡터포텐셜 함수이고 다음과 같다.

$$A_i = \frac{\mu e^{jwt}}{4\pi}\int_V \frac{J}{r}dV' = \frac{\mu I e^{jwt}}{4\pi}\int_l \frac{dl'}{r} \tag{3}$$

여기서 r은 도체에서 작용점까지의 거리, I는 정현파 전류 i의 크기이며, μ는 투자율, ω는 정현파 전류의 각주파수이다. 전계의 세기 E를 포텐셜 함수로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} E &= -\nabla\Phi - \frac{\partial A}{\partial t} = -\nabla\Phi - jwA \\ &= -\nabla\Phi - jwA_a - jwA_i \end{aligned} \tag{4}$$

윗식의 양변을 도체의 길이에 따라 적분하면,

$$\begin{aligned} \oint_l E\cdot dl &= -\oint_l \nabla\Phi\cdot dl \\ &\quad - jw\oint_l A_a\cdot dl - jw\oint_l A_i\cdot dl \end{aligned} \tag{5}$$

이 되고, $\nabla\times\nabla\Phi = 0$이므로

$$\oint_l E\cdot dl = -jw\oint_l A_a\cdot dl - jw\oint_l A_i\cdot dl \tag{6}$$

이 된다. $J = \sigma E$이므로 이 식을 식 (6)의 좌변식에 대입하고 도체에 흐르는 전류의 밀도는 균일하다고 가정하고 Ca가 도체의 단면적이라면 다음과 같은 식이 성립된다.

$$\begin{aligned} \oint_l E\cdot dl &= \oint_L \frac{J\cdot dl}{\sigma} = I\oint_l \frac{dl}{C_a\sigma} \\ &= I\frac{l}{C_a\sigma} = IR \end{aligned} \tag{7}$$

이 식은 회로이론에서의 옴(Ohm)의 법칙이 된다. 한편, 식 (6)의 우측 식은 다음과 같이 된다.

$$-jw\oint_l A_a dl = E_a \tag{8}$$

$$\oint_l A_i\cdot dl = \oint_l B_i\cdot dS = \psi \tag{9}$$

여기서 Ea는 유기기전력(EMF:Electromotive force)이라

하고, 자속 ψ와 전류 I와의 비례상수를 인덕턴스 L이라 정의하면 다음과 같은 식이 된다.

$$-jw\oint_l A_i \cdot dl = -jwLI \tag{10}$$

식 (7)~(10)을 정리하면 다음과 같은 회로방정식이 성립된다.

$$IR + jwLI = E_a \tag{11}$$

■ R-L-C 회로

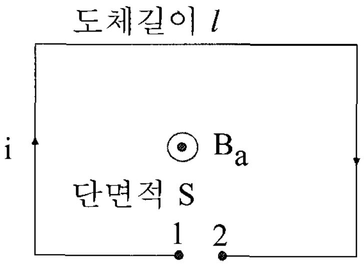


그림 2. RLC 회로

위의 R-L회로에 그림 2와 같이 C가 추가된 경우를 알아보자. 그림 2에서 1과 2 사이에는 공극이 존재하여 도체에는 전도전류(Conduction Current)는 흐르지 않고 1과 2점의 양단을 충전하는 변위전류(Displacement Current)만 흐르게 된다.

식 (4)의 양변을 1에서 2까지 시계방향으로 적분을 하자.

$$\int_1^2 E \cdot dl = -\int_1^2 \nabla \Phi \cdot dl - jw\int_1^2 A_a \cdot dl - jw\int_1^2 A_i \cdot dl \tag{12}$$

여기서 우변의 첫 번째 식은

$$-\int_1^2 \nabla \Phi \cdot dl = -(\Phi_2 - \Phi_1) \tag{13}$$

이 되고, 이 포텐셜함수와 공극에 충전된 전하 Q와의 사이에 비례상수를 커패시턴스 C라 정의하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$Q = C(\Phi_2 - \Phi_1) \tag{14}$$

충전전하량 Q는 전류의 연속성에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = -jw\rho \tag{15}$$

양변을 적분하면

$$\oint_S J \cdot dS = -jw\int_V \rho dV \tag{16}$$

이 되고

$$-I = -jwQ \tag{17}$$

이 되어, 앞의 RL회로에서 얻어진 식(7)~(10)와 위에서 구한 것을 정리하면 다음과 같이 된다.

$$IR + jwLI + \frac{I}{jwC} = E_a \tag{18}$$

전자기이론을 바탕으로 회로방정식을 유도한 결과 우리가 익히 알고 있는 옴(Ohm)의 법칙과 키르히호프(Kirchhoff)의 법칙이 유도됨을 알 수 있었다.

이상에서 우리는 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

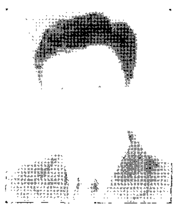
첫째, 전자기이론과 회로이론은 동일하다. 회로이론은 전자기장이 가해지는 기기 및 장치를 보다 간단하게 해석하기 위해 제약된 조건하에서 근사화된 모델로 순수 저항소자, 유도성 소자, 용량성 소자로 표현하여 동적 방정식을 세우는 것이다.

둘째, 유능한 회로설계자라면 그 회로의 설계를 위하여 회로이론에 의한 방정식만을 세우는 것이 아니라 주어진 조건(특히 주파수)에 따라 맥스웰방정식에 의해 전자기적 해석을 고려해야 한다. 물론 모든 경우에 전부 전자기적 해석만 할 경우에는 그 해석이 무척 복잡해지고 오히려 해석결과는 엉뚱한 결과를 초래할 지도 모른다. 그러나 고주파 해석이 필요한 경우나 과도해석을 해야 하는 경우, 선로의 길이가 길어서 집중소자로 해석하기 어려운 경우 등 집중회로소자에 의한 회로해석으로는 문제가 발생할 경우에 전자기적 접근을 병행하면 해석의 정확도를 높이고 보다 좋은 회로설계 및 해석이 가능하리라 생각된다.

참고문헌

〔1〕 Durney and Johnson, Introductin to Modern Electromagneics, International Student ed.
〔2〕 Brian C. Wadell, "Modelling Circuit Parasitics : Part 1", IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, pp. 31~33, Mar. 1998.

《저 자 소 개》



주형길(朱亨吉)
1986년 서울대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1988년 한국과학기술원(KAIST) 전기및전자공학과 졸업(석사). 2000년 한국과학기술원(KAIST) 전자전산학과 졸업(공박). 1988년~1998년 이천전기공업주식회사 중앙연구소 회전기연구실 실장. 2000년~2001년 (주)엔시스 기술연구소 연구소장. 2001년~현재 한국산업기술대학교 에너지대학원 제어계측공학과 교수. 전기기술사(전기기기-1995년). KIPE. KIEE 회원.