수문선형계 핵 동정법(3)

Kernel identification methods of hydrologic linear system

김 재 한

교수, 충남대학교 토목공학과

kjh@cnu.ac.kr

4.2 R-V 모형

R-V의 지형학적 순간단위도(1979)는 4.1의 Lienhard 모형과는 근본적으로 다르다. 왜냐하면, Lienhard 모형은 물입자의 순수한 통계물리학에 근거를 두고서 유도한 것에 비해, R-V 이론은 유역의 지형학적 구조가 주된 역할을 한다고 논해 주고 있기 때문이다. 다시 말해서, 전자는 물입자의 이동분포상태를 논해 주는데 비해, 후자는 유역의 하천형태가 순간단위도의 확률분포를 좌우한다고 가정한 것이다.

R-V 모형은 무작위하게 택해진 강우입자가 t시간 이후에 출구점에 도달할 확률을 유도하기 위하여, 처음에 아래 세 가지 전문적 용어들을 정의하였다.

1. 상태(state)란 시간 t에서 물방울이 위치하고 있는 하천차수를 뜻한다. 만약 물방울이 하천에 유입되기 전의 지표상태에 있다면, 그 상태는 지표에서 하천으로 직접 배수되는 하천의 차수를 의미한다. 따라서 물방울은 어떤 상태에서 시작할 수 있으나, 그 종점은 최고차 Ω에 1을 더한 Ω+1이 된다.
2. 천이(transition)는 상태의 변화를 뜻한다.
3. N는 Ω+1의 상태수를 의미하며, Ω+1의 상태란 별도의 상태로서 물통(bucket) 또는 유역을 떠난 물방울의 저장통(trapping state)을 의미한다.

배수망(drainage network)의 확률표현은 천이확률(transition probability) 행렬인 식 (4.25)와 같이 나타낸다.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{N1} & p_{N2} & p_{N3} & \cdots & p_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1\Omega} & 0 \\ 0 & 0 & p_{23} & \cdots & p_{2N} & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

식 (4.25)에서 p_{ij}는 물방울이 상태 i에서 상태 j로 천이되는 확률이다. 이는 물방울들이 i상태로 들어가서 바로 옆의 상태로 움직이는 유역내 전체 물방울들의 비율을 뜻한다(그림 4.2 참조). 그림 4.2는 R-V 이론을 적용하기 위하여 3차수 하천을 예로 든 경우이다.

R-V 이론에서 식 (4.25)의 행렬요소들을 다음과 같이 정의하였다;

1) p_{11}, p_{22}, …, $p_{\Omega\Omega}$의 값들은 모두 0의 값을 가진다. 즉, $i = j$인 경우에는 천이라고 규정되어지지 않는다.

2) p_{1N}, p_{2N}, …, p_{N-1N}의 값들은 0의 값을 가진다. 왜냐하면, 정의한 바에 의하여 어떤 경우이든 물방울은 최고차(Ω) 상태를 통과하지 않고 trapping state에 도달할 수 없기 때문이다.

3) p_{N1}, p_{N2}, …, p_{NN-1}의 값들은 0의 값을 가진다. 왜냐하면 자연하천에서 역천이는 발생하지 않기 때문이다.

4) $p_{NN} = 1$

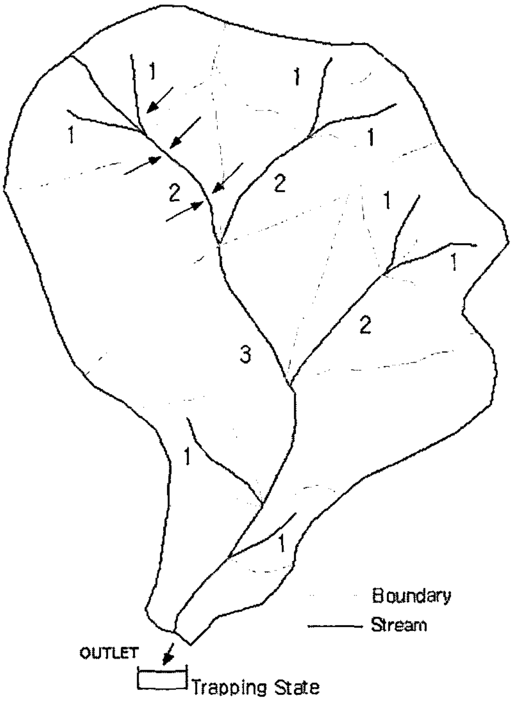

그림 4.2 Strahler 하천차수계와 trapping state를 나타낸 3차수 유역

R-V 이론에서 식 (4.25)와 같은 간단한 Markov 가정(Markovian assumption)은 물방울이 출구점까지 가는 도중에 어떤 상태에서 소비할 시간에 영향을 미치는 유역의 동역학적(dynamic) 특성을 나타내지 않고 있기 때문에, 수문학적인 강우-유출관계를 나타내기에는 충분하지 못하다고 알려져 있다 (Rodriguez-Iturbe와 Valdes, 1979). 여기서 Markovian assumption(hypothesis)이란 i상태에서 j상태로 천이과정(transition process)상 마지막 상태만이 미래 거동을 결정하는데 관련된다는 것이다 (Howard, 1971). 그래서 과정(process)의 각 상태에서 천이를 이룰 확률은 현재 점유하고 있는 상태에만 의존된다. 즉, 과정의 미래 궤도는 현재 상태에만 의존된다. 이와 같은 Markov의 가정은 과정을 규정짓는데 발생하는 문제와 일어날 수 있는 과정의 거동문제 양쪽 모두를 간편화한다. 따라서 매 시간단계(time step)에서 이 과정이 물방울의 천이수에만 관계되고 천이를 구별짓는 시간간격에는 무관하다고 하면, 식 (4.25)의 P는 이런 상황을 묘사하기에 충분할 수도 있다. 그러나 실제적으로 천이는 같은 시간에서만 발생하는 것이 아니고 여러 시간에서 이루어지고 있다. 뿐만 아니라, 유역 내에는 수많은 물방울들이 존재하고 시간도 연속적으로 이루어지기 때문에, Markov 연쇄(chain)의 간편한 개념은 이와 같은 문제에 수정 없이 그대로 적용될 수는 없다. 이와 같은 문제는 후에 다루기로 하고, 당분간 Markov의 가정 하에 상태의 천이에만 국한한다. 그러면 이 문제는 식 (4.26)과 같은 상태확률 matrix $\Theta(n)$을 구하기만 하면 된다.

$$\Theta(n) = \Theta(0)\Phi(n) = \Theta(0)P^n \qquad (4.26)$$

식 (4.26)에서 $\Theta(n)$는 물방울이 시간 n에서 상태 i에 있을 확률 $\Theta_i(n)$으로 주어지는 행(row) vector이다. 또한 $\Phi(n)$는 물방울이 n시간 천이 후에 상태 i에서 상태 j로 천이하는 $\phi_{ij}(n)$ 요소들의 확률인 다단계 천이확률 matrix이다. vector $\Theta(0)$는 초기에 상태 i에서 시작하는 초기상태확률 vector를 일컫는다. 다시 말해서, 물방울이 차수 i의 하천에서 유하(travel)를 시작할 확률을 의미한다.

이제, 전술한 동역학적 개념을 생각해 보기로 한다. 이를 위하여 식 (4.25) 및 식 (4.26)과 같은 Markov 가정과 더불어, 어떤 상태에서 물방울의 머무는 시간이 현재의 상태와 다음 천이될 상태에 의존되는 정수치 무작위 변수(integer-valued random variable)를 함께 고려하게 된다. 이를 semi-Markov의 과정이라 일컫는다.

천이가 발생하는 순간에 semi-Markov의 과정은 Markov 과정처럼 거동하게 된다. 이와 같은 과정을 현재와 다음 상태 사이에 끼워 넣은 Markov 과정(imbedded Markov process)이라고 부른다. 그렇더라도, 천이가 발생하는 시간들은 다른 확률기법에 의하여 지배받게 된다.

여기서, 위의 개념들을 명확하게 하기 위하여, 마지막 천이에서 상태 i로 들어가 다음 천이로 상태 j에

들어갈 확률을 semi-Markov 과정에서 p_{ij}라고 하자. 물론, 천이확률 p_{ij}는 식 (4.27)과 (4.28)로 주어진 Markov 과정의 천이확률과 같은 방정식을 가진다.

$$p_{ij} \geq 0 \; ; \; i = 1, 2, \cdots, N, j = 1, 2, \cdots, N \quad (4.27)$$

$$\sum_{j=1}^{N} p_{ij} = 1 \; ; \; i = 1, 2, \cdots, N \quad (4.28)$$

식 (4.27)과 (4.28)의 기호들은 식 (4.25)에서 나타낸 것들과 같다. 상태 i에 들어갈 때마다 이 과정의 천이확률들 $p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{iN}$에 따라서 물방울들이 움직이게 될 다음 상태 j가 결정된다고 생각할 수 있다. 그러나 j가 선택된 후에도 천이가 이루어지기 전이라면, 그 과정은 상태 i에서 시간 τ_{ij}동안 체류(hold)가 된다. 이 체류시간들(holding times) τ_{ij}가 양(+)의 정수치 무작위 변수이며, 각 체류시간은 상태 i에서 상태 j로 천이되는 체류시간 밀도함수(holding time mass function 또는 holding time density function) $h_{ij}(\bullet)$에 지배를 받게 된다. 그런고로,

$$prob[\tau_{ij} = m] = h_{ij}(m) \; ; \; m = 1, 2, 3, \cdots, \quad i = 1, 2, \cdots, N, \quad j = 1, 2, \cdots, N \quad (4.29)$$

여기서, 모든 체류시간분포들의 평균치$\bar{\tau}_{ij}$들이 유한하며, 모든 체류시간들은 적어도 하나의 시간길이단위로 주어지게 된다. 따라서 식 (4.29)에서의 $h_{ij}(0) = 0$인 초기값을 가지게 된다.

물방울들이 τ_{ij}동안 상태 i에서 체류된 후 그 과정이 상태 j로 이어지고, 그 다음에 즉시 새로운 목적지 상태 k를 선택함으로서 $p_{j1}, p_{j2}, \cdots, p_{jN}$의 천이확률을 가진다. 이것이 결정되면 밀도함수 $h_{jk}(\bullet)$에 따라서 상태 j에서 지체시간 τ_{jk}를 선택한다. 상태 j에 들어간 후에 시간 τ_{jk}에서 다음 천이를 만들게 된다. 이 과정은 무한히 그 궤적을 개발하게 된다.

실제적으로, 물방울들이 임의 시간 t에서 유역 출구점인 bucket에 모아지는 양만이 관심의 대상이 되기 때문에 row vector $\Theta(t)$의 마지막 항에만 흥미를 갖게 된다. 왜냐하면, bucket에 물이 고여지는 시간별 누가량을 안다면, 이 양의 시간별 변화율이 순간단위도의 종거값이 되기 때문이다. Howard(1971)와 이정식(1987)은 간격천이확률의 지수변환을 유도한 바 있으며, Rodrguez-Iturbe와 Valdes(1979) 및 이정식(1987)은 이를 이용하여 GIUH를 유도한 바 있다.

임의 상태에서 물입자들의 평균대기시간 λ_i가 가지는 물리적 성격 때문에 대기시간 확률밀도함수(probability density function:pdf)가 쉽게 구해지지 않는다. 따라서 R-V 이론에서는 아래와 같은 가정을 함으로써 상당히 문제를 쉽게 만들었다 :

지표대기시간(overland waiting time)은 물입자가 전유역내 소비할 전체적인 시간과 비교했을 때 무시될 수 있다고 간주된다(Kirshen과 Bras, 1982). 따라서 R-V 이론에서는, 다음과 같은 해석에 의하여 지표대기시간의 무의미를 정당화했다.

"지표대기시간의 중요성은 본 연구의 해석적 구조하에서 하천대기시간에 비하여 오히려 작게 나타난다. 차수 W인 하천을 통하여 유하하는 물입자들을 생각해보면, 이들의 대부분은 차수 W-1의 두 하천에서 오게 된다. 따라서 지표대기시간에 의하여 영향을 받는 유일한 물입자들은 지표수로부터 직접 차수 W의 하천으로 배수되는 양들이 될 것이다. 일반적으로, 이 양들은 W차수의 하천상류로부터 유입되는 양에 비하면 상당히 적은 값들이다. 따라서 평균(average)의 개념하에서, 상태 W에서의 평균대기시간은 하천대기시간이 될 거라고 감지된다. 수로상의 강수량을 제외하면, 다만 일차수 하천양들의 대부분은 지표대기시간에 의하여 영향을 받게 된다고 가정할 수 있다. 그러나 일차수의 하천면적이 통상 상당히 작기 때문에, 이곳의 대기시간은 전체 대기시간에 의한 IUH를 구할 때 무시하는 경향이 있으므로 일차수 지표수흐름의 대기시간에 포함하게 된다. 또한, R-V 이론에서는, 대기시간의 비지수분포의 출현에서 발생되는 계산상의 번거로움을 피하기 위하여 최고차 소유역을 두개의 선형저수지라고 간주하였다."

Gupta, Waymire와 Wang(1980)은 대기시간 pdf

의 일반형을 구하여 GIUH를 산정코자 시도한 바 있다. 즉, 자연하천 유역에서 무작위하게 주입된 물방울들은 유역출구점에 도달하기 전 유역집수부분이나 수로를 통하여 어떤 경로를 따를 것이다. 경로함수확률(path function probability), 즉 모든 가능한 경로들 가운데서 물방울이 어떤 경로를 따를 확률은 유역내 수로망을 순서화하기 위한 Strahler 기법(Smart, 1972)에 근거를 두고서 정량화(quantification)할 수 있다. 각 경로는 자신의 무작위 대기시간을 가진다. 출구점까지의 모든 가능 경로 s들 가운데, 먼저 지표면 유역을 택할 확률에다, 그 다음 하천차수순서에 의하여 경로를 택할 확률을 곱하여 조건부확률 $p(s)$를 구한다. 이때, 하천에 직접 떨어지는 물방울들은 상대적으로 적은 양이라 하여 무시한다. 이들의 이론은 경로를 택할 확률에 중점을 두고 있기 때문에, 이 확률을 정확히 구할 필요가 있다. 그러나 이것 만에 의해서 IUH가 구해질 수 없으며, R-V 이론과 마찬가지로 동역학적인 대기시간이 고려되어져야 한다. 따라서 물방울의 유역내 대기시간 T가 임의시간 t보다 초과하지 않는 확률 $P(T \leq t)$를 구하여야 한다. 이를 위하여, 각 경로별 대기시간 T_s의 확률 $P(T_s \leq t)$가 산정되어져야 하며, 이 값과 $p(s)$를 곱한 후 전 경로에 대하여 더한 값을 시간에 따라 미분하면 IUH를 얻을 수 있다.

상기 이론은 R-V 이론과는 차이가 있다. 왜냐하면, R-V 이론은 대기시간의 pdf가 Markov 가설하에 지수분포를 이루는 것이 요구되나, Gupta, Waymire와 Wang(1980)은 반드시 그럴 필요가 없는 경우이다. 물론, 후자의 경우에도 객관적인 대기시간 pdf가 이루어져야 실용성이 입증된다. 이혁규, 윤석영과 김재한(1995)은 이들에 대한 종합적인 분석을 시도하고자 R-V 이론과 마찬가지로 평균유속만을 이용한 경우와, 유로연장과 평균유속을 조합한 경우 및 Boyd(1976)와 Singh(1983)의 경험적 계수들로부터 얻어진 지체시간을 이용하여 GIUH를 산정한 바 있다. 다시 말해서, 지형학적 요소들을 제외하면, R-V 이론은 Nash(1957) 모형과 흡사한 반면, Gupta, Waymire와 Wang(1980) 모형은 Dooge(1959) 모형과 유사함을 보여주고 있다. 상기 이론들에 대하여, Degree of Civil Engineer의 부분 자격 획득을 위해 MIT에 제출된 van der Tak(1988)의 연구보고서에 상술되어 있다. 이 이론들은 최근까지도 국내외 여러 학자들에 의하여 지리정보체계(geographic information system:GIS)를 이용함으로써 더욱 더 확장되고 있다(허창환과 이순탁, 2002; Jain, Singh과 Seth, 2000; Hall, Zaki와 Shahin, 2001; Moussa, 2003).

참/고/문/헌

이정식(1987), 유역의 지형 및 강우특성 인자를 고려한 순간단위도에 대한 연구, 박사학위논문, 연세대학교.

이혁규, 윤석영, 김재한(1995), "GIUH의 지체시간 산정을 위한 수문학적 해석", 한국수자원학회논문집, 28(4), pp. 155-169.

허창환, 이순탁 (2002), "하천유역에서 GIS를 이용한 GIUH 모형의 해석", 한국수자원학회 논문집, 35(3), pp. 321-330.

Boyd, M. J.(1976), A Storage routing model for flood hydrograph synthesis based on geomorphologic relations, Ph. D. Thesis, University of New South Wales, Austrailia.

Gupta, V. K., Waymire, E., Wang, C. T.(1980), "A representation of an instantaneous unit hydrograph from geomorphology", Water Resour. Res., 16(5), pp. 855-862.

Howard, R. A(1971), Dynamic probability systems, John Wiley, New York.

Hall, M. J., Zaki, A. F., Shahin, M. M. A.(2001), " Regional analysis using the geomorphoclimatic instantaneous unit hydrograph"', Hydrology and Earth System Sciences, 5(1), pp. 93-102.

Jain, S. K, Singh, R. D., Seth, S. M.(2000), " Design flood estimation using GIS supported GIUH approach", Water Res. Management, 14, pp. 369-376.

Kirshen, D. M., and Bras R. L.(1982), The linear channel and its effect on the geomorphologic IUH, Ralph M. Parsons Lab., Hydrol. and Water Resour. System, Dep. of Civil Eng., MIT, No. 277.

Moussa, R.(2003), "On morphometric properties of basins, scale effects and hydrological response", Hydrol. Processes, 17, pp. 33-58.

Singh, V. P.(1983), A geomorphologic approach to hydrograph synthesis with potential for application to ungaged watersheds, Technical report, Louisiana Water Resour. Res. Inst., Louisiana Stats University, Boston Rouge.

Smart, J. S.(1972), "Channel networks", Advan. Hydrosci., 8, pp. 305-346.

van der Tak, L. D. (1988), Part I: Stream length distributions, hillslope effects and other refinements of the geomorphologic IUH, Part II: Topologically random channel networks and Horton's laws: the Howard network simulation model revisited, Massachusetts Institute of Technol., Cambridge.

● 가상물(Virtual Water)과 수자원 원단위(Unit Water Requirement of Water Resources, UW)

가상물(virtual water)에 대한 개념은 물소모가 많은 필수품을 수입함으로써 건조지역 국가들이 어떻게 실질적으로 물부족을 완화할 수 있는가를 보여주기 위해서 개발되었다. 가상물의 교역량이 정량적으로 추정되기 위해서는 각 필수품을 생산하는 데 필요한 수자원 원단위(Unit Water Requirement of Water Resources, UW)가 정량적으로 파악되어야 한다.

현재 선진국에서 이를 위한 연구가 시도되고 있으나, 아직까지는 UW의 결정에는 상당한 불확실성이 내포되어 있다. UW는 작물의 단위면적당 생산량에 주로 좌우되므로, 각 국가별로 기간에 따라 다를 수 있다. 가상물의 개념이 외국에서 곡물이나 육류와 같이 물소모가 많은 필수품을 수입하면 물을 얼마나 절약할 수 있는가를 나타내기 위하여 생겨난 것이므로 수입 가상물을 산정할 때는 수출 지역의 UW를 적용해야 하며, 수입국가 입장에서 실제 절약한 가상물을 산정할 때는 해당 국가의 UW를 적용해야 한다.

최근에 산정된 일본의 가상물 수입량은 640억 입방미터이다(Oki et al., 2003, Virtual water trade to Japan and in the world, edited by Hoekstra, Value of Water Resources Report Series No. 12, IHE Delft, pp. 221-233). 식량을 대부분 수입에 의존하는 우리도 일본에 버금가는 가상물 수입국임은 틀림없을 것이다. 세계 물부족이 갈수록 심해지면서 일본이나 한국 같은 세계적 가상물 수입국가들은 세계 물부족의 원흉으로 지목받게 될지도 모른다.

자료제공 : 수자원의 지속적 확보기술개발사업단 **단장 김 승**(skim@kict.re.kr)