

수정 B-spline을 이용한 기능성 곡면의 Modeling

황종대*, 정종윤**, 정윤교***

Modeling of Functional Surface using Modified B-spline

Jong Dae Hwang*, Jong-Yun Jung**, and Yun Gyo Jung***

ABSTRACT

This research presents modeling of a functional surface which is a constructed free-formed surface. The modeling introduced in this paper adopts modified B-spline that is utilizing approximating technique. The modified B-Spline is constructed with altered control vertices. It is applied to measure points on a surface of an impeller blade. This research builds a surface-modeler accepting inputs of measured points. Generation of cutter-paths for NC machining employs the model of the constructed surfaces. The machined surfaces which is generated in several cases are compared in the aspect of machining accuracy.

Key Words : Reverse Engineering(역공학), CAD/CAM(전산원용설계/전산원용가공), B-spline(비스플라인), Modified B-spline(수정비스플라인), NUBS(너브스), Interpolation(보간), Approximation(근사)

1. 서론

CAD 모델이 존재하지 않는 자유곡면 형상의 제품을 신속하고 정확하게 개발하기 위한 효과적인 방법의 하나로 역공학(reverse engineering)기법이 제시되어 현재 상당한 기술적 진전이 이루어졌다.¹⁻⁹ 레이저스캐너를 비롯한 비접촉식 측정기는 측정속도가 빠르고 많은 데이터를 얻을 수 있어 심미적인 자유곡면의 역공학에 적용되어 활발한 연구가 진행중이다.^{5,6} 그러나 측정물이 함몰되어 있거나 꼬여있는 경우에는 빛이 투과되지 않아 측정이 불가능한 단점을 가지고 있어 블레이드, 프로펠러, 임펠러, 로우터와 같이 복잡형상인 터보기계류 부품의 기능성 곡면에 적용하기에는 어려움이 있으며, 관련연구도 미비한 상태이다. 이에 반해 접촉식 좌표측정기는 비접촉식

에 비해 매우 정밀하며 측정물이 복잡한 형상으로 꼬여있을 경우에도 여러개의 회전프로브를 생성하여 측정할 수 있고 또한 이들의 보정을 통해 하나의 좌표계를 사용할 수 있어 정합과정에서의 오차가 적다. 그런데 임펠러와 같이 블레이드가 심하게 꼬여있는 경우에는 프로브와의 간섭 때문에 자동 스캐닝 측정이 불가능하므로 수동 측정을 해야 하며 이 과정에서 오차가 발생한다. 오차를 포함한 점데이터를 사용하여 곡선을 fitting하면 생성되는 곡면의 품질을 저하하는 원인이 되므로 곡선의 fairing 기법이 사용된다. Nowacki^{11,12}는 보간조건, 양끝조건, 적분조건을 순정척도와 함께 사용하여 곡선 모델링 문제를 비선형 방정식의 형태로 표현하고 해를 구함으로써 주어진 측정점을 지나는 부드러운 곡선을 모델링하는 방법을 제안하였다. Goodman¹³은 블록포 조건과 토

접수일: 2002년 8월 30일; 게재승인일: 2003년 8월 14일

* 창원대학교 대학원

** 창원대학교 산업시스템공학과

*** 창원대학교 메카트로닉스공학부

선조건을 고려하여 주어진 측정점의 모양을 보전하면서 G^2 연속성을 가지는 유리 3차 곡선을 모델링하는 방법을 제안하였다. 또한 모델링된 곡선을 순정하기 위한 방법으로 NURBS 곡선의 모양을 변경하는 방법이 연구되었는데 Farin¹⁴과 Sapidis¹⁵, Pigounakis¹⁶ 등은 NURBS 곡선의 절점벡터를 제거하고 재삽입하는 과정을 통하여 NURBS 곡선을 순정하는 방법을 제안하였으며, Piegl¹⁷, Au¹⁸와 Rando¹⁹ 등은 NURBS 곡선의 조정점과 가중치를 동시에 변경시켜 곡선을 순정하는 방법들을 제안하였다.

측정점으로부터 부드러운 곡선을 모델링하는 위와 같은 방법은 측정점의 오차가 신뢰할 수 있는 수준일 때 측정점을 지나면서 곡선의 부드러움을 극대화하기 위한 것으로 보간곡선(interpolating curve)의 범주에 포함되며 본 연구에서와 같이 주어진 측정점의 오차가 무시할 수 없는 경우에는 적용상의 무리가 따른다.

주어진 측정점을 신뢰하기 힘들 때 측정점을 지나지 않으면서 부드러운 곡선으로 근사(approximation)하기 위한 방법으로 최소자승법(least square method)이 있으며 특히 2차 이상의 곡선을 fitting할 경우에는 다항식 회귀분석 곡선(Polynomial regression curve)²⁰법을 사용할 수 있으며 주어진 측정점과 근사곡선의 점데이터 사이의 잔차에 대한 제곱의 합을 최소화함으로써 구할 수 있다. 그러나 다항식 회귀분석 곡선식 자체는 매개변수식이 아닌 양함수식이므로, 수치해석적으로 구현하기에는 적절하지 않을 뿐만 아니라 차수가 커짐에 따라 overshoot하는 경향이 있으므로 3차원의 공간곡선의 fitting에는 적합하지 않다. 한편 최소자승법을 매개변수 곡선의 fitting에 적용할 수 있는데, Piegl⁵ 등은 근사점을 구하기 위한 방법으로 최소자승법을 적용한 후 구해진 근사점을 통한 곡선의 fitting 방법을 제안하였다.

매개변수식으로 표현되는 NURBS 곡선의 점데이터 자체를 순정함으로써 부드러운 근사곡선을 생성하는 방법이 연구되었으며 이는 기존의 많은 연구들과 같이 제약식이 있는 비선형 최적 문제의 해를 구하는 알고리즘에 적용되었다.^{18-19,21-23} 비선형 최적화 문제의 목적함수로는 곡선의 곡률과 곡률반경, 접선벡터, 법선벡터 등의 기하학적 불변요소를 이용하여 다양하게 유도된 순정척도가 사용되었으며 제약식으로는 주어진 측정점과 변경된 점과의 거리 차를 제한하는 조건이 사용되어졌다. 그러나

이러한 방법은 근사곡선이 실제 이동할 수 있는 범위를 결정하는 문제, 변경된 곡선이 어떠한 모양을 유지하여야 하는지에 대한 순정기준을 결정하는 문제와 이에 따른 순정척도를 결정해야 하는 문제에 대한 고려가 뒤따라야 하므로 설계상의 어려움으로 작용하며 경우에 따라서는 설계자의 주관이 개입되어야 하므로 생성하고자 하는 곡선의 특성에 맞는 적합한 곡선 순정 방법의 선택이 요구된다.

본 연구에서는 측정점 자체를 순정하여 근사곡선을 모델링하던 기존의 방법과 달리 측정점을 B-spline의 조정점으로 사용한 후 B-spline 알고리즘의 간단한 수정을 통하여 근사곡선을 생성함으로써 근사점을 구하기 위한 위와 같은 과정이 생략되도록 하였으며 이 알고리즘을 통하여 생성된 데이터로 다시 프로그램 측정의 과정을 거쳐, 최종의 적합화된 근사곡선을 얻음으로써 역공학의 정밀도를 향상시키는 것을 논문의 주목적으로 한다.

2. 단면곡선의 적합화

2.1 B-spline과 B-spline 근사곡선

B-spline은 주어진 점데이터를 모두 지나는 보간(interpolation)법으로 Fig. 1과 같이 도시할 수 있으며 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

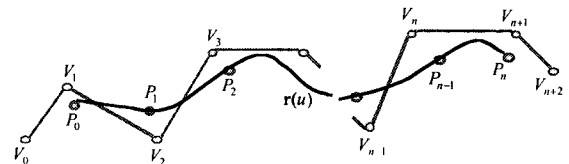


Fig. 1 Construction of composite B-spline curve with control vertices

$$r^i(u) = U N R^i \text{ for } i=0,1,2,\dots,n-1$$

$$\text{where, } U = [1 \ u \ u^2 \ u^3],$$

$$N = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R^i = [V_i \ V_{i+1} \ V_{i+2} \ V_{i+3}]^T \quad (1)$$

Fig. 1과 같이 B-spline 곡선은 주어진 측정점인 P_0, P_1, \dots, P_n 을 지나는 보간곡선이다. 그런데 본 논문에서 필요로 하는 곡선은 블레이드면 상에서

들쭉날쭉하게 산포된 수동 측정점의 사이를 지나는 부드러운 근사(approximation)곡선이다. 따라서 측정점을 조정점으로 하는 B-spline 곡선의 근사 방법을 제안한다. 식 (1)과 같이 도출된 복합 B-spline의 curve model은 free end condition에 의한 곡선의 양끝 tangents와 주어진 측정점을 가지고 조정점을 구하는 과정을 필요로 한다. 측정점을 조정점으로 하여 B-spline 곡선을 근사하기 위하여 조정점 행렬인 $R^i = [V_i \ V_{i+1} \ V_{i+2} \ V_{i+3}]^T$ 를 측정점 행렬인 $P^i = [P_i \ P_{i+1} \ P_{i+2} \ P_{i+3}]^T$ 로 대체해 주면 Fig. 2와 같이 측정점의 사이를 통과하는 B-spline 근사 곡선이 생성된다.

2.2 수정 B-spline 근사곡선

Fig. 2와 같이 측정점을 조정점으로 하는 B-spline 근사곡선은 P_1 과 M_0 를 잇는 곡선의 1/3인 점과 P_2 와 M_1 을 잇는 곡선의 1/3인 점을 곡선의 시작과 끝점으로 하는 근사곡선이다.

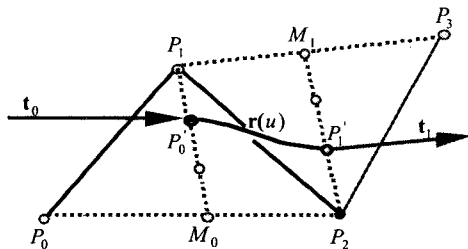


Fig. 2 Construction of B-spline approximation curve with measured points

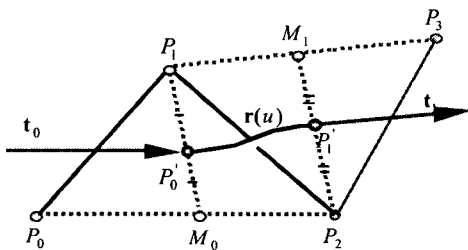


Fig. 3 Construction of Modified B-spline approximation curve with measured points

그런데 측정점의 사이를 최적으로 근사하며 지나는 곡선을 fitting하기 위해서는 1/3인 지점보다는

Fig. 3과 같이 1/2인 지점을 지나는 것이 근사의 목적에 더욱 부합할 것이다. Fig. 3과 같은 수정 B-spline curve를 정의하기 위한 경계조건은 아래와 같다.

- a) $M_0 = (P_0 + P_2)/2$; $M_1 = (P_1 + P_3)/2$;
 $P'_0 = (P_1 + M_0)/2$; $P'_1 = (P_2 + M_1)/2$.
- b) It start from P'_0 and ends at P'_1
- c) Start tangent vector t_0 at P'_0 is equal to $(M_0 - P_0)$
- d) End tangent vector t_1 at P'_1 is equal to $(M_1 - P_1)$

수정 B-spline의 경계조건을 수식으로 표현하면 식 (2)의 (a)와 같고 행렬식으로 표현하면 식 (2)의 (b)와 같다. 식 (2)의 (b)를 식 (2)의 (c)와 같은 Ferguson curve 식에 대입하면 구하고자 하는 수정 B-spline의 행렬식이 완성된다. Curve segment가 n개로 확장되면 주어진 모든 측정점을 입력점으로 하는 복합 수정 B-spline이 생성되며 식 (2)의 (d)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} P'_0 &= r(0) = [2P_1 + (P_0 + P_2)]/4 \\ P'_1 &= r(1) = [2P_2 + (P_1 + P_3)]/4 \\ t_0 &= \dot{r}(0) = (P_2 - P_0)/2 \\ t_1 &= \dot{r}(1) = (P_3 - P_1)/2 \end{aligned} \right\} \text{(a)}$$

$$S = \begin{bmatrix} P'_0 \\ P'_1 \\ t_0 \\ t_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = K_m R \quad \text{(b)}$$

$$\left. \begin{aligned} r(u) &= UA = UCS \quad \text{with } 0 \leq u \leq 1 \\ &= [1 \ u \ u^2 \ u^3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ t_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \text{(c)}$$

$$\left. \begin{aligned} r(u) &= UCS = UC(K_m R) = U(CK_m)R = UN_m R \\ \text{with } 0 \leq u \leq 1 \quad \text{where,} \\ U &= [1 \ u \ u^2 \ u^3] \\ N_m &= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ R &= [P_0 \ P_1 \ P_2 \ P_3] \end{aligned} \right\} \text{(d)} \quad \text{(2)}$$

2.3 수정 B-spline 근사곡선의 검증

수정 B-spline의 타당성을 검증하기 위하여 수동

측정에 의해 산포된 점들을 입력점으로 하여 1) B-spline 보간곡선 2) 측정점을 조정점으로 하는 B-spline 근사곡선 3) 수정 B-spline 근사곡선의 알고리즘을 적용하여 Fig. 4와 같이 Visual C++과 OpenGL 라이브러리를 통해 구현하였다. Fitting 결과 수정 B-spline이 가장 부드럽게 근사되었음을 알 수 있다. 가시적으로 표현된 결과와 더불어 수치적으로 비교하기 위하여 CATIA를 사용한 곡률해석을 수행한 결과 수정 B-spline의 최대곡률이 Table 1과 같이 가장 작았으며 따라서 가장 부드럽게 근사되었음을 알 수 있다.

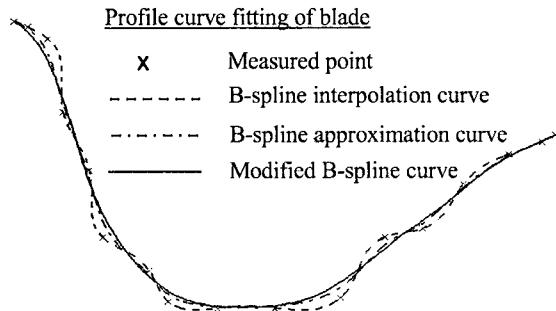


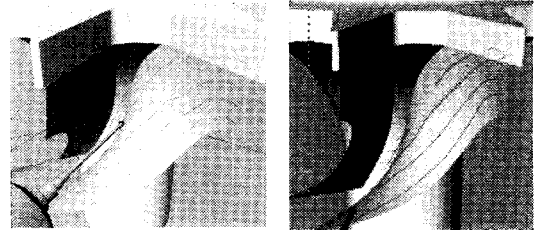
Fig. 4 Comparison of curves according to fitting method

Table 1 Comparison of max. curvatures according to fitting method

Division	B-spline interpolation curve	B-spline approximation curve	Modified B-spline curve
Max. curvature	0.159	0.0951	0.0514

2.4 수정 B-spline 근사곡선의 점데이터를 사용한 프로그램 측정

수정 B-spline을 통해 생성한 곡선은 곡면상에서 들쭉날쭉하게 산포되어 있는 수동측정점의 사이를 지나는 부드러운 근사곡선이긴 하지만 실제 곡면상의 곡선이 아닌 곡면의 상하를 통과하는 부정확한 곡선이다. 그 이유는 측정점을 조정점으로 사용하였기 때문이며 이러한 오차를 보상하기 위하여 근사곡선에 의해 출력된 점데이터를 사용한 프로그램 측정을 수행하였다. Fig. 5의 (b)는 수정 B-spline 근



(a) Measured curves by manual measurement (b) Measured curves by program measurement with proper process

Fig. 5 Effect of proper process

사곡선의 점데이터를 입력점으로 하여 다시 CMM에서 프로그램 측정을 하여 얻어진 블레이드의 단면곡선 형상으로 이상과 같은 적합화 과정을 거치지 않은 단면곡선인 (a)에 비하여 부드럽게 fitting되었음을 알 수 있다. 이는 NUBS 곡면생성 알고리즘에 입력할 최종의 적합화된 점데이터를 얻기 위한 단면곡선이 된다.

3. 곡면 생성 및 적합화 효과의 검증

3.1 NUBS 곡면 생성

위와같은 과정을 거쳐 적합화된 점데이터는 NUBS(Non-Uniform B-spline)¹⁰ 곡면 생성 알고리즘에 적용하여 곡면 fitting을 수행하였으며 생성 곡면의 끝 부분 knot span은 모두 '0'으로 두었고, 끝 부분 tangents는 free end condition을 적용하여 구하였다.

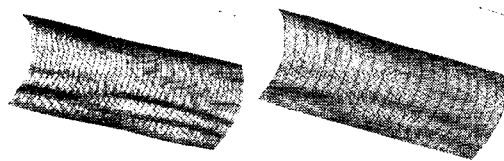
Fig. 6의 (a)와 Fig. 7의 (a)는 각각 버켓블레이드와 임펠러의 블레이드면을 수동측정한 후 적합화를 거치지 않고 NUBS fitting한 그림이며, Fig. 6의 (b)와 Fig. 7의 (b)는 적합화 과정을 거친 입력점으로 NUBS fitting한 그림으로 각각 Visual C++과 OpenGL 라이브러리를 통해 구현하였다.

3.2 적합화 효과의 검증

Fig. 6과 Fig. 7을 통하여 본 논문에서 제시한 수정 B-spline 근사 알고리즘과 프로그램 측정 프로세스에 의해 적합화된 NUBS 곡면이, 그렇지 않은 곡면에 비해 들쭉날쭉하던 단면곡선이 가지런해졌을 뿐만 아니라 곡면의 주름도 전체적으로 퍼지게 된 것을 확인할

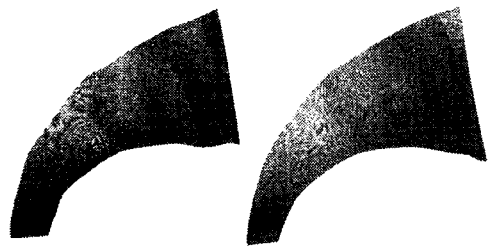
수 있다. 곡면에 대한 가시적인 비교와 더불어 Fig. 8 과 Fig. 9에서는 표준모델과의 오차비교를 수행하였다. 표준모델은 측정점과의 오차가 0.02mm 이내로 fitting된 CATIA에 의한 표준곡면이다. Fig. 8의 (a)와 Fig. 9의 (a)는 표준곡면과 적합화 과정을 거치지 않은 곡면과의 오차를, Fig. 8의 (b)와 Fig. 9의 (b)는 적합화 과정을 거친 곡면과의 오차를 비교한 것으로 비교 결과 버킷 블레이드의 경우, 적합화 과정을 거친 곡면은 허용오차인 0.1mm(가선) 이내로 모두 fitting되었고, 임펠러의 경우도 적합화 과정을 거친 곡면은 곡면의 끝부분을 제외한 대부분의 영역에서 0.1mm 이내로 fitting된 것을 확인할 수 있다. 반면 적합화 과정을 거치지 않은 곡면은 많은 영역에 걸쳐 허용오차를 벗어났음(진한선)을 알 수 있다.

CATIA에 의한 표준곡면과의 최대오차는 Table 2 와 같이 나타났으며 적합화를 거친 곡면의 최대오차가 줄어든 것을 알 수 있다.



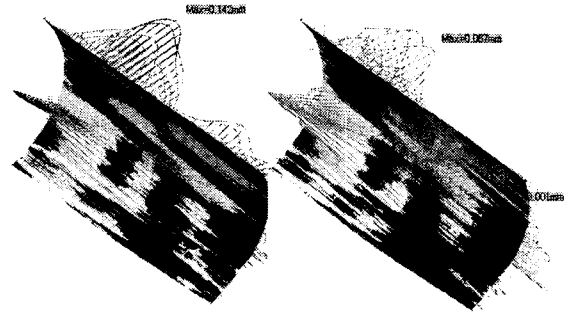
(a) Improper NUBS fitting surface (b) Proper NUBS fitting surface

Fig. 6 Comparison between improper and proper fitting surface using NUBS algorithm for bucket blade



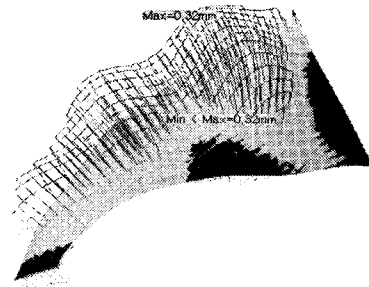
(a) Improper NUBS fitting surface (b) Proper NUBS fitting surface

Fig. 7 Comparison between improper and proper fitting surface using NUBS algorithm for impeller blade

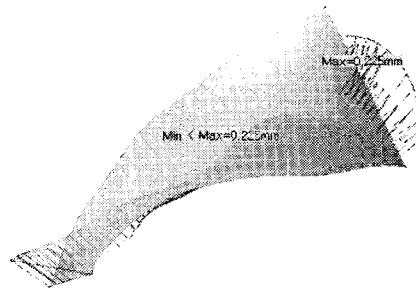


(a) Standard vs improper NUBS surface (b) Standard vs proper NUBS surface

Fig. 8 Comparison between standard surface using CATIA and NUBS surfaces for bucket blade



(a) Standard vs improper NUBS surface



(b) Standard vs proper NUBS surface

Fig. 9 Comparison between standard surface using CATIA and NUBS surfaces for impeller blade.

Table 2 Comparison of max. deviation between standard surface using CATIA and NUBS surfaces

Division	Bucket blade		Impeller blade	
	Standard surface vs		Standard surface vs	
	Improper NUBS surface	Proper NUBS surface	Improper NUBS surface	Proper NUBS surface
Max. deviation	0.142(mm)	0.087(mm)	0.32(mm)	0.225(mm)

4. 솔리드 모델링 및 CNC 절삭가공

4.1 솔리드 모델링

본 논문에서 제시한 알고리즘을 사용하여 출력한 점데이터는 이중 소프트웨어간의 인터페이스를 위한 IGES 포맷으로 변환하여 사용할 수 있고 CAM을 위한 CC(cutter contact) 데이터로 사용할 수도 있으나 본 연구에서는 CATIA의 'power fit' 명령을 사용하여 점데이터를 읽어들이고 후 솔리드 모델링을 수행하고 CNC 절삭가공을 위한 공구 경로를 생성하였다.

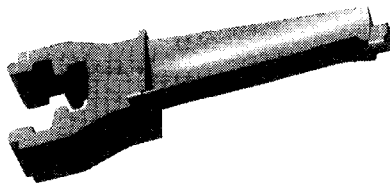


Fig. 10 Solid model of bucket blade

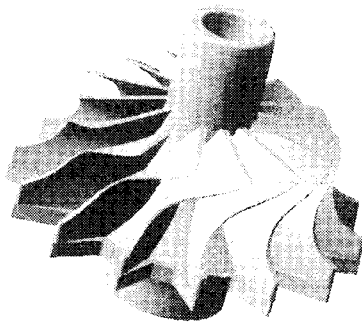
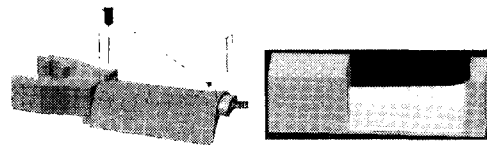


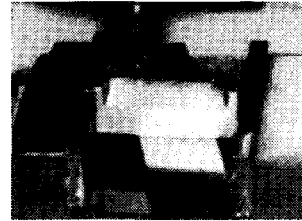
Fig. 11 Solid model of impeller

4.2 CNC 절삭가공

Fig. 12 및 Fig. 13과 같이 CATIA를 사용하여 공구 경로를 생성 및 검증한 후 머시닝센터를 사용하여 곡면가공을 수행하였다. 이 때 역공학에 의한 모델은 적합화 과정을 거친 곡면 모델과 그렇지 않은 모델의 2개를 가공하였는데 그 이유는 원형 모델과 상호 비교하기 위함이다.

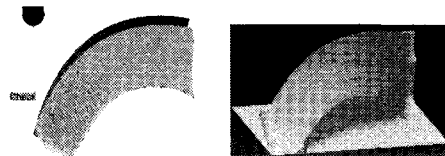


(a) Generation of tool path and verification



(b) CNC machining using machining center

Fig. 12 CNC machining for bucket blade



(a) Generation of tool path and verification



(b) CNC machining using machining center

Fig. 13 CNC machining for impeller blade

5. 원형모델과 역공학 모델의 비교측정

곡면 모델에 대한 비교와 더불어 실제 모델 상호 간의 비교를 위하여 CMM을 사용하여 비교측정하였다. 실제 가공한 역공학 모델과 원형모델의 오차 비교를 위한 측정장면이 Fig. 14에 나타나 있다. 비교측정 방법은 원형모델의 곡면상의 임의의 점을 샘플링하여 측정된 후 측정된 점을 사용하여 자동측정 프로그램을 만든 후에 역공학 모델에 각각 적용하여 재측정하는 방법을 택하였다.

측정한 결과에 대한 그래프가 Fig. 15와 Fig. 16에 제시되어 있다. 그래프를 통하여 적합화 과정을 거치지 않은 역공학 모델에 비하여 적합화 과정을 거친 역공학 모델의 오차가 적어졌음을 알 수 있으며, 또한 Table 3을 통하여 적합화 과정을 거친 역공학 모델의 평균오차도 줄어들었음을 확인할 수 있다.

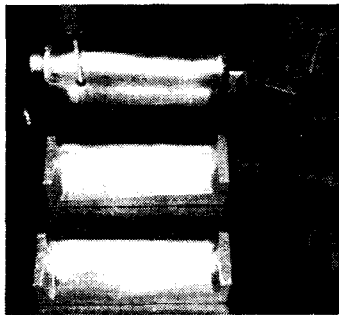


Fig. 14 Comparison measurement between master model and reverse models

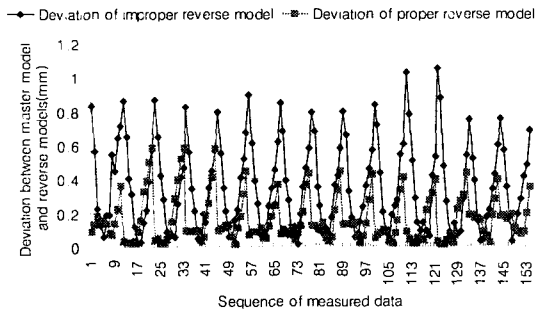


Fig. 15 Comparison graph between master model and reverse models for bucket blade

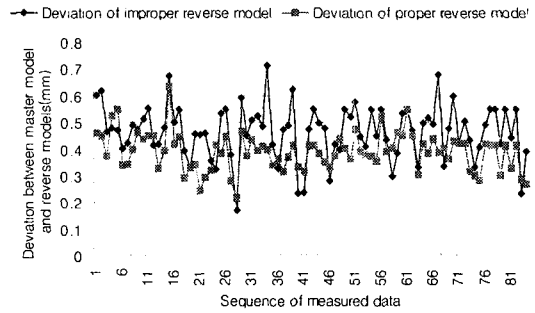


Fig. 16 Comparison graph between master model and reverse models for impeller blade

Table 3 Comparison of average deviation between master model and reverse models

Division	Bucket blade		Impeller blade	
	Master model vs		Master model vs	
	Improper reverse model	Proper reverse model	Improper reverse model	Proper reverse model
average deviation	0.357(mm)	0.157(mm)	0.463(mm)	0.389(mm)

6. 결론

1. 기능성곡면의 측정 시 발생하는 수동측정에 의한 에러를 최소화하기 위하여 수정 B-spline 근사 알고리즘을 개발하고, 이 때 출력된 점데이터에 의한 프로그램측정 프로세스를 거쳐 최종의 적합화된 단면곡선을 얻을 수 있었다.

2. 적합화된 점데이터를 입력점으로 하여 NUBS 곡면생성 알고리즘으로 Visual C++와 OpenGL에서 곡면을 구현한 결과 적합화 과정을 거치지 않은 NUBS 곡면에 비해 오차가 줄었다.

3. 적합화 알고리즘을 적용한 NUBS 곡면의 점데이터를 CATIA에 불러들여 솔리드 모델링을 수행하고 CNC 절삭가공을 수행한 후 원형모델과 비교 측정된 결과 적합화하지 않은 역공학 모델에 비해 오차가 줄어들었다.

4. 본 논문에서 제시한 수정 B-spline 근사 알고리즘에 의하여 생성되는 곡선은 기존의 fairing 방법들에 비하여 매우 손쉬운 방법으로 부드러운 곡선을 fitting할 수 있다는 점과 설계자의 주관이 개입되지 않는다는 장점을 가진다. 그러나 수동측정을 통해 생성할 곡면

의 형상이 연속적으로 블록하거나 오목한 경우에는 생성되는 곡면이 한쪽으로 치우칠 수 있으며 이러한 단점을 보완할 수 있는 관련연구의 필요성이 제기되었다.

후 기

본 연구는 과학기술부, 한국과학재단지정 2002년도 창원대학교 공작기계기술연구소의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

1. Tamas Varady, Ralph R Martin and Jordan Cox, "Reverse Engineering of Geometric Models: an Introduction," Computer-Aided Design, Vol. 29, No. 4, pp. 255-268, 1997.
2. Park, J. W. and Ko, T. J., "OMM System based on CAD Model," J. of the KSPE, Vol. 18, No. 6, pp. 37-42, 2001.
3. Park, Y. G., Ko, T. J. and Kim, H. S., "Efficient Digitizing in Reverse Engineering By sensor fusion," J. of the KSPE, Vol. 18, No. 9, pp. 61-70, 2001
4. Les Piegl and Wayne Tiller, "Algorithm for Approximate NURBS Skinning," Computer-Aided Design, Vol. 28, No. 9, pp. 699-706, 1996.
5. Les Piegl and Wayne Tiller, The NURBS Book, Second Edition, Springer, pp. 410-412, 1996.
6. Hur, S. M., Choi, J. W. and Lee, S. H., "Study on Application of Reverse Engineering by Generation of the Free-form Surface," J. of the KSPE, Vol. 18, No. 10, pp. 168-177, 2001.
7. Lee, H. Z., Ko, T. J. and Kim, H. S., "Rational B-spline Approximation of Point Data For Reverse Engineering," J. of the KSPE. Vol. 16, No. 5, pp. 160-167, 1999.
8. Werner, A., Skalski, K., Piszczatowski, S., Swieszkowski, W. and Lechniak, Z. "Reverse Engineering of Free-Form Surfaces," J. of Materials Processing Technology Vol. 76, pp. 128-132, 1998.
9. Woo, H. J. and Lee, K. H., "Rapid Prototyping from Reverse Engineered Geometric Data," J. of the KSPE, Vol. 16, No. 1, pp. 95-107, 1999.
10. Choi, B. K., Surface Modeling for CAD/CAM, pp. 152-156, 1991.
11. Nowacki, H., Liu, D. and Lu. X., "Fairing Bezier Curves with Constraints," Computer Aided Geometric Deign, Vol. 7, No. 1-4, pp. 43-55, 1990.
12. Nowacki, H. and Lu, X., "Fairing Composite Polynomial Curves with Constraints," Computer Aided Geometric Deign, Vol. 11, No. 1, pp. 1-15, 1994.
13. Goodman, T. N. T., Ong, B. H. and Sampoli, M.L., "Automatic Interpolation by Fair, Shape-preserving, G^2 Space Curves," Computer-Aided Deign, Vol. 30, No. 10, pp. 813-822, 1998.
14. Farin, G., Rein, G., Sapidis, N. S. and Worsely, A. J., "Fairing cubic B-spline Curves," Computer Aided Geometric Deign, Vol. 4, No. 1-2, pp. 91-103, 1987.
15. Sapidis, N. S. and Farin, G., "Automatic Fairing Algorithm for B-spline Curves," Computer-Aided Deign, Vol. 22, No. 2, pp. 121-129, 1990.
16. Pigounakis, K. G. and Kaklis, P. D., "Convexity-preserving Fairing," Computer-Aided Deign, Vol. 28, No. 12, pp. 981-994, 1996.
17. Piegl, L., "Modifying the Shape of Rational B-splines. Part 1: Curves," Computer-Aided Deign, Vol. 21, No. 8, pp. 509-518, 1998.
18. Au, C. K. and Yeun, M. M. F., "Unified Approach to NURBS Curve Shape Modification," Computer-Aided Deign, Vol. 27, No. 2, pp. 85-94, 1995.
19. Rando, T. and Roulier, J. A., "Measures of Fairness for Curves and Surfaces," Designing Fair Curves and Surfaces, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
20. Steven, C. C. and Raymond, P. C., Numerical Methods for Engineers, 1999.
21. Hohenberger, W. and Reuding, T., "Smoothing Rational B-spline Curves Using the Weights in an Optimization Procedure," Computer Aided Geometric Deign, Vol. 12, No. 8, pp. 837-848, 1995.
22. Hagen, H. and Schulze, G., "Automatic Smoothing with Geometric Surface Patches," Computer Aided Geometric Deign, Vol. 4, No. 2, pp. 131-138, 1998.
23. Lott, N. J. and Pullin, D. I., "Method for Fairing B-spline Surfaces," Computer-Aided Deign, Vol. 20, No. 10, pp. 597-604, 1988.