

## $H_\infty$ 구조의 외란 관측기를 이용한 유압 굴삭기의 강인한 궤적 제어

최종환#, 김승수\*, 양순용\*\*, 이진걸\*\*\*

### Robust Trajectory Control of a Hydraulic Excavator using Disturbance Observer in $H_\infty$ Framework

Jong Hwan Choi#, Sung Su Kim\*, Soon Yong Yang\*\* and Jin Gul Lee\*\*\*

#### ABSTRACT

This paper presents an  $H_\infty$  controller synthesis based on disturbance observer for the trajectory control of a hydraulic excavator. Compared to conventional robot manipulators driven by electrical motors, hydraulic excavator have more nonlinear and coupled dynamics. In particular, the interactions between an excavation tool and the materials being excavated are unstructured and complex. In addition, its operating modes depend on working conditions, which make it difficult to not only derive the exact mathematical model but also design a controller systematically. In this study, the approximated linear model obtained through off-line system identification is used as nominal plant model for a disturbance observer. A disturbance observer based tracking controller which considers the effect of disturbance and model uncertainty is synthesized in  $H_\infty$  frameworks. Simulation results are used to demonstrate the applicability of the proposed control scheme.

**Key Words** : Disturbance Observer(외란 관측기), System Identification(시스템 규명), Hydraulic Excavator(유압 굴삭기)  $H_\infty$  Control Scheme( $H_\infty$  제어 구조)

#### 기호설명

$A_1$  = piston area of head  
 $A_2$  = piston area of rod  
 $C(\theta, \dot{\theta})$   $\dot{\theta}$  = vector of Coriolis and centrifugal terms  
 $c_d$  = discharge coefficient

$D$  = viscous friction coefficient  
 $D(\theta)$  = inertia matrix  
 $d$  = disturbance  
 $F$  = force acted attachment  
 $G(\theta)$  = gravity torque vector  
 $h(\theta)$  = piston stroke length  
 $I_i$  = inertia of each attachment

접수일: 2003년 4월 11일; 게재승인일: 2003년 7월 11일  
# 교신지자: 부산대학교 대학원 지능기계공학과  
Email: jonghan@pusan.ac.kr, Tel: (052) 259-1072  
\* 울산대학교 RRC  
\*\* 울산대학교 기계·자동차 공학부  
\*\*\* 부산대학교 기계공학과

- $J$  = low-pass filter
- $K$  = feedback controller
- $K_f$  = feedforward controller
- $K_m$  = oil bulk modulus
- $l_i$  = length between joint and center of gravity
- $L_i$  = length between two joints
- $m_i$  = mass of each attachment
- $P$  = real plant model
- $p_1$  = pressure of cylinder on head
- $p_2$  = pressure of cylinder on rod
- $P_n$  = nominal plant model
- $P_s$  = supply pressure
- $q_1$  = flow of cylinder on head
- $q_2$  = flow of cylinder on rod
- $u$  = reference input
- $V_1$  = volume of cylinder on head
- $V_2$  = volume of cylinder on head
- $w$  = area gradient
- $x_v$  = displacement of spool
- $y$  = output
- $\theta_i$  = link angle
- $\rho$  = oil density
- $\tau$  = joint torque vector
- \* index 1, 2, 3 : boom, arm, bucket

## 1. 서론

필드 로봇(Field Robot)은 건설, 임업, 농업, 해저 등 다양한 옥외 작업에서 인간을 대신하여 위험하거나 반복적이고 힘든 일을 수행 할 수 있는 것을 의미한다. 특히, 건설 현장에서 많이 사용되는 유압 굴삭기는 기계 자체가 갖는 기구학적 유연성과 유압을 이용한 고훈력 때문에 그 역할과 기능이 점차 확대되고 있으며, 이를 조종하기 위한 많은 숙련된 작업자가 필요한 실정이다. 그러나 숙련 작업자를 훈련시키기 위해서는 많은 시간과 비용이 요구되며, 일반적으로 위험하고 열악한 작업환경 탓으로 갈수록 필요한 숙련 작업자의 수는 줄어들고 있다. 이에 따라 다양한 작업 및 조건들에 잘 대응할 수 있도록 원격조정, 로봇화 및 지능화 등을 비롯한 굴삭기 작업의 자동화가 현실적인 문제로 대두되고 있다.

굴삭기의 고정밀도 궤적제어를 위해 최근까지

많은 연구가 수행되어 왔다.<sup>1,2</sup> 굴삭기의 다양한 작업 중 작업장치 말단의 직선운동은 모든 관절링크가 독립적으로 동시에 구동되어야 한다. 이는 땅을 긁거나 평탄하게 하는 작업은 물론 보다 복잡한 여러 가지 작업을 수행하기 위한 가장 기본적이고 중요한 작업장치의 운동형태 중 하나로 간주될 수 있다. 한편 각 관절간 구동기가 작업환경에 따른 기계적 구조들에서의 파라미터 변동과 부하외란 등으로 굴삭기 작업장치를 임의의 궤적에 추종시키기 위해서는 파라미터 및 외부의 부하변동에 둔감한 강인제어가 요구된다.

굴삭기의 작업장치는 일종의 다관절 링크를 가진 로봇 매니플레이터로 간주될 수 있다. 유압실린더에 의해 구동되는 다관절 기구부의 동특성에는 링크간 상호 작용하는 연성, 운동 위치에 따라 기구학적 및 역학적 관계 파라미터들이 변하는 시변성 그리고 유압 액추에이터에서의 다양한 비선형성 등을 포함한다. 또한, 유압부 역시 밸브의 개구 특성, 기름의 압축율 등 정확히 추정하거나 묘사하기 힘든 비선형적 파라미터들이 존재한다. 따라서, 굴삭기 시스템에 대한 정확한 수학적 모델 구축은 물론, 이론적 해석을 통한 제어이론의 조직적 적용 및 설계가 어렵다. 또한 유압 굴삭기에서는 작업장치의 각 링크들, 즉 붐(boom), 암(arm), 버킷(bucket) 등의 고유진동수가 작고, 유압 실린더가 직접 부하변동의 영향을 받기 때문에 안정성의 측면에서 루프 게인을 크게 하는 것은 어렵다.

본 연구에서는 굴삭기 시스템의 외란 및 불확실성을 고려하여, 외란 관측기(Disturbance Observer) 구조를 갖는  $H_\infty$  제어 기법을 제안한다. 이는 외란 관측기를 사용하여 외란 측정을 행위 보상하는 것에 의하여 루프 게인을 상승시키지 않고 시스템의 파라미터 변동에 대한 강인성을 얻고자 하는 것이다. 외란 관측기의 구축을 위해서는 우선 굴삭기 플랜트와는 별도의 공칭 플랜트 모델(Nominal Plant Model)이 요구되는 바, 본 논문에서는 붐, 암, 버킷 등의 각각에 대한 응답 실험과 시스템 규명(System Identification)법을 통해 근사 선형 모델을 도출한다. 그리고 이 설계 모델에 기초하여 외란 추정 보상형  $H_\infty$  제어기와 기준입력의 추종을 위한 피드포워드 제어기를 독립적으로 설계한다. 마지막으로 제안된 제어기법을 굴삭기 작업장치의 경사 직선운동에 적용하고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 성능 및 강인성을 입증하도록 한다.

## 2. 굴삭기의 모델링

### 2.1 굴삭기 유압장치의 모델링

굴삭기 유압장치는 유압펌프, 전자비례 감압밸브, 주 제어밸브(MCV), 편로드 실린더 및 보조 밸브류 등으로 구성되어 있다. 유압펌프는 두 개의 가변 용량형 피스톤 펌프로서 디젤 엔진에 의하여 구동되고, 전자비례 감압밸브의 파일럿 압력에 의하여 주 제어밸브의 스톱 위치가 제어되어 각 작업 장치의 편로드 실린더는 각각 독립적으로 동작되어 작업장치를 움직인다.

Fig. 1은 굴삭기의 붐에 대한 유압 회로의 개략적인 구성을 나타내며, 압, 버킷 모두 동일한 구조를 갖는다. 편로드 실린더의 압력-유량 특성은 베르누이 방정식과 연속방정식에 의하여 식(1), (2)와 같이 나타낼 수 있다.

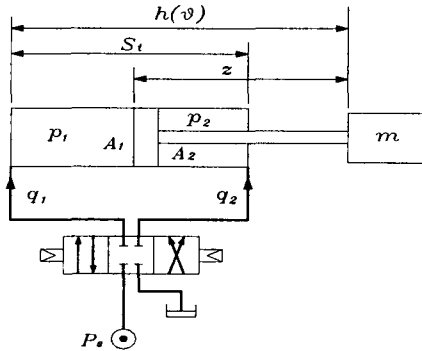


Fig. 1 Schematic diagram of hydraulic circuit

① 붐 팽창의 경우 :

$$\begin{aligned}
 q_1 &= c_d w x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - p_1)} \\
 &= A_1 \frac{dh(\theta)}{dt} + \frac{V_1(\theta)}{K_m} \frac{dp_1}{dt} \\
 q_2 &= c_d w x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} \\
 &= A_2 \frac{dh(\theta)}{dt} - \frac{V_2(\theta)}{K_m} \frac{dp_2}{dt}
 \end{aligned} \tag{1}$$

② 붐 수축의 경우 :

$$\begin{aligned}
 q_1 &= c_d w x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1} \\
 &= A_1 \frac{dh(\theta)}{dt} - \frac{V_1(\theta)}{K_m} \frac{dp_1}{dt}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 q_2 &= c_d w x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - p_2)} \\
 &= A_2 \frac{dh(\theta)}{dt} + \frac{V_2(\theta)}{K_m} \frac{dp_2}{dt}
 \end{aligned}$$

편로드 실린더의 양쪽 체적은 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned}
 V_1(\theta) &= A_1 [h(\theta) - z] \\
 V_2(\theta) &= A_2 [S_t + z - h(\theta)]
 \end{aligned} \tag{3}$$

또한, 편로드 실린더에서 굴삭기 작업장치에 작용하는 힘은 식(4)와 같다.

$$F = A_1 p_1 - A_2 p_2 - D \dot{h}(\theta) \tag{4}$$

### 2.2 굴삭기 작업장치의 모델링

Fig. 2는 굴삭기 작업장치에 대한 운동 좌표계와 각 관절의 파라미터들을 나타내고 있다.

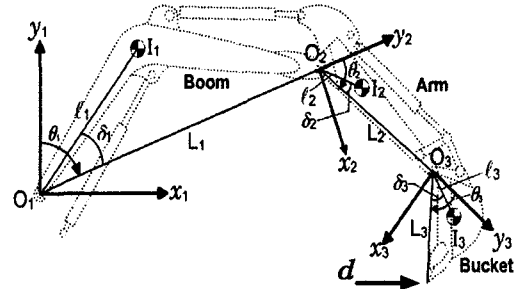


Fig. 2 Schematic diagram of excavator attachment

굴삭기 작업장치의 운동방정식은 Lagrange 방정식을 사용하여 유도하면 식(5)와 같다.<sup>3</sup>

$$D(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + G(\theta) = \tau \tag{5}$$

여기서, 각 항은 아래와 같다.

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_{11} &= a_1 + 2c_1 + 2c_2 + 2c_3 + 2c_4 \\ D_{12} = D_{21} &= a_2 + c_1 + c_2 + c_3 + 2c_4 \\ D_{13} = D_{31} &= a_3 + c_3 + c_4 \\ D_{22} &= a_2 + 2c_4 \\ D_{23} = D_{32} &= a_3 + c_4 \\ D_{33} &= a_3 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 + m_1 l_1^2 + m_2 L_1^2 + m_3 L_1^2 + I_1 \\ a_2 &= a_3 + m_2 l_2^2 + m_3 L_2^2 + I_2 \\ a_3 &= m_3 l_3^2 + I_3 \\ c_1 &= m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2 - \delta_2) \\ c_2 &= m_3 L_1 L_2 \cos \theta_2 \\ c_3 &= m_3 L_1 l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \\ c_4 &= m_3 L_2 l_3 \cos(\theta_3 - \delta_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(\theta, \dot{\theta}) &= [c_1, c_2, c_3]^T \\ c_1 &= -(s_1 + s_2 + s_3)(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2 \\ &\quad - (s_3 + s_4)(2\dot{\theta}_1 + 2\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\dot{\theta}_3 \\ c_2 &= (s_1 + s_2 + s_3)\dot{\theta}_1^2 - s_4(2\dot{\theta}_1 + s\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\dot{\theta}_3 \\ c_3 &= (s_3 + s_4)\dot{\theta}_1^2 + s_4(2\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} s_1 &= m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2 - \delta_2) \\ s_2 &= m_3 L_1 L_2 \sin \theta_2 \\ s_3 &= m_3 L_1 l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 - \delta_3) \\ s_4 &= m_3 L_2 l_3 \sin(\theta_3 - \delta_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(\theta) &= [g_1, g_2, g_3]^T \\ g_1 &= -m_1 l_1 g \sin(\theta_1 - \delta_1) - (m_2 + m_3) L_1 g \sin \theta_1 \\ &\quad - m_2 l_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2 - \delta_2) - m_3 L_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad - m_3 l_3 g \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \\ g_2 &= -m_2 l_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2 - \delta_2) - m_3 L_2 g \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad - m_3 l_3 g \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \\ g_3 &= -m_3 l_3 g \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \delta_3) \end{aligned}$$

유압 시스템에서 발생하는 힘과 작업장치 운동 간의 관계를 유도하기 위해 편로드 실린더의 길이를 관절 각도의 함수로 표현하고, 편로드 실린더에 발생하는 힘을 관절 토크로 변환하면 식(6), (7)과

같이 표현된다.<sup>4</sup>

$$\dot{h}(\theta) = H(\theta) \dot{\theta} \quad (6)$$

$$\tau(\theta) = G(\theta) F \quad (7)$$

여기서,  $H(\theta)$ 는 각 관절 위치의 함수인 관절 계인,  $G(\theta)$ 는 토크 계인을 나타낸다.

### 3. 외란 관측기 및 공칭 플랜트

#### 3.1 외란 관측기 개념

외란 관측기의 기본 개념은 시스템에 가해지는 외란이 관측기를 통하여 보상되도록 하는 것이다.<sup>[5]</sup> 또한 불확실한 실제 플랜트를 특정한 공칭 플랜트로 변환하는 기능을 갖는다. Fig. 3에는 일반적인 외란 관측기의 구조를 나타내고 있다.

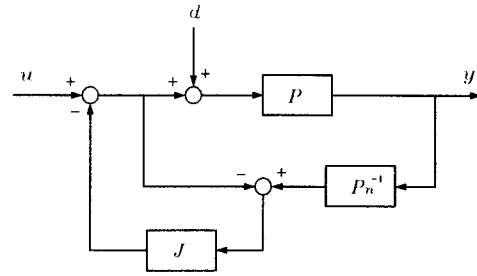


Fig. 3 Block diagram of disturbance observer

Fig. 3의 블록선도에서 입출력 전달함수는 식(8)과 같이 얻어진다.

$$y = G_{yu}(s) u + G_{yd}(s) d \quad (8)$$

여기서

$$G_{yu}(s) = \frac{P P_n}{P_n + \{P - P_n\} J}$$

$$G_{yd}(s) = \frac{P P_n \{1 - J\}}{P_n + \{P - P_n\} J}$$

만약 설계 변수  $J$ 를 저역통과 필터로 가정하면, 외란과 제어입력이 에너지를 갖는 저주파역에서는  $G_{yu}(s) \approx P_n(s)$ ,  $G_{yd}(s) \approx 0$  임을 알 수 있다. 즉, 출력에 미치는 외란의 영향을 zero에 가

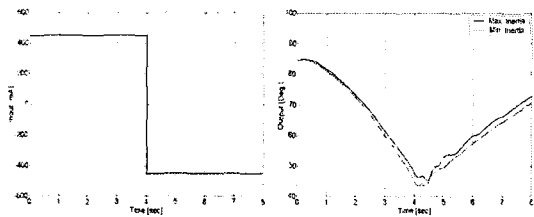
감게 하고, 기준입력 추종성은 공칭 플랜트를 기초로 하는 조직적인 2자유도 강인 제어기 설계가 가능하다.

### 3.2 공칭 플랜트의 선정

외란 관측기를 적용하기 위한 공칭 플랜트 모델은 실험을 통한 시스템 규명법으로 선정한다. 입력 신호는 작업장치의 작동영역을 최대한 포함하고 편로드 실린더의 포화가 발생하지 않는 조건에서 스텝 입력을 가하였다.<sup>6)</sup> 또한, 작업장치의 자세변화에 따른 동특성의 변화를 고려하여 각 링크의 관성 부하를 최대와 최소로 하여 실험을 수행하였다. 붐의 규명 실험에서는 암과 버켓을 최대한 펼친 경우를 최대 관성, 굽힌 경우를 최소 관성 조건으로 하였으며, 암의 경우는 붐과는 상관없이 버켓의 최대 펼침 및 굽힘으로 관성 변화를 주었다. 버켓은 말단 링크이므로 운동이 다른 링크의 자세와는 무관하다. 붐, 암, 버켓 각각에 대한 규명 실험 중 여기서는 붐에 대한 실험 입출력 데이터만을 Fig. 4에 나타낸다. Fig. 4(b)에서 실선과 점선은 붐에 대한 관성 모멘트가 각각 최대와 최소일 때의 출력을 나타내고 있다. 암과 버켓에 대한 규명 실험도 붐과 동일한 방법으로 수행하였다.

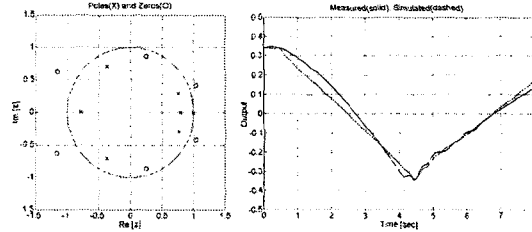
Fig. 5는 붐(최대 관성 조건)의 7차 ARX(Auto Regressive eXogeneous) 모델<sup>7)</sup>의 결과를 나타내고 있다. Fig. 5(a)는 규명 모델의 극점과 영점을 나타내고 있으며, Fig. 5(b)는 규명 모델에 대한 시간응답 시뮬레이션 결과이다. 여기서, 실선은 실험으로 측정된 출력에서 고주파 잡음이 필터링 된 것이며, 점선은 규명 모델에 대하여 실험과 동일한 입력을 가했을 때의 출력이다. 한편, 암과 버켓에 대해서도 각각 8차와 10차 ARX 모델로 규명하였다.

굴삭기의 작업시 저주파 영역에서 동작하는 특



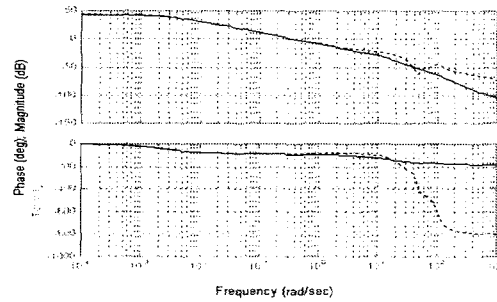
(a) step input (b) boom angle

Fig. 4 Input/output of ID experiment of boom

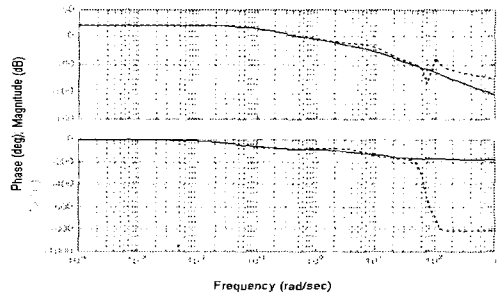


(a) pole & zero (b) plant & ARX model

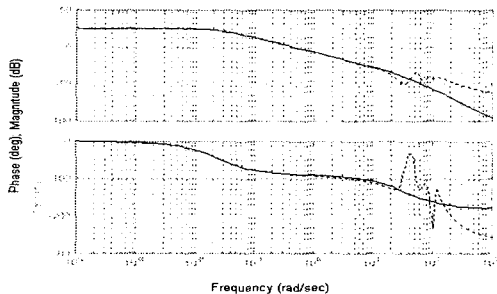
Fig. 5 ID results of ARX model of Boom



(a) Boom



(b) Arm



(c) Bucket

Fig. 6 Bode diagram of transfer function of ID model

성을 고려하고 제어기 구조의 단순화를 위하여 다시 2차 전달함수로 근사시키고, 주파수 응답 특성을 나타내면 Fig. 6과 같다. 접선은 ARX 규명 모델, 실선은 2차 전달함수의 응답 특성을 나타내고 있다. 굴삭기의 동작영역인 저주파 영역에서 충분히 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서 선정된 붐, 암, 버킷의 공칭 플랜트는 식(9)~(11)과 같이 2차 전달함수들로 표현된다.

$$\text{Boom} : P_b(s) = \frac{5.4}{s^2 + 15s + 0.04} \quad (9)$$

$$\text{Arm} : P_a(s) = \frac{5}{s^2 + 10s + 0.5} \quad (10)$$

$$\text{Bucket} : P_k(s) = \frac{16}{s^2 + 34s + 0.8} \quad (11)$$

여기서 모델 불확실성 및 외란으로 간주되는 요소들은 작업장치의 ARX 규명모델에 반영되지 않는 고주파 성분과 작업장치의 링크간 연성, 굴삭작업시 버킷 끝단에 작용하는 저항력 등이다.

#### 4. $H_\infty$ 이론에 근거한 외란 관측기 설계

##### 4.1 이론적 배경

Fig. 7은  $H_\infty$  제어이론에 기초하여 내부안정화 외란 관측기를 얻기 위한 구조<sup>8</sup>를 나타내며, 기준 입력을 추종하기 위한 피드포워드 제어기  $K_f$ 를 포함한다. Fig. 3에 나타낸 외란 관측기 구조는 공칭 플랜트의 역동역학이 포함되므로 실제로는 구현 불가능하다. 여기서는 공칭 플랜트에 대해 식(12)의 기약분해(coprime factorization) 및 Bezout 항등식(Identity)을 만족하는  $N, M, X, Y \in RH_\infty$ 을 이용

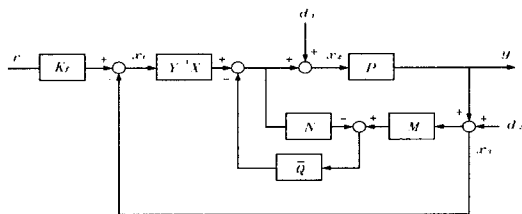


Fig. 7 Structure of control system using a internally stabilizing disturbance observer

한다.<sup>9,10</sup> Fig. 3의 외란 관측기와 등가비교하면,  $\bar{Q} = N^{-1}J$ 이다.

$$P_n = \frac{N}{M}, \quad NX + MY = I \quad (12)$$

그리고 불확실한 실제 플랜트 동역학  $P$ 는 다음의 식(13)으로 표현된다.

$$\partial P = \left\{ \frac{N + \Delta N}{M - \Delta M} : [\Delta N \ \Delta M] \in RH_\infty, \|\Delta N \ \Delta M\|_\infty < \gamma^{-1} \right\} \quad (13)$$

여기서  $P \in \partial P$ 이고  $\Delta N, \Delta M$ 은 각각  $N, M$ 의 섭동(perturbation)을 나타낸다. 그리고  $\gamma^{-1}$ 은 가능한 섭동들의 최대크기를 나타낸다.

외란 관측기의 성능을 결정하는 함수  $\bar{Q}$ 를 설계하기 위해 다음과 같은 목표함수를 정의한다.

$$\text{minimize } \|\bar{N}\bar{Q} - 1\|_\infty, \quad \bar{Q} \in RH_\infty \quad (14)$$

이제 Fig. 7에 보여진 외란 관측기 구조를 갖고  $\bar{Q}$ 에 대한 좋은 설계로서 섭동이 완전히 보상되었다고 가정하자. 이때 피드백 제어기가  $C = Y^{-1}X$ 의 형태를 가지면 시스템은 내부적으로 안정하며, 이는 외부입력  $[r, \omega_1, \omega_2]^T$ 에서 내부상태  $[x_1, x_2, x_3]^T$ 로의 사상(mapping) 함수들로부터 간단히 확인된다. 그러나  $\bar{Q}$ 의 설계만으로는 플랜트 섭동에 대한 강인 안정성을 완전히 보장할 수 없다. 따라서 섭동에 대한 플랜트의 안정화 조건은 별도로 다루어져야 한다.

식(15)는  $(\phi, r, d_1, d_2)$ 에서  $[u, y]^T$ 로의 사상을 표현한 것이다.<sup>8</sup>

$$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(X + M\bar{Q}Y) \\ Y(1 - N\bar{Q}) \end{bmatrix} \phi + \begin{bmatrix} MX \\ NX \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} MY(1 - N\bar{Q}) \\ NY(1 - N\bar{Q}) \end{bmatrix} d_1 + \begin{bmatrix} -M(X + M\bar{Q}Y) \\ -N(X + M\bar{Q}Y) \end{bmatrix} d_2 \quad (15)$$

식(15)의 모든 전달함수는 어떤 구속조건하에서 모든 플랜트  $P \in \partial P$ 에 대해 안정할 수 있음을 보여준다. 한편 모델링 오차는 다음과 같이 표현된다.

$$\phi = [\Delta N \ \Delta M] \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} \quad (16)$$

모델링 오차에 대해 2-norm을 고려하면 실제 플랜트 집합의 가정으로부터 다음 부등식을 얻을 수 있다.

$$\|\phi\|_2 < \gamma^{-1} \left\| \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (17)$$

식(15), (16) 간의 사상에 대해 small gain theorem<sup>10,12</sup>을 적용하면 다음의 안정화 조건이 얻어진다.

$$\left\| \begin{bmatrix} -(X+M\bar{Q}Y) \\ (1-NQ)Y \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (18)$$

공칭 플랜트의 기약분해 식(12)에서 정규기약분해(normalized coprime factorization)<sup>9</sup>를 이용하면,  $\|N M\|_\infty = 1$ 이므로 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\left\| \begin{bmatrix} -X - M\bar{Q}Y \\ Y - N\bar{Q}Y \end{bmatrix} \right\|_\infty \|N M\|_\infty < \gamma \quad (19)$$

그리고 Fig. 7에서의 페루프 전달함수를 안정화 구속조건에 의해 정의하면 다음과 같이 표현된다.

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} (-X - M\bar{Q}Y)N & (-X - M\bar{Q}Y)M \\ (Y - N\bar{Q}Y)N & (Y - N\bar{Q}Y)M \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (20)$$

여기서  $F_l(P, K)$ 는 피드백 제어기  $K$ 에 대한 플랜트  $P$ 의 lower LFT(Linear Fractional Transformation)<sup>12</sup>이다. 그리고 Fig. 7에서 피드백 제어기는 식(21)과 같다.

$$K = (-X - M\bar{Q}Y)(Y - N\bar{Q}Y)^{-1} = (-X - MQ)(Y - NQ)^{-1} \quad (21)$$

여기서,  $Q = \bar{Q}Y$ 로 정의한다.

#### 4.2 $H_\infty$ 이론에 근거한 외란 관측기 설계

붐, 암, 버켓의 전달함수에 대하여  $H_\infty$  제어이

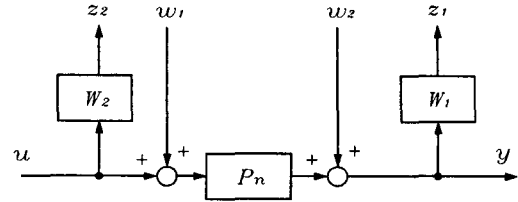


Fig. 8 Generalized plant

론을 적용한 외란 관측기를 설계하기 위하여 Fig. 8과 같이 일반화 플랜트를 구성하면 일반화 플랜트  $P$ 는 식(22)와 같다.

$$P = \begin{bmatrix} W_1 P_n & W_1 & W_1 P_n \\ 0 & 0 & W_2 \\ P_n & I & P_n \end{bmatrix} \quad (22)$$

고주파의 모델링 오차에 대한 강인-안정성을 위하여 가중함수  $W_1 \in RH_\infty$ 를 고려하였고, 가해조건을 만족하기 위하여 가중함수  $W_2 \in RH_\infty$ 가 고려되었다(여기서는 단지 붐의 제어에 한정하며, 암과 버켓 역시 붐과 유사하므로 생략한다). 시행착오를 통하여 조건을 만족하는 가중함수  $W_1(s)$ ,  $W_2(s)$ 를 식(23)과 같이 선정하였다.

$$W_1(s) = \frac{20(s+1)}{s+2}, \quad W_2(s) = 0.1 \quad (23)$$

식(22)의 일반화 플랜트 모델을 상대공간표현으로 변환하고, 표준  $H_\infty$  문제의 가해조건을 만족시키기 위해 loop transformation 및 scaling 과정<sup>12</sup>을 조합하여 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\bar{P} = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right] \quad (24)$$

$H_\infty$  제어를 전개하기 위하여 식(25)의 두 개의 리카티(Riccati) 방정식을 풀어야 한다.<sup>8,10</sup>

$$X_\infty = Ric \left[ \begin{array}{cc|c} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T & \\ \hline -C_1^T & C_1 & -A^T \end{array} \right] \quad (25)$$

$$Y_\infty = Ric \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -\bar{B}_1 \bar{B}_1^T & -A \end{bmatrix}$$

$$\text{여기서, } \bar{B}_1 = B_1(I - D_{21}^T D_{21})$$

$$\bar{C}_1 = (I - D_{12} D_{12}^T) C_1$$

$$F = -B_2^T X_\infty$$

$$H = -Y_\infty C_2^T$$

$$Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1}$$

수정된 일반화 플랜트  $\bar{P}$ 에 대하여  $\|F_l(\bar{P}, K)\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 doubly coprime factorization<sup>9</sup>을 위한 플랜트는 다음과 같이 표현된다.

$$P_s = \left[ \begin{array}{c|c} A_s & Z_\infty B_2 \\ \hline C_2 & 0 \end{array} \right] \quad (26)$$

여기서  $A_s = A + \frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T X_\infty - \frac{1}{\gamma^2} Z_\infty Y_\infty X_\infty B_2 F$ 이다. 플랜트  $P_s$ 를 right와 left의 coprime factorization<sup>9</sup>을 취하면 다음 식과 같다.

$$P_s = N_r M_r^{-1} = M_l^{-1} N_l \quad (27)$$

여기서  $N_r, M_r, N_l, M_l \in RH_\infty$ 를 만족하며, 식 (28), (29)와 같다.

$$\begin{bmatrix} Y_r & X_r \\ -N_l & M_l \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} A_r & Z_\infty B_2 - Z_\infty H \\ \hline -F & I & 0 \\ -C_2 & 0 & I \end{array} \right] \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} M_r & -X_l \\ N_r & Y_l \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} A_l & Z_\infty B_2 - Z_\infty H \\ \hline F & I & 0 \\ C_2 & 0 & I \end{array} \right] \quad (29)$$

여기서  $A_r = A + \frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T X_\infty - \frac{1}{\gamma^2} Z_\infty Y_\infty X_\infty B_2 F + Z_\infty H C_2$ ,  $A_l = A + \frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F$ 이다. 이때 모든 안정화 제어기는 다음과 같은 lower LFT<sup>12</sup>로 표현이 가능하다.

$$\bar{K} = F_l(R, Q) \quad (30)$$

이때, 행렬  $R, Q$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$R = \begin{bmatrix} -Y_r^{-1} X_r & -Y_r^{-1} \\ Y_l^{-1} & Y_l^{-1} N_r \end{bmatrix}, \quad Q = N_r^{-1} Y_l J \quad (31)$$

여기서 설계함수  $J$ 는 저역통과 필터로 적절히 선정한다. 그러면 일반화 플랜트  $P$ 에 대한 피드백 제어기  $K$ 는 식(32)와 같다.

$$K = S_2 \bar{K} S_1 \quad (32)$$

$$= \sqrt{1 - \gamma^{-2}} I \times F_l(R, Q) \times I$$

여기서  $S_1, S_2$ 는 scaling 행렬을 나타낸다.

### 4.3 제어기 성능

Fig. 9는 피드백 제어를 적용했을 때 외란에 대한 출력의 주파수 응답특성을 나타내고 있다. 붐의 작동 주파수역이 실제 대략 0.8[rad/s] 이하라고 하면 출력에 미치는 외란의 영향은 거의 zero에 가깝다. Fig. 10은 기준값에 대한 출력까지의 주파수 응답특성을 나타내고 있다. 점선은 피드백 제어기만을 고려했을 때의 주파수 응답특성이고, 실선은 피드포워드 제어를 포함한 주파수 응답특성을 나타낸다. 전자의 경우 붐의 작동영역에서 이득은 크고 위상차가 발생한다. 따라서 피드포워드 제어기는 위상여유를 높이는 lead 보상으로 설계한다. 위상여유를 45°로 선정하면 통과주파수  $\omega_m$ 은 약 18.5[rad]이 되고 이득여유를 위해 적절한 계인을 선정한다.

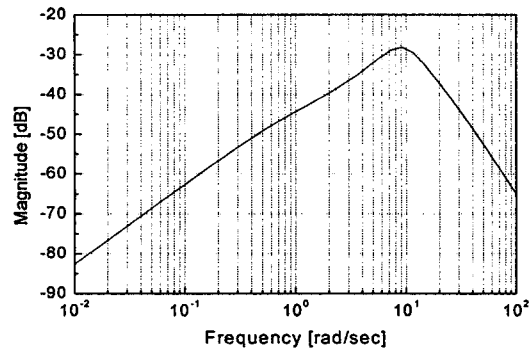


Fig. 9 Frequency response from  $d$  to  $y$



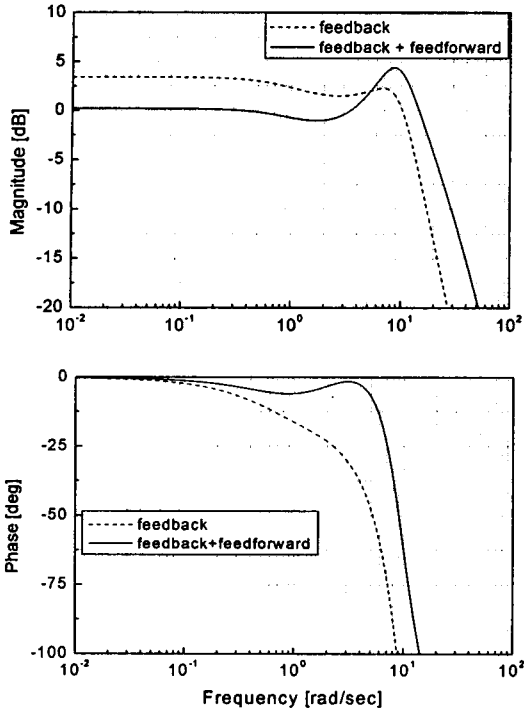


Fig. 10 Frequency responses from  $r$  to  $y$

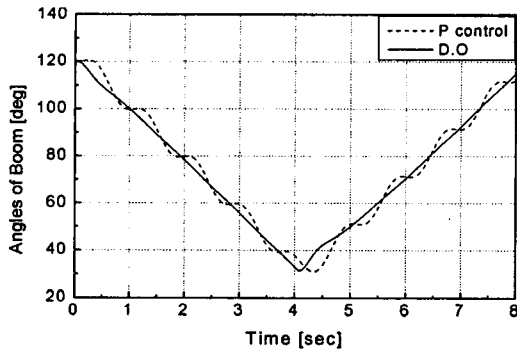


Fig. 11 Time responses to double step input

그러면 피드포워드 제어기는 식(33)과 같이 얻어진다.

$$K_f = \frac{4(s+6)}{(s+38)} \quad (33)$$

또한, 암과 버킷에 대해서도 붐과 동일한 방법으로 피드포워드 제어기를 lead 보상기로 설계한다.

Fig. 11은 Fig. 4(a)의 이중스텝 입력에 대한 붐의 각도변화를 나타내고 있다. 붐의 기준 각도 궤적은 이중스텝 입력으로 초기 각도 120[deg]에서 4[sec] 동안 감소하다가 다시 증가하도록 한다. 점선은 비례 피드백 제어에 대한 응답이고, 실선은 제안한  $H_\infty$  피드백 제어 및 피드포워드 제어에 대한 응답을 나타낸다. 외란은 sin파의 형태로 플랜트 입력측에 부가하였다. 비례 피드백 제어기를 적용했을 때는 출력에 외란의 영향이 나타나는 한편, 제안된 제어기의 경우 외란의 영향이 거의 없고, 기준 각도 궤적의 추종성도 양호함을 알 수 있다.

### 5. 컴퓨터 시뮬레이션

외란 관측기 구조를 갖는  $H_\infty$  제어 기법을 적용하여 굴삭기 작업부의 일정각 굴삭 작업에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 실제 플랜트 모델은 2장에서 유도한 모델링에 근거로 한 플랜트를 사용하고, 피드백 제어기와 피드포워드 제어기의 설계는 시스템 규명법을 통한 공칭 플랜트 모델에 근거로 하였다. 본 연구에서는 5차 다항식을 통해 버킷 끝단에 대한 궤적계획을 생성하였으며, 이 때 붐과 암의 궤적은 기구학적 구속에 의해 결정된다.

궤적계획은 버킷 끝단의 경사 직선운동으로 선정하여 경사 궤적 경로는 7[sec] 동안 바깥쪽 아래에서 안쪽 위로 수평거리 3[m], 수직거리 1[m]로 하였다. 외란은 버킷 말단에서 버킷의 진행을 정면으로 방해하는 방향으로 정현파 형태의 부하 변동으로 선정하였다. 2장에서 유도한 수학적 모델은 simulink를 이용하여 구축하였고, 제어기 설계는 MatLab Toolbox를 이용하였다. Table 1은 컴퓨터 시뮬레이션을 위한 파라미터들을 나타내고 있다.

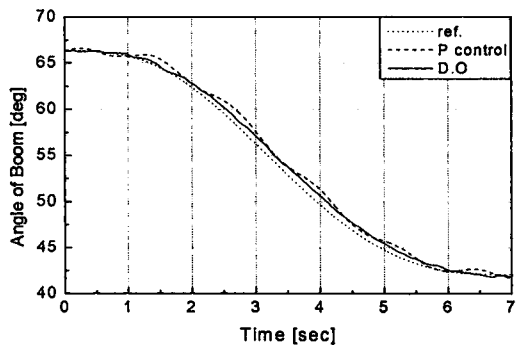
Fig. 12(a)~(c)는 경사 직선운동에 대한 붐, 암, 버킷에 대한 각변위의 추종 성능을 나타낸다. 점선은 기준입력, 파선은 출력 피드백 루프를 구성한 후 P 제어를 적용했을 경우의 응답, 실선은 피드백 제어기와 피드포워드 제어기를 적용한 응답을 각각 나타내고 있다. P 제어기는 출력 피드백 루프를 구성한 후 붐, 암, 버킷에 대하여 속응성과 과도응답을 근거로 각각 15, 10, 15로 선정하였다. 시뮬레이션의 초기 시간과 최종 시간에서 각 링크의 각속도 및 각가속도는 각각 zero이다.

Fig. 13은 경사직선 궤적에 대한 버킷 말단의 궤

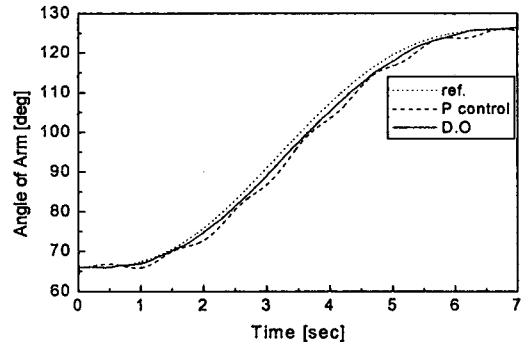
적 추종 성능을 나타내고 있다. 피드백 루프 P 제어기와 비교하여 제안된 제어기의 사용으로 궤적 추종 성능이 향상됨을 보여준다.

Table 1 Parameters of excavator used in computer simulation

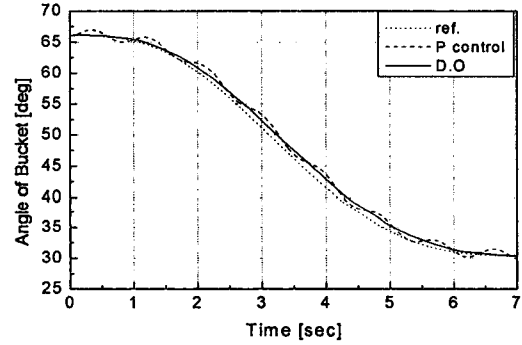
| Para.  | Value                                 | Para.  | Value       |
|--------|---------------------------------------|--|-------------|
| Boom   | $A_1$ 0.03 [m <sup>2</sup> ]          | $m_1$ 1260 [kg]                              |             |
|        | $A_2$ 0.015 [m <sup>2</sup> ]         | $m_2$ 638 [kg]                               |             |
|        | $z$ 1.88 [m]                          | $m_3$ 562 [kg]                               |             |
| Arm    | $A_1$ 0.02 [m <sup>2</sup> ]          | $I_1$ $3.1 \times 10^4$ [kg·m <sup>2</sup> ] |             |
|        | $A_2$ 0.01 [m <sup>2</sup> ]          | $I_2$ $2.6 \times 10^3$ [kg·m <sup>2</sup> ] |             |
|        | $z$ 1.97 [m]                          | $I_3$ $6.8 \times 10^2$ [kg·m <sup>2</sup> ] |             |
| Bucket | $A_1$ 0.017 [m <sup>2</sup> ]         | $L_1$ 5.64 [m]                               |             |
|        | $A_2$ 0.0085 [m <sup>2</sup> ]        | $L_2$ 3.03 [m]                               |             |
|        | $z$ 1.62 [m]                          | $L_3$ 1.29 [m]                               |             |
| $P_s$  | $10 \times 10^6$ [N/m <sup>2</sup> ]  | $l_1$  | 3.09 [m]    |
| $K_m$  | $1.7 \times 10^9$ [N/m <sup>2</sup> ] | $l_2$  | 0.89 [m]    |
| $c_d$  | 0.7 [·]                               | $l_3$  | 0.72 [m]    |
| $\rho$ | 900 [kg/m <sup>3</sup> ]              | $\delta_1$                                   | 10.8 [deg.] |
| $D$    | 5000 [N·s/m]                          | $\delta_2$                                   | 14.4 [deg.] |
|        |                                       | $\delta_3$                                   | 30 [deg.]   |



(a) Trajectory tracking of boom



(b) Trajectory tracking of arm



(c) Trajectory tracking of bucket

Fig. 12 Tracking of the boom, arm and bucket

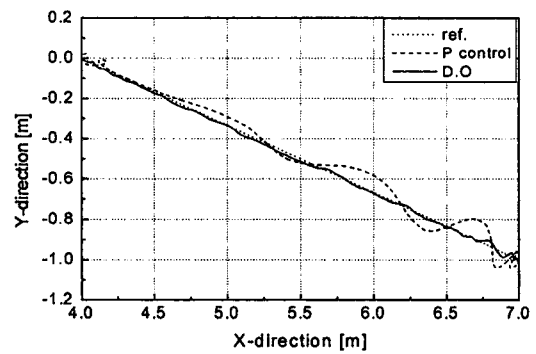


Fig. 13 Trajectory tracking of the bucket's end-effector

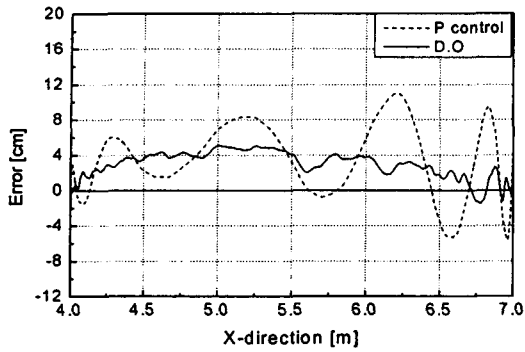


Fig. 14 Output errors on the reference trajectory

Fig. 14는 버켓 말단의 기준 궤적에 대한 Y방향의 오차를 나타내고 있다. 피드백 루프 P 제어기를 적용했을 때 외란으로 고려한 sin파의 영향으로 오차는 주기적으로 나타나며, 최대 11[cm]의 차이를 보인다. 그러나, 외란 관측기의 경우 주기적인 외란의 영향은 거의 없으며, 오차도 최대 5[cm] 내에서 발생하고 있다.

## 6. 결론

본 연구는 굴삭기 작업장치의 궤적제어를 위하여 외란 관측기 구조를 갖는  $H_\infty$  제어 기법을 적용하였다. 조직적인 제어기 설계를 위해 공칭 플랜트 모델 선정은 응답 실험과 시스템 규명법을 적용하여 붐, 암, 버켓에 대해 각각 2차 전달함수로 근사하였다. 굴삭기의 작동 주파수역인 저주파 영역에서 주파수 응답 특성을 통하여 공칭 플랜트 모델 선정이 적절함을 확인할 수 있었다. 굴삭기 시스템의 불확실성 및 외란을 고려하여  $H_\infty$  제어 기법을 적용한 외란 관측기를 제안하였다. 버켓 끝단의 경사 직선운동에 대한 시뮬레이션을 통하여 비례 피드백 제어와 비교하여 제안된 외란 관측기를 적용한 경우 보다 양호한 추종성능을 얻을 수 있었으며, 가능한 외란에 대해서도 강인한 성능을 확인하였다.

향후 제안된  $H_\infty$  구조의 외란 관측기를 실제 굴삭기에 적용하여 외부 부하변동에 대한 강인성과 궤적 추종성 등의 성능을 검토하고자 한다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부-한국과학재단 지정 울산대학교 기계부품 및 소재 특성 평가 연구 센터 지원에 의한 것입니다.

## 참고문헌

1. Ha, Q. P., Nguyen, Q. H., Rye, D. C., Durrant-Whyte, H. F., "Fuzzy Sliding-Mode Controllers with Applications," IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 48, No. 1, pp. 38-46, 2001.
2. Tafazoli, S., Salcudean, S. E., Hashtrudi-Zaad, K., Lawrence, P. D., "Impedance Control of a Teleoperated Excavator," IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol. 10, No. 3, pp. 355-367, 2002.
3. Spong, M. W. and Vidyasagar, M., Robot Dynamics and Control, New York: Wiley, 1989.
4. Morita, T., Sakawa, Y., "Modeling and Control of a Power Shovel," 計測自動制御學會論文集, Vol. 22, No. 1, 1986.
5. Ohnishi, K., "A New Servo Method in Mechatronics," Trans. Japaness Society of Electrical Engineers, Vol. 107-D, pp. 83-86, 1987.
6. Mao-Hsiung, C., "Adaptive Achsregelung fur Hydraulikbagger," Aachen, Techn. Hochsch., Diss., 1998.
7. Ljung, L., System Identification : Theory for the user, 2nd edition, New Jersey, Prentice-Hall, 1999.
8. Choi, Y. J., Chung, W. K. and Youm, Y. I., "Disturbance Observer in  $H_\infty$  Frameworks," Proceedings of the 1996 IEEE IECON 22nd International Conference on, Vol. 3, 1996.
9. Vidyasagar, M., Control System Synthesis : A Factorization Approach, MIT Press, 1985.
10. Doyle, J. C., Glover, K., Khargonekar, P. P. and Francis, B. A., "State Space Solution to Standard  $H_2$  and  $H_\infty$  Control Problem," IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 34, No. 8, 1989.
11. Green, M., Limebeer, D. N., Linear Robust Control, Prentice-Hall, 1994.
12. Skogestad, S., Postlethwaite, I., Multivariable Feedback Control Analysis and Design, John Wiley & Sons, 1996.