KJHM Vol. 16, No. 3, 2003, 69-76

소수의 역사적 기원과 의의

한성과학고등학교 **강흥규**
광남고등학교 **변희현**

Abstract

In this article, We explained the historical origin and significance of decimal fraction, and draw some educational implications based on that.

In general, it is accepted that decimal fraction was first invented by a Belgian man, Simon Stevin(1548-1620). In short, the idea of infinite decimal fraction refers to the ratio of the whole quantity to a unit.

Stevin's idea of decimal fraction is significant for the history of mathematics in that it broke through the limit of Greek mathematics which separated discrete quantity from continuous quantity, and number from magnitude, and it became the origin of modern number concept. H. Eves chose the invention of decimal fraction as one of the "Great moments of mathematics."

The method of teaching decimal fraction in our school mathematics tends to emphasize the computational aspect of decimal fraction too much and ignore the conceptual aspect of it. In teaching decimal fraction, like all the other areas of mathematics, the conceptual aspect should be emphasized as much as the computational aspect.

0. 서론

일반적으로 소수(小數)는 분수의 표현 방법 중의 하나에 불과한 것으로 받아들여지는 경향이 있는 것 같다. 논리적으로만 본다면 소수는 자연수의 십진표기법을 단순하게 형식적으로 확장함으로서 얻어질 수 있다. 예를 들면 $1\times10^2+2\times10^1+3\times10^0$ 에서 밑 10의 지수를 음수 방향으로 확장하면 $1\times10^2+2\times10^1+3\times10^0+1\times10^{-1}+2\times10^{-2}+3\times10^{-3}$, 즉 123.123이 된다. 그러나 수학사를 살펴보면 자연수의 십진표기법이 발명된 시기는 9세기이고,[1)] 소수가

발명된 시기는 16세기로서 두 시기 사이에는 700년의 간격이 있다. 자연수의 십진표기법과 소수표기법은 논리적으로는 동일한 형식임에도 불구하고 왜 수학자들은 소수표기법을 자연수의 십진표기법보다 700년이나 더 늦게 발명했는가? 그 당시 수학자들이 특별히 총명하지 못했기 때문인가? 수학자들이 십진표기법에서 왼쪽으로 무한히 상승하는 것만큼 오른쪽으로 무한히 하강하는 것 또한 수학적으로 다룰 수 있고 가치로울 것이라는 착상을 하는데 700년이라는 시간이 걸렸다는 사실을 매우 기이한 일이다[3, p. 154]. 그러나 본론에서 살펴보겠지만 소수의 발명은 단순한 표현방식의 변화에 그치는 것이 아니라 현대적인 수 개념의 기원이며 그리스적인 인식론으로부터의 전환과도 관련되는 의미 깊은 사건이다.

카조리(Cajori)는 소수를 자연수의 십진 표기법, 로그의 발명과 함께 현대 계산술의 비약적인 발전을 이끈 삼대 발명품중의 하나라고 말한다. 또한 이브스(Eves)는 자신의 저서 **수학의 위대한 순간들**에서 수학사를 통틀어 위대한 순간들을 60가지로 선정하고 있는데 소수의 발명도 거기에 포함시키고 있다.[2] 뿐만 아니라 [11, p. 15]와 [9, p. 186]에서는 현대적인 수 개념의 기원은 소수의 발명과 함께 시작되었다고 주장하고 있다.

이 글에서는 소수의 역사적인 발생 맥락을 알아보고 수 개념의 발달과 변천과정과의 관련성을 밝힘으로써 소수의 발명이 가지는 수학사적인 의의를 드러내고 그것이 가지는 몇 가지 교육적인 시사점을 도출해내고자 한다.

1. 소수의 역사적인 기원

여타의 수학적 발명과 마찬가지로 소수 또한 수학사를 통하여 오랜 동안 점진적으로 발달했다. 소수의 아이디어가 처음으로 나타난 수학적인 맥락은 제곱근의 근사값 계산 과정이었다[3, p. 151].[3] 한 예로, Finæus는 10의 제곱근을 계산하는데 있어서 10에 6개의 0을 덧붙여서 10000000으로 바꾼 다음 왼쪽 그림과 같이 계산하였고 그 결과를 $3 \cdot 9' \cdot 43'' \cdot 12'''$와 같이 육십진 분수[4]로 나타내었다. 이 계산 과정의 중간에 3|126 즉 3.126이라는 10의 거듭제곱의 소수 표현이 등장한다. 소수라는 새로운 산술분야가

$$
\begin{array}{rr|l}
10000000 & 3 & 162 \\ \cline{3-3}
 & & 60 \\ \cline{3-3}
 & 9 & 720 \\ \cline{3-3}
 & & 60 \\ \cline{3-3}
 & 43 & 200 \\ \cline{3-3}
 & & 60 \\ \cline{3-3}
 & 12 & 000
\end{array}
$$

1) 확실한 기원을 찾을 수는 없지만 일반적으로 9세기 이전에 나타났다고 본다.
2) 이브스는 60가지의 수학의 위대한 순간들 중 17가지에 대해서는 그 책의 지면의 한계로 인하여 자세히 다루지 않고 있는데 소수의 발명은 이 17가지에 속해있다.
3) 현재 우리나라 학교수학에서 소수 도입의 맥락은 제곱근 풀이와는 무관하다. 소수는 제곱근을 다루지 훨씬 이전에 분수와 관련해서 도입되고 있다.
4) 소수가 발명되기 이전에는 자연수는 십진법으로, 분수는 육십진법으로 나타내는 방식이 수 천년 동안 평행하게 발달했다. 중세의 뛰어난 수학자들조차도 십진법으로 표현된 자연수와 육십진법으로 표현된 분수에 동시에 친숙했음에도 불구하고 소수를 생각하지 못했다[10, p. 167].

그의 눈앞에 나타났으나 Finæus는 그것을 알아보지 못한 것이다.

소수의 아이디어의 발생에는 여러 수학자들이 관련되지만 최종적인 소수 발명의 영예는 벨기에의 스테빈(Simon Stevin, 1548-1620)에게 있다는 것이 널리 인정된다([3, p. 151], [5, p. 541]). 스테빈은 1585년에 출판된 **십분의 일**(De Thiende), **소수**(La Disme), **산술**(L'Arithmetique)를 통하여 소수에 관한 연구 결과를 발표하였다. 물론 스테빈 이전에도 소수 개념은 널리 퍼져 있었으며 여러 수학자들이 그 주위를 배회하였고 사용하기도 하였다. 하지만 스테빈은 여타의 사람들과는 달리 소수의 수학적 가치를 분명히 인식하고 산술 연산에 적용하였으며[3, p. 152], 수학적으로 명확히 정의하고 일반적인 수 체계 안에서 형식적으로 정의했다는 점에서 소수의 진정한 발견자로 인정될 수 있다[10, p. 174, 176].[5)]

그러나 모든 발명이 그러하듯이 스테빈의 소수 발명도 완전하지는 못하였는데 그 이유는 소수를 나타내는 적절한 기호를 고안하지 못했다는 점이다. 스테빈은 책 **소수**에서 소수를 표시하는데 있어서 소수점에는 0을 표시하고 각각의 위치값을 지수로 표시하고 있다. 예를 들면 3.576은 $\overset{0}{3}\ \overset{1}{5}\ \overset{2}{7}\ \overset{3}{6}$ 또는 3⓪5①7②6③과 같은 방식이다. 피콕(Peacock)에 의하면 소수점의 도입은 네이피어(Napier)에 의한 것으로 인정된다([3, p. 153], [6, p. 6]). 네이피어는 1617년에 소수에 관한 논문을 포함한 **막대 계산**(Rabdologia)을 출판했는데 이 책의 몇몇 사례에서 최초로 소수점을 사용하고 있다.[6)]

2. 소수와 현대적인 수 개념의 발달

수가 무엇인가?[7)] 19세기에 데데킨트(Dedekind)와 바이어슈트라스(Weierstrass)에 의해서 완성된 실수론에 의한다면 그것은 완비순서체로서 공리적으로 정의되거나, 유리수의 코시수열의 동치류 혹은 데데킨트 절단 개념을 통하여 구성적으로 정의될 수 있다[1, p. 53]. 그렇다면 이러한 추상적인 실수론의 완성 이전까지 수학자들이 마음에 품었던 수 개념은 무엇인가? [11, p. 14]에 의한다면 그것은 바로 무한 소수의 관념이며 이것이 현대적인 수 개념이다. 이 무한 소수 관념은 달리 말하면 "선분이나 넓이의 양은 무제한으로 정확하게 측정될

---

5) 소수의 최초의 발명자를 스테빈으로 인정하지 않는 견해도 있는 듯하다. 스미스(D. E. Smith)는 루돌프(Rudolff)를 소수의 발명자로 본다[10, p. 172].

6) 소수점을 최초로 사용한 사람이 누구인가에 대해서도 여러 견해가 있는 듯하다. 한 예로 [7, p. 347]에서는 예수회 신부 클라비우스(Christopher Clavius, 1537-1612)가 소수점을 최초로 사용했다고 보고 있다.

7) 학교수학에서는 수가 무엇인가라는 문제는 거의 건드리지 않는다. 학생들은 먼저 자연수, 분수, 음수를 수용하고 사칙연산을 계산을 연습한 다음 측정활동을 통하여 무한소수의 관념, 즉 "선분이나 넓이의 양은 무제한으로 정확하게 측정"될 수 있다는 관념에게로 이끌려진다. 이 소수의 관념이 학생들이 그 이후에 다루는 수 개념이 된다[11, p. 16].

수 있다."이다[11, p.14). 즉 무한소수의 관념은 양의 측정 활동과 같다. 물론 측정은 양에 수값을 부여함으로써 이룩된다. 그러나 무한 소수가 양의 측정 활동이라는 말의 뜻은 무한소수가 양을 직접적으로 가리킨다는 것이 아니라, 무한소수가 같은 종류의 양과 양 사이의 비를 가리킨다는 것이다. 넓이를 예로 들어서 말한다면 수는 어떤 주어진 넓이와 단위 정사각형의 비, 즉 두 넓이 사이의 비를 가리킨다[11, p. 18]. 요컨대 무한 소수로서의 현대적인 수 개념의 본질은 수와 크기가 동일시되고 있다는 점에 있다.

소수와 현대적인 수 개념과의 관련 그리고 소수 발명의 수학사적 의의를 보다 명확하게 파악하기 위해서는 그리스적인 수 개념과 현대적인 수 개념을 비교해볼 필요가 있다. 유클리드(Euclid)의 수 개념은 양(quantity)을 이산량과 연속량의 두 종류로 이원론적으로 구분하였던 아리스토텔레스(Aristotle)의 입장을 바탕으로 한다. 이산량과 연속량을 구분하는 데 아리스토텔레스가 사용한 기준은 무한가분성(infinite divisibility)의 개념이다. 그는 이산량은 무한분할이 불가능한 양으로, 연속량은 무한분할이 가능한 양으로 정의한다. 그에 따르면 이산량은 유한번의 분할을 통하여 더 이상 분할할 수 없는 상태에 도달할 수 있으며 이러한 최종적인 불가분량이 이산량의 단위가 된다. 환언하면 이산량의 단위는 서로 구별되는 개체로서의 사물이 보유한 단수성(singularity)에 근거한 것으로서 불가분성을 그 특징으로 한다. 이는 마치 개체성을 유지하면서 한 마리의 말을 분할하는 것이 불가능한 것과 마찬가지이다. 이러한 단위들의 모임(multiple)이 수이며 이러한 수를 연구하는 것이 산술이다. 이에 비하여 연속량은 선분이나 넓이와 같이 개체성을 잃지 않으면서 무한 분할이 가능한 양을 말하며 이러한 양을 연구하는 것이 기하학이다. 이산량의 단위는 절대적이나 연속량의 단위는 그렇지 못하였다. 왜냐하면 이산량의 단위는 양을 측정하는 주체와 무관한 고유한 단위, 절대 단위이지만 연속량의 단위는 주체의 활동과 독립적이지 않았기 때문이다[9, p. 184, 185].

그리스 수학에서 나타난 이러한 이산량과 연속량 사이의 분리는 "수와 크기의 분리" 다시 말해서 "산술과 기하학의 분리"라는 그리스 수학의 현저한 특징으로 나타난다([9, p. 184, 185], [11, p. 18]). 실직선이라는 말에서도 알 수 있듯이 오늘날 우리들이 가지고 있는 수 개념에서는 임의의 크기에 수값을 부여하는 것이 가능하고 따라서 수와 크기를 동일시하는 것이 너무도 자연스럽고 하등 이상할 것이 없는 일이지만 그리스 수학에서는 그렇지 못했다는 점이다. 그리스 수학에서는 수와 크기를 상관시킬 수도 동일시할 수도 없었다. 유클리드의 **원론**에서는 같은 장 안에서는 수와 크기라는 용어가 동시에 나오지 않으며 하나의 명제는 산술과 기하의 두 가지 방법으로 병행하여 증명하고 있다. 유클리드 **원론**의 I 장부터 VI장까지는 기하학을, VII장부터 IX장까지는 산술을, XI장부터 XIII까지는 기하학을 다루고 있다. 비록 X장에서는 수와 크기라는 용어가 같이 나오기는 하지만 그것은 "통약가능한 크기들은 수처럼 서로에 대한 비를 갖는다"라고 말 가운데 나오는 것으로서 통약가능한 크기에 대해서만 기하학과 산술이 관련될 수 있다는 아리스토텔레스의 입장에 근거한 것일 뿐이다[9, p. 185].

오늘날의 눈으로 보면 수와 크기를 동일시하는 것이 너무도 당연하고 그래야만 하는 것처

럼 보이는데 왜 그리스 수학에서는 이처럼 수와 크기를 분리해서 별도로 다루고 있는가? 그것은 널리 알려져 있듯이 "통약불가능한 두 선분의 발견"[8]으로 인해서 수와 크기를 동일시할 수 없음이 밝혀졌기 때문이었다. 피타고라스 학파가 내세운 "만물의 근원은 수"라는 슬로건은 산술화를 통하여 수학을 통합하고자 했던 수학사 최초의 시도로 볼 수 있으며, 이 시도가 좌절됨으로써 수와 크기는 별도로 다루어질 수밖에 없었으며 산술과 기하학이라는 두 종류의 수학[9]이 시작되었던 것이다[2, p. 222].

스테빈의 소수 개념은 이러한 그리스적인 수 개념의 한계를 극복하고 수와 크기가 통합된 현대적인 수 개념의 출발을 이루었다는 점에서 수학사적인 의의를 가진다([11, p. 18], [9, p. 186]). 물론 소수 대신 육십진 분수로 생각한다면 사정은 달라진다. [9, p. 18]에 의하면 이러한 의미에서의 현대적인 수 개념은 그리스의 프톨레마이오스(Ptolemy)가 쓴 **알마게스트**(Almagest)에서도 찾아볼 수 있다고 말한다. 프톨레마이오스는 육십진법 분수를 통하여 현대적인 사칙연산 및 제곱근 풀이와 유사한 계산을 수행하였다. 그러나 프톨레마이오스 또한 육십진 분수의 개념과 계산법을 발명한 것은 아니며 바빌로니아에서부터 넘겨받은 것이다. 수 개념의 기원에 관한 문제는 간단한 것이 아니다.

하지만 스테빈이 소수의 발명자 그리고 현대적인 수 개념의 진정한 기원으로 인정받을 수 있는 이유는 소수 개념을 수학적으로 명확히 정의하고 그것의 산술적 구조를 파악했으며 나아가 소수 개념이 가지는 "인식론적인" 가치를 드러내었다는 점에 있다[9, p. 186].

스테빈은 1585년에 **소수**에 뒤이어 출판된 **산술**에서 이산량과 연속량, 수와 크기에 대한 그리스적인 이원론적 인식론과는 다른 새로운 인식론을 제시하고 있다. 먼저 스테빈은 양을 이산량과 연속량을 이원론적으로 구분하였던 그리스적인 관점을 파기하고 단일한 양 개념을 설정하였다. 스테빈에게 있어서 연속량과 이산량은 더 이상 존재론적인 범주가 아니며 "양화되는 사물의 부수적인 특성"이라는 지위로 변화되었다. 그리스적인 양 개념은 그 양의 측정 활동에 선행해서 실재하는 것이었다면, 스테빈의 양의 개념은 측정활동과 함께 드러나는 것이며 측정활동과 무관하게 혹은 선행해서 파악될 수 없는 것이었다[9, pp. 186-188].

스테빈의 새로운 양의 개념에 기초해서 새로운 수 개념이 나타났다. 그것은 양의 '측정활

8) 이산량과 연속량의 구별에서와 마찬가지로 두 선분의 통약가능성의 개념에서도 무한 가분성의 개념이 핵심적인 역할을 한다. 예를 들어 두 선분이 주어졌을 때, 유한번의 분할을 통하여 두 선분을 동시에 측정하는 단위를 찾을 수 있으면 통약가능(commensurable), 그것이 불가능하면 통약 불가능(incommensurable)이 된다. "수는 만물의 근원이다" 다시 말해서 "임의의 두 선분은 두 수의 비로 표시될 수 있다"는 피타고라스의 신념은 정사각형의 한 변과 대각선이 통약불가능하다는 사실이 드러남으로써 위기에 처하게 되었다. 그리스인들은 이 위기를 수와 크기를 별도의 이론으로 다룸으로써 극복하였다. 에우독소스(Eudoxus)의 비례 이론은 임의의 선분 사이의 비를 산술에 의지하지 않고 교묘하게 정의함으로써 통약불가능한 선분의 문제를 피해나가고 있다. 이브스는 통약불가능한 선분의 발견으로 인한 최초의 수학의 위기를 극복했다는 점에서 에우독소스의 비례 이론을 60가지의 수학의 위대한 순간에 포함시키고 있다[5, p. 20].

9) 이러한 이유 때문에 mathematic이 아닌 mathematics인지도 모른다.

동'으로 정의되었다. 측정활동이 선재하는 양에 의존하는 것이 아니듯이 수 개념 또한 양에 의존하는 것이 아니었다. 스테빈은 **산술**의 제X장에서 "수는 각각의 사물의 양적 측면을 드러나게 만드는 바로 그것이다([9, p. 186]에서 재인용)"라고 말한다. 스테빈은 양에 수의 성질을 주고 수에 연속성을 주어서 크기와 수를 동일시하였다.

스테빈의 새로운 양의 개념과 수의 개념에서는 산술의 연구대상과 기하학의 연구대상 사이의 구별이 없었으며 이러한 새로운 상황을 다루기 위해서는 이산적인 양의 문제와 연속적인 양의 문제를 동시에 다룰 수 있을 만큼 유연한 표현도구(representational tool)가 요청되었다. 소수표현은 스테빈의 새로운 양 개념과 불가분의 관계를 맺고 있었다[9, pp. 186-188].

유클리드의 수 개념이 사물의 관찰을 통하여 얻어질 수 있는, 즉 피아제(Piaget)의 의미에서의 경험적 추상화를 통해서 얻어진 것이라면 스테빈은 양의 측정활동으로부터 반영적 추상화를 통해서 얻어진 것이었다(Moreno, p.187).

스테빈의 새로운 양의 개념은 단위관에서도 분명히 드러난다. 스테빈은 측정활동 속에서 단위의 가분성을 확보한다. 스테빈에게는 그리스적인 절대단위는 부정되며 단위는 전체와의 관련하에서 상대적으로 결정된다. 이는 다음과 같은 스테빈의 말에 잘 나타나 있다.

> 부분은 전체와 '같은 질료(material)'로 되어 있다. 단위는 단위들의 다수(multitude)의 부분들이다. 따라서 단위는 단위들의 다수(multitude)와 '같은 질료(material)'로 되어 있다. 그러나 단위들의 다수의 질료는 수이다. 따라서 단위의 질료는 수이다([9, p. 187]에서 재인용).10)

요약하면 스테빈의 소수 개념은 이산량과 연속량, 수와 크기를 분리시켰던 그리스 수학을 통합하였고, 그리스적인 인식론으로부터의 전환을 이룩했으며, 현대적인 수 개념의 발원지가 되었다는 점에서 수학사적인 의의를 가지는 "수학의 위대한 순간"으로 볼 수 있다. 이러한 사실은 소수표기법이 자연수의 십진표기법과 형식적으로는 동일함에도 불구하고 자연수의 십진표기법보다 700년이나 경과한 후에 나타날 수밖에 없었던 한 가지 이유로 받아들여질 수 있을 것이다.

3. 결론

10) 이는 듀이(Dewey)의 단위관과 동일하다. 듀이는 단위(unit)와 전체(unity)를 구분한다. 듀이에게 있어서 단위는 홀로 결정될 수 없으며 반드시 그것을 한 부분으로 포함하는 전체와의 관련 하에서 결정된다. 나아가 이 단위도 보다 정확히 측정될 대상으로 여겨질 때에는 '전체'로 되고 그 부분들, 즉 새로운 단위들에 의하여 측정된다. 즉 듀이에게 있어서 단위는 고정적이고 절대적인 것일 수 없으며 측정활동에 따라서 선택되는 상대적인 것이다[4].

오늘날 수학과 과학 그리고 일상생활에서 가장 밀접하게 널리 사용되는 수 개념은 소수라고 말할 수 있다. 컴퓨터가 받아들이고 계산하는 수는 소수이며 일상생활에서도 속도계, 주행계 등의 각종 측정치와 통계치는 모두 소수로 표현되고 계산되고 있다. 소수에 대한 명확한 개념을 이해하고 그 의미를 해석할 줄 아는 능력은 현대인이 갖추어야할 필수적인 능력 중의 하나라고 말해도 무리가 없을 것이다.

앞서 논했듯이 스테빈의 소수 개념 발생의 핵심적인 사항은 인식론적인 변화와 함께 이산량 뿐만 아니라 연속량을 단위의 세분을 통하여 수치화 할 수 있다는 점이고, 이로부터 현대적인 수 개념이 비로소 생겨난다. 그러나 현재 학교 수학에서 소수와 관련하여 다루어지고 있는 측정활동은 1㎜간격으로 눈금이 그어진 자로 물건의 길이를 재고 이를 ㎝단위로 읽는 방식이다. 이는 필요에 따라 단위를 세분함으로서 정확도를 높여가는 측정활동의 본질에는 미치지 못하는 것이다. 또한 측정의 단위를 ㎝에서 m나 ㎞로, g을 kg으로, mℓ를 dℓ나 ℓ로 변환하는 것도 다루어지는데 이는 측정활동에 내재된 단위의 변환과는 무관하게 계측의 단위를 바꾸는 알고리즘에 집중된다.

또한 소수는 $\frac{1}{10}=0.1$, $\frac{1}{100}=0.01$ 과 같이 십진 분수의 다른 이름으로 정의함으로써 도입된다. 이는 소수를 분수의 다른 이름 내지는 소수의 하위 개념 정도로 다루게 하여 분수와 구별되는 소수만의 고유한 특징을 생각하기 어렵게 한다. 종종 학교수학에서 소수를 다룰 때 자주 논의되는 것 중의 하나가 소수를 분수보다 먼저 가르쳐야하는가 혹은 나중에 가르쳐야 하는가에 관한 문제인데, 이는 쉽게 답할 수 있는 문제는 아니다. 단, 분수와는 달리 단위의 세분이 무한히 가능하고 이것의 표현이 용이한 소수 고유의 본질이 충분히 다루어지고 난 후 분수와의 관련성이 다루어짐이 온당한 듯 하다.

또한 현재의 학교수학에서의 소수 도입과 전개 과정을 살펴보면 소수의 계산수적인 측면[11]이 강조되고 개념적인 측면이 소홀히 다루어지고 있는 측면이 없지 않다. 모든 학교수학이 그렇듯이 소수의 교육 또한 개념적인 측면과 계산적인 측면이 균형 있게 강조되어야만 한다고 생각된다. 특히 "단위의 하위 분할을 통한 보다 정확한 측정활동", "전체량과 단위량 사이의 비"라는 현대적인 수 개념의 정수로서의 소수의 개념적인 측면은 더욱 간과되어서는 안될 것이다.

---

11) 이 글에서는 소수를 주로 개념적인 측면에 초점을 맞추어서 바라보았다. 하지만 소수의 역사적 발생 맥락이나 발생 이후의 용도에서 볼 때 소수 계산수적인 측면은 결코 경시될 수 없는 것이 사실이다. 소수 발명 당시의 상황은 천문학이 수학에게 정확하고 신속한 계산술을 요구하고 있는 상황이었다. 당시 수학자들이 수 개념을 적용해야만 했던 것은 삼각표였으며 Tycho Brache에 의해 성취되었던 당시의 천문학적 기구의 커다란 개선과 망원경의 발명으로 인한 천문학적 측정의 세련은 고도의 정확도와 적절한 계산 방법을 갖춘 수학적인 표의 정교화를 요구했다(Toeplitz, p.15) 앞서도 논했듯이 소수는 제곱근의 값을 계산하는 과정에서 최초로 등장했으며, De Morgan에 의한다면, "복리계산표에서의 편리함이 소수 자체의 기원이었다는 것은 거의 확실하다(Cajori, p.151)." 소수가 등장하자 삼각표나 로그표에서 분수는 사라졌으며 모두 소수표현으로 대체되었다.

참고 문헌

1. 정동명 · 조승제, **실해석학개론**, 서울: 경문사, 1993.
2. Bourbaki, N., "The Architecture of Mathematics," *The American Mathematical Monthly* Vol. 57, No. 4(1950), pp. 221-232.
3. Cajori, F., *A History of Elementary Mathematics with Hints on Methods of Teaching*, New York: The Macmillan Company, 1896.
4. Dewey, J., McLellan, J.A., *The Psychology of Number and its Applications to Methods of Teaching Arithmetic*, New York: D. Appleton company, 1895.
5. Eves, H.(1979), *Great Moments in Mathematics*, 1979. 허민 · 오혜영 역, **수학의 위대한 순간들**, 서울: 경문사, 1994.
6. Forno, D.M., "Note on the Origin and Use of Decimals," *Mathematical News Letter* Vol. 3, No. 8(1929), pp. 5-8.
7. Ginsburg, J., "On the Early History of the Decimal Point," *The American Mathematical Monthly* Vol. 35, No. 7(1928), pp. 347-349.
8. Karpinski, L.C., "The Decimal Point," *Science* Vol. 45, No. 1174(1917), pp. 663-665.
9. Moreno-Armella, L.E,. Waldeg, G., "An Epistemological History of Numbers and Variation," In *Using History to Teach Mathematics: An International Perspective*, V. J. Katz(Ed.), The Mathematical Association of America, 2000.
10. Sarton, G., *The first explanation of decimal fractions and measures*, Isis, 23, 1935.
11. Toeplitz, O., *The Calculus: A Genetic Approach*, The University of Chicago Press, 1963.