KJHM Vol. 16, No. 1, 2003, 1-8

역사적으로 본 수학화

경북대학교 수학교육과 유윤재

Abstract

Mathematization is cognitive process of empirical phenomena into mathematics. The article shows that mathematization is an fundamental element in the process of westernization and the difference between the East and the West is due to the existence of mathematics.

0. 들어가기

헌팅턴은 서구화의 요소로서 그리스 로마의 고전적 유산, 기독교, 유럽계 언어. 정교분리 원칙, 법치주의, 다원주의, 시민사회, 의회제도, 개인주의 등을 제시하였다. 이러한 요소들은 동시에 규정된 것이 아니라 서구의 변천과정에서 나타난 여러 특징을 종합한 결과로 본다. 그리스의 유산 중에 수학이 나타나는데 서구화과정을 수학사적 측면에서 본다면 새로운 해석이 가능하다. 그것은 수학이 과학에 미친 영향이 지대하고 과학은 현대사에서 어떤 주제보다 민감하기 때문이다.

프로이덴탈(1983)은 수학화를 물리적, 사회적, 정신적 세계의 현상을 수학적 구조, 개념, 아이디어로 조직하는 과정이라고 하였다. 이것은 수학화를 개인 인지적 관점으로 접근하고 있는데 수학화를 인지적 관점에서 보면 수학적 발견은 개인적이며 수학적 지식의 단순한 축적에 지나지 않는다. 그러나 동, 서양의 역사를 비교하면 동서양 지역에서 나타난 수학의 성격은 전혀 다르다. 따라서 수학화를 역사적 관점에서 이해할 필요성을 가지게 된다. 이런 취지에서 여기서는 역사적 관점으로 수학화를 접근할 것이다.[1)] 논의를 명확하게 하기 위하여 본고에서 언급하는 수학화란 개인 인지적 수학화가 아닌 역사적 수학화를 말한다.

수학화는 세계는 수학으로 이루어졌다는 가설을 보다 실증적인 형태로 제시한 모형과 이

1. 트레퍼스는 수학화를 수평적 수학화와 수직적 수학화로 보고 있는데 수평적 수학화는 현실내의 문제장면을 형식적인 수학적 처리가 가능하도록 변환하는 것을 의미하고, 수직적 수학화는 세련된 좀더 높은 수학적 처리가 가능하도록 하는 것을 의미한다. 수학교육학신론(2001)에서 재인용.

에 수반된 방법 및 여기에 대응하는 수학적 발견물의 집합으로 정의한다. 여기서 이론과 방법은 대응하는 수학적 발견물보다 우위에 있는 것이다. 이러한 준거에 의하면 수학적 발견물은 그것이 아무리 위대한 수학적 내용을 포함하고 있다고 하더라도 수학화의 범주에 포함되지 않는다. 역사적으로 보면 수학적 발견은 이미 고대 바빌로니아인에 의하여 이루어졌는데 인지적 관점에서는 그것이 수학화라고 할지라도 그 발견물들은 어떤 체계속에 나타난 것이 아니기 때문에 바빌로니아의 수학은 여기서 규정하는 수학화의 범주에 포함되기 위한 필요한 증거를 확보하고 있지 않다. 마찬가지로 인도에서 0을 발견한 사실도 여기서 말하는 수학화의 범주 안에 포함되는 것은 아니다. 오히려 수학적 내용으로는 열등한 것이라도 세계로부터 수학적 특성을 탐색하고자 하는 이론을 견지하고 있는 것이라면 수학화에 포함된다. 따라서 수학화가 있는 곳에는 각각의 수학적 발견물의 축적물을 넘어 일맥상통하는 하나의 흐름이 부각될 것이다.

본 연구는 서구화의 본질을 수학화의 관점에서 이해하려는데 목적이 있다. 동양과 서양의 문화에서 나타난 수학의 역할은 서로 다른 성격을 가지고 있다는데서 이 논의의 필요성을 가지게 된다.

논의의 전개는 다음과 같다. 먼저 수학화 과정을 시대에 따라 열거하여 각각의 성격을 밝히고 그 결과를 종합하여 수학화 과정이 서구화에 미친 영향들을 탐색할 것이며 그 결과의 연장선을 추측하여 현대수학의 미래를 예상하고자 한다.

1. 수학화 과정의 양상

먼저 수학사를 통하여 나타난 수학화 과정을 살펴보기로 하자. 수학은 인류의 역사의 초창기까지 올라가서 이미 고대 바빌로니아 문명 속에서 많은 수학적 발견들이 나타나고 있다. 그러나 이것은 위에서도 언급했듯이 단편적인 수학적 발견물에 지나지 않기 때문에 수학화 과정이라고 할 수 없다.

수학화에 대한 화두는 피타고라스에 의하는데 그는 삼라만상이 수로 되어 있다고 했다. 피타고라스가 활동을 할 당시 여러 철학자들에 의하여 제시된 다양한 세계관들은 모두 물질을 기본 요소로 하고 있는데 반하여 피타고라스의 세계관에는 최초로 관계속성으로 주어져 있다. 대수구조, 순서구조, 위상구조 등은 대표적인 관계속성의 예인데 관계속성에 포함되어 있는 요소들을 보다 통상적인 용어로 양식(pattern)이라고 부른다.

피타고라스는 세계가 수학으로 구성되어 있다고 했지만 그 구성방식을 설명하지는 않았다. 이 아이디어는 그가 음계를 연구하면서 얻었다고 한다.[2] 그는 고대 그리스 종교의 하나인 오르페우스교의 영혼윤회설을 수학에 결합함으로써 삼라만상을 수학적으로 설명하려는

2. 버틀랜드 러셀(1959): 피타고라스가 음악에서 발견한 몇 가지 사실을 근거로 하여 모든 사물의 근본이 수에 있다는 생각에 도달하기는 아주 쉬웠을 것이다.(p. 33)

과학자보다는 수학이 어떤 영적인 특성을 지닌다고 생각하는 신비주의자가 되어 버렸는데 결과적으로 수학이 신앙의 대상이 되고 이후 수비학으로 발전하게 된다. 과학적 생산물이 없었던 그 당시의 사회상을 보면 수학이 수비학으로 발전한 것은 당연한 결과이라고 본다. 수학이 과학의 대상이 아니라 신앙의 대상이 됨으로써 신물화된 수학이 고대 그리스에 미치는 영향은 더욱 강력했을 것이라고 추측하는 것은 결론은 종교가 가지는 특성으로 볼 때 당연한 결론이다. 이 때부터 피타고라스의 사상은 서구인으로 하여금 세계를 이해하는 기본관[3] 중의 하나인 양화가능성에 대한 신념을 형성하도록 만들었다고 본다.

최초의 수학화 과정은 플라톤에 의하여 시도되었다. 플라톤 시대에는 그전에 엠페도클레스에 의하여 제시된 물, 불 흙, 공기의 사원소설이 널리 퍼져 있었는데 플라톤은 이 4 원소설에 대한 수학 기반의 원자론을 전개하였다. 플라톤은 이 4 원소가 두 개의 기본적인 삼각형으로 구성되어 있다고 설명하였는데 여기서 말하는 두 삼각형이란 직각 이등변 삼각형과 정삼각형을 이등분한 직각삼각형을 말한다. 그의 설명에 따르면 불은 정사면체에 해당하고, 흙은 정육면체에 해당하고, 공기는 정팔면체에 해당하며, 물은 정이십면체에 해당한다. 불에 해당하는 정사면체는 다른 도형보다 뾰족하기 때문에 다른 곳에 잘 침투한다고 하고 물에 해당하는 정이십면체는 다른 도형보다 더욱 둥글기 때문에 매끄럽게 잘 흐른다고 하였다. 이것으로부터 플라톤의 이론은 피타고라스의 가설을 증명하려고 시도했던 것이라고 할 수 있는데 이것을 기하학적 원자론이라고 해도 좋을 것 같다.

플라톤 이후 피타고라스의 가설을 확인하려는 시도는 방법론을 제시한 수학자는 데카르트이다. 데카르트는 피타고라스의 가설을 증명하기 위한 어떠한 직접적인 이론도 제시하지 않았지만 그의 방법서설에 나타난 그의 환원론적 방법은 이 가설을 검증하는 일반적인 지침을 제시해준다. 환원론적 방법론이 적용하기 적합한 수학의 전형적인 예가 선형수학이다. 선형수학의 중심원리는 선형방정식의 해는 일차독립의 해의 일차결합으로 표현된다는 것을 말한다. 이 후 데카르트의 사상은 뉴턴에 의하여 자연현상의 선형 모형화라는 이론을 가능하게 해준 미분학이 발견됨으로써 수학화 과정은 보다 실증적인 형태로 재현되었다. 플라톤이 제1원인의 맥락에서 찾은 해답이라고 한다면 뉴턴은 자연의 모형에 대한 근사화로서 하나의 답을 제시했다고 할 수 있다.

뉴턴의 시대를 전후한 시기에 인간은 신으로부터 해방되기를 갈구하던 시대였다. 자연현상의 선형모형에 의한 접근방법과 미분학의 발전은 그 당시까지 제기된 거시운동계의 여러 의문점을 해결해 주었다. 뉴턴의 업적에 고무되어 과학자들은 피타고라스의 가설을 정설로 받아드리게 되었다. 심지어 신은 수학자이거나 수학을 이용하여 세계를 창조하였다고 생각하였다. 이러한 천문학의 성공에 의하여 그들이 중세 이래로 갈구하던 신으로부터의 자유를 얻게 되었는데 이 시대야말로 인류 역사상 인간의 능력이 가장 위대하다고 느끼던 시대인 것 같다. 자연이 수학적으로 구축되었다는 확신은 이시기부터 시작한다고 본다.

피타고라스의 가설에 대한 확신에 의하여 일부의 수리물리학자들은 경험세계로부터 수학

3. 양화가능성, 인과율

적 속성을 추출하고, 이렇게 추출된 수학적 모형을 경험세계와 독립하여 연구하는 단계까지 생각했다. 이것을 고전역학의 형식화 운동이라고 하는데 라그랑주 역학과 그것을 개선한 해밀턴 역학이 그것이 대표적인 경우이다. 이러한 생각은 철학자 사이에서도 예외적인 것은 아니었다.[4] 더욱이 19세기 초기에는 세계에 대한 세계에 대한 철학적 해석이 내려지는데 이것은 그 당시의 주도적인 수리물리학자인 라플라스에서 나타난다. 다음과 같은 뉴턴의 힘의 방정식에 대한 초기치 문제에 의하면 임의의 시점의 상태를 알 때 그 시점을 기준으로 과거와 미래를 알 수 있다.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F(x,\ t)$$

라플라스의 결정론은 고전역학에 관한 2계 미분방정식의 초기치 문제의 철학적 해석이다. 열역학이나 파동의 문제에 대한 풀리에의 성공은 수학적 세계관에 대한 확신을 강화하였다. 이러한 여러 수학화 과정은 20세기에 이르러 힐베르트와 그의 학파에 의하여 양자역학의 형식화를 시도했었으나 성공하지 못했다.

결정론에 대한 이러한 수학적 확신과 신으로부터 탈취한 천문학의 지식에 고무되어 수학화 과정은 20세기에 이르러 점차 다른 영역으로 확대되어 갔다.

2. 현대의 수학화 과정

20세기에 이르러 여러 현상으로부터 수학적 구조를 발견하려는 노력은 여러 분야에서 나타났고 그에 따른 수학의 정교화와 세분화가 이루어졌다. 그러나 수학적 발견물이 양적으로는 증가하고 있음에도 수학화 과정에서 많은 문제점이 노출되었다. 여기서 문제점은 내부적인 것과 외부적인 것으로 나누어 생각할 수 있다.

먼저 내부적인 문제부터 시작하자. 내부적인 문제는 수학의 정초에 관한 문제인데 이것은 미분학이 태생될 때부터 동반된 것[5]으로서 19세기에 와서 본격적으로 논의되기 시작했다. 이것은 무비판적으로 나아가는 수학화 과정에 대한 반성이며 피타고라스의 가설을 검증하기 이전에 해결되어야 할 사안이다. 그러나 칸토어의 집합론은 이러한 계획이 무위라는 것을 확정적으로 보여준다. 직관적으로 정의된 칸토어의 집합론은 직관적인 자연수론처럼 그것이

4. Hobbes는 물리적 대상에 대한 주장들을 조직화하고 관계를 만들면서 지식이 창출되고 이러한 과정은 뇌의 수학적 행위에 의하여 이루어진다고 보았다. 결과로서 창출되는 수학적 지식이 절대적 진리라고 보았으며 실체는 수학의 형태를 가지므로 수학적 지식이 없으면 철학적 사유도 불가능한 것으로 수학을 절대화하였다. 또, Locke는 수학적 지식은 가장 신뢰도가 높고 여러 가지 관념을 가장 명백하게 설명할 수 있다고 보았다. 그는 물리적 세계는 불분명하여 참된 실체가 아니라 감각에 의한 관념에 지나지 않기 때문에 이러한 관념들을 연관짓는 수학만이 실재한다고 보았다. M. Klein(1985), pp. 8-11.
5. 무한소의 정체성에 관한 문제를 의미한다.

자연어에 의하여 정의되었기 때문에 수학화의 범주에 포함된다. 그러나 이후에 발견된 집합론의 내부적 결함은 수학화 과정의 한계를 보여준다. 이 문제에 대하여 형식주의자가 제시하는 대안은 피타고라스의 가설이 지시하는 경험적 속성을 반영하지 못하기 때문에 수학화 과정이라는 맥락에서 보면 별 가치가 없다. 예를 들면 형식주의자에게 있어서 선택공리는 피타고라스의 자연관과 관계없이 참인 명제가 될 수 있다. 따라서 형식주의자는 피타고라스의 가설에 대하여 참・거짓에 대하여 속박될 이유도 없다. 더욱이 괴델에 의하여 형식주의는 이론 자체에 결함이 있다는 것이 발견되어 정초의 문제에 대해서 한 발자국도 더 나아갈 수 없다. 상황이 이렇게 되니 피타고라스의 가설을 입증하는데는 무리라는 게 분명해진다.

수학에 대한 정초론은 약간의 기간 동안 잠복기를 거친 후 라카토쉬에 의하여 새로운 해석이 제시되었다. 라카토쉬에 의한 수학적 발견의 논리는 반증주의에 기초를 두고 있는데 이것은 포퍼의 생각을 보다 정교하게 한 것이다. 라카토쉬에 의하면 피타고라스의 가설은 단 한 개의 고정된 명제가 아니고 명제의 집단으로 결합되어 점진적으로 변화되는 것이다. 또 라카토쉬는 수학의 정초도 고정된 것이 아니라 점진적으로 변화하는 것으로 보고 있다. 그러나 쿤이 주장하는 과학혁명을 수학의 경우에도 적용된다는 견해는 보이지 않는다. 적어도 라카토쉬는 수학의 발달에 혁명이라는 개념을 적용하지 안는 것 같다.

외부적인 경우에는 수학화 가능에 대한 확신이 보다 폭넓게 확산되어 갔다. 예를 들면 논리실증주의자들은 자연과학뿐만 아니라 대부분의 경험과학에서 수학화가 가능하다고 보았다. 이러한 신념은 유클리드의 원론에서 보여진 방식으로 모든 경험과학을 계열화하려고 했다. 학문을 계열화할 때 가장 선두에 나타나는 것은 수학이다. 이렇게 되면 이 계열에 속하는 모든 학문들은 수학적으로 연구될 수 있으므로 수학화의 범주에 포함된다. 그러나 이러한 시도는 이미 초기부터 많은 비판을 받았다. 또 20세기 중기의 구조주의 운동은 현상의 내부에는 구조가 존재한다는 것을 전제로 하고 있는데 이렇게 되면 그 구조를 수학적으로 취급할 수 있다. 이러한 생각은 점차적으로 인문[6], 사회학[7]의 영역으로 확대되었다.

구조주의적 인식 중에서 가장 성공한 분야가 통계학이다. 통계학이란 집단은 근본적으로 어떤 양식이 존재한다는 것을 전제로 하는데 그 양식을 이해하는 수학적 기초는 확률론이다. 전반적으로는 수학의 외부에서 수학화가 점차 확산되어 가고 있지만 그에 따른 비판도 만만치 않다. 현대수학의 특징 중 하나는 현상에서 수학을 찾으려는 태도 외에 수학에서 현상을 찾으려는 태도가 증가하기 시작했다는 점이다. 이러한 현상은 대학에서 많이 나타나고 있는데 기초과목으로서의 수학의 역할이 비판을 받는 것도 이것과 무관하지 않다.

금세기의 수학적 발견을 전세기에 그것과 비교한다면 뚜렷하게 내세울 것이 없으며 순수수학적 발견보다는 수학의 응용에 치우치고 있는 편이다. 이것은 마치 후기 알렉산드리아 수학의 특징과 비슷하다. 여기서 후기 알렉산드리아의 수학과 로마제국과의 상호관계를 현

6. 소쉬르 이후의 구조언어학을 칭한다
7. 인류학자 레비스트로스는 인류학에 대한 접근 방법으로 수학을 사용하고 있는데, 특히 대수학의 군론을 사용하고 있다.

대의 수학과 미국과의 상호관계 속에 대비할 수 있는 도식이 있다. 흔히 수학사에서 로마제국은 제외되어 있다고 한다. 그러나 이 말이 함의하는 것이 로마가 수학을 필요로 하지 않았다는 것은 말하는 것은 아니다. 로마의 수학은 건축, 토목, 병기공학 등에서 필요한 실용적인 수학이었기 때문에 고도의 수학적 지식이 필요하지 않았다. 이것은 현재에도 마찬가지이다. 알렉산드리아 수학이 시간이 가면서 순수수학에서 응용수학으로 변천된 것도 로마가 응용수학을 필요로 했고 이에 알렉산드리아의 수학자들은 그들의 요구에 자연스럽게 부응한 결과이다. 이것은 일종의 수학의 상업주의화인데 이러한 현상이 2000년이 지난 지금 미국의 주도 하에 재현되고 있다.

20세기의 수학화 과정에서 무시될 수 없는 분야가 정보과학이다. 튜링이나 노이만에 의하여 컴퓨터의 기본개념이 제시된 후 50년이 채 경과하기도 전에 컴퓨터 산업은 지구의 산업 중에서 가장 중요한 분야가 되었다. 이 분야는 수학화 과정이 가장 깊이 침투했다고 보는 분야이다.

정보관련 산업에 의하여 수학은 새로운 양상으로 진입하는 것 같다. 천문학적 문제들에 의하여 수학으로 하여금 매끄러움을 요구하는 연속체과학으로 만들었다면 현대의 정보과학은 수학의 디지털화를 요구하는 새로운 패러다임을 제시하고 있다.

3. 동양과 수학

피타고라스와 플라톤의 시기는 중국에서 제자백가의 시대였다. 서양 사상의 본류가 형성되고 있던 그리스의 개화기와 동양의 사상이 탄생하는 시점이 거의 일치하고 있다는 것은 동서양의 문화적 교류가 거의 없었던 시대로서는 경이로운 일이다. 서양의 수학은 전술했다시피 관념적 수학화에서 실증적 수학화에 이르는 두 차례의 혁명적 수학화에 대한 근거를 제시했고 후자의 경우는 실용적인 결과를 얻었다. 서양의 수학은 이와 같은 두 차례의 부흥기를 통하여 이론적 초석이 형성되었지만 동양의 수학은 그러한 부흥기가 한번도 일어나지 않았다.

그러면 그 동인은 무엇인가? 피타고라스와 플라톤 시대에 이르는 동안 그리스는 군소국가간의 전쟁이 끊임없이 있었다. 마찬가지로 중국에도 이와 같은 현상이 있었다. 두 지역의 정치적 양상은 비슷했는데도 불구하고 수학의 경우에서 차이가 나는 것은 두 지역의 지정학적 특성에 기인한다고 본다. 고대로부터 현대에 이르기까지 동양은 해상문화가 별로 없었다. 반면에 그리스인의 주활동지는 육지가 아니라 해상이었다. 그리스의 토양은 척박한 산지로 구성되어 유상의 생산물로 그들의 생활을 유지하기에는 한계가 있었고 그 결과 자연스럽게 바다로 눈을 돌릴 수밖에 없는 상황이다. 그런데 해상으로 나가게 되면 육지에서보다는 많은 위험이 따르고 자신의 위치를 정확하게 측정하지 않으면 곧 위험에 빠지게 된다. 이러한 위험으로부터 자신을 보호하기 위한 방법은 천문학의 지식에 의존하는 것인데 이것은 곧바로

수학적 지식을 필요로 하게 된다. 결론적으로 그리스와 중국의 수학의 발전의 차이는 해상활동에 의한 천문학의 필요성으로부터 기인한다고 본다.[8] 그리스이래 서구는 천문학적 연구의 필요성이 수학을 연구할 동기를 제공하였으며 그 결과 근대에 이르기까지 계속하여 고급수학이 필요했다. 이 과정에서 양화가능이라는 인식이 점차 확고하게 되었다. 그러나 중국은 단편적인 수학적 지식은 있었지만 양화가능성에 대한 믿음을 줄 일련의 동기가 발생하지 않았다. 또 J Needham은 그의 저서 **중국의 과학과 문명**에서 도교가 중국과학기술의 기반을 이루었다고 하는데 여기서 그들이 본다는 것과 과학자가 관찰한다는 의미와는 다르다. 그들은 서양과학에서와는 달리 아무런 실험장치도 없이 고독한 명상 속에서 순수한 투시를 통하여 지식을 습득한다.[9] 과학적 지식은 재현할 수 있지만 그들의 지식은 재현하기도 힘들고 극히 개인적이다. 이것을 서양과학으로 본다면 신비적일 뿐이다. 그들의 이러한 패러다임으로 인하여 그들의 과학은 발전할 수 없게 되어 있다. 그 결과 수학화라는 것도 개인적인 것이 되어 버림으로써 통합되고 체계화될 수 없게 되었다고 본다.

4. 나오기

피타고라스의 가설이 나온지 2500년의 시간의 흘러 전 지구를 돌아 아시아의 문화권에도 수학의 영향권에 놓여 있다. 그러나 동양적 사고를 수학화하는 것은 아직 이루어지지 않고 있다. 더욱이 예술과 같은 가치를 다루는 분야에서는 수학적 시도가 전혀 이루어지지 않고 있다. 이러한 실재에 대한 수학적 접근은 현재로는 불가능하게 보이기도 한다.

수학 자체가 가치 중립적이라고 하더라도 그것이 가치의 변화의 메타인지로서 작용한다면 수학적 관점의 총체적 결과는 하나의 문화적 패러다임을 조직한다고 보기 때문에 수학의 유무는 세계를 보는 방식을 변화시키게 된다.

현재까지는 수학이란 자연계에서 보편적으로 존재한다는 신념과 그 방법론에 의하여 선형수학이 주류를 이루었다고 하면 향후에는 보다 섬세한 수학적 모형을 요구하는 비선형 현상을 위한 수학이 수학화에서 주류를 이루고 있다. 그러나 여기에서 데카르트의 방법론에 대응하는 무엇이 먼저 정착되어야 할 것 같다.

피타고라스에서 시작하여 뉴턴에 이르기까지 천문학이 수학의 원동력이 되었다면 지금의 정보과학은 근대과학의 원천적 재원이었던 천문학을 대치하는 분야가 될 것이다. 정보과학은 천문학 이상으로 수학적으로서 정보과학은 하드웨어에서 소프트웨어에 이르기까지 수학적 지식을 가장 많이 요구하고 있다. 또 다음 세대는 환원론적 방법보다는 보다 동양적 사고방식이 필요할지 모른다는 의견도 있다.[10]

8. 천문학적 지식의 관심은 뉴턴 시대에 절정을 이루고 있으며 지금도 천문학은 제왕의 과학으로서의 명맥을 유지하고 있다고 본다. 지금도 고급 수학이 가장 많이 사용되고 있는 분야는 우주론일 것이다.
9. 카푸라 (1974): 동양에서는 궁극적인 실재는 추론적 대상이 될 수 없다고 한다.(p. 36)

그런데 전일론적 사고라는 것은 궁극적으로 심신의 통합으로 일원론적 세계를 말하는데 이렇게 되면 과학의 언어로 간주했던 수학의 역할에 새로운 문제가 제기된다. 그 이유는 수학이란 세계에서 주어진 여러 현상을 그 양태에 따라 분류하고 추상화한 것인데 이 과정에서 자연의 모든 것을 수학적으로 표상할 수는 없기 때문에 일부만 형식화되었다. 따라서 궁극적으로 수학화할 수 없는 것이 존재하며 따라서 수학으로는 원리적으로 일원론적 세계관을 구축할 수 없다는 결론이 나온다. 물론 이 결론은 극단적인 경우이다. 그러나 괴델에 의하여 수학의 내부에 대한 인식의 한계는 어느 정도 이해가 되었지만 외부세계에 대한 수학적 인식의 한계에 대한 논의도 조심스럽게 제기되어야 할 것이다.

참고 문헌

1. 황혜정 외, **수학교육학신론**, 문음사, 2002.
2. Bohr, N, *Atomic Physics and Human Knowledge*, John Wiley & Sons, 1958.
3. Capra, F, *The Tao of Physics*, 1974. [이성범 · 김용정 역, **현대물리학과 동양사상**, 범양사.]
4. Freudenthal, H., *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, D. Reidel Publishing Co., 1983.
5. Klein, M., *Mathematics and the Search for Knowledge*, Oxford University Press, 1985. [김경화 · 이혜숙 역, **지식의 추구와 수학**, 이화여자대학교 출판부, 1994.]
6. Russell, B, *Wisdom of the West; A Historical Survey of Western Philosophy in its Social and Political Setting*, Crescent Book, Inc., 1959. [이명숙 · 곽강제 역, **서양의 지혜**, 서광사.]

10. 닐스 보어(1958): 원자론의 가르침에 대응하기 위해서는 … 거대한 존재의 드라마에 있어서 관객이며 우리 입장을 조화시키려 한다면, 우리는 붇다나 장자와 같은 사상가들이 일찍이 부딪쳤던 인식론적 문제로 되돌아가야 할 것이다.(p. 20)