韓國數學教育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2003, 8. 제 42권, 제 3호, 369-386.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
Nov. 2003, Vol. 42, No. 3, 369-386.

제 7차 수학 교육과정에 따른 수학과 문제 중심 학습 자료 개발 연구[1)]

신 인 선 (한국교원대학교)
권 점 례 (경기왕곡초등학교)

Ⅰ. 들어가며

현재 진행 중인 많은 수학교육 개혁 동향을 보면 수학적 사고력, 문제해결력, 의사소통 능력 등을 강조하고 있다(예를 들어, NCTM, 1989, 2000). 이중 문제해결력은 1980년대 강조되기 시작하여 지금까지 강조되고 있는 수학교육의 영역이다.

우리나라에서도 초등학교의 경우 제 4차 교육과정부터 계속해서 문제해결을 강조하고 있으나 학생들의 문제해결력 신장에 있어서는 만족스럽지 못하였다. 현행 제 7차 교육과정에서도 여전히 문제해결이 강조되고 있으나 이전의 교육과정들과 비교해서 많은 차이를 보이고 있다. 특정 단원(예를 들어, '여러 가지 문제' 단원)에서만 문제해결 관련 내용을 지도하는 것에서 벗어나 모든 영역에서 강조하고 있음을 볼 수 있다. 각 단원의 "문제를 해결하여 봅시다"에서는 그 단원에서 배운 내용을 응용하여 해결할 수 있는 문제를 제시하고 있고, 매 학기 마지막 단원은 문제해결 과정, 문제 해결 전략 등을 지도하는 내용으로 구성하였다. 또 각 차시의 "생활에서 알아보기"에서는 일상생활에서 접할 수 있는 문제 상황을 제시하여 이것을 해결하는 과정에서 수학 학습이 이루어지도록 하였다.

현행 교육과정에서 문제해결과 관련해서 새롭게 시도된 내용들을 이전의 교사 중심의 설명식 수업으로 진행한다면 그 효과를 기대하기는 어려울 것이다. 따라서 이런 내용들을 지도할 새로운 교수-학습 모형이 필요하게 되었다. 본 연구에서는 이런 내용을 지도하고, 학생들의 문제해결력을 신장시킬 수 있는 교수-학습 모형의 하나로 문제 중심 학습을 제안한다. 문제 중심 학습은 Wheatley(1991)가 제안한 교수-학습 전략의 하나로, 과제와 소집단 협력학습, 공유하기가 서로 상호작용을 하면서 이루어지는 교수-학습 모형을 말한다. 수학 교실에서 문제 중심 학습을 수행한 결과를 보고한 연구들(예를 들어, Cobb, Wood, & Yackel, 1991; Bugar & Tarlow, 1999; Ridlon, 2000, Stern, 2000; 백선수, 1999; 신인선·권점례, 2001, 2002 등)의 공통된 결과를 보면, 문제 중심 학습을 진행하는 동안 학생들은 적극적으로 학습에 참여하여 주어진 과제를 해결한다는 점이다. 따라서 이 교수-학습 모형은 현행 교육과정을 지도하는데도 큰 잠재력을 가지고 있는 것으로 보인다.

따라서 본 연구는 초등학교 6학년[2)] 문제 중심 학습 자료를 개발함으로써 현행 교육과정을 지도하는데 활용할 수 있는 교수-학습 자료를 제공하고, 학습과 평가를 통합하는 평가 방법을 제시하는 것을 목적으로 하였다. 본 연구는 크게 세 부분으로 나눌 수 있다. 첫 번째 부분에서는 우리나라 교육과정에서 지도되는 문제해결에 대해서 알아보고, 현행 교육과정을 지도하는 교수-학습 모형의 하나로 문제 중심 학습을 소개한다. 두 번째 부분에서는 초등학교 6학년 가단계 교육과정을 분석한 결과를 토대로 문제 중심 학습 자료를 개발하였다. 또 개발된 자료는 초등학교 6학년 교실에 적용해 봄으로써 오

---

1) 이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2001-030-D00019).
* 2002년 3월 투고, 2003년 5월 심사 완료.
* ZDM분류 : D33
* MSC2000분류 : 97C90
* 주제어 : 문제 중심 학습, 제 7차 교육과정, 문제해결 학습.

2) 본 연구에서는 개발된 문제 중심 학습 자료는 6학년 가단계에 제한된다.

류를 수정하고 난이도를 조정하였다. 마지막 부분에서는 이 자료를 수학 교실에서 사용할 때 학생들의 수학 학습을 평가할 수 있는 수행평가 기준을 개발하였다.

Ⅱ. 제 7차 교육과정에서의 문제해결과 문제 중심 학습

1980년대 수학교육에서 문제해결이 강조되면서 우리나라에서도 초등학교의 경우 제 4차 교육과정부터 문제해결이 강조되어 교과서에 '여러 가지 문제' 단원이 생기게 되었다. 또한 제 6차 교육과정에서는 이를 한층 더 심화시켜 매 학기 '여러 가지 문제' 단원을 두 단원으로 구성하였다. 이러한 교육과정 상의 강조에도 불구하고 학생들의 문제해결력이 신장되었는가에 대해서는 확신을 할 수가 없다. 초등학교 교육과정 해설서(교육부, 1999, p.83)에 따르면, 이 시기의 문제 해결 학습은 '일부 문제해결을 수학 학습의 지도 과정에 국소적으로 다루면서 문제 해결을 마치 기존 수학의 특정 내용 단원과 같은 생각을 가지고 있는 경우가 많음'을 볼 수 있다.

최효일 · 박배훈 · 류희찬(1995)은 초등학교 5, 6차 교육과정에서 문제해결력을 신장시키기 위한 수업 방법에는 다음과 같은 문제점이 있었다고 지적한다.

첫째, 계산력과 문제해결력과의 관계에 있어서 계산력이 다 갖춰진 후에야 문제해결력이 길러질 수 있다고 본다. 그러나 이와 반대로 계산 기능은 문제 해결 과정을 통해 길러질 수도 있다. 특히 계산기나 컴퓨터가 보편화된 현대 사회에서는 계산력이 문제해결력을 신장시키기 위한 필수조건이 될 수 없다.

둘째, 6차 교육과정에서는 교과서의 1, 2, 3, 4단원을 마친 후에 문제 해결 단원인 5단원을 학습하고, 6, 7, 8, 9단원을 마친 후 문제 해결 단원인 10단원을 학습하게 된다. 이것은 수학을 통합적으로 보는 관점과 상충된다. 개념과 기능을 배우는 과정은 문제 해결과 분리되어서는 안되며, 문제 해결 과정을 통해서 종합적으로 다루어져야 한다.

셋째, 여러 가지 문제 단원의 성격이 아동 전체의 수준을 고려하고 있지 않다. 문제 해결 단원에서는 대부분의 학생들은 교과서에 제시된 문제 상황에서 스스로 문제를 이해하고 계획을 수립할 수가 없다.

넷째, 학생들의 흥미를 유발시킬 상황이 제시되어 있지 않다. 각 단원에서 소개되는 문제의 소재가 학생들이 흥미를 유발시킬 수 있는지에 대한 검토가 필요하다.

그렇다면 문제 해결을 교육과정에 어떻게 통합해야 하는가? Schroeder & Lester(1989)는 문제 해결과 관련된 다음 세 가지 수학 교수 형태(teaching)를 제시하였다 : 문제 해결에 대한 교수(teaching about problem solving), 문제 해결을 위한 교수(teaching for problem solving), 문제 해결을 통한 교수(teaching via problem solving). 다음은 문제해결과 관련된 각 교수에 형태에 대한 설명을 요약한 것이다.

1) 문제 해결에 대한 교수

문제 해결에 대한 교수는 특정한 문제 해결 전략이나 기능(skills)에 대해서 지도하는 교수를 말한다. 이 교수에서 학생들은 실제로 문제를 해결하는 과정뿐만 아니라 문제 해결에 필요한 구체적인 전략을 학습하게 된다. Polya의 문제해결 단계와 문제를 해결하기 위한 계획을 세우거나 수행하는데 필요한 여러 가지 문제해결 전략들을 학습하는 것도 이에 해당한다. 학생들이 배우는 문제해결 전략에는 패턴 찾기, 이전에 해결한 유사 문제 찾기, 거꾸로 풀기, 추측과 확인, 표 만들기 등을 들 수 있다. 따라서 이 교수에서 문제 해결은 하나의 수학 학습 내용, 즉 수학 학습의 대상이 된다.

2) 문제 해결을 위한 교수

문제 해결을 위한 교수는 학생들에게 중요한 수학적 아이디어를 가르치고 그것을 문제 상황에 적용할 수 있도록 지도하는 교수를 말한다. 즉, 학습한 수학 학습 내용을 응용하여 정형적인 또는 비정형적인 문제를 해결하는데 초점을 둔다. 또 이 교수에서는 학생들이 한 문제 상황에서 학습한 것을 다른 문제 상황으로 전이할 수 있는 능력을 중요하게 생각한다(박성선, 1995). 따라서 이 교수에서 문제 해결은 수학 학습의 중요한 목표이다.

3) 문제 해결을 통한 교수

문제 해결을 통한 교수는 문제 해결이 수학적 개념과 기능들을 가르치는 수단으로 사용하는 교수 형태를 말한다. 이 교수에서는 학습 주제를 잘 구현하고 있는 문제에서 시작하여 그 문제를 해결하는 과정에서 수학적 아이디어와 개념을 학습한다. 여기서 사용되는 문제는 학

습자가 일상생활에서 접하는 문제를 사용할 수도 있고, 탐구를 요하는 개방형 문제를 사용할 수도 있으나 기존의 교과서에서 제시되는 정형적인 문제는 부적절하게 보인다. 문제 해결을 통합 교수에 대해서 박성선(1995)은 다음과 같이 진술하고 있다 :

> 문제해결을 통한 수업에서는 실생활에서 문제 상황을 찾아내어 문제를 정의하고, 그 문제를 해결하는 과정에서 수학적 개념이나 원리를 학습한다. 즉, 문제해결 자체에 초점을 맞추는 대신에 수학적 이해에 초점을 맞추는 것이다. 그렇게 함으로써 수학을 단순히 문제해결을 위한 도구로 보는 관점에서, 사고하는 과정 또는 경험을 조직하는 과정으로 보는 보다 광범위한 개념으로 볼 수 있을 것이다. 그렇다고 해서, 문제해결의 중요성이 적어지는 것은 아니다. 이때의 문제해결은 교육과정에서 문제해결의 역할이 특정한 개념이나 기능을 학습한 후에 참여하는 것이 아니라 이전에 학습한 것을 바탕으로 새로운 수학적 지식과 과정을 획득할 수 있는 수단으로 바뀌는 것이다.

이 교수에서는 학습한 수학 개념이나 원리를 실생활 문제에 적용하는 것보다는 실생활에서 문제를 정의하고 구현하는 과정이 우선시 된다. 따라서 이 교수에서 문제 해결은 수학 학습의 수단 또는 도구로 보인다.

Schroeder & Lester의 구분으로 볼 때, 우리 나라 제 5, 6차 교육과정에서 실현된 문제 해결은 문제 해결에 대한 교수 또는 문제해결을 위한 교수에 초점을 두고 있는 것으로 보인다. 학생들은 교과서에서 문제 해결 과정과 다양한 문제 해결 전략을 학습하고, 이런 문제해결 과정과 전략들을 사용하여 제시된 문제를 해결하는데 이전에 학습한 개념이나 아이디어를 응용하였다. 이런 교수-학습에서는 문제 해결을 도구로 간주하는 문제해결을 통한 교수에 대한 관점이 빠져있다.

제 7차 교육과정에서도 문제 해결은 여전히 강조되고 있으나 이전 교육과정에서 다루었던 것과 차이가 있다. 먼저 초등학교 교육과정 해설서에 제시된 7차 교육과정의 기본 방향을 보면 문제 해결이 모든 영역에서 강조되고 있음을 볼 수 있다 :

> 제 7차 교육과정은 학습량을 경감시켜 학생의 부담을 줄이고, 학생의 인지 발달 수준을 고려하여 학습의 위계와 난이도에 따라 단계형 수준별 교육과정으로 구성하였으며, <u>문제해결력을 모든 영역에서 강조하였고</u>, 다양하고 재미있는 활동을 통하여 수학적 사고력과 창의력을 배양하려고 하였다 (교육부, 1999, p. 8).

또 교수-학습 측면에 대한 진술에서도 이전 교육과정과는 다른 점을 발견할 수 있다. 즉 문제 해결 과정이나 전략을 숙달시키는 것에서 벗어나 교수-학습의 한 형태로 문제해결을 보고 있음을 알 수 있다:

> 문제 해결은 이제 전체적인 수학 학습·지도의 경향이나 맥락에서 다루어져야 하며, 수학 학습의 지도 방식 중 하나의 바람직한 형태로 생각할 필요가 있다. <u>문제 해결 교육의 목적은 문제 해결의 과정이나 국소적 전략 등의 숙달과 같은 것이 아니라, 수학의 내용을 문제 해결 방식을 통하여 문제 해결의 정신에 입각한 방식으로 교수·학습하고자 하는 것이다</u>(교육부, 1999, p. 83).

Schroeder & Lester(1989)가 제시하는 문제해결과 관련된 세 가지 교수 형태로도 제 7차 교육과정의 특징을 살펴볼 수 있다. 다시 말해 제 7차 교육과정에서는 세 가지 교수 형태가 통합되어 나타나고 있음을 볼 수 있다. 다음은 문제 해결과 관련된 교수 형태가 교육과정이나 교과서에 반영된 예를 기술한 것이다.

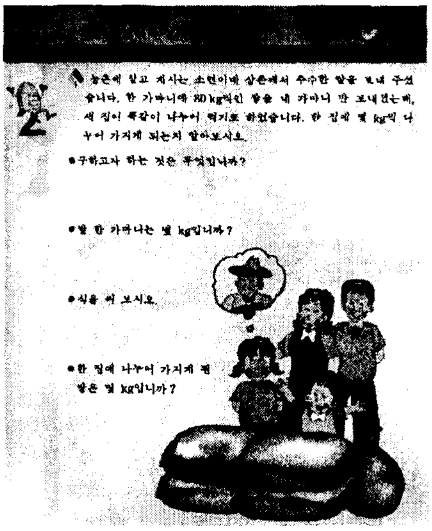
첫째, 문제 해결에 대한 교수가 교육과정에 반영된 예이다. 7차 교육과정에서는 내용 영역을 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수로 구분하고 있다. 이 중 문제 해결을 학습 내용으로 다루고 있는 영역은 '문자와 식' 영역이다. 이 영역에서는 규칙 찾기, 예상과 확인, 문제를 단순화하기, 표 만들기, 거꾸로 생각하여 풀기 등과 같은 다양한 문제 해결 전략과 문제 해결 과정 설명하기, 여러 가지 문제 해결 방법을 비교하여 적절한 방법 선택하기, 문제 해결 과정의 타당성 검증과 같은 문제 해결 과정 등을 학년별로 체계적으로 지도한다. <표 1>은 제 7차 교육과정에서 제시하는 문자와 식 영역의 학습 내용이다.

<표 1> 7차 교육과정 문자와 식 영역의 학습내용

학년	단계	학 습 내 용
1	나	(가) □를 사용한 식 ·덧셈식, 뺄셈식에서 □의 의미 이해 (나) 문제 해결 방법 ·그림 그리기, 실제로 해 보기, 식 만들기 등으로 해결하기

2	가	(가) □의 값 구하기 ·어떤 수를 □로 나타내기 ·간단한 덧셈, 뺄셈의 등식에서 어떤 수의 값 구하기 (나) 문제 만들기 ·식에 알맞은 문제 만들기
	나	(가) 식 만들기 ·문장을 식으로 나타내기 (나) 미지항 구하기 ·덧셈, 뺄셈, 곱셈식에서 미지항 구하기 (다) 문제 해결 방법 ·표 만들기, 거꾸로 생각하여 풀기 등 여러 가지 방법으로 해결하기
3	나	(가) 문제 해결 방법 ·규칙 찾기, 예상과 확인 등 여러 가지 방법으로 해결하기 ·문제 해결의 과정 설명하기
4	가	(가) 문제 해결 방법 ·문제를 단순화하기 등 여러 가지 방법으로 해결하기
	나	(가) 문제 해결 방법 ·해결 전략을 선택하여 해결하기 ·문제 해결 과정을 설명하기
5	가	(가) 문제 해결 방법 ·전략을 선택하여 문제를 해결하기 ·문제 해결 과정을 설명하기
	나	(가) 문제 해결 방법 ·여러 가지 문제 해결 방법 비교하여 적절한 방법 선택하기 ·문제 해결 과정의 타당성 검토
6	가	(가) 문제 해결 방법 ·여러 가지 문제 해결 방법 비교하여 적절한 방법 선택하기 ·문제 해결 과정의 타당성 검토
	나	(가) 문제 해결 방법 ·여러 가지 문제 해결 방법 비교하여 적절한 방법 선택하기 ·문제 해결 과정의 타당성 검토

둘째, 문제 해결을 위한 교수가 교육과정에 반영된 예이다. 제 7차 교육과정에서는 각 단원의 마지막에 문제해결의 영역(문제를 해결하여 봅시다)을 포함하고 있다. 이 영역은 '해당 단원의 수학 내용을 종합적으로 포함하면서 문제해결의 의미를 충분히 반영하여 학생들의 수학적 사고를 유발, 훈련시키기 위한 부분이다'(백석윤, 2001). 즉 이 영역은 각 단원에서 학습한 수학 내용이나 아이디어를 주어진 문제 상황에 적용함으로써 문제해결력을 신장시키기 위한 것으로 보인다. 다음은 5학년 나단계 '2. 분수의 나눗셈' 단원의 '문제를 해결하여 봅시다'를 이다.



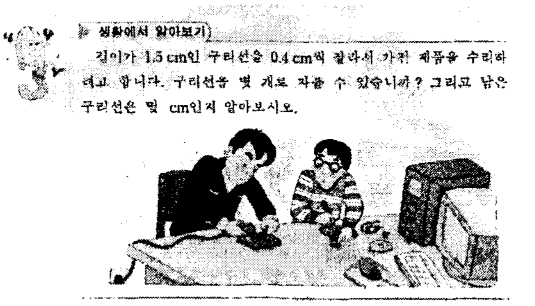
<그림 1> 문제해결을 위한 교수가 교육과정에 반영된 예 (5-나. 2. 분수의 나눗셈)

셋째, 문제 해결을 통한 교수가 교육과정에 반영된 예이다. 제 7차 교육과정에서는 수학과의 지도 방법의 하나로 문제해결식 지도 방법을 제시하고 있다 :

> 문제해결식 지도 방법은 지도하고자 하는 내용이 포함된 문제 상황이나 문제를 구성하여 해당 문제를 해결해 나가는 과정에 그 안에 포함되어 있는 수학적 내용에 대한 학습을 시키는 방식이다(교육부, 1999, p.89).

이 지도 방법은 문제 해결을 통한 교수를 가장 잘 설명하고 있는 것으로 보인다. 이 교수 방법은 교과서의 각 차시 구성에도 적용되는데, 매 차시는 (상황을 찾기 어려운 특별한 경우를 제외하고) 실제 상황과 관련된 문제 상황을 도입 문제('생활에서 알아보기'[3])로 제시하고, 이 문제를 해결하는 한두 개의 활동을 통해서 문제를 해결하면서 수학적 개념이나 아이디어를 학습하는 것으로 구성되어 있다. 다음은 6학년 나단계 '3. 소수의 나눗셈' 단원의 '생활에서 알아보기' 이다.

3) 제 7차 교육과정 수학 교과서 구성 체제 중에서 '생활에서 알아보기'는 도입 문제를 제시하는 부분이다.



<그림 2> 문제해결을 통한 교수가 교육과정에 반영된 예 (6-나. 3. 소수의 나눗셈)

지금까지 기술한 것처럼, 제 7차 교육과정과 이를 근거로 개발된 수학 교과서에서는 제 5차, 6차 교육과정과 비교해서 문제해결 영역에서 많은 변화를 보이고 있음에도 불구하고 몇 가지 우려되는 사항을 지적할 수 있다.

첫째, 교과서의 매 차시 학습 내용이 문제해결을 통한 교수(교육과정 해설서에 따르면, 문제해결식 지도 방법)로 지도할 수 있도록 구성되었다고 하나 이를 구현할 수 있는 보다 구체적인 교수-학습 모형이 필요하다. 둘째, '생활에서 알아보기' 부분에서는 일상 생활에서 접할 수 있는 도입 문제를 제시하여 각 차시 학습 내용에 대한 흥미를 유발시키고자 하였으나 이 과제가 학생들의 흥미와 호기심을 유발시키고, 탐구를 조장할 수 있는가에 대해서는 의문이 생긴다. 셋째, 평가 방법에 대한 고려이다. 7차 교육과정에서는 "수학 학습 활동의 결과에 치중하는 것이 아니라 결과를 포함하면서 과정 중심적인 평가로 방향 전환을 모색", "수학 내용의 성격에 따라 정확한 평가를 위해 다양한 평가 기법이나 평가 도구의 활동을 적극 권장" 등과 같은 평가의 기본 방향을 제시하고 있다(교육부, 1999, p.85). 이런 기본 방향을 구현하기 위해서는 학습을 진행하면서 평가를 수행할 수 있는 방법도 고려되어야 한다.

이런 문제점들을 해결할 수 있는 교수-학습 모형의 하나로 문제 중심 학습(Problem-Centered Learning)을 들 수 있다(신인선·권점례, 2002a). 문제 중심 학습은 Wheatley(1991)이 제안한 교수-학습 전략으로, 과제, 소집단 협력 학습, 공유하기의 상호작용으로 이루어진다. 먼저 학생들에게 흥미와 호기심을 유발시키고 탐구를 조장할 수 있는 과제를 제시한다. 학생들은 이 과제를 자신의 수준에 맞게 해결한 후 소집단 토의를 통해 다른 학생들에게 자신의 해결 방법을 설명하고 정당화하며, 또 다른 학생들의 문제 해결 방법을 배울 수 있는 기회를 갖는다. 소집단 토의를 마친 후 교사 주도의 학급 토의를 통해 각 소집단의 문제 해결 방법을 발표하고, 발표된 문제 해결 방법들에 대해서 토의를 함으로써 수학 학습을 한층 심화시킨다(문제 중심 학습의 자세한 진행 과정에 대해서는 신인선·권점례(2002a)를 참조). 신인선·권점례(2002a)에서는 문제 중심 학습과 관련된 연구들을 종합하여 다음과 같은 일반적인 특징을 제시하고 있다 :

- 문제 중심 수업에서는 능력별, 수준별 교육이 가능하다.
- 문제 중심 학습은 학생들의 의미 구성을 조장한다.
- 문제 중심 학습은 학생들의 의사소통을 조장한다.
- 문제 중심 학습에서 학생들은 학습에 흥미를 느끼고, 활동적으로 참여한다.
- 문제 중심 학습에서는 학습과 평가의 통합이 가능하다.

이것으로 볼 때 문제 중심 학습은 Schroeder & Lester가 제시한 문제 해결을 통한 교수 또는 7차 교육과정에서 제시하고 있는 문제해결식 지도 방법을 구현하기에 적절한 교수-학습 모형으로 보인다. 다시 말해 문제 중심 학습은 제 7차 교육과정을 구현하기에 적절한 교수-학습 모형 중의 하나로 보인다.

Ⅲ. 문제 중심 학습 자료 개발

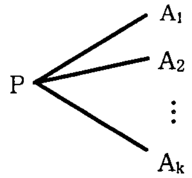
1. 자료 개발의 기본 방향

본 연구에서는 문제 중심 학습 자료를 개발하기 위해서 다음과 같은 기본 방향을 설정하였다.

첫째, 학생들이 학습에 능동적으로 참여할 수 있도록 과제를 개발한다. 문제 중심 학습에서 학생들은 문제 해결에 보다 능동적으로 참여할 수 있으며, 참여해야 한다. 학생들은 주어진 과제를 자신의 수준에 맞게 접근하고, 문제를 해결한 후 해결 방법을 소집단의 다른 구성원들과 토의를 통해 자신의 해결 방법을 정당화하고, 다른 구성원들의 문제 해결 방법을 배울 기회를 갖는다.

둘째, 학생들이 암기한 지식을 단순히 응용하기보다는 탐구를 조장하는 과제를 개발한다. 이런 과제의 예로 개방형 문제나 프로젝트 과제 등을 들 수 있다. 개방형 문

제는 주어진 문제(P)에 대하여 아래 그림과 같이 해가 여러 가지(A_1, A_2, $\cdots$, A_k)인 문제를 말한다.



이와 같은 문제는 하나의 해를 구했다 하더라도 또 다른 해가 존재하기 때문에 학생들은 계속해서 문제해결 과정에 참여할 수 있다. 또 해를 구하는 방법도 다양하게 존재하기 때문에 학생들은 자신의 수준에 맞게 해결 방법을 선택해서 문제를 해결할 수 있으며, 그 결과 한 교실에서도 수준별 수업이 가능하게 된다.

프로젝트 과제는 학생들의 일상 생활과 밀접한 관련이 있고, 과제를 해결하는데 오랜 시간이 걸리며 학생 스스로가 과제를 해결하기 위해 어떤 수학적 지식을 사용해야 하는지, 어떻게 접근해야 하는지를 결정해야 하는 과제를 말한다.

2. 자료 개발을 위한 내용 선정

문제 중심 학습 자료를 개발하기에 앞서 개발할 내용 선정을 위해 먼저 제 7차 수학과 교육과정에서 6학년 가 단계에서 지도되는 내용을 분석하였다. 6학년 가단계에서 지도되는 내용을 영역별로 종합해 보면 다음과 같다. 먼저 '수와 연산' 영역에서는 소수와 분수의 관계를 탐구하고, 소수와 분수의 크기를 비교하는 방법을 지도한다. '도형' 영역에서는 각기둥과 각뿔의 성질, 제 7차 교육과정에서 새롭게 도입된 공간 감각에 대해서 지도한다. 각기둥과 각뿔의 성질에서는 각기둥과 각뿔의 개념을 이해하고, 각각의 구성요소와 성질을 탐구하며, 각기둥의 전개도를 그리는 방법에 대해서 지도한다. 그리고 공간 감각에서는 2학년에서 지도된 쌓기 나무를 심화하여 주어진 모양을 쌓기나무로 만드는 내용으로 구성되어 있다. '측정' 영역에서는 겉넓이와 부피 개념이 도입되어 직육면체와 정육면체의 겉넓이와 부피를 이해하고 각각을 구하는 방법을 지도한다. 또 수의 범위를 나타내는 이상, 이하, 초과, 미만의 뜻과 수의 범위를 나타내는 방법을 지도한다. '확률 및 통계' 영역에서는 비율 그래프인 띠그래프와 원그래프가 도입되고 이를 활용하는 내용으로 구성되어 있으며, '문자와 식' 영역은 초등학교에서는 문제해결을 지도하는 영역으로, 여러 가지 문제 해결 방법을 비교하여 적절한 방법을 선택하고 문제 해결 과정의 타당성을 검토하는 내용으로 구성되어 있다. 마지막으로 '규칙성과 함수' 영역에서는 비와 비율의 개념이 소개되고 비율을 여러 가지 방법으로 나타내는 것을 지도하며, 이와 함께 비례식 개념을 이해하고 이를 활용하는 것에 대해서 지도한다.

위에서 분석한 제 7차 수학과 교육과정 6학년 가단계 지도 내용을 근거로 각 단원별로 문제 중심 학습 자료 개발을 위한 내용을 다음과 같이 선정하였다.

단원	학습 내용
1. 분수와 소수	▶주어진 수를 여러 가지 분수로 나누는 방법 알기
	▶주어진 분수를 이집트 분수로 나타내기 ▶분수를 단위분수와 $\frac{2}{3}$의 합으로 나타내기
2. 각기둥과 각뿔	▶입체도형의 성질을 분류 기준으로 하여 주어진 도형을 여러 가지 방법으로 분류하기
	▶입체도형의 꼭지점 사이의 최단 거리 구하기
3. 수의 범위	▶다양한 어림 전략을 사용하여 주어진 상황에 적절한 어림값 구하기
	▶참값과 근사값 구분하기
4. 쌓기나무	▶주어진 쌓기나무를 다양한 방법으로 쌓기
	▶쌓기나무를 관찰하면서 규칙성 찾기
5. 겉넓이와 부피	▶주어진 종이를 이용하여 부피가 최대인 직육면체 만들기
	▶직육면체의 구성요소를 이용하여 부피 구하기
6. 비와 비율	▶운동장의 넓이와 사람 수 사이의 비를 이용하여 적절한 의사결정하기
	▶직사각형의 가로와 세로의 길이 비를 이용하여 문제 해결하기
7. 비례식	▶비례식을 이용하여 주어진 상황에 대한 타당한 근거 제시하기
	▶비례식을 이용하여 원주와 회전수 사이의 관계 구하기
8. 비율 그래프	▶주어진 자료를 여러 가지 비율 그래프로 나타내기
	▶비율 그래프를 보고 변화 과정 해석하기
9. 문제를 해결하기	▶규칙성 찾기 전략을 이용하여 문제 해결하기
	▶주어진 조건을 다양하게 이용하여 문제 해결하가

3. 자료 개발의 실제

다음은 이전 절에서 선정한 내용을 토대로 문제 중심 학습 자료를 개발한 것이다. 개발된 자료 중의 일부분은

다른 연구 문헌에서 개발된 자료를 문제 중심 학습에서 사용할 수 있도록 재구성하였다. 다음 표는 본 연구에서 개발된 문제 중심 학습 자료의 주제와 관련 단원, 참고 문헌 등을 정리한 것이다.

과제번호	주 제	단원명	참고문헌
가-1	어느 상인의 유산	1. 분수와 소수	
가-2	이집트 분수	〃	이우영·신항균(1995)
가-3	입체도형 가족	2. 각기둥과 각뿔	변은진 (2001)
가-4	달팽이의 여행	〃	
가-5	놀이공원에 놀러온 사람들	3. 수의 범위	Sherin & Mendez(2000)
가-6	농장의 화제	〃	van den Heuvel -Panhuizen (2001)
가-7	쌓기나무 놀이	4. 쌓기나무	
가-8	과자 만들기	〃	Stern(2000)
가-9	상자 만들기	5. 겉넓이와 부피	
가-10	상자 포장하기	〃	
가-11	어느 운동장으로 갈까	6. 비와 비율	변은진(2001)
가-12	생일 초대장 만들기	〃	Muller(1999)
가-13	걸리버 여행기	7. 비례식	김수환(1999)
가-14	동전의 회전	〃	
가-15	경희네 문구점	8. 비율 그래프	
가-16	우리나라 에너지 소비량	〃	
가-17	하노이탑	9. 문제를 해결하기	
가-18	똑같이 나누기	〃	정동권 (1996)

<부록>에 제시된 활동지는 본 연구에서 개발된 학생용 문제 중심 학습 자료의 일부분이다. 개발된 전체 자료는 신인선 · 권점례(2002b)에 수록되어 있다. 6-가 단계는 모두 9단원으로 구성되어 있는데 각 단원별로 두 차시씩 개발하였고, 따라서 개발된 자료는 모두 18차시이다.

개발된 자료의 타당성을 검증하기 위해서 초등학교 6학년 학급에 투입하여 학생들의 반응을 분석하고, 분석 결과를 바탕으로 난이도를 조정하고, 문제의 오류를 수정했으며, 양이 많은 과제에 대해서는 분량을 축소하였고, 부적절하다고 판단되는 과제에 대해서는 새로운 과제로 교체하였다. 과제의 아래에 있는 각주는 학생들의 반응을 분석한 결과 처음에 개발된 학습 자료를 수정한 내용을 기록한 것이다.

Ⅳ. 수행평가 기준 개발

수행 평가란 학생들에게 해결해야 할 과제를 제시하여 스스로 산출물을 작성하거나 과제를 완성하도록 하는 평가 방법을 말한다. 수행 평가는 단편적인 지식의 암기를 측정하는 것이 아니라 문제해결, 의사소통, 추론, 연결성과 같은 고차적 사고 능력을 측정하기 때문에 최근 수학 개혁 움직임에서 그 중요성이 강조되고 있는 평가방법이기도 하다.

문제 중심 학습을 진행하면서 교사는 소집단 활동이나 학급 전체 토의에서 학생들의 활동과 학생들 사이의 의사소통을 관찰하고, 학생들이 작성할 활동지를 평가 자료로 활용하여 수행평가를 할 수 있다. 본 절에서는 문제 중심 학습을 진행하면서 학생들을 평가하는 방법에 대해서 알아본다.

1. 평가의 관점

본 연구에서는 문제 중심 학습에서 학생들을 평가하기 위해 다음과 같은 평가 관점을 설정하였다.

첫째, 다양한 평가 방법을 사용한다. 본 연구에서는 교사의 관찰 평가, 학생의 자기 평가, 학습 결과물 평가 세 가지 평가 방법을 사용하였다. 문제 중심 학습을 진행하는 동안 교사는 소집단에서 과제를 수행하는 학생들을 관찰하고, 학습이 끝난 후 학생들은 수학 교실에서의 자신의 활동(예를 들어, 소집단 활동의 참여 정도)에 대하여 평가할 수 있으며, 각 소집단의 학습 결과물들을 평가하는 것도 가능하다.

둘째, 학습 결과물 평가의 경우 개인이 아닌 소집단을 단위로 평가를 실시한다. 문제 중심 학습은 소집단을 단위로 학습이 진행된다. 소집단의 구성원이 공동으로 문제를 해결하고 그 해결 방법은 공유하며, 합의된 하나의 해결 방법을 학급 토의에서 발표하게 된다. 따라서 평가의 단위를 학생 개인에 초점을 두기보다는 소집단에 초점을 두는 것이 보다 바람직하게 보인다.

셋째, 학습 결과물 평가는 상, 중, 하 세 개의 척도로 나누어 평가 기준안을 개발한다. 물론 과제에 따라서 학생들의 학습 결과를 보다 세분화하여 평가할 수도 있으나 본 연구에서는 모두 상, 중, 하 세 개의 척도로 나누었다.

2. 평가의 실제

2.1. 교사의 관찰 평가

문제 중심 학습이 진행되는 동안 교사는 지식의 전달자에서 벗어나 학생들의 학습의 안내자, 조력자의 역할을 담당하게 된다. 이때 학습의 책임은 학생들에게 주어지며, 학생들은 학습에 적극적으로 참여하여 주어진 문제에 대해서 토의를 하면서 문제를 해결한다. 이때 교사는 소집단에서 활동하고 있는 학생들을 관찰하면서 그들의 학습 과정을 평가할 수 있다.

학생 활동의 관찰은 두 가지 방법으로 이루어질 수 있다. 즉 소집단을 단위로 관찰을 할 수도 있고, 소집단에서 활동을 하는 개인을 단위로 관찰을 할 수도 있다. 그러나 어느 한 가지 방법을 사용하는 것보다 두 가지를 병행해서 사용하는 것이 보다 바람직하게 보인다.

Reid, Forrestal & Cook(1989, p.128)에서는 교사가 소집단 활동을 관찰하는데 사용할 수 있는 체크리스트를 제시하고 있다(<표 2> 참고). 이 체크리스트는 소집단 활동시 집단 구성원들 사이의 권력 관계에 초점을 두고 있는 것으로 보인다.

<표 2> 소집단 활동 관찰 체크리스트
(Reid, Forrestal, & Cook(1989)에서 인용)

집단 체크리스트			
	예	아니오	논평
1. 모든 사람이 참여하였는가?			
2. 누군가 무시되었다고 느끼지 않았는가?			
3. 모든 학생들이 공헌하였는가?			
4. 어떤 방해가 있었는가? 한 사람이 우세하지 않았는가?			
5. 어떤 논쟁이 있었는가? 어떻게 그것을 해결하였는가?			
6. 모든 사람이 자신이 해야 할 것을 알고 있었는가?			
7. 당신은 지금까지 당신이 해온 활동에 만족하는가?			

소집단에서 활동하고 있는 개인을 관찰하는데 사용할 수 있는 체크리스트로는 강문봉 외(2002)에서 제시하고 있는 관찰 평가 체크리스트를 들 수 있다(<표 3> 참고). 이 체크리스트는 관찰 영역이 자신감, 인내심, 호기심, 창의력 및 융통성, 반성 5개 영역이고, 각 영역에서 하위 평가 문항이 제시되고 있다.

여기서 제시된 관찰 체크리스트 외에도 다양한 예들이 있을 것으로 생각된다. 비록 문제 중심 학습이 진행되고 있다 하더라도 교사 개인이 한 번에 모든 학생들을 관찰하는 것은 불가능하다. 따라서 교사는 자신의 평가 관점에 부합하는 체크리스트를 선택하여 체계적인 계획을 세워 학생들을 평가해야 할 것이다.

<표 3> 관찰 평가 체크리스트의 예
(강문봉 외, 2002에서 인용)

관찰 평가 체크리스트						
학년 반 번 이름				날짜		
영 역	세부 사항					
자신감	어려운 문제도 두려워하지 않고 열심히 한다					
	자신의 답이 옳다고 생각한다					
	수학 문제해결에 자신감이 있다					
	시간이 오래 걸리는 문제도 끝까지 풀려고 애쓴다					
	즉시 정답을 구하지 못할 때는 금방 포기해 버린다					
인내심	모르는 문제는 질문을 하여 알려고 한다					
	수학적 개념이나 원리에 대한 이유를 알고자 한다					
	수학 문제 풀이를 좋아한다					
호기심	수학에 대한 관심이 많고 적극적이다					
	다른 사람에 비해 독특한 풀이를 한다					
	수학 문제를 풀 때 가능한 한 간결한 방법으로 풀려고 한다					
창의력 및 융통성	여러 가지 방법으로 문제를 해결하려고 한다					
	자신의 생각과 문제풀이에 대해 신중하게 검토한다					
	문제를 풀고 나서 좀더 나은 풀이 방법을 찾는다					
반 성	문제 풀이 결과를 비슷한 상황에 적용한다					

2.2. 학생의 자기 평가

학생들은 자신의 학습에 대해서 평가해 볼 수 있는 기회를 가져야 한다. 강문봉 외(2002)에 따르면, 학생 자기의 평가는 학생 자신의 수학적 성향이나 행동, 수행에 대해 판단해 볼 수 있는 기회와 학생들 자신에 대한 정보를 제공해 준다는 점에서 다른 평가 방법과는 다른 장점이 있다고 하면서 <표 4>와 같은 학생 자기 평가시 사용되는 평가 문항의 예를 제시하고 있다. 이 평가는 각 차시 학습을 마치고 학생들의 학습 성취도를 평가하기 위해 고안된 것으로 보인다.

<표 4> 학생 자기 평가의 예

※ 다음 문장을 완성해 보세요

1. 이 단원에서 가장 어려운 부분은 ________________.
2. 나는 이 단원에서 __________ 하는 방법을 학습하였다.
3. 나는 ___________을 학습하기가 가장 어려웠다.
4. 내가 아직도 이해하지 못하는 개념은 _____________.
5. 이것을 학습하기 위해 내가 필요한 것은 ___________.
6. 나는 (평가에 준비되어 있다)/(아직 준비되어 있지 않다). 그 이유는 ______________________________.

<표 5>는 신인선·권점례(2002)에서 문제 중심 학습을 진행하면서 사용한 학생 자기 평가이다. 이 평가는 학생들의 소집단 활동 참여에 초점을 두고 있다. 따라서 <표 4>와 <표 5>에 제시된 학생 평가를 통합해서 사용한다면 학생들의 학습 성취도와 소집단 활동 참여 정도를 동시에 파악할 수 있을 것으로 보인다.

<표 5> 예비 검사에서 사용된 학생 자기 평가

♠ 다음 문제를 읽고, 자신의 생각을 솔직하고 정확하게 기록하시오.

1. "나는 오늘 수학 시간에 _______을 배웠다. 그것을 배우면서 나는 ______ 생각 또는 느낌이 들었다."
2. "나는 오늘 수학 시간에 우리 모둠에 _________ 도움을 주었다."
3. "나는 수학이 _______하다고 생각한다."

위에서 제시한 두 가지 학생 자기 평가는 모두 미완성 문장으로 구성하여 학생들이 문장을 채우는 형식으로 구성되어 있다. 미완성 문장을 채우는 것과 더불어 학생들에게 왜 그 문장과 같이 생각하게 되었는지를 기록하면 학생들의 생각이나 느낌에 대한 보다 많은 정보를 얻을 수 있을 것으로 생각된다.

2.3. 학습 결과물 평가

여기서는 문제 중심 학습을 진행한 후 학생들의 학습 결과물을 평가하는 방법에 대해서 알아본다. 문제 중심 학습 자료에 제시된 과제들은 그것을 해결하기 위해서는 단편적인 지식의 회상이 아니라 의사소통, 추론 등과 같은 고차적인 사고 능력을 요구하기 때문에 수행 평가 문항으로 사용될 수 있다.

다음은 본 연구에서 제시한 문제 중심 학습 자료에 대한 수행평가 기준안이다. 수행평가 기준안을 개발하는 기초 자료를 얻기 위해 문제 중심 학습 자료를 개발한 후 6학년 학습에 적용하여 학생들의 반응을 분석하였다. 분석 결과를 토대로 수행 평가 기준안을 개발하였다. 각 자료별로 수행 평가 기준안과 더불어 학생들의 반응을 평가한 예를 제시하였다.

가-3	제 목	입체도형 가족
	단원명	6-가-2. 각기둥과 각뿔
	차시목표	입체도형의 성질을 알고, 그 성질을 분류기준으로 하여 주어진 입체도형을 다양하게 분류할 수 있다.
수준	문 제 해 결	
상	·분류 기준을 8개 이상 정하고, 정해진 분류 기준에 따라 도형을 바르게 분류한 경우	
중	·분류 기준을 4~7개 정하고, 정해진 분류 기준에 따라 도형을 바르게 분류한 경우	
하	·분류 기준을 0~3개 정하고, 정해진 분류 기준에 따라 도형을 바르게 분류한 경우	

<반응 예> 중

분류 기준을 4~7개 정하고, 정해진 분류 기준에 따라 도형을 바르게 분류한 경우

분류 기준	[illegible]
밑면이 세모인 것	B, C
밑면이 합동인 것	A, C, E, H.
밑면이 원인 것	F, H
옆면이 없는 것	D
밑면이 두 개인 것	B, G
각이 없는 것	D, F, H

가-6	제 목	농장의 화재
	단원명	6-가-3. 수의 범위
	차시목표	주어진 상황을 고려하여 제시된 수가 참값인지, 근사값인지를 구분할 수 있다.
수준	문 제 해 결	
상	· 주어진 문제에서 참값과 어림값을 각각 찾아내고 이런 수들과 관련해서 기사의 잘못된 점을 찾아낸 경우	
중	· 참값과 어림값을 바르게 제시하였으나 이런 수들을 이용하여 신문 기사의 잘못된 점을 찾아내지 못한 경우 · 참값과 어림값을 바르게 제시하였으나 닭의 수에 비해 손해를 입은 금액이 정확하지 않다고 제시한 경우	
하	· 신문 제시된 수 중에서 참값과 어림값을 구분하지 못하는 경우 · 닭의 수에 비해 손해를 입은 금액이 정확하게 제시되지 않았다고 설명하는 경우 · 기사에 제시된 수와 관련해서 설명하지 못하고 다른 사항들에 초점을 두고 설명을 하는 경우 · 틀린 점이 없다고 제시하는 경우	

<반응 예> 상

주어진 문제에서 참값과 어림값을 각각 찾아내고 이런 수들과 관련해서 기사의 잘못된 점을 찾아낸 경우

광에 있었던 닭의 수 26,000마리는 정확한 값이 아니라 대략적인 값이다. 그런데 살아남은 닭의 수 1마리는 정확한 값이다. 그래서 26,000마리에서 1마리를 빼어서 25,999마리가 화재로 죽었다고 한 것은 잘못되었다. 26,000마리가 대략적인 값이기 때문에 이중에서 1마리를 빼어도 약 26,000마리이다.

<반응 예> 하

닭의 수에 비해 손해를 입은 금액이 정확하게 제시되지 않았다고 설명하는 경우

닭은 마리수 처럼 손실 액수가
정확하게 나타나지 않았다

가-8	제 목	과자 만들기
	단원명	6-가-4. 쌓기 나무
	차시목표	쌓기나무를 관찰하면서 쌓기나무에 내재된 규칙을 찾을 수 있다.
수준	문 제 해 결 (예 : 한 면에만 초콜릿이 묻은 정육면체)	
상	· 제시된 수에 대해서 정육면체 수를 바르게 구하고 이때 찾은 규칙을 이용하여 x인 경우(일반항)의 식을 바르게 쓴 경우 · 제시된 수에 대해서는 정육면체의 수를 바르게 구하였으나 x인 경우(일반항)의 식을 바르게 쓰지 못한 경우	
중	· 제시된 5개의 수 중 2~5개의 수에 대한 정육면체의 수를 바르게 구한 경우	
하	· 잘못된 규칙을 적용하여 제시된 수에 대한 정육면체의 수를 구한 경우 (또는 일반항까지 구한 경우) · 그림으로 제시된 정육면체에 대해서만 바르게 구한 경우	

<반응 예>[4] 하

잘못된 규칙을 적용하여 제시된 수에 대한 정육면체

4) 위의 문항은 한 변에 놓이는 정육면체 수가 변함에 따라 한 면에만 초콜릿이 묻는 정육면체의 수, 두 면에 초콜릿이 묻는 정육면체의 수, 세 면에 초콜릿이 묻는 정육면체의 수, 초콜릿이 묻지 않은 정육면체의 수가 서로 다른 규칙으로 변하는 문항이다. 위의 평가 기준은 한 면에만 초콜릿이 묻은 정육면체의 수에 대한 평가기준의 예이다. 다른 정육면체에 대해서도 동일한 평가기준이 적용된다.

의 수를 구한 경우 (또는 일반항까지 구한 경우)

한 변에 놓이는 정육면체의 수	한 면에만 초코렛이 묻은 정육면체의 수	두 면에 초코렛이 묻은 정육면체의 수	세 면에 초코렛이 묻은 정육면체의 수	초코렛이 묻지 않은 정육면체의 수
4	24	28	8	8
5	36	42	8	18
6	48	56	8	64
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	96	112	8	512
100	960	1112	8	5120
n	n×6	n×14	n×	n×

가-11	제 목	어느 운동장으로 갈까?
	단원명	6-가-6. 비와 비율
	차시목표	운동장의 넓이와 사람 수 사이의 비를 이용하여 다양한 방법으로 상황에 적절한 의사결정을 할 수 있다.
수준	문 제 해 결	
상	· 일정한 넓이를 사용하는 사람 수를 구하여 문제를 해결한 경우 · 특정 수의 사람이 사용하는 운동장의 넓이를 구하여 문제를 해결한 경우 · 운동장 넓이의 최소공배수를 구하고, 이때 운동장에 있는 사람의 수를 구하여 문제를 해결한 경우 · 비례식을 사용하여 문제를 해결한 경우	
중	· '상' 수준에서 제시된 방법으로 문제에 접근하였으나 해결 과정에서의 부분적인 오류로 잘못된 답을 구한 경우	
하	· 문제를 다양한 방법으로 시도하였으나 문제를 해결하지 못한 경우	

<반응 예> 상

특정 수의 사람이 사용하는 운동장의 넓이를 구하여 문제를 해결한 경우

재웅이네는 1명이 10 m 씩 쓰면 다차지만
진영이네 학교는 1명씩 10m 를 써도 400m 기때
문에 100m 가 남는다. 그래서 진영이네 학교
에서 하는것이 좋다.

<반응 예> 중

특정 수의 사람이 사용하는 운동장의 넓이를 구하여 문제를 해결하고자 하였으나 계산 과정에서 오류를 범한 경우

진영 - 300 ÷ 40 = 60
재웅 500 ÷ 30 = 100
진영이네 학교에선 600㎡ 의 운동장에서 [illegible]
각 한사람당 10㎡ 씩 밖에 돌지 못한다
하지만 재웅이네 학교에서는 [illegible] 의 30명이 [illegible]
각 한사람당 100㎡ 씩 [illegible]
그러므로 재웅이네 학교에서 운동하는 것이 좋다.

<반응 예> 하

문제를 다양한 방법으로 시도하였으나 문제를 해결하지 못한 경우

500 : 40 = 300 : 30

가-14	제 목	동전의 회전
	단원명	6-가-7. 비례식
	차시목표	반지름과 원주 사이의 관계를 비례식으로 나타내어 회전수를 구할 수 있다.
수준	문 제 해 결	
상	· 동전의 회전 수 비는 동전의 원주에 반비례한다는 사실을 이용해서 문제를 해결한 경우 · 방정식을 이용해서 작은 동전의 회전 수를 구한 경우	
중	· 작은 동전과 큰 동전의 원주는 구하였으나 둘 사이의 관계를 이용하여 작은 동전의 회전 수를 구하지 못한 경우	
하	· 작은 동전과 큰 동전의 원주의 비를 구하지 못한 경우	

<반응 예> **상**

동전의 회전 수 비는 동전의 원주에 반비례한다는 사실을 이용해서 문제를 해결한 경우

문제에서 B에 반지름이
A에 3배이기 때문에
A원주 : 1 = B원주 : 3
이 회전수는 3이
나온다.

<반응 예> **중**

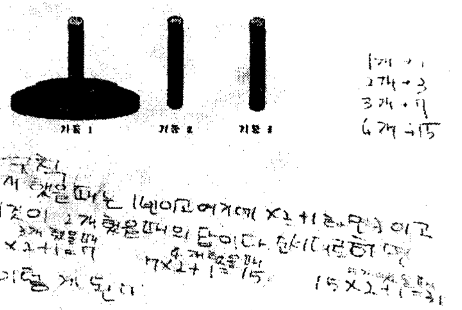
작은 동전과 큰 동전의 원주의 비는 구하였으나 둘 사이의 관계를 이용하여 작은 동전의 회전 수를 구하지 못한 경우

저는 이렇게 생각합니다 먼저 B의 원주를 구해야 합니다. 위에서는 B의 반지름은 동전 A의 반지름의 3배라고 하였습니다 그러니깐 3×3×3.14=28.26이 원주입니다 3배라고 했으니 A는 당연히 1이겠지요 그러면 A 원주는 1×1×3.14=3.14입니다 1바퀴를 도니깐 −기를 해야합니다 28.26−3.14=25.12입니다. 그러니깐 A는 B를 1바퀴 도는데 25.12번 회전 하였습니다

가-17		**제 목**	하노이 탑
		단원명	6-가-9. 문제를 해결하기
		차시목표	주어진 문제 상황에서 규칙성을 찾고, 이 규칙성을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있다.
수준		**문 제 해 결**	
상		· 원판이 3개, 4개일 때 최소 이동 횟수를 구하고 여기서 규칙을 찾아서 원판이 100개일 때의 최소 이동 횟수를 구한 경우	
중		· 원판이 3개, 4개 일 때 최소 이동 횟수는 구하였으나 원판이 100개일 때의 최소 이동 횟수는 구하지 못한 경우	
하		· 원판이 3개, 4개인 경우도 최소 이동 횟수를 구하지 못한 경우 · 원판이 3개 또는 4개인 경우 중 하나의 경우에 대해서만 최소 이동 횟수를 구한 경우	

<반응 예> **상**

원판이 3개, 4개일 때 최소 이동 횟수를 구하고 여기서 규칙을 찾아서 원판이 100개일 때의 최소 이동 횟수를 구한 경우



V. 맺으며

문제 중심 학습(PCL: Problem-Centered Learning)은 전통적인 교사 중심의 설명식 수업을 대신해서 학생들의 활동적인 참여를 조장하는 학습자 중심의 수학 교수 학습 방법의 하나이다. 문제 중심 학습에서 학습자는 주어진 문제 상황을 소집단의 다른 구성원들과 토의를 하면서 해결방법을 찾고, 그것을 학급 토의에서 발표함으로써 학급의 다른 구성원들과 해결 방법을 공유할 수 있는 기회를 갖는다. 이때 학생들에게 제공되는 문제는 규칙이나 알고리즘을 기계적으로 적용하여 답을 구하는 응용 문제의 수준을 넘어서서 학생들의 일상생활과 밀접한 관련이 있는 문제, 답이 여러 개인 개방형 문제 등 학생들로 하여금 탐구를 조장시킬 수 있어야 한다. 문제 중심 학습의 이러한 특징들은 현행 제 7차 교육과정이 지향하는 학습자 중심의 교육, 능력별·수준별 교육을 실현시키는데 큰 잠재력을 가지고 있는 것으로 보인다.

본 연구는 문제 중심 학습 자료를 개발하여 현행 교육과정을 실행하는데 활용할 수 있는 교수-학습 자료를 제공하는 것을 목적으로 하였다. 먼저 현행 교육과정에서 지도되는 문제 해결에 대해서 알아보고 현행 교육과정을 지도하는 교수-학습 모형의 하나로 문제 중심 학습을 제시하였다. 다음으로 제 7차 수학과 교육과정 및 국

내·외 문제 중심 학습과 관련된 문헌들을 분석하여 초등학교 6학년에 적용할 수 있는 과제를 선정하고, 선정된 과제를 중심으로 문제 중심 학습 자료를 개발하였다. 마지막으로 개발된 문제 중심 학습 자료를 6학년 학급에 적용하면서 수집한 자료를 토대로 평가 방안을 제시하였다.

본 연구에서 개발된 문제 중심 학습 자료는 다음과 같이 활용될 수 있을 것으로 기대된다. 첫째, 본 연구에서 개발된 문제 중심 학습 자료는 제 7차 교육과정을 보완할 수 있는 학습 자료로 사용할 수 있을 것이다. 개발된 문제 중심 학습 자료는 구성주의 학습관에 반영하여 학생들의 활동을 극대화시킬 수 있도록 구성되었으며, 학생들의 일상생활과 관련이 있거나 문제 해결의 호기심을 유발할 수 있는 과제를 사용하였다.

둘째, 문제 중심 학습은 평가의 대안적인 방법으로 사용될 수 있다. 본 연구에서 개발된 자료를 사용해서 문제 중심 수학 수업을 진행할 때 교사는 학생들이 학습하는 것을 관찰할 수 있는 기회를 가지며, 학생들이 수업 시간에 작성한 활동지를 수집하여 평가 자료로 사용할 수도 있다. 따라서 본 연구에서 개발된 문제 중심 학습 자료는 학습 자료뿐만 아니라 수행 평가 자료로도 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

설명식 수업이 가지고 있는 문제점을 해결할 수 있는 하나의 대안적인 접근으로 제시되고 있는 문제 중심 학습이 수학 교실에서 널리 사용되기 위해서는 여전히 많은 노력이 요구된다. 수학 교수·학습에 대한 교사의 인식 변화가 필수적이다. 교사는 학생들이 활동할 수 있는 기회를 충분히 주어서 동료들과의 의사소통을 통해서 수학적 의미를 구성하고 그것을 공유할 수 있도록 해야 한다. 또한 문제 중심 학습이 진행되기 위해서는 아동들에게 도전적이고 흥미로운 과제가 계속해서 개발되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

강문봉·김수미·송상헌·박교식·박영배·유현주·이종영·정동권·정은실·정영옥 (2002). 초등수학교육의 이해, 서울: 경문사

교육부 (1999). 초등학교 교육과정 해설(IV)-수학, 과학, 실과-, 서울: 교육부

김수환 (1999). 청주교육대학교 과학영재교육센터 교육자료집 <수학>, 청주교육대학교 과학영재교육센터, pp.68-73

박성선. (1995). 문제 해결을 통한 수학 학습. 청람수학교육 제5집, 수학과 교수·학습 지도 개선을 위한 워크샵-수학적 힘의 개발을 중심으로-, 한국교원대학교 수학교육연구소. pp.67-77

백석윤 (2001). 제 7차 수학과 교육과정에 따른 1~6단계 수학교과용 도서 개발 방향과 수학 및 수학 익힘책 사용 방안, 대한 수학교육학회 2001년 춘계 수학교육학 연구 발표대회 논문집. pp.137-156

백선수 (1999). 문제 중심 수업과 설명식 수업의 효과 분석. 한국교원대학교 수학교육과 석사학위 논문.

변은진 (2001). 개방형 문제를 활용한 평가가 수학적 창의력에 미치는 효과. 한국교원대학교 석사학위 논문

신인선·권점례 (2001). 문제 중심 수학 학습에 대한 연구 : 초등학교 5학년을 중심으로. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>. 12. pp.33-56.

__________ (2002a). 문제 중심 학습을 통한 초등학교 학생들의 수학적 태도 변화에 대한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 41(2). pp.189-202.

__________ (2002b). 제 7차 교육과정에 따른 수학과 문제 중심 학습 자료 개발 연구, 2001년 한국학술진흥재단 교과교육공동연구과제.

이우영·신항균 (1995). 수학사. 서울: 경문사.

정동권 (1996). 아동의 발전적 사고력을 기르기 위한 Open-ended problem의 활용, 인천교육대학교 논문집, 29(2), pp.225-239.

최효일·박배훈·류희찬 (1995). 우리 나라 수학교육의 발전 방향 - 교육과정, 수업, 평가, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 34(2), pp.285-296.

Bulgar, S. A. & Tarlow, L. D. (1999). Homogeneous groups develop thoughtful mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School* 4(7), pp.478-483.

Cobb, P.; Wood, T. & Yackel, E. (1991). A constructivist approach to second grade mathematics. In von Glasersfeld (Ed.), *Radical Constructivism in mathematics Education.* Dordrecht : Kluwer. pp.157-176.

Muller, G. (1999). Problems. *Mathematics Teaching in the Middle School* **4(6)**, pp.387-388.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA. : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics,* Reston, VA. : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc

Reid, J.; Forrestal, P. & Cook, J. (1989). *Small group in the classroom.* Chalkface Press. 정수경 (역) (1999). 교사를 위한 소집단 활동 운영 방법. 서울: 정민사.

Ridlon, C. (2000). Christi makes sense of six-grade mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School.* **5(6)**, pp.367-373.

Schroeder, T. L. & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. *New directions for elementary school mathematics, Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics.* Reston, Va. : NCTM. pp.31-42.

Sherin, M. D. & Mendez, E. P. (2000). Students building on one another's mathematical ideas. *Mathematics Teaching in the Middle School* **6(3)**, pp.186-190.

Stern, F. (2000). Choosing problems with entry points for all students. *Mathematics Teaching in the Middle School.* **6(1)**, pp.8-11.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Estimation. In M. van den Heuvel-Panhuizen(Ed.), *Children learn mathematics. A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*(173-202). Utrecht University, Netherlands : Freudenthal Institute.

Wheatley, G. H. (1991). Constructivist perspectives on science and mathematics learning. *Science Education* **75(1)**, pp.9-21.

A Study on Development of Problem-Centered Learning Materials for the 7th Mathematics Curriculum

Shin, Insun

Korea National University of Education, Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea

E-mail: shinis@cc.knue.ac.kr

Kwon, Jeom-rye

Wanggok Elementary School, 600, Wanggok-dong, Euiwang, Kyonggi, Korea

E-mail: kwonjr@chollian.net

Problem-centered learning has many implications on teaching and learning mathematics. Students devise their solutions to solve problems and participate in the discussion with teacher and other students to share and justify their solution during the problem-centered learning.

Therefore, we purposed to provide problem-centered learning materials to be able to use in teaching and learning the 7th mathematics curriculum in this study. First, we reviewed the 7th curriculum and its textbooks to know what and how students learn and suggested the problem-centered learning as a teaching method to perform the 7th curriculum. Next, we developed the problem-centered learning materials for 6th grade in elementary school and taught students with these materials to amend errors. Finally, we developed evaluation criteria to evaluate students while they learned mathematics in the problem-centered learning.

* ZDM classification : D33

* 2000 Mathematics Classification : 97C90

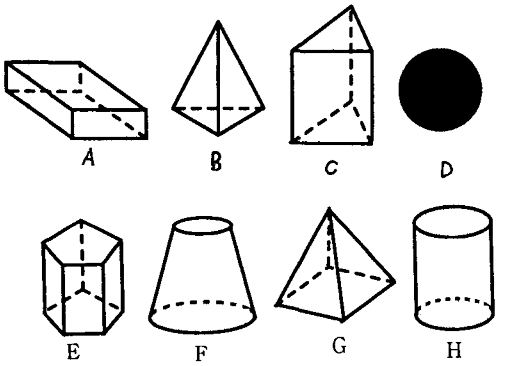
* key word : problem-centered learning, mathematics curriculum, problem solving.

[부 록]

가-3	제 목	입체도형 가족
	단원명	6-가-2. 각기둥과 각뿔
	차시목표	입체도형의 성질을 알고, 그 성질을 분류기준으로 하여 주어진 입체도형을 다양하게 분류할 수 있다.

※ 다음 그림을 보고 물음에 답하여 봅시다.

여러 가지 관점에서 분류 기준을 정하고, 정해진 분류 기준에 따라 아래 입체 도형을 분류하여 봅시다.



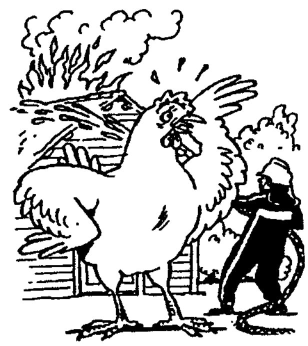
분류 기준	분류 기준의 성질을 가진 도형

가-6	제 목	농장의 화재
	단원명	6-가-3. 수의 범위
	차시목표	주어진 상황을 고려하여 제시된 수가 참값인지, 근사값인지를 구분할 수 있다.

※ 다음 신문 기사를 읽고, 기사에 제시된 수 중에서 대략적인 값(어림값)과 정확한 값(참값)을 각각 찾아봅시다. 이런 수들을 보고 신문 기사의 잘못된 점을 생각하여 봅시다.

25,999 마리의 닭이 불에 타 죽다![6]

보고에 의하면, Hellendoorn에 있는 K씨의 농장에 불이 났습니다. 불은 전기 단선으로 빈 광에서 시작되었으며, 바람이 거세게 불어서 금새 닭이 있는 광으로 옮겨 붙었다고 합니다. 이 광에는 26,000 마리의 닭이 있었는데, 이중 한 마리만이 화염에서 탈출하여 화재로 25,999 마리의 닭이 죽었다고 합니다. 화재로 이 농장이 입은 손실은 500,000 달러가 넘을 것으로 추정됩니다.

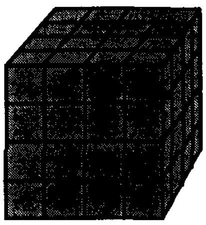


6) 처음에 학생들에게 투입하였을 때의 과제를 다음과 같다: "다음 신문 기사를 읽고, 어떤 점이 잘못되었는지를 생각해 봅시다." 이때 학생들의 반응을 분석한 결과 참값과 어림값과 관련해서 문제를 파악하지 못하는 것으로 나타났다. 그래서 위와 같이 먼저 주어진 신문 기사에서 참값과 어림값을 먼저 찾아보게 하고, 찾은 수를 이용해서 신문 기사의 잘못된 점을 찾아보게 하는 식으로 수정하였다.

가-8	제 목	과자 만들기
	단원명	6-가-4. 쌓기 나무
	차시목표	쌓기나무를 관찰하면서 쌓기나무에 내재된 규칙을 찾을 수 있다.

※ 다음 글을 읽고, 물음에 답하여 봅시다.

정육면체 모양의 빵을 초콜릿이 담긴 그릇에 완전히 담근 후 꺼내어 아래 그림과 같이 작은 정육면체 모양으로 잘랐다. 한 면에만 초콜릿이 묻은 정육면체의 수, 두 면에 초콜릿이 묻은 정육면체의 수, 세 면에 초콜릿이 묻은 정육면체의 수, 어느 면에도 초콜릿이 묻지 않은 정육면체의 수를 각각 구하여 봅시다.[7]



한 변에 놓이는 정육면체의 수	한 면에만 초콜릿이 묻은 정육면체의 수	두 면에 초콜릿이 묻은 정육면체의 수	세 면에 초콜릿이 묻은 정육면체의 수	초콜릿이 묻지 않은 정육면체의 수
4				
5				
6				
⋮				
10				
100				
x				

7) 과제를 처음에 학생들에게 제시할 때 정육면체 수의 일반항으로 문자 n을 사용했으나 학생들이 이 문자의 의미를 이해하지 못하고 활동지에 공란으로 비어둔 학생들이 많았다. 그래서 위에서는 이 문자를 사용하는 대신 학생들에게 보다 익숙한 문자인 x를 사용하였다.

가-11	제 목	어느 운동장으로 갈까?
	단원명	6-가-6. 비와 비율
	차시목표	운동장의 넓이와 사람 수 사이의 비를 이용하여 다양한 방법으로 상황에 적절한 의사결정을 할 수 있다.

※ 다음 글을 읽고, 물음에 답하여 봅시다.

진영이와 지혜는 공놀이를 하려고 합니다. 다음 표는 각각 진영이와 지혜네 학교의 운동장 넓이와 현재 운동장에서 놀고 있는 사람 수를 나타낸 것이다. 두 사람은 두 운동장 중 사람이 덜 붐비는 운동장을 선택하여 공놀이를 하려고 합니다. 누구네 학교 운동장에서 공놀이를 하는 것이 좋을까요? 왜 그렇게 생각합니까? 여러 가지 방법으로 설명해 봅시다.

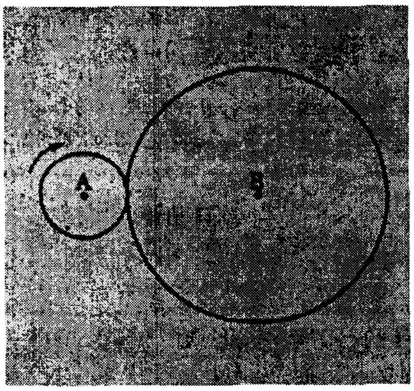
	진영이네 학교	지혜네 학교
운동장 넓이	500㎡	300㎡
현재 놀고 있는 사람 수	40명	30명

가-14	제 목	동전의 회전
	단원명	6-가-7. 비례식
	차시목표	반지름과 원주 사이의 관계를 비례식으로 나타내어 회전수를 구할 수 있다.

※ 다음 글을 읽고, 물음에 답하여 봅시다.

아래 그림과 같이 두 개의 동전 A, B가 놓여있다. 동전 B의 반지름은 동전 A의 반지름의 3배이다. 큰 동전 B를 움직이지 않게 고정시키고 작은 동전 A를 큰 동전 B의 원주를 따라서 회전시킨다고 하자.

작은 동전이 큰 동전의 원주를 따라 완전히 한 바퀴 돌아 제자리로 올 때 작은 동전은 몇 번 회전을 하게 되는지 알아봅시다.



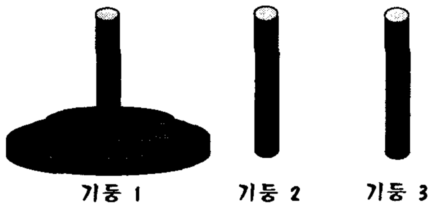
가-17	제 목	하노이 탑
	단원명	6-가-9. 문제를 해결하기
	차시목표	주어진 문제 상황에서 규칙성을 찾고, 이 규칙성을 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있다.

※ 다음 글을 읽고, 물음에 답하여 봅시다.

그림과 같이 세 개의 기둥과 크기가 서로 다른, 구멍 뚫린 3개의 원판이 있습니다. 다음 규칙에 따라 기둥 1에 있는 3개의 원판을 다른 한 기둥으로 모두 옮기려고 합니다. 최소한 몇 번 이동해야 합니까? 만약 원판이 4개라면 최소 몇 번 이동해야 합니까? 또 원판의 개수가 100개라면 최소 몇 번 이동해야 합니까? (이 때, 기둥 3개를 모두 이용할 수 있다) 8)

<규칙 1> 한 번에 한 원판만 다른 기둥으로 옮길 수 있다.

<규칙 2> 작은 원판 위에 큰 원판을 놓을 수 없다.



8) 구체물 없이 과제를 그림으로만 제시하고 학생들의 반응을 분석한 결과 대부분의 학생들이 직접 그림을 그려 원판을 옮기는 과정을 시각화하였다. 즉 원판의 개수가 3, 4개인 경우에는 직접 조작을 해서 최소 이동 횟수를 구하였으나 이 때 원판의 개수와 최소 이동 횟수 사이의 관계에 초점을 두는 것으로 보이지 않는다. 그래서 대부분의 학생들이 원판의 개수와 최소 이동 횟수 사이의 관계를 설명하지 못했다. 따라서 위에서는 학생들로 하여금 원판의 개수와 최소 이동 횟수에 초점을 두도록 하기 위해서 직접 조작하는 것이 불가능한, 원판의 경우가 100개 일 때 최소 이동 횟수를 구해보도록 하였다.