변위 정보와 SPR 필터를 이용한 대형 우주 구조물의 강인 제어기에 관한 연구

論 文
52D-9-2

Robust Controllers for Large Space Structures Using an SPR Filter and Displacement Feedback

孫 瑛 翼* · 沈 亨 輔** · 趙 南 熏***
(Young-Ik Son · Hyungbo Shim · Nam-Hoon Jo)

Abstract - A robust controller for large space structures(LSS) is studied from passivity point of view. While velocity sensors are commonly used for proportional-derivative (PD) control law to stabilize large space structures, if the structure can be controlled without velocity measurements, it is desirable against the failure of velocity sensors and for the cost reduction of the sensing system. In a recent result a dynamic output feedback control law has been provided using only displacement measurements. This paper presents a passivity-based controller design method and provides an alternative stability analysis tool for the previous displacement feedback robust control law. The closed-loop system can be viewed as a feedback interconnection of a passivated large space structure (LSS) and a strictly positive real (SPR) system.

Key Words : Large space structure, Displacement feedback, Robust stabilization, Strictly Positive Real

1. 서 론

본 논문에서는 다음과 같이 표현되는 대형 우주 구조물 (Large Space Structure, LSS) 시스템을 생각한다. 이 때, $q(t)\in R^n$는 상태, $u(t)\in R^r$는 입력이고, $y(t)\in R^r$는 측정되는 출력이다.

$$\begin{cases} M\ddot{q}(t)+D\dot{q}(t)+Kq(t)=Lu(t), \\ y(t)=L^Tq(t) \end{cases} \tag{1}$$

위 식에서 행렬 M, D, K는 각각 질량, 감쇠(damping), 강성도(stiffness)와 관련된 행렬이며, 일반적으로 시스템 (1)의 행렬들은 다음 성질을 만족한다고 한다 [1].

$$M=M^T>0,\ D+D^T\geq 0,\ K=K^T\geq 0. \tag{2}$$

또한, 식 (1)에서 행렬 L은 액츄에이터의 위치로 정의되고, L^T는 센서의 위치를 나타낸다. 참고 문헌 [1]에서와 같이 본 논문에서도 두 행렬이 전치(transpose) 관계인 경우를 다루며, 이는 센서와 액츄에이터가 잘 배열되어진 일반적인 경우이다 (collocations of the sensors and the actuators).

시스템 (1)에 필요한 마지막 성질로서 다음과 같이 가정한다.

가정 1. 행렬 $[D+D^T\ L]$와 $[K\ L]$는 완전-행계수(full row rank)를 갖는다.

식 (1)과 같이 표현되는 우주 구조물(LSS)에 대한 연구 중, 시스템 행렬들의 값에 불확실성이 있더라도 식 (2)나 가정 1과 같은 조건을 만족하면 변위와 속도 값을 이용한 제어 입력을 통해 강인한 안정성을 얻을 수 있음이 알려져 있다 [2]. 즉, 시스템 행렬들의 정확한 값 대신 시스템의 물리적인 성질에 근거하여 제어기를 설계하면 계수의 불확실성에 대해 강인한 안정성을 얻을 수 있다는 것이다. 이러한 의미에서 시스템 계수 행렬들을 사용하지 않고 위의 성질들(즉, 식 (2)와 가정 1)에 근거한 제어기는 강인한 성질을 갖는다고 할 수 있다 [1].

한편, 속도 측정의 어려움이나 속도를 측정하는 센서 시스템에 오류가 있을 경우를 대비하여, 논문 [1]은 변위 정보만을 이용하여 추가 시스템을 구성하는 새로운 제어 규칙을 제안하였다. 속도 측정이 가능한 경우에 대한 기존의 제어기는 구조물의 수동성(passivity)에 근거하여 설계된 경우가 많은데 반해, 논문 [1]에서는 변위 출력만 고려하므로 시스템의 상대 차수가 2가 되어 수동 시스템 해석 방법을 쓰지 못했다. 그 대신 폐루프 시스템이 안정하기 위한 새로운 정리를 제안하고 그 정리에 의해 원하는 안정성을 증명하였다. 이 때, 제어기의 차수에 제한을 두지 않고, 제어기의 계수들이 가져야 할 성질들만을 명시함으로써 제어기의 집합을 제시한 것이 논문 [1]의 한 장점이라 할 수 있다.

하지만, 속도 정보를 사용하는 기존의 결과들과의 연속성을 고려하면, 변위 정보만 이용하는 경우에도 수동적 관점에서 안정도를 해석할 수 있다면 유익할 것이다. 예를 들어 안정도의 증명을 위해 새로운 정리를 이용할 필요가 없고, 설계할 제어기의 계수들을 결정할 때에도 속도 측정이 가능

* 正 會 員 : 明知大 工大 電氣工學科 助敎授
** 正 會 員 : 서울大 工大 電氣컴퓨터工學部 助敎授
***正 會 員 : 崇實大 工大 電氣制御시스템工學部 專任講師
接受日字 : 2003年 3月 11日
最終完了 : 2003年 8月 22日

한 경우에 제안된 제어기로부터 도움을 받을 수 있기 때문이다.

수동성이란 시스템의 입출력 관계를 에너지 관점에서 해석하는 것으로, 간단히 말해 시스템 내부에 저장되는 에너지가 공급된 에너지보다 항상 작거나 같은 시스템의 성질을 의미한다. 그리고, 선형 시불변 시스템에서 엄격한 수동성(Strict Passivity)은 엄격한 양실(Strictly Positive Real, SPR)과 같은 의미이다 [3]. 로봇 시스템을 비롯한 많은 실제 시스템들은 입력에서 일반화된(generalized) 속도 출력까지 수동적이다. 또한, 그 결과로 얻어진 제어기는 기본적으로 비례-미분(Proportional--Derivative, PD) 제어기임이 잘 알려져 있다 [4]. 본 논문에서 다루는 대형 우주 구조물(LSS)도 비례-미분(PD) 제어기로 안정화되는 시스템이며, 이때 비례-미분 제어기는 수동성에 기반하여 설계된 제어기로 볼 수 있다.

본 논문에서는 속도 측정 없는 경우, 우주 구조물의 입력으로부터 변위 출력까지가 상대 차수 2를 갖더라도 수동성에 근거하여 제어기를 설계할 수 있음을 보인다. 즉, 변위 출력을 통한 수동화와 임의의 엄격히 양실(Strictly Positive Real, SPR)인 시스템을 이용하여 제어기를 구성하는 방법을 제시한다. 그리고, 논문 [1]의 제어 시스템도 본 논문에서 제안된 방법으로 설계된 제어기의 한 종류임을 보일 것이다. 이것은 본 논문이 이전 결과의 장점은 유지하면서 제어기 설계 시에 수동성 해석을 사용함을 뜻한다. 또한, 안정도의 증명도 논문 [1]의 새로운 정리에 의존하지 않고 직접 리아푸노프(Lyapunov) 해석법에 따라 이루어진다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 수동성의 정의와 참고 논문 [1]의 내용을 소개한다. 3장에서는 먼저 수동성에 근거한 제어기 설계 방법을 설명하기 위해 시스템 (1)이 가정 1하에서 비례-미분 제어기로 강인한 안정성을 얻을 수 있다는 사실을 보인다. 다음 수동성의 관점에서의 제어기 설계방법으로 임의의 SPR 시스템을 사용하여 설계한 제어기를 제시하고, 논문 [1]의 결과를 재해석한다. 마지막으로 4장에서 결론을 내린다.

2. 수동성과 기존 결과들

수동성(passivity)에 기반한 해석을 위해 먼저, 다음의 미분 방정식으로 표현되는 시스템에 대해 수동성을 알아본다.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{3}$$

위의 시스템에서 $x \in \mathrm{R}^n$은 상태, $u \in \mathrm{R}^r$는 입력이고, $y \in \mathrm{R}^r$는 출력이다. 임의의 반양한정(semi-positive definite) 함수 $V(x)$ (단, $V(0)=0$)로 $\forall x(0) = x_0 \in \mathrm{R}^n$에 대하여 아래 부등식이 성립하면 시스템 (3)은 수동적(passive)이라고 한다 [5].

$$V(x(t)) - V(x_0) \le \int_0^t u^T(\tau) y(\tau)\, d\tau, \ \forall t \ge 0. \tag{4}$$

부등식 (4)가 성립할 때, $V(x)$가 미분 가능이면 (4)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{V}(x(t)) \le u^T(t) y(t) \tag{5}$$

즉, (5)식도 시스템 (3)의 수동성을 의미한다. 그리고, 임의의 양한정(positive definite) 함수 $\rho(x)$에 대하여 다음 식처럼 쓸 수 있다면, 시스템 (3)은 엄격한 수동성(Strict Passivity, SP)을 갖는다고 말한다.

$$\dot{V}(x(t)) \le u^T(t) y(t) - \rho(x) \tag{6}$$

위 식들에서 $V(x)$를 저장함수(storage function)라고 부른다. 한편, 양한정 저장함수로 수동적인 시스템의 중요한 성질 중의 하나는 시스템이 영상태 추정가능(zero state detectable)이면 간단한 출력 궤환에 의해 그 시스템을 안정하게 만들 수 있다는 것이다 [6].

이제 다음과 같은 선형 시불변(LTI) 시스템에 대해 생각한다.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \tag{7}$$

편의상 위 시스템을 (A, B, C)로 표현하기로 한다. 시스템 (7)에 대해서는 양한정인 행렬 P가 존재하여 아래의 두 식 (8)이 만족되면 $V(x) = x^T P x$에 대하여 조건 식 (6)이 만족됨을 쉽게 알 수 있다. 한편, 시스템 (7)에 대해 엄격한 수동성은 엄격한 양실 (Strict Positive Real, SPR)과 동일함이 잘 알려져 있다 (더 자세한 내용은 [7, 8] 참조).

보조정리 1. [9] 시스템 (7)의 전달함수가 엄격한 양실(SPR)이기 위한 필요충분조건은 아래 식을 만족하는 양한정 행렬 P와 Q가 존재하는 것이다.

$$PA + A^T P = -Q, \ PB = C^T. \tag{8}$$

다음은 잘 알려진 사실들이다. 사실 2는 시스템 (1)이 비례-미분(PD) 제어기에 의해 안정화될 수 있음을 말하고, 사실 1은 사실 2의 증명을 위해 논문 [1]에서 사용되었다.

사실 1.[1] 다음 방정식으로 표현되는 시스템을 생각한다.

$$M_0 \ddot{q}(t) + D_0 \dot{q}(t) + K_0 q(t) = 0 \tag{9}$$

위 식의 행렬들이 아래의 조건 (10)을 만족하면 시스템 (9)는 안정하다.

$$M_0 = M_0^T > 0, \ \ D_0 + D_0^T > 0, \ \ K_0 = K_0^T > 0. \tag{10}$$

사실 2.[1] 행렬 $R_p = R_p^T > 0$이고, $R_d + R_d^T > 0$일 때, 시스템 (1)과 아래의 제어 입력 (11)을 생각한다. 가정 1하에서 폐루프 시스템 (1)-(11)은 안정하다.

$$u = -R_{d0} y(t) - R_{v0} \dot{y}(t) \tag{11}$$

한편, 사실 2의 제어 입력 (11)을 위한 속도 출력 $\dot{y} = L^T \dot{q}$을 얻을 수 없을 경우에 대해 논문 [1]에서는 변위

$y(t)$만을 이용한 새로운 제어기 설계방법을 제시하였다 (아래 정리 3). 그 때 폐루프 시스템의 강인한 안정성을 증명하기 위해 다음 정리가 제안되었다. 정리 3에서 얻어진 폐루프 시스템은 정리 2의 조건들 (13a)-(13c)를 만족함으로 안정성이 증명된다 [1].

정리 1.[1] 아래 식으로 표현되는 시스템을 생각한다.

$$\begin{aligned} M_1\ddot{q}(t)+D_1\dot{q}(t)+K_{11}q(t)+K_{12}z(t) &= 0 \\ D_2\dot{z}(t)+K_{21}q(t)+K_{22}z(t) &= 0 \end{aligned} \tag{12}$$

다음 세 조건들이 만족되면 위 시스템 (12)는 안정하다.

$$M_1=M_1^T>0,\ D_1+D_1^T\geq 0,\ D_2+D_2^T\geq 0 \tag{13a}$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}>0 \tag{13b}$$

$[D_1+D_1^T\ K_{12}]$가 완전-행계수(full row rank)이다. (13c)

정리 2. [1] 시스템 (1)의 $y=L^Tq$를 이용한 다음의 동적 시스템과 제어 입력 $u(t)$를 생각한다.

$$V\dot{z}(t)=-Wz(t)+Uy(t) \tag{14a}$$

$$u(t)=U^Tz(t)-(R_p+U^TW^{-1}U)y(t) \tag{14b}$$

단, $V+V^T>0$, $W=W^T>0$이고, U는 완전-열계수(full column rank)이며 $R_p=R_p^T>0$이다. 이 때, 가정 1하에서 폐루프 시스템 (1)-(14)는 안정하다.

위에서 알 수 있듯이 제어 시스템 (14)는 폐루프 시스템이 조건 (13)을 만족하도록 V, W, U를 결정한 것이라 할 수 있다. 즉, 제어 시스템 행렬들이 만족해야할 성질들만을 제시함으로써 속도 정보를 사용하지 않는 제어기의 일반적인 형태를 제안한 것이다.

하지만, 논문 [1]에서는 설계된 제어기 (14)를 결정하는 방법에 대한 배경이 부족하고, 속도 정보를 사용한 기존의 제어기들과 연관된 수동성 해석을 할 수 없었다. 다음 장에서 우리는 속도 정보를 사용하지 않는 제어 시스템을 보다 쉽게 설계하기 위한 과정으로서 수동성에 근거한 설계방법으로 제어기를 설계한다. 그리고, 시스템 (14) 역시 본 논문에서 제안된 제어 시스템의 형태로 표현됨을 밝힌다.

3. 수동성과 강인한 제어기

논문 [1]에서는 사실 1을 이용하여 사실 2를 증명하고, 정리 3을 증명하기 위해 정리 2를 사용하였다. 본 장에서는 먼저 수동성에 근거한 제어기 설계 방법의 소개로서 사실 2의 비례-미분 (PD) 제어기가 수동성에 기반하여 설계된 제어기임을 확인한다. 이 때, 그 증명은 사실 1에 의존하지 않고 직접 리아푸노프(Lyapunov) 해석[10]에 의해 보인다.

3.1 수동화를 통한 PD 제어기 설계 (사실 2)

대표적인 수동성 기반의 제어기 설계 방법은 적절한 저장함수(에너지 함수)의 고안(energy shaping)과 제동력 주입(damping injection)이라는 두 단계의 과정으로 설명된다. 본 절에서는 사실 2를 이 과정에 따라 증명한다. 즉, 1) 적절한 행렬 R_p의 선택으로 양한정 저장함수(즉, 리아푸노프 함수)를 결정하고(energy shaping), 동시에 $u=-R_py+v$를 통해 그림 1(a)(다음 페이지)의 대형우주구조물(LSS)이 v로부터 속도 출력 $\dot{y}=L^T\dot{q}$까지 수동성을 가짐을 보인다. 2) 그 다음 적당한 이득 행렬 R_d로 $v=-R_d\dot{y}$을 통해 폐루프 시스템을 안정화한다 (damping injection). 이 과정을 수식으로 증명하면 다음과 같다.

첨언 4. 제동력 주입(damping injection)의 과정은 상수 행렬 R_d 뿐만 아니라 폐루프 시스템의 성능을 개선하기 위해 엄격한 양실(SPR) 시스템을 사용할 수 있다 [11]. 즉, 임의의 SPR 시스템 $G(s)$를 이용하여 $v=-G(s)\dot{y}$ 형태로 입력을 구성하면 시스템은 안정화된다. 이 때 제어 시스템(SPR)과 수동화된 구조물의 폐루프 시스템은 수동적인 시스템과 엄격히 양실인 두 시스템의 연결된 시스템이며 (그림 1(a)), 이는 두 수동적인 시스템의 연결은 역시 수동적이며 안정하다는 수동성 이론의 적용으로 폐루프 시스템이 해석됨을 뜻한다 [10].

행렬 $R_p=R_p^T>0$를 이용하여 다음과 같은 리아푸노프 함수(혹은, 저장함수)를 선택한다.

$$V_1(q,\dot{q})=\frac{1}{2}\dot{q}^TM\dot{q}+\frac{1}{2}q^TKq+\frac{1}{2}q^TLR_pL^Tq \tag{15}$$

가정 1과 $R_p>0$에 의해 이 함수는 시스템 (1)의 상태들에 대해 양한정임을 알 수 있다. 이것을 시간에 대해 미분하면 다음 식을 얻는다.

$$\dot{V}_1(q,\dot{q})=-\dot{q}^TD\dot{q}+\dot{q}^TLR_pL^Tq+\dot{q}^TLu. \tag{16}$$

제어 입력 $u=-R_py+v$를 (16)에 대입하면 다음 식이 주어진다.

$$\dot{V}_1(q,\dot{q})=-\frac{1}{2}\dot{q}^T(D+D^T)\dot{q}+\dot{q}^TLv\leq\dot{y}^Tv. \tag{17}$$

위 식은 준 시스템 (1)이 입력 v로부터 속도 출력 $\dot{y}$까지 양한정 저장함수 V_1에 대해 수동성을 가지게 되었음을 의미한다.

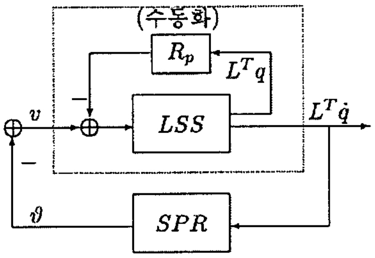
이제 $v=-R_dL^T\dot{q}$를 (17)에 대입하면,

$$\dot{V}_1=-\frac{1}{2}\dot{q}^T(D+D^T)\dot{q}-\dot{q}^TL(R_d+R_d^T)L^T\dot{q}\leq 0. \tag{18}$$

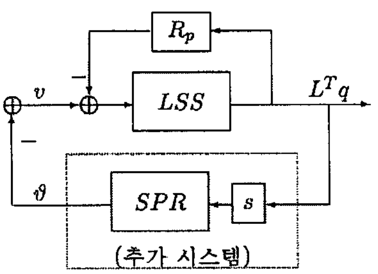
따라서 폐루프 시스템의 모든 상태들은 유계(bounded)이다. 이 때, LaSalle의 불변 정리(Invariance Principle)에 의하면 상태들은 $\dot{V}_1\equiv 0$를 만족하는 상태들의 집합에 포함된 가장 큰 불변 집합(invariant set)으로 수렴하게 된다 [10]. 행렬 $R_d+R_d^T>0$이고, $[D+D^T\ L]$이 완전-행계수(full row rank)를 가짐으로 $\dot{V}_1\equiv 0$은 $\dot{q}\equiv 0$과 같고, 다음으로 $\dot{q}\equiv 0$인 폐루프 시스템 식에서 행렬 $[K\ \ L]$가 완전-행

계수(full row rank)를 갖는 것으로부터 시스템의 모든 상태들이 원점으로 수렴함을 알 수 있다. 그리고, 위의 증명 과정이 모두 시스템 행렬들의 수치가 아니라 그 성질에 의존함으로 수치의 불확실성에 대해 강인한 안정성이 보장된다고 할 수 있다.

다음 절에서는 위와 같은 해석방법으로 변위 측정만을 사용하는 제어기를 설계한다. 그림 1(a)에서 (즉, 속도 측정시) 사용된 SPR 시스템뿐만 아니라 임의의 SPR 시스템을 사용하여 제어기를 구성할 수 있음을 보인다.



(a) 속도 측정을 이용한 안정화



(b) 변위 측정만을 이용한 안정화

그림 1. 수동 시스템 관점에서의 폐루프 구성

3.2 임의의 SPR 시스템을 이용한 제어기 설계방법

본 논문에서 제안한 제어기 설계 방법은 그림 1(b)로 설명할 수 있다. 즉, 앞 절에서와 같이 양 한정인 저장함수에 대해서 구조물을 수동화하고 SPR 시스템을 이용하는 것이다. 그림에서 설명되는 내용을 아래에서 정리하였다. 정확한 안정도 증명은 리아푸노프(Lyapunov) 해석법으로 보인다.

정리 5. 가정 1하에서 시스템 (1)의 $y=L^Tq$를 이용한 다음의 동적 시스템과 제어 입력 u를 생각한다 ($R_p=R_p^T>0$).

$$\dot{z}=Az+ABy \tag{19a}$$
$$\vartheta=Cz+CBy. \tag{19b}$$
$$u=-R_py-\vartheta. \tag{19c}$$

위 식에서 시스템 (A,B,C)는 임의의 SPR 시스템이며 행렬 B는 완전-열계수(full column rank)이다. 이 때, 폐루프 시스템 (1)-(19)는 안정하다.

증명 증명은 3.1절과 유사하다. 먼저, 시스템 (A,B,C)가 SPR이므로, 보조 정리 1에 의해 식 (8)을 만족하는 양한정 행렬 P와 Q가 존재한다.

새로운 변수 $\xi(t):=z(t)+By(t)$로 정의하면, ξ의 시간에 대한 미분은 다음과 같다.

$$\dot{\xi}=A\xi+B\dot{y}. \tag{20}$$

그리고, (19b)에서 $\vartheta=C\xi$이고, 식 (19c)의 제어 입력은 다음과 같이 쓸 수 있다

$$u=-R_py-C\xi. \tag{21}$$

이제, 폐루프 시스템 (1)-(19)의 안정도 증명을 위해 리아푸노프 함수를 다음과 같이 정한다. 함수 V_1은 앞 절의 식 (15)와 같다.

$$V_2(q,\dot{q},\xi)=V_1(q,\dot{q})+\frac{1}{2}\xi^TP\xi. \tag{22}$$

앞 절에서와 같이 가정 1에 의해 함수 V_2는 양한정임을 쉽게 알 수 있다. 또, $q=\xi=0$일 때, $z=0$임은 명백하다.

이 함수를 폐루프 시스템을 따라 미분하고, 제어 입력 $u=-R_py+v$로 정하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(q,\dot{q},\xi)&=-\frac{1}{2}\dot{q}^T(D+D^T)\dot{q}+y^Tv+\xi^TP(A\xi+B\dot{y})\\&=-\frac{1}{2}\dot{q}^T(D+D^T)\dot{q}-\frac{1}{2}\xi^TQ\xi+y^T(v+C\xi)\end{aligned} \tag{23}$$

여기서 $v=-C\xi=-\vartheta$라면,

$$\dot{V}_2(q,\dot{q},\xi)=-\frac{1}{2}\dot{q}^T(D+D^T)\dot{q}-\frac{1}{2}\xi^TQ\xi\le 0. \tag{24}$$

남은 증명은 앞 절에서와 같이 LaSalle의 불변 정리를 이용한다. 먼저, $\dot{V}_2\equiv 0$에서 $\dot{q}^T(D+D^T)\dot{q}\equiv 0$이고 $\xi\equiv 0$이다. 이 때, $\xi\equiv 0$이면 $\dot{\xi}\equiv 0$이고, 식 (20)에 의해 $\dot{y}\equiv 0$이다 (B가 완전-열계수를 갖기 때문). 다음으로 $\dot{y}=L^T\dot{q}\equiv 0$과 $\dot{q}^T(D+D^T)\dot{q}\equiv 0$에서 행렬 $[D+D^T\ L]$이 완전-행계수(full row rank)임이 $\dot{q}\equiv 0$을 의미하고, 이 때 행렬 $[K\ L]$이 다시 완전-행계수(full row rank)를 갖는 것으로부터 결국 $q\equiv 0$을 얻게 된다. 즉, 시스템의 모든 상태들이 원점으로 수렴하게 되므로 안정도 증명이 끝났다. ■

첨언 6. 위의 추가 시스템 (19a)-(19b)는 SPR 전달함수 $G(s)=C(sI-A)^{-1}B$로부터 얻어진 것이다. 즉, 추가 시스템은 함수 $sG(s)$의 구현(realization) 중 하나임을 아래 식으로부터 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned} sG(s) &= sC(sI-A)^{-1}B = C(sI-A)^{-1}sB \\ &= C(sI-A)^{-1}(sI-A+A)B \\ &= CB + C(sI-A)^{-1}AB. \end{aligned} \tag{25}$$

이로써 제안된 제어기 (19c)는 그림 1(b)로 표현됨을 알 수 있다.

첨언 7. 참고 논문 [1]의 제어 시스템 (14)를 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{z} = -V^{-1}Wz + V^{-1}Uy \tag{26a}$$

$$\vartheta = -U^T(z - W^{-1}Uy) \tag{26b}$$

$$u = -R_p y - \vartheta \tag{26c}$$

식 (19)와 위 식을 비교하면 $-V^{-1}W$는 A에, $-W^{-1}U$는 B에, $-U^T$는 C에 각각 해당하여 (14)도 (19)와 같은 형태임을 알 수 있다. 즉, 논문 [1]의 시스템 (26) 또한 입력 $\dot{y}$로부터 ϑ까지가 SPR이라는 뜻이다. 실제로 양한정 행렬 $P=W$로 두고 계산하면 식 (8)이 성립함을 아래에서 확인할 수 있다. (성질 $V+V^T>0$로부터 $V^{-1}+(V^{-1})^T>0$이다.)

$$\begin{aligned} PA + A^TP &= W(-V^{-1}W) + (-WV^{-1})W \\ &= -W(V^{-1}+(V^{-1})^T)W < 0 \\ PB &= W(-W^{-1}U) = -U. \end{aligned} \tag{27}$$

결국, 제어 시스템 (26a)-(26b)에 대해 논문 [1]에서는 수동성과 관련된 해석을 할 수 없다고 하였지만, 폐루프 시스템 (1)-(14)는 수동적인 시스템과 엄격히 수동적인 시스템의 직렬 연결로 해석할 수 있다. 이는 두 수동적인 시스템의 연결은 역시 수동적이며 안정하다는 수동성 이론(Passivity Theorem)으로 폐루프 시스템의 안정성을 예상할 수 있음을 의미한다 [6].

첨언 8. 정확한 모델이 알려진 시스템에 대해서는 관측기를 사용하여 측정이 어려운 시스템의 상태를 추정할 수 있다. 속도 측정 없이 위치 센서 만으로 로봇을 제어하는 방법으로 참고 문헌 [12]에서는 관측기를 설계하여 속도 값을 추정하였다. 하지만, 관측기를 설계하여 시스템의 상태를 추정하는 방법은 시스템 계수가 불확실한 경우에 대해서는 적용하기 어렵다. 본 논문에서는 시스템 계수의 불확실성에 강인한 제어기를 설계하므로 관측기 기반의 제어기에 비해 장점을 지닌다. 그 밖의 속도 측정값을 대체하는 필터를 설계하는 방법도 [4]에서 찾을 수 있다. 이 결과들은 모두 참고 문헌 [1]과 같이 제어기 설계 시에 속도 센서가 있을 때 설계된 제어기의 성질을 활용하지 않는다.

4. 결 론

본 논문에서는 대형 유연 구조물의 강인한 제어기 구성 문제를 수동 시스템 이론의 관점으로 다루었다. 먼저, 수동성에 근거한 제어기 설계 방법을 적용하여 참고 논문 [1]의 사실 2에서 소개한 비례-미분 제어기가 계수의 불확실성에 강인한 제어기임을 보였다. 제어기의 강인성은 제어기의 구성에서 시스템을 표현하는 행렬 값에 의존하지 않고 시스템의 물리적 특성을 이용하여 설계됨으로써 얻어진 것이다.

다음으로 미분 측정이 없는 경우에 대한 제어기를 임의의 엄격히 수동적인 시스템을 사용하여 설계하였다. 제안된 방법은 속도 측정이 있을 경우에 설계된 제어기를 이용하여 제어기의 설계와 해석이 간단히 얻어질 수 있으므로 기존의 방법보다 장점을 가진다. 그리고, 수동성에 근거하지 않고 설계된 논문 [1]의 제어기도 본 논문에서 제안된 제어기와 같은 종류임을 보였다. 또한, 폐루프의 안정도 해석을 논문 [1]에서 필요로 하는 정리의 도움 없이 직접 리아푸노프(Lyapunov) 해석에 근거하여 좀 더 일반적인 방법을 제시하였다.

본 논문에서는 제안된 제어기와 우주 구조물의 폐루프 시스템은 수동적인 시스템과 엄격히 수동적인 두 시스템의 연결된 시스템으로 볼 수 있다. 이는 두 수동적인 시스템의 연결은 역시 수동적이며 안정하다는 수동성 이론의 적용으로 폐루프 시스템을 해석한 것이다. 즉, 설계된 제어기가 변위 정보만을 사용하더라도 수동성과 관련하여 해석할 수 있음을 보였다. 제안된 제어기는 엄격히 수동적인 시스템의 전달함수 $G(s)$를 이용하여 나타내어진 함수 $sG(s)$의 상태 공간으로의 구현(realization)으로 볼 수 있다.

참 고 문 헌

[1] Y. Fujisaki, M. Ikeda, and K. Miki, "Robust stabilization of large space structures via displacement feedback," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 46(12):1993--1996, 2001.

[2] S. M. Joshi, "Robustness properties of collocated controllers for flexible spacecraft," *J. Guidance Control*, vol. 9, no. 1, pp. 85-91, 1986.

[3] H. Kaufman, I. Bar-Kana, and K. Sobel. *Direct Adaptive Control Algorithms*. Springer-Verlag, 2nd edition, 1998.

[4] R. Ortega, A. Loria, P.J. Nicklasson, and H. Sira-Ramirez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, 1998.

[5] C. I. Byrnes, A. Isidori, and J. C. Willems, "Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 36, no. 11, pp. 1228-1240, 1991.

[6] R. Sepulchre, M. Jankovic, and P.V. Kokotovic, *Constructive Nonlinear Control*, Springer-Verlag, 1997.

[7] M.G. Safonov, E.A. Jonckheere, M.Verma, and D.J.N. Limebeer. "Synthesis of positive real multivariable feedback systems," *Int. J. Control*, 45(3):817-842, 1987.

[8] W. Sun, P.P. Khagonekar, and D. Shim. "Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.

39, pp. 2034-2046, 1994.

[9] C. H. Huang, P. A. Ioannou, J. Maroulas, and M. G. Safonov. "Design of strictly positive real systems using constant output feedback," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 44, no. 3, pp. 569-573, 1999.

[10] H.K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, 2nd Ed., 1996.

[11] L. Lanari and J.T. Wen, "Asymptotically stable set point control laws for flexible robots," *Systems & Control Letters*, vol. 19, pp. 119-129, 1992.

[12] S. Nicosia and P. Tomei. "Robot control by using only joint position measurements," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 35, no. 9, pp. 1058-1061, 1990.

저 자 소 개

손 영 익 (孫 瑛 翼)

1969년 3월 11일생. 1995년 서울대학교 전기공학과 졸업. 2002년 동 대학원 전기·컴퓨터공학부 졸업(공박). 2003년~현재 명지대학교 전기공학과 조교수.

Tel : 031-330-6358, Fax : 031-321-0271

E-mail : sonyi@mju.ac.kr

심 형 보 (沈 亨 輔)

1970년 3월 8일생. 1993년 서울대학교 전기공학과 졸업. 2000년 동 대학원 전기공학부 졸업(공박). 2003년~현재 서울대학교 전기컴퓨터공학부 조교수.

Tel : 02-880-1786

E-mail : h.shim@ieee.org

조 남 훈 (趙 南 熏)

1992년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 2000년 서울대 대학원 전기공학부 졸업(공박). 2000년~2001년 서울대 자동화시스템공동연구소 연구원. 2001년~2002년 삼성전자 DVS사업부 책임연구원. 2002년~현재 숭실대학교 전기제어시스템공학부 전임강사.

Tel : 02-820-0643, Fax : 02-817-7961

E-mail : nhjo@ee.ssu.ac.kr