論 文
52A-9-10

경사 투영법을 이용한 발전사업자의 경제급전

Economic Dispatch of Thermal Units of a GENCO Using the Gradient Projection Method

鄭 正 源*
(Jung-Won Jung)

Abstract - Price-based unit commitment is one of bidding strategies which a Genco may take in a practical manner. For that purpose, it is required for a Genco to decide output levels of its generators at each trade period. In this paper, an economic dispatch of thermal units is proposed considering the quantity of reserve contracts. A gradient projection algorithm is adopted as an optimization tool. A direct form of a projection matrix without any calculation of matrix inverse and multiplications is induced. Besides, it is proved that there is no need to check one of the two optimality conditions in the gradient projection method, which also requires matrix inverse and multiplications.

Key Words : price-based unit commitment, economic dispatch, gradient projection method

1. 서 론

독점체제의 전력부문에 있어서의 경제급전은 비용최소화가 그 목적이었다면, 경쟁 전력시장에서의 경제급전의 목적은 이익 극대화이다. 각 발전사업자의 입찰전략은 이익 극대화의 모습으로 결정되는데, 경제급전은 입찰전략의 부분요소로서 특정 시간대의 자신 소유발전기 출력을 결정짓는 것이 된다.

전력시장에서는 전력가격이 발전사업자의 공급측 입찰과 판매사업자 및 대규모 소비자들의 수요측 입찰의 결과로써 결정된다. 입찰전략에 따라 발전사업자의 수익이 결정되므로 이의 결정과정은 발전사업자에게 대단히 중요하다. 입찰전략의 수립에 게임이론을 적용하는 것은 이론적으로 가능하나, 실제 규모의 계통에서 다수의 발전사업자를 대상으로 해서 그 해를 구해낸다는 것은 대단히 어려운 작업이다. 대신, 시장가격 예측치를 사용해서 발전기의 기동정지계획을 수립하고, 이의 결과로 얻는 수익 및 계획을 기반으로 해서 입찰전략을 수립하는 것이 현실적이다.[2,3] 여기에는 주어진 시장가격에 대한 발전사업자의 경제급전 방법이 필요하다.

전통적인 경제급전은 투입된 발전기를 가정하고, 주어진 수요를 충족하는 발전량을 결정짓는 방법으로서 모든 발전기의 증분연료비가 같을 때 최소비용이라는 목적이 달성된다.[1] 발전기 출력의 제약이나 송전손실 등을 고려하면 약간 다르게 되나, 그 근본 개념은 같다. 등증분연료비라는 것은 발전출력의 합이 수요와 같아야 한다는 조건에서 발생한 결과이다. 그러나, 경쟁 전력시장에서는 각 발전사업자는 수요를 반드시 충족시켜야 한다는 고전적 개념이 사라진다. 대신, 예비력 보조서비스를 위한 예비력 확보를 전제로 수익 극대화의 경제급전을 수립할 때 과거의 등증분연료비의 개념과 같이 증분 수익이 같도록 출력을 결정할 수 있다. 하지만, 이는 발전기의 발전비용이 2차 함수 또는 부분선형으로 표현된 경우에 해당된다.[1]

본 논문에서는 주어진 시장가격하에서 발전사업자의 경제급전을 구함에 있어 경사투영법을 이용했고, 경사투영법에 필요한 투영행렬, 벡터, 계수를 대수식으로 유도함으로써 역행렬 계산이나 행렬곱 등의 연산을 하지 않고서도 최적해를 구할 수 있도록 하였다.

2. 경쟁 전력시장에서의 경제급전

2.1 발전비용곡선과 시장가격에 의한 수익 형태 분석

시장가격이 MCP로 주어질 때, 발전사업자의 수익(Π)은 다음과 같다.

$$\Pi = \sum_{j \in OP} [MCP \cdot P_j - F_j(P_j)] \tag{1}$$

$$F_j(P_j) = a_j + b_j P_j + c_j P_j^2 \tag{2}$$

$$P_{\min,j} \le P_j \le P_{\max,j} \tag{3}$$

F_j : j 발전기의 연료비용

P_j : j 발전기의 발전 출력

$P_{\min,j}$, $P_{\max,j}$: j발전기의 최소, 최대 출력

OP : 운전중인 발전기의 집합

발전기 출력 상호간에 영향을 미치는 제약이 존재하지 않는 경우, 즉, 예비력 보조 서비스 계약을 체결하지 않은 경

* 正 會 員 : 경성大學校 電氣電子工學部 部敎授
接受日字 : 2003年 5月 21日
最終完了 : 2003年 7月 11日

우에는 발전사업자의 발전기 출력은 다음과 같이 독립적으로 결정된다.

$$P_j = P_{\max,j} \quad if \quad P_j^* > P_{\max,j} \tag{4-a}$$

$$P_j = P_{\min,j} \quad if \quad P_j^* < P_{\min,j} \tag{4-b}$$

$$P_j = P_j^* \tag{4-c}$$

$$단, \quad P_j^* = \frac{MCP - b_j}{2c_j} \tag{5}$$

위의 식(4)에 의한 최적 출력조건은 이득 유무와는 상관이 없다. 발전기의 기동정지계획이나 입찰 전략에 따라 특정시간대에는 비록 이득이 없을지라도 또는 손해가 날지라도 발전기를 운전해야 하는 경우가 있다.

발전기의 출력과 MCP, 평균 발전비용, 증분발전비용의 관계를 정리하면 다음과 같다.

(a) $MCP < b_j$일 때는 $P_j^* < 0$이므로 $P_j = P_{\min,j}$ 이다.

(b) 평균 비용곡선이 단조감소하고 $MCP > F_{av,j}(P_{\max,j})$일 때는 $P_j = P_{\max,j}$ 이다.

평균 발전비용($F_{av,j}$)은 발전비용을 출력으로 나눈 것이므로

$$F_{av,j} = \frac{a_j}{P_j} + b_j + c_j P_j$$

이고, 계수 a_j가 c_j보다 훨씬 크므로 보통은 다음 그림과 같은 단조감소의 형태를 갖는다.

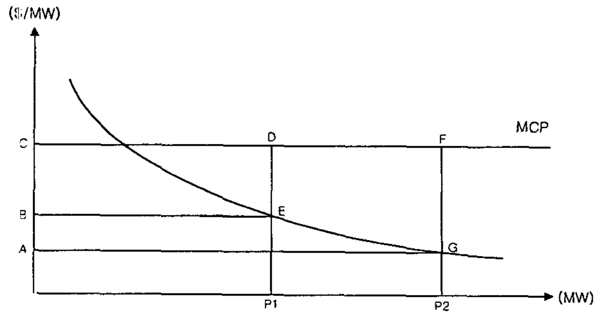

그림 1 평균 발전비용 곡선

Fig. 1 A typical average fuel cost

그림 1에서 발전력이 P1일 때의 이득은 BCDE가 되고, 발전력이 P2일 때는 ACFG가 된다. 따라서, MCP가 최대출력에서의 평균발전비용 ($F_{av,j}(P_{\max,j})$)보다 클 때는 최대출력에서 최대의 이익을 얻는다.

(c) 발전량이 최대출력일 때 이익이 최대이라면, 시장청산가격이 최대출력에서의 증분연료비보다 큰 경우이다. 즉,

$$MCP \geq \frac{dF}{dP}(P_{\max,j}) = b_j + 2c_j P_{\max,j} \tag{7}$$

이다.

(d) 발전량이 최소출력일 때 이익이 최대(또는 손해가 최소)이라면, 시장청산가격이 최소출력에서의 증분연료비보다 작은 경우이다.

$$MCP \leq \frac{dF}{dP}(P_{\min,j}) = b_j + 2c_j P_{\min,j} \tag{8}$$

2.2 예비력 보조 서비스 계약 체결시의 경제급전

전력시장은 단순히 에너지 거래만으로 형성될 수는 없다. 계통운용을 위해서는 주파수조정, 전압조정, 송전선 혼잡 해소 등이 이루어져만 한다. 이를 보조서비스 또는 계통운용서비스(ancillary service)라고 하는데, 거래일의 입찰전략 결정과정에서는 주파수 조정을 위한 운전예비력을 감안할 수 있다. 운전예비력의 규모는 예측된 수요 수준에서 결정될 수 있다. 본 논문에서는 시장가격 뿐 아니라 발전사업자가 확보해야할 예비력의 예측치가 주어져 있는 것으로 가정한다.

예측된 예비력을 R이라고 하면, 발전사업자의 경제 급전은 다음과 같은 최적화 문제로 귀결된다.

$$\max \ \Pi\left(= \sum_{j \in OP} \Pi_j = \sum_{j \in OP} [MCP \cdot P_j - F_j(P_j)]\right) \tag{9}$$

subject to

$$P_{\min,j} \leq P_j \leq P_{\max,j} \tag{10}$$

$$\sum_{j \in OP} (P_{\max,j} - P_j) \geq R \tag{11}$$

(11)식을 다시 고쳐쓰면,

$$\sum_{j \in OP} P_j \leq \sum_{j \in OP} P_{\max,j} - R \tag{12}$$

이 된다.

식 (12)는 각 발전기의 출력 상호간에 대한 제약이다. 따라서, 예비력 보조서비스를 감안하면 발전기의 출력은 독립적으로 결정될 수 없다.

3. 경사투영법의 적용

개개 발전사업자의 경제급전 문제를 표현한 (9)~(12)식을 경사투영법 적용을 위해 다음으로 고쳐 표현하자.

$$\max \ \sum_{j \in OP} (MCP \cdot P_j - F_j(P_j)) \tag{13}$$

subject to

$$P_j - P_{\min,j} \geq 0 \tag{14}$$

$$-P_j + P_{\max,j} \geq 0 \tag{15}$$

$$-\sum_{j \in OP} P_j + \sum_{j \in OP} P_{\max,j} - R \geq 0 \tag{16}$$

제약 조건의 식 (14)~(16)를 행렬로 표시하면 다음과 같다.

$$N^T \mathbf{p} - \mathbf{v} \geq 0 \tag{17}$$

여기서,

$$N^T=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & -1 \\ -\frac{1}{\sqrt{G}} & -\frac{1}{\sqrt{G}} & \cdots & -\frac{1}{\sqrt{G}} \end{bmatrix} \tag{18-a}$$

$$p=\begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_G \end{bmatrix} \tag{18-b}$$

$$v=\begin{bmatrix} P_{\min,1} \\ \vdots \\ P_{\min,G} \\ -P_{\max,1} \\ \vdots \\ -P_{\max,G} \\ \frac{1}{\sqrt{G}}\left(-\sum_{j=1}^{G} P_{\max,j}+R\right) \end{bmatrix} \tag{18-c}$$

단, G는 운전중인 발전기의 수, 즉, 집합 OP의 원소 수

표기의 편의를 위해서 $\boldsymbol{n}_j$를 N^T의 j번째 행벡터의 전치(transpose)인 열벡터로 두면, $N^T=(\boldsymbol{n}_1 \cdots \boldsymbol{n}_G)^T$로 표시된다.

3.1 초기해

예비력 제약 (16)식을 고려하지 않고 개별 발전기의 수익이 최대가 되도록 발전기출력을 구한다. 만일, 이렇게 구해진 결과가 예비력 제약을 위반하지 않으면 최적해이다.

예비력 제약을 위반하는 경우 초기해를 가능해 영역(feasible range)에 두기 위해서 개별 발전기의 출력을 조정한다. 예비력 제약을 위반했다고 하는 것은 정해진 예비력을 확보하지 못했다는 것이기 때문에 출력을 낮추어야 한다. 개별 발전기 출력을 평균비용에 비례해서 낮출 수도 있고, 발전기 용량에 비례해서 낮추는 방법을 생각할 수 있으나, 초기해를 가능해로 두는 것이 중요하므로, 출력조정 가능량에 비례해서 출력을 낮추도록 한다.

예비력 제약을 위반한 발전량(출력을 감소시켜야 할 발전량)은 다음과 같다.

$$R'=R-\sum_{j\in OP}(P_{\max,j}-P_j) \tag{19}$$

(19)의 제약 위반량을 각 발전기의 출력조정 가능량에 비례해서 조정한다.

$$P_j^0=P_j-R'\frac{P_j-P_{\min,j}}{\sum_{j\in OP}(P_j-P_{\min,j})} \tag{20}$$

제약조건을 위반한 양만큼 조정하였으므로, 초기치는 가능해(feasible solution)이다.

3.2 투영 행렬(projection matrix)

구속제약(binding constraint) 행렬을 N_b라고 하면, 투영 행렬은 다음으로 계산된다.

$$P_b=I-N_b(N_b^TN_b)^{-1}N_b^T \tag{21}$$

어떤 발전기 출력제약은 최대출력 제약 및 최소 출력 제약이 동시에 구속(binding)될 수 없다. 따라서, (21)식에서의 N_b행렬의 열벡터 중에서 예비력 제약에 대응하는 열벡터를 제외하면 구속 제약에 대응하는 열벡터는 모두 직교(orthogonal)이다. 또한, 예비력 제약이 구속되는 경우에도 행렬 N_b의 모든 열벡터는 독립(independent)이다.

투영 행렬은 구속 제약에 예비력 제약이 포함되는 경우와 그렇지 않는 경우로 나누어서 계산한다.

3.2.1 예비력 제약이 구속되지 않은 경우의 투영행렬

예비력 제약이 구속 되지 않은 경우의 행렬 N_b, P_b를 구하기 위해서, 집합 UB 및 LB를 각각 최대 출력으로 구속된 제약과 최소 출력으로 구속된 제약에 대응하는 발전기의 인덱스(index) 집합으로 두고, $n_{UB}=n(UB)$, $n_{LB}=n(LB)$라고 두자. 행렬 N_b는 (18-a)식으로부터 다음 식 (22)로 표시되고, 투영행렬 P_b은 식 (23)과 같다.

$$N_b^T=\begin{bmatrix} \vdots \\ \boldsymbol{n}_j^T \\ \vdots \\ \cdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{n}_k^T \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{22-a}$$

여기서,

$$n_{j,m}=\begin{cases} 0, & m\neq I(j) \\ 1, & m=I(j) \end{cases} \quad m=1,\cdots,G \quad I(j)\in LB \tag{22-b}$$

$$n_{k,m}=\begin{cases} 0, & m\neq I(k) \\ -1, & m=I(k) \end{cases} \quad m=1,\cdots,G \quad I(k)\in UB \tag{22-c}$$

여기서, $I(j)$: j번째 제약에 대응하는 발전기 번호.

$$P_b=[p_{i,j}] \tag{23-a}$$

여기서,

$$p_{i,j}=\begin{cases} 1 & \text{for } i=j \quad i,j\notin UB \text{ and } LB \\ 0 & \textit{otherwise} \end{cases} \tag{23-b}$$

예를 들어 발전기가 5대이고, 2번 발전기가 최대 출력 제약에 5번 발전기가 최소출력 제약에 걸렸다면 행렬 N_b, P_b는 각각 다음과 같다.

$$N_b^T=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$P_b=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2.2 예비력 제약이 구속되는 경우의 투영행렬

예비력 제약이 구속되는 경우, 제약 행렬 N_b와 투영행렬 P_b는 Sherman 및 Morrison의 공식인 수정법에 의한 역행렬 공식을 적용하거나,[8] 또는 adjoint행렬을 이용한 직접적인 역행렬 계산을 통해서 식 (25)의 결과로 유도된다.

$$N_b^T = \begin{bmatrix} \vdots \\ \boldsymbol{n}_j^T \\ \vdots \\ \cdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{n}_k^T \\ \vdots \\ \cdots \\ \boldsymbol{n}_R^T \end{bmatrix} \tag{24-a}$$

여기서,

$$n_{j,m} = \begin{cases} 0, & m \neq I(j) \\ 1, & m = I(j) \end{cases} \quad m = 1, \cdots, G \quad I(j) \in LB \tag{24-b}$$

$$n_{k,m} = \begin{cases} 0, & m \neq I(k) \\ -1, & m = I(k) \end{cases} \quad m = 1, \cdots, G \quad I(k) \in UB \tag{24-c}$$

$$n_{R,m} = -\frac{1}{\sqrt{G}} \qquad m = 1, \cdots, G \tag{24-d}$$

여기서, $I(j)$: j번째 제약에 대응하는 발전기 번호

투영행렬 P_b의 대각요소와 비대각 요소는 각각 다음과 같다.

$$t_{i,i} = \begin{cases} \dfrac{G - n_{UB} - n_{LB} - 1}{G - n_{UB} - n_{LB}}, & i \notin UB \text{ and } LB \\ 0, & i \in UB \text{ or } LB \end{cases} \tag{25-a}$$

$$t_{i,j} = \begin{cases} \dfrac{-1}{G - n_{UB} - n_{LB}}, & i, j \notin UB \text{ and } LB \\ 0, & i, j \in UB \text{ or } LB \end{cases} \tag{25-b}$$

앞선 예에서 2번 발전기가 최대 출력 제약에 걸리고, 예비력제약 또한 걸렸다면 행렬 N_b, P_b는 각각 다음과 같다.

$$N_b^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$$

$$P_b = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

3.3. 최적조건

이익의 경사벡터(gradient)는 (9)식으로부터 구할 수 있다.

$$\nabla \Pi = (MCP - b_1 - 2c_1 P_1, \cdots, MCP - b_G - 2c_G P_G)^T \tag{26}$$

다음 조건은 최적점일 필요충분조건이다.[6,7]

$$\| P_q \nabla \Pi \| = 0 \tag{27}$$

$$\boldsymbol{r} \leq \boldsymbol{0} \tag{28}$$

여기서, $\nabla \Pi = N_q \boldsymbol{r}$

(27)을 만족하는 경우 $\boldsymbol{r}$은 다음과 같은 행렬 연산으로 구한다.[6]

$$\boldsymbol{r} = (N_q^T N_q)^{-1} N_q^T \nabla \Pi \tag{29}$$

N_b의 성질을 이용하면, 계수 벡터 $\boldsymbol{r}$은 다음과 같은 대수식으로 구할 수 있다. 먼저, 예비력제약이 구속되지 않은 경우 $\boldsymbol{r} = (r_1, \cdots, r_b)^T$로 두면

$$\begin{aligned} r_i &= \langle \nabla \Pi, \boldsymbol{n}_i \rangle \\ &= \begin{cases} MCP - b_k - 2c_k P_{\min,k} & \text{for } i \in LB \\ -(MCP - b_k - 2c_k P_{\max,k}) & \text{for } i \in UB \end{cases} \end{aligned} \tag{30}$$

여기서, $k = I(i)$: i번째 제약의 발전기 번호

$b = n(UB) + n(LB)$: 모든 구속 제약의 수

$\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \rangle$: $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ 의 내적

이고, (7), (8)식에 의해서 $r_i < 0$이다(Appendix 1).

예비력 제약이 구속된 경우에 $\boldsymbol{r} = (r_1, \cdots, r_b, r_R)^T$로 두면 ($N_b$의 $b+1$ 번째 열벡터를 예비력제약의 수직 벡터 $\boldsymbol{n}_R$로 대응시킨다), 다음 식으로 r_i를 구할 수 있다.

$$r_R = \frac{\langle \nabla \Pi, \boldsymbol{n}_R \rangle - \sum_{i=1}^{b} \langle \nabla \Pi, \boldsymbol{n}_i \rangle \langle \boldsymbol{n}_i, \boldsymbol{n}_R \rangle}{1 - \sum_{i=1}^{b} \langle \boldsymbol{n}_i, \boldsymbol{n}_R \rangle^2} \tag{31}$$

$$r_i = -r_R \langle \boldsymbol{n}_i, \boldsymbol{n}_R \rangle + \langle \nabla \Pi, \boldsymbol{n}_i \rangle \tag{32}$$

(31)의 r_R 은 0 이고 (Appendix 2), 따라서, (32)식은 (30)과 같은 형태가 되어서 음수가 된다.

$r_i = \langle \nabla \Pi, \boldsymbol{n}_i \rangle < 0$

따라서, 최적점의 필요충분조건 (27), (28) 중 (28)식은 고려하지 않아도 된다.

3.4 새로운 위치 결정

$i+1$번 째 위치(the position vector at the (i+1)-th iteration)는 다음 식의 i번째 위치에서 단위 벡터 $\boldsymbol{z}^i$를 따라 이동한 위치에서 결정된다.

$$\boldsymbol{z}^i = \frac{P_q \nabla \Pi}{\| P_q \nabla \Pi \|} \tag{33}$$

새로운 위치 및 새로운 구속제약은 다음 식을 만족하는 양의 최소치 $\hat{\tau}$에 의해 결정된다.

$$\tau_j = \frac{v_j - \langle \boldsymbol{n}_j, \boldsymbol{p}^i \rangle}{\langle \boldsymbol{n}_j, \boldsymbol{z}^i \rangle} \tag{34}$$

$$p^{i+1} = p^{i} + \hat{\tau} z^{i} \quad (35)$$

단, $\hat{\tau} = \min \ \tau_j | \tau_j > 0, j = 1, \cdots, G$ (36)

p^{i} : i번째 iteration에서의 위치

새로운 위치(p^{i+1})에서 $\langle z_i, \nabla\Pi(p^{i+1}) \rangle$가 음수이면 $i+2$번 째 위치(p^{i+2})는 현재의 구속 제약 상에서 구하되, $\langle z_i, \nabla\Pi(p^{i+2}) \rangle = 0$인 점으로 한다. 이 점은 3.3절에서의 최적점 필요충분 조건에 의해서 최적점이 된다.

$\langle z_i, \nabla\Pi(p^{i+1}) \rangle$가 양수인 경우에는 (36)식의 최소 $\hat{\tau}$에 대응하는 제약을 구속제약에 추가한다.

4. 사례연구

사례연구의 발전기는 모두 어떤 한 발전사업자가가 소유한 것이며, 이들 발전기의 특성은 표 1로 두었다.[3,4] 전체 발전기 용량의 합은 1,662 MW이다.

표 1 발전기 자료 (용량 : MW, 비용 : $ 기준)
Table 1 Data of generators

No.	P_{max}	P_{min}	a	b	c
1	455	150	1000	16.19	0.00048
2	455	150	970	17.26	0.00031
3	130	20	700	16.60	0.00200
4	130	20	680	16.50	0.00211
5	162	25	450	19.70	0.00398
6	80	20	370	22.26	0.00712
7	85	25	480	22.74	0.00079
8	55	10	660	25.92	0.00413
9	55	10	665	27.27	0.00222
10	55	10	670	27.79	0.00173

시장청산가격(MCP)을 27.5$로 두고, 이 발전사업자가 확보해야 할 예비력이 230MW인 경우(경우 1)와 130MW인 경우(경우 2)에 대해 경사투영법을 적용한다. 시장청산가격이 같으므로, 두 경우 모두 같은 초기해를 갖는다. 우선 예비력을 무시한 경우의 발전기 출력과 예비력을 조정한 출력은 다음의 표 2와 같고, 각 경우에 대한 최적해는 다음의 표 3과 같다.

경우 1에서는 6,7번 발전기외에는 모두 최대출력 또는 최소출력으로 구속되어 있고, 경우 2에서는 8번 발전기 이외 모든 발전기가 출력제한에 구속되어 있다. 그림 2는 두 경우에 대한 각 발전기의 증분 발전비용과 시장청산가격을 비교하고 있다. 각 발전기의 증분 수익은 시장청산 가격에서 증분 발전비용을 뺀 것이고, 그림에서 보듯이 10번 발전기이외에는 모든 증분 수익이 양수이다. 증분수익이 양수라고 해서 그 발전기의 수익이 양수임을 의미하지는 않고, 이는 단지 발전을 늘릴 때 수익이 늘어난다는 것을 의미한다. 표 2에서 예비력을 무시한 경우의 각 발전기 출력은 예비력의 조건을 충족하지 못하므로 발전기 출력을 줄여야만 하고, 수익이 적은 발전기의 출력을 줄이게 된 결과가 최적해의 결과이다. 다음의 표 4는 각 발전기의 수익을 나타낸다.

표 2 초기해
Table 2 Initial solution

No.	무시	경우1	경우2	No.	무시	경우1	경우2
1	455.0	407.8	433.7	6	80.0	70.7	75.8
2	455.0	407.8	433.7	7	85.0	75.7	80.8
3	130.0	113.0	122.3	8	55.0	48.0	51.9
4	130.0	113.0	122.3	9	51.8	45.3	48.9
5	162.0	140.8	152.5	10	10.0	10.0	10.0
예비력					48.2	230.0	130.0
수익($)						6211.4	7077.4

표 3 최적해
Table 3 Optimal solution

No.	경우1	경우2	No.	경우1	경우2
1	455.0	455.0	6	37.3	80.0
2	455.0	455.0	7	32.7	85.0
3	130.0	130.0	8	10.0	15.0
4	130.0	130.0	9	10.0	10.0
5	162.0	162.0	10	10.0	10.0
수익($)				7288.1	7727.7

표 4 최적해에서의 각 발전기의 수익
Table 4 Revenues at the optimum point

No.	경우1	경우2	No.	경우1	경우2
1	4047	4047	6	-184	4
2	3625	3625	7	-325	-81
3	683	683	8	-645	-637
4	714	714	9	-663	-663
5	709	709	10	-673	-673
전체수익($)				7288	7728

그림 2에서 경우 1일 때 제약에 걸리지 않은 6, 7번 발전기의 증분 수익은 같다. 증분 수익은 시장가격에서 증분발전비용을 뺀 것이기 때문에 6, 7번 발전기의 증분발전비용도 같게 된다. 다른 발전기의 경우 증분수익이 같은 점(출력)이 발전기의 최대 또는 최소출력에 구속되었기 때문이다. 경우 1에서는 증분 수익이 4.708385 $/MWh에 해당하고, 경우 2에서는 4.66572 $/MWh에 해당한다.(경우 2에서 이 증분수익을 발전출력 내에서 충족하는 것은 8번 발전기뿐이다.) 즉, 과거의 증분연료비가 같은 출력을 구하는 방법인 λ-반복법으로 발전기의 출력 결정을 할 수 있음을 의미한다. 이때, λ는 증분이익($\frac{d\Pi_i}{dP_i}$)이고, λ가 클수록 발전기의 출력이 줄어서 λ의 크기와 예비력은 비례한다는 것을 이용할 수 있다(식 (38)). 이때 맞추어야 할 조건은 확보해야 할 예비력이다.

$$P_i = \frac{MCP - b_i - \lambda}{2c_i} \tag{38}$$

여기서, $\frac{d\Pi_i}{dP_i} = \lambda,\ i = 1, \cdots, G$

그러나, λ-반복법은 발전비용이 2차함수 또는 부분 선형으로 표현된 경우에만 가능하다.[1]

본 논문에서 이용한 경사투영법은 선형제약조건에서의 최적화 기법이고, 발전비용의 형태에 관계없이 적용할 수 있다.

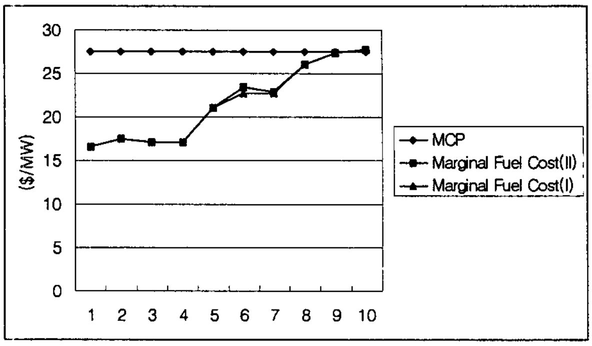

그림 2 각 발전기의 증분 발전 비용
Fig. 2 Incremental fuel costs

5. 결 론

본 논문에서는 예비력 보조 서비스 계약을 체결한 발전사업자의 경제급전을 경사 투영법으로 해결하는 방법을 제시한다. 예비력 제약이 존재하지 않는다면, 발전사업자가 투입한 발전기의 발전출력은 시장가격이 주어진다고(예측된다고) 가정할 때, 각각 독립적으로 결정되지만, 예비력 보조서비스을 감안하면 발전 출력은 독립적으로 결정될 수 없다.

이익 최대화의 경제급전 문제를 경사투영법으로 풀기 위해서, 이 문제의 제약조건의 특수성을 이용하여 경사 투영법의 투영행렬을 유도하였고, 최적 조건 판정에 필요한 경사벡터에 대한 구속 제약의 수직 벡터 계수를 또한 대수식으로 유도하였다. 경사투영법에 필요한 모든 벡터 및 계수를 행렬곱 및 역행렬계산 등과 같은 행렬의 연산 없이 결정할 수 있도록 하였다.

Appendix 1. 예비력 제약이 구속되지 않은 경우의 r_i의 계산

$|P_q \nabla\Pi| = 0$일 때, $\nabla\Pi = N_q \boldsymbol{r}$ 이고, 예비력 제약이 구속되어 있지 않으므로, 구속 제약의 수를 n이라고 하면,

$$\nabla\Pi = \sum_{j=1}^{n} r_j \boldsymbol{n}_j \tag{1}$$

(1)식의 좌우변 벡터와 $\boldsymbol{n}_i$의 내적을 구하면 다음과 같다.

$$\langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle = \sum_{j=1}^{n} (r_j \langle \boldsymbol{n}_j,\ \boldsymbol{n}_i \rangle) \tag{2}$$

한편, 예비력 제약에 대응한 $\boldsymbol{n}_R$을 제외하고는 모든 $\boldsymbol{n}_i$, $i = 1, \cdots, n$은 수직이므로, 우변은 r_i가 되고, 따라서 (2)식은 다음과 같다.

$$r_i = \langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle \tag{3}$$

$k = I(i) \in UB$, 즉, i번째 제약이 k발전기에 대한 것이고, 최대 출력으로 구속되어 있는 경우에는

$$r_i = \langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle = -(MCP - b_k - 2c_k P_{\max,k}) < 0 \tag{4}$$

이 되고,

$k = I(i) \in LB$, 즉, i번째 제약이 k발전기에 대한 것이고, 최소 출력으로 구속되어 있는 경우에는

$$r_i = \langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle = MCP - b_k - 2c_k P_{\min,k} < 0 \tag{5}$$

이다.

Appendix 2. 예비력 제약이 구속된 경우

구속 제약의 수를 $b+1$로 두자.(최대출력 또는 최소출력 제약의 구속 제약수 b개, 예비력 제약 1개)

$$\nabla\Pi = r_1 \boldsymbol{n}_1 + \cdots + r_b \boldsymbol{n}_b + r_R \boldsymbol{n}_R \tag{1}$$

$\nabla\Pi$와 $\boldsymbol{n}_k$, $k = 1, \cdots, b$의 내적을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_k \rangle &= \sum_{i=1}^{b} (r_i \langle \boldsymbol{n}_i,\ \boldsymbol{n}_k \rangle) + r_R \langle \boldsymbol{n}_R,\ \boldsymbol{n}_k \rangle \\ &= r_k + r_R \langle \boldsymbol{n}_R,\ \boldsymbol{n}_k \rangle\end{aligned}$$

따라서,

$$r_k = \langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_k \rangle - r_R \langle \boldsymbol{n}_R,\ \boldsymbol{n}_k \rangle \tag{2}$$

한편, $\nabla\Pi$와 예비력 제약에 대응한 $\boldsymbol{n}_R$의 내적을 취하면 다음과 같다.

$$\langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_R \rangle = \sum_{i=1}^{b} (r_i \langle \boldsymbol{n}_i,\ \boldsymbol{n}_R \rangle) + r_R \langle \boldsymbol{n}_R,\ \boldsymbol{n}_R \rangle \tag{3}$$

(3)식에 (2)식의 r_k를 대입하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}&\langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_R \rangle \\ &= \sum_{i=1}^{n} (((\langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle - r_R \langle \boldsymbol{n}_R,\ \boldsymbol{n}_i \rangle) \langle \boldsymbol{n}_i,\ \boldsymbol{n}_R \rangle) + r_R \\ &= \sum_{i=1}^{n} (\langle \nabla\Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle \langle \boldsymbol{n}_i,\ \boldsymbol{n}_R \rangle) \\ &\qquad + (1 - \sum_{i=1}^{n} (\langle \boldsymbol{n}_i,\ \boldsymbol{n}_R \rangle)^2) r_R\end{aligned}$$

따라서, r_R은 다음과 같다.

$$r_R = \frac{\langle \nabla \Pi,\ \boldsymbol{n}_R \rangle - \sum_{i=1}^{n} \langle \nabla \Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle \langle \boldsymbol{n}_i,\ \boldsymbol{n}_R \rangle}{1 - \sum_{i=1}^{n} (\langle \boldsymbol{n}_i,\ \boldsymbol{n}_R \rangle)^2} \tag{4}$$

분자를 정리하면

$\sum_{j \in UB, LB} (\nabla \Pi_k / \sqrt{G})$이고, ($k$는 제약조건 j에 대응하는 발전기의 번호) 출력 제약이 구속되지 않은 발전기 k에 대응하는 경사벡터 성분은 0이므로 분자가 0이 된다.

따라서,

$$r_R = 0 \tag{5}$$

이다.

한편, (2)식으로부터

$$r_i = \langle \nabla \Pi,\ \boldsymbol{n}_i \rangle \tag{6}$$

가 되고 Appendix 1에 의해서 r_i는 음수이다.

감사의 글

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력공학공동연구소 주관으로 수행된 과제(02-전-01)임.

참 고 문 헌

[1] A. J. Wood and B.F. Wollenberg, Power Generation, Operation, and Control, John Wiley & Sons Inc., 1996

[2] C. W. Richter and G.B. Sheble,"A profit-based unit commitment GA for the competetive environment," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 15, No. 2, May 2000

[3] M. Shahidehpour, et. al., Market Operation in Electric Power Systems, John Wiley & Sons Inc., 2002

[4] K. S. Swarup, S. Yamashiro," Unit commitment solution methodology using genetic algorithm," IEEE Trans. on Power System, Vol. 17, No. 1, 2002

[5] W. Xing, F. Wu,"Genetic algorithm based unit commitment with energy contracts," Electrical Power and Energy Systems 24, 2002

[6] D. E. Kirk, Optimal Control Therory An Introduction, Prentice-Hall Inc., 1970

[7] M. S. Bazaraa and C. M. Shetty, Nonlinear Programming, Theory and Algorithms, John Wiley & Sons Inc., 1979

[8] G. W. Stewart, Introduction to Matrix Computations, Academic Press, 1973

저 자 소 개

정 정 원 (鄭 正 源)

1960년 11월 8일생. 1983년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1985년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 1985년~1992년 한국전력공사 전력경제연구실 연구원, 1992년~현재 경성대학교 전기전자컴퓨터공학부 부교수

Tel : 051-620-4774, Fax : 051-624-5980

E-mail : jwjung@star.ks.ac.kr