

# 기어 전동 2축 로터-베어링 시스템의 연성 불균형 응답해석

## Coupled Unbalance Response Analyses of a Geared Two-shaft Rotor-bearing System

이 안 성<sup>†</sup> · 하 진 응<sup>\*</sup>

An Sung Lee and Jin Woong Ha

(2003년 3월 11일 접수 : 2003년 7월 2일 심사완료)

**Key Words** : Coupled Unbalance Response Analyses(연성 불균형 응답해석), Geared Two-shaft Rotor-bearing System(기어 전동 2축 로터-베어링 시스템), Maximum and Minimum Radii of Orbit(최대·최소 궤적 반경), FE Model(유한요소 모델), Dual-shaft Rotor-bearing System(2중축 로터-베어링 시스템), Coupled by Bearing(베어링에 의한 연성)

### ABSTRACT

In this paper a general solution method is presented to obtain the unbalance response orbit from the finite element based equations of motion of a gear-coupled two-shaft rotor-bearing system, whose shafts rotate at their different speeds from each other. Particularly, are proposed analytical solutions of the maximum and minimum radii of the orbit. The method has been applied to analyze the unbalance response of a 800 refrigeration-ton turbo-chiller rotor-bearing system having a bull-pinion speed increasing gear. Bumps in the unbalance response of the driven high speed compressor rotor system have been observed at the first torsional natural frequency due to the coupling effect of lateral and torsional dynamics. Further, the proposed analytical solutions have agreed well with those obtained by a full numerical approach. The proposed analytical solutions can be generally applied to obtain the maximum and minimum radii of the unbalance response orbits of dual-shaft rotor-bearing systems coupled by bearings as well.

### 1. 서 론

기어 전동 로터-베어링 시스템에서는 기어 물림 효과에 의해 횡-비틀림 진동의 연성과 함께 연계된 축들의 횡진동 간의 연성 특성이 나타난다.<sup>(1-3)</sup> 이러한 연성 진동은 연성이 고려되지 않은 시스템 해석 결과와 비교하여 전체 시스템의 고유진동과 불균형 응답 특성에서 설계상 문제될 수도 있는 상이한 결과를 나타낼 수도 있다. 따라서, 기어 쌍에 의해 증속 또는

감속 운전되는 고성능 터보 기계에서 저진동의 설계 신뢰성 제고를 위해, 상세설계 단계에서 기어 물림 연성 메카니즘을 고려한 정밀 로터다이나믹 해석이 요구된다.

기어 전동 로터-베어링 시스템에 대한 불균형 응답 연구로는 유한요소 모델링에 기초하여 Neriya 등<sup>(4)</sup>과 Kahraman 등<sup>(5)</sup>은 모달 해석법을 적용하여, 그리고 전달행렬 모델링에 기초하여 Iida 등<sup>(6)</sup>과 Iwatsubo 등<sup>(7)</sup>은 통상적인 연립 방정식 해법을, Choi와 Mau<sup>(8)</sup>은 주파수 분기 기법(frequency branching technique)을 적용하여 수행하였다. 지지 베어링에 의해 연성되는 2중 축(dual-shaft) 로터-베어링 시스템의 불균형 응답에 대한 연구로는 Hibner,<sup>(9)</sup> Li 등,<sup>(10)</sup> 그리고 Gupta 등<sup>(11)</sup>이 전달행렬 모델링에 기초하여 연립

<sup>†</sup> 책임저자, 정회원, 한국기계연구원 회전체그룹

E-mail : aslee@kimm.re.kr

Tel : (042) 868-7356, Fax : (042) 868-7440

\* (주)셀추리 기술연구소

방정식 해법을 적용하여 수행하였다. 이상의 연구들은 두 축이 연성되어 서로 다른 속도에서 운전되는 2축 시스템의 불균형 응답 해를 완전 수치적 기법으로 구한 것이다. 한편, 1축 로터-베어링 시스템에 대한 일반적 불균형 응답 궤적으로부터 얻어지는 장·단축 반경의 해석적 해(an analytical closed-form solution)는 Rao<sup>(12)</sup>에 의해 제시된 바 있다.

본 연구에서는, 기 정립된 기어 쌍의 자이로스코픽 효과를 고려한 일반화된 횡-비틀림 연성진동 유한요소 모델<sup>(1-3)</sup>을 적용하여, 기어로 연성되어 서로 다른 속도에서 운전하는 2축 로터-베어링 시스템의 유한요소 운동 방정식으로부터 불균형 응답 궤적을 구하는 일반화된 해법과 함께 응답 궤적에 대한 최대·최소 반경의 해석적 해가 제시된다. 그리고, 이들을 적용하여 불-피니언 기어의 증속기를 채택하고 있는 800 냉동톤 터보 냉동기 로터-베어링 시스템의 연성 불균형 응답 해석을 수행하고자 한다.

## 2. 기어 전동 2축 로터 시스템의 불균형 응답

맞물리는 기어 쌍의 일반화된 횡-비틀림 연성진동 유한요소 모델<sup>(1-3)</sup>과 축, 베어링, 디스크 등으로 구성되어 있는 일반 로터-베어링 시스템의 횡진동 및 비틀림진동 유한요소 모델<sup>(13, 14)</sup>의 결합 조립을 통하여, 기어 전동 2축 로터-베어링 시스템의 일반화된 전체 시스템 운동 방정식은 식 (1)과 같이 표현될 수 있다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (1)$$

두 로터축이 갖는 구동속도,  $\omega_1$  과 피동속도,  $\omega_2$  를 고려한 일반화된 불균형 가진력,  $\{Q\}$ 와 불균형 응답해,  $\{q\}$ 는 각각 식 (2)와 (3)으로 표현된다.

$$\{Q\} = \omega_1^2 \{U_c\}_1 \cos \omega_1 t + \omega_1^2 \{U_s\}_1 \sin \omega_1 t + \omega_2^2 \{U_c\}_2 \cos \omega_2 t + \omega_2^2 \{U_s\}_2 \sin \omega_2 t \quad (2)$$

$$\{q\} = \{a\} \cos \omega_1 t + \{b\} \sin \omega_1 t + \{c\} \cos \omega_2 t + \{d\} \sin \omega_2 t \quad (3)$$

여기서, 아래 첨자 1, 2는 각각 구동과 피동 로터 시스템을 의미하고,  $\{U_c\}$ 와  $\{U_s\}$ 는 일반화된 불균형 가진력 계수, 그리고  $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$ 는 불균형 응답 해의 계수이다. 식 (2)와 (3)를 식 (1)에 대입하여 행렬형태로 정리하면, 식 (4)의 불균형 응답

행렬 방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} [K] - \omega_1^2[M] & \omega_1[C] & 0 \\ -\omega_1[C] & [K] - \omega_1^2[M] & 0 \\ 0 & 0 & [K] - \omega_2^2[M] \\ 0 & 0 & -\omega_2[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{a\} \\ \{b\} \\ \{c\} \\ \{d\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_1^2 \{U_c\}_1 \\ \omega_1^2 \{U_s\}_1 \\ \omega_2^2 \{U_c\}_2 \\ \omega_2^2 \{U_s\}_2 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)로부터 구한 불균형 응답 해의 계수로부터, 각 스테이션 또는 노드에서의 수평방향 응답,  $q_1$ 과 수직방향 응답,  $q_2$ 는 편의상 식 (5)와 (6)으로 표현될 수 있다.

$$q_1 = a_1 \cos \omega_1 t + b_1 \sin \omega_1 t + c_1 \cos \omega_2 t + d_1 \sin \omega_2 t \quad (5)$$

$$q_2 = a_2 \cos \omega_1 t + b_2 \sin \omega_1 t + c_2 \cos \omega_2 t + d_2 \sin \omega_2 t \quad (6)$$

Fig. 1에 나타난 불균형 응답 궤적의 반경은 식 (5)와 (6)에 삼각공식을 적용하여 정리하면 식 (7)로 얻어진다.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{q_1^2 + q_2^2} \\ &= \left[ \frac{1}{2} \{ (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + d_2^2) \right. \\ &\quad + (a_1^2 - b_1^2 + a_2^2 - b_2^2) \cos 2\omega_1 t \\ &\quad + (c_1^2 - d_1^2 + c_2^2 - d_2^2) \cos 2\omega_2 t \\ &\quad + 2(a_1 b_1 + a_2 b_2) \sin 2\omega_1 t \\ &\quad + 2(c_1 d_1 + c_2 d_2) \sin 2\omega_2 t \\ &\quad + 4(a_1 c_1 + a_2 c_2) \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t \\ &\quad + 4(b_1 d_1 + b_2 d_2) \sin \omega_1 t \sin \omega_2 t \\ &\quad + 4(a_1 d_1 + a_2 d_2) \cos \omega_1 t \sin \omega_2 t \\ &\quad \left. + 4(b_1 c_1 + b_2 c_2) \sin \omega_1 t \cos \omega_2 t \} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

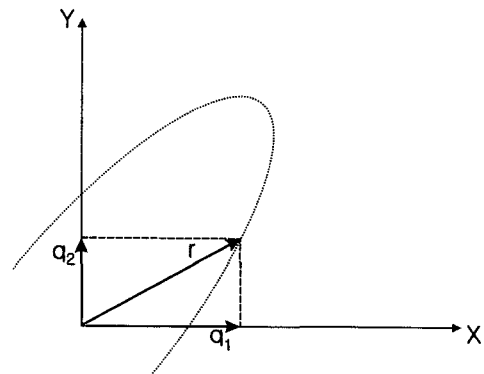


Fig. 1 An orbit of unbalance response

여기서,  $r$  이 최대·최소 값(즉, 궤적의 최대·최소 반경)을 갖는 조건들은 식 (8)과 (9)로부터 얻어지며, 이들은 식 (10~13)으로 표현된다.

$$\frac{\partial r}{\partial(\omega_1 t)} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial r}{\partial(\omega_2 t)} = 0 \quad (9)$$

$$-2(a_1^2 - b_1^2 + a_2^2 - b_2^2)\sin 2\omega_1 t + 4(a_1 b_1 + a_2 b_2)\cos 2\omega_1 t = 0 \quad (10)$$

$$-4(a_1 c_1 + a_2 c_2)\sin \omega_1 t \cos \omega_2 t + 4(b_1 d_1 + b_2 d_2)\cos \omega_1 t \sin \omega_2 t - 4(a_1 d_1 + a_2 d_2)\sin \omega_1 t \sin \omega_2 t + 4(b_1 c_1 + b_2 c_2)\cos \omega_1 t \cos \omega_2 t = 0 \quad (11)$$

$$-2(c_1^2 - d_1^2 + c_2^2 - d_2^2)\sin 2\omega_2 t + 4(c_1 d_1 + c_2 d_2)\cos 2\omega_2 t = 0 \quad (12)$$

$$-4(a_1 c_1 + a_2 c_2)\cos \omega_1 t \sin \omega_2 t + 4(b_1 d_1 + b_2 d_2)\sin \omega_1 t \cos \omega_2 t + 4(a_1 d_1 + a_2 d_2)\cos \omega_1 t \cos \omega_2 t - 4(b_1 c_1 + b_2 c_2)\sin \omega_1 t \sin \omega_2 t = 0 \quad (13)$$

식 (10~13)에 삼각공식을 적용하여 정리하면, 다음의 최종 조건식들이 얻어진다.

$$\cos 2\omega_1 t = \pm \frac{(a_1^2 - b_1^2 + a_2^2 - b_2^2)}{[(a_1^2 - b_1^2 + a_2^2 - b_2^2)^2 + 4(a_1 b_1 + a_2 b_2)^2]^{1/2}} \quad (14)$$

$$\sin 2\omega_1 t = \pm \frac{2(a_1 b_1 + a_2 b_2)}{[(a_1^2 - b_1^2 + a_2^2 - b_2^2)^2 + 4(a_1 b_1 + a_2 b_2)^2]^{1/2}} \quad (15)$$

$$\cos 2\omega_2 t = \pm \frac{(c_1^2 - d_1^2 + c_2^2 - d_2^2)}{[(c_1^2 - d_1^2 + c_2^2 - d_2^2)^2 + 4(c_1 d_1 + c_2 d_2)^2]^{1/2}} \quad (16)$$

$$\sin 2\omega_2 t = \pm \frac{2(c_1 d_1 + c_2 d_2)}{[(c_1^2 - d_1^2 + c_2^2 - d_2^2)^2 + 4(c_1 d_1 + c_2 d_2)^2]^{1/2}} \quad (17)$$

$$\cos \omega_1 t \cos \omega_2 t = \pm \frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \pm \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \quad (18)$$

$$\sin \omega_1 t \sin \omega_2 t = \mp \frac{1}{2} \left[ \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \mp \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \quad (19)$$

$$\sin \omega_1 t \cos \omega_2 t = \pm \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \pm \frac{\delta}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \quad (20)$$

$$\cos \omega_1 t \sin \omega_2 t = \pm \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \mp \frac{\delta}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \quad (21)$$

여기서,

$$\alpha = a_1 c_1 - b_1 d_1 + a_2 c_2 - b_2 d_2$$

$$\beta = a_1 d_1 + b_1 c_1 + a_2 d_2 + b_2 c_2$$

$$\gamma = a_1 c_1 + b_1 d_1 + a_2 c_2 + b_2 d_2$$

$$\delta = b_1 c_1 - a_1 d_1 + b_2 c_2 - a_2 d_2$$

최종적으로  $r$  이 최대·최소 값을 갖을 때 만족하는 조건식들 식 (14~21)을 식 (7)에 대입하고, 이들 조건식들의 각 조합에 대한  $r$  값의 비교를 통해 구해지는 불균형 응답 궤적의 최대·최소 반경은 다음의 식 (22)로 표현된다.

$$r_{\max}^{\min} = \left[ \frac{1}{2} \{ (a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + d_2^2) \pm [(a_1^2 - b_1^2 + a_2^2 - b_2^2)^2 + 4(a_1 b_1 + a_2 b_2)^2]^{1/2} \pm [(c_1^2 - d_1^2 + c_2^2 - d_2^2)^2 + 4(c_1 d_1 + c_2 d_2)^2]^{1/2} \right. \\ \left. \pm 2(a_1 c_1 + a_2 c_2) \left[ \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \mp 2(b_1 d_1 + b_2 d_2) \left[ \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \pm 2(a_1 d_1 + a_2 d_2) \left[ \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} - \frac{\delta}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \pm 2(b_1 c_1 + b_2 c_2) \left[ \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} + \frac{\delta}{\sqrt{\gamma^2 + \delta^2}} \right] \right\} \right]^{1/2} \quad (22)$$

### 3. 해석 결과 및 토의

이상에서 제안한 기어 연성 2축 로터-베어링 시스템의 불균형 응답 해법을 적용하여, Fig. 2에 보여진 증속 기어를 갖는 800 냉동톤 터보 냉동기 로터-베어링 시스템의 연성 불균형 응답 해석을 수행하였다. 정격속도 3,420 rpm인 모터와 불-기어로 구성된 구동 로터-베어링 시스템은 불-피니언 기어 쌍의 증속기를 통해 압축기 임펠러와 피니언-기어로 구성된 피동 로터-베어링 시스템을 11,845 rpm으로 구동하고 있다. 한편, Fig. 3은 터보 냉동기 로터-베어링 시스템의 등가 FE 모델을 나타낸다.

구동 로터에 시험 불균형  $U_M(2018.5 \text{ g} \cdot \text{mm})$ 와

$U_{M2}$  (873.0 g · mm)를 모터 로터와 불-기어에 180° out-of-phase로 부가하여 해석한 결과, 모터 로터와 임펠러에서의 최대 진폭(peak-to-peak)이 각각 60  $\mu\text{m}$ 과 0.06  $\mu\text{m}$  이하로 서로 3차수(order of 3) 정도의 차이를 보여, 연성에 의한 상호 불균형 영향도는 경미한 것으로 분석된다.

피동 로터에 시험 불균형  $U_I$  (19.7 g · mm)를 임펠러에 부가하여 해석한 결과, 모터 로터와 임펠러에서의 최대 진폭이 각각 0.06  $\mu\text{m}$ 과 6  $\mu\text{m}$  이하로 서로 2차수 정도의 차이를 보여 다시 한번 연성에 의한 상호 불균형 영향도는 경미한 것으로 분석된다. 그러나, Fig. 4에 보여진 데로 구동 로터의 불균형 응답이 2,778 rpm에서 증폭되는 현상이 관찰되었다. 이때 상응하는 피동 로터의 속도는 9,621 rpm으로 이 속도는 비틀림 1차 공진 주파수<sup>(1-3)</sup>와 일치한다. 따라서, 횡-비틀림 진동의 연성의 영향으로 비틀림 공진이 횡진동 불균형 응답에 영향을 주어 공진 증폭이 발생한 것으로 분석된다.

구동 로터와 피동 로터에 시험 불균형  $U_{M1}$ ,  $U_{M2}$  그리고  $U_I$ 를 동시에 해당 위치에 부가하여(여기서,  $U_{M1}$ 과  $U_{M2}$ 는 180° out-of-phase, 그리고  $U_{M1}$ 과  $U_I$ 는 in-phase의 관계에 있음) 수행한 연성과 해당

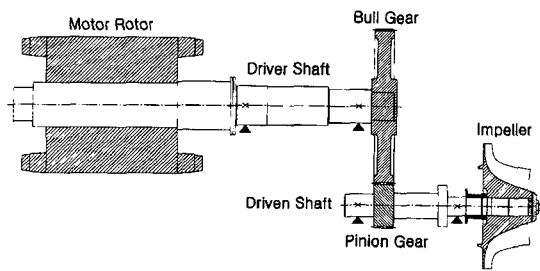


Fig. 2 Schematic of a 800 RT turbo-chiller rotor-bearing system

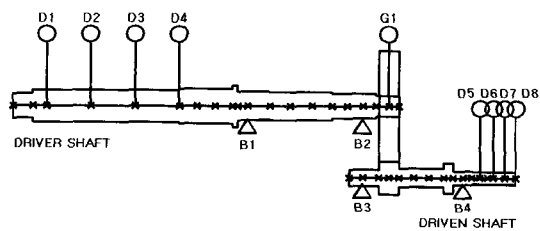


Fig. 3 An equivalent FE model of the turbo-chiller rotor-bearing system

비연성 해석 결과가 비교되어 Fig. 5과 6의 구동 · 피동 로터의 불균형 응답으로 나타나 있다. Fig. 5로부터 구동 로터에서 연성과 비연성 해석에 따른 결과의 차이는 없는 것으로 나타난다. 그리고, Fig. 6으로부터 피동 로터에서 연성 해석결과가 비틀림 공진의 연성의 영향으로 다소 튀는 것을 제외하고는 전반적으로 비연성 해석 결과와 잘 일치하는 것으로 관찰된다. 한편, 구동 로터의 정격속도 3,420 rpm에서 계산된 구동 · 피동 로터 각부의 불균형 응답 궤적이 Fig. 7과 8에 나타나 있다. Fig. 7과 8로부터 피니언 측 베어링 위치의 불균형 응답 궤적을 제외하고는 1계 회전속도에서의 궤적 성분이 두드러져 두 로터축 사이의 상호 연성 효과가 경미함이 다시 한번 확인된다.

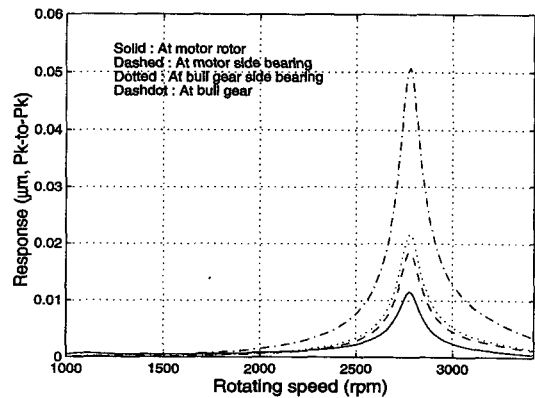


Fig. 4 Coupled unbalance responses at the driver rotor system with a test unbalance attached to the compressor impeller

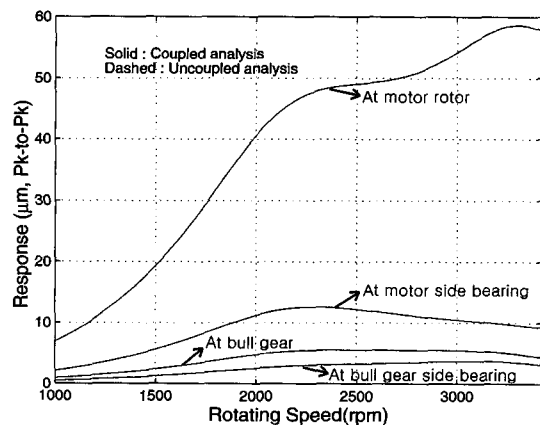


Fig. 5 Coupled and uncoupled unbalance responses at the driver rotor system with a full set of test unbalances

본 연구에서 제시된 연성 불균형 응답 궤적의 해석적 최대·최소 반경에 대한 검증은 위해, 시험 불균형  $U_{M1}$ ,  $U_{M2}$ ,  $U_I$ 를 동시에 부가하여 해석을 수행하였다. Table 1은 제시된 해석 해와 완전 수치해석으로부터 구동 로터의 정격속도 3,420 rpm에서 구해진 터보 냉동기 주요부에서의 불균형 응답 최대진

폭의 오차(%)를 보여주고 있다. 표에서 회전 당 샘플의 수는 완전 수치해석에서 최대 진폭을 찾기 위해 사용된 샘플의 수로 구동 로터의 1회전을 기준으로 한다. Table 1로부터 샘플의 수에 관계없이 두 방법

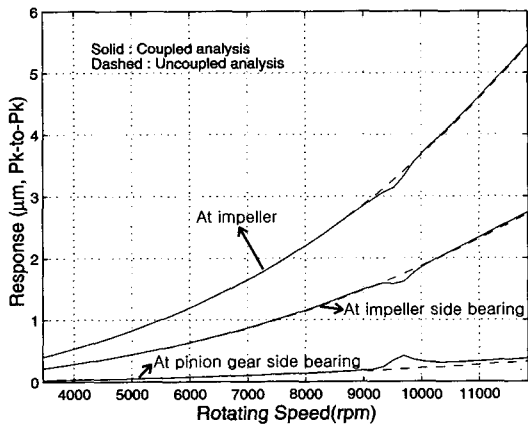
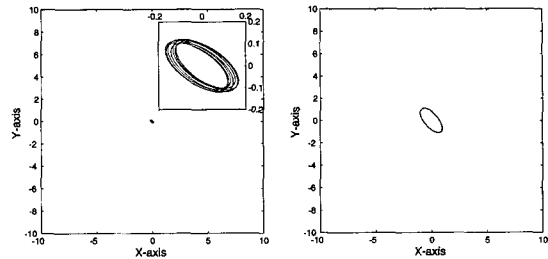
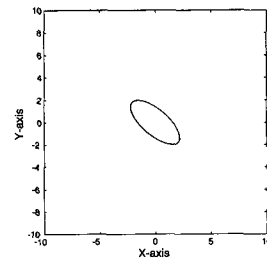


Fig. 6 Coupled and uncoupled unbalance responses at the driven rotor system with a full set of test unbalances

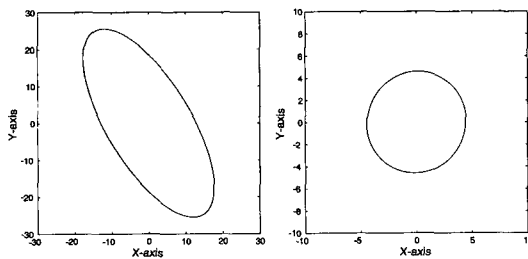


(a) At pinion gear side bearing (b) At impeller side bearing

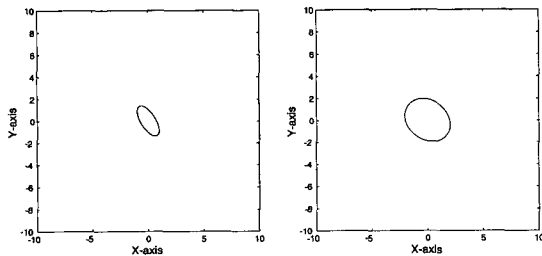


(c) At impeller

Fig. 8 Coupled unbalance response orbits at the driven rotor system with a full set of test unbalances at a driver speed of 3,420 rpm



(a) At motor rotor (b) At motor side bearing



(c) At bull gear side bearing (d) At bull gear

Fig. 7 Coupled unbalance response orbits at the driver rotor system with a full set of test unbalances at a driver speed of 3,420 rpm

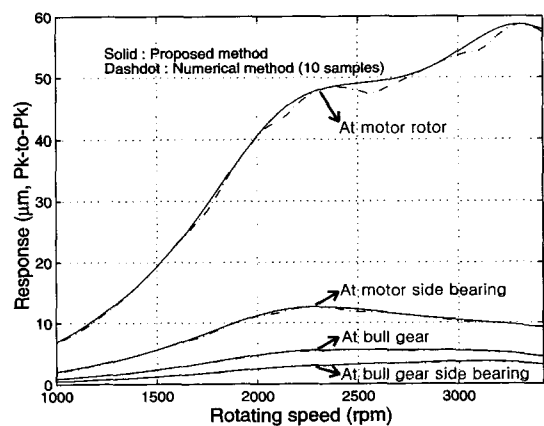


Fig. 9 Coupled unbalance responses at the driver rotor system with a full set of test unbalances as obtained by the proposed and full numerical methods for 10 samples

의 결과가 잘 일치하고 있으며, 피동속도와 구동속도의 불균형 응답 성분이 공존하여 함께 비교적 잘 나타난(Fig. 8(a) 참조) 피니언 측 베어링 위치의 불균형 응답을 제외하면 샘플의 수가 증가함에 따라 오차가 크게 감소함을 알 수 있다. 아울러, Fig. 9와 10은 제시된 해석 해와 완전 수치해석으로부터 구해진 구동·피동 로터 각부의 연성 불균형 응답 최대진폭을 비교하여 보여주고 있다. 여기서, 완전 수치해석시 각

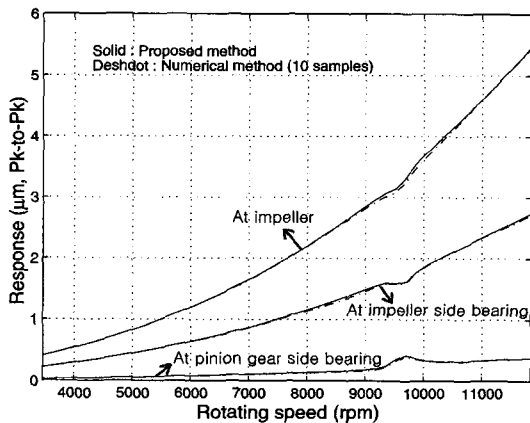
회전당 10개의 샘플이 사용되었다. 10개의 샘플을 사용했음에도 불구하고 두 가지 접근에 의한 결과가 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 기어로 연성되어 서로 다른 속도에서 운전하는 기어 전동 2축 로터-베어링 시스템의 유한요소 운동 방정식으로부터 불균형 응답 궤적을 구하는 일반화된 해법이 제시되었으며, 특히 궤적의 최대·최소 반경의 해석적 해가 유도되었다. 제시된 해를 적용하여, 불-피니언 기어의 증속기를 채택하고 있는 800 냉동톤 터보 냉동기 로터-베어링 시스템의 연성 불균형 응답 해석을 수행하였다. 해석 결과, 기어 물림 효과에 따른 횡-비틀림 진동의 연성의 영향으로, 1차 비틀림 고유진동수에서 피동 고속 압축기 로터 시스템의 불균형 응답에서 톱 발생이 관찰되었다. 그러나, 해석 대상 시스템에서 기어 물림 효과에 따른 두 축간의 상호 불균형 응답 영향도는 경미한 것으로 예측되었다. 그리고, 불균형 응답 궤적의 유도된 해석적 최대 반경 해는 완전 수치적으로 얻은 결과와 잘 일치함이 확인되었다. 한편, 본 연구에서 유도된 불균형 응답 궤적의 최대·최소 반경 해는 두 축이 기어뿐만 아니라 베어링 등에 의해 연성되어 상호 작용하며 다른 속도로 운전하는 이중 축(dual-shaft) 로터-베어링 시스템에 대해서도 일반적으로 적용될 수 있다.

**Table 1** Errors of the maximum coupled unbalance responses as obtained by the proposed closed-form solution and full numerical approach at a driver rating speed of 3,420 rpm with a full set of test unbalances

Location	Error (%)		
	Sample number per revolution		
	10	100	1000
Motor rotor	0.8784	0.0152	0.0005
Motor side bearing	0.2139	0.0086	0.0043
Bull gear side bearing	0.1660	0.0128	0.0128
Bull gear	0.3800	0.0660	0.0637
Pinion side bearing	0.4000	0.4000	0.4000
Impeller side bearing	0.7805	0.1568	0.1568
Impeller	0.3601	0.2486	0.0329



**Fig. 10** Coupled unbalance responses at the driven rotor system with a full set of test unbalances as obtained by the proposed and full numerical methods for 10 samples

#### 참 고 문 헌

- (1) 이안성, 하진웅, 최동훈, 2001, "증속 기어 전동 로터-베어링 시스템의 횡-비틀림 연성 유한요소 로터다이나믹 해석," 한국소음진동학회논문집, 제 11 권, 제 1 호, pp. 82~88.
- (2) 이안성, 하진웅, 최동훈, 2002, "증속 기어 전동 로터-베어링 시스템에서 횡-비틀림 연성 진동특성의 상세고찰," 한국소음진동학회논문집, 제 12 권, 제 2 호, pp. 116~123.
- (3) Lee, A. S., Ha, J. W. and Choi, D.-H., 2003, "Coupled Lateral and Torsional Vibration Characteristics of a Speed Increasing Geared Rotor-bearing System," To be published in the

Journal of Sound and Vibration.

(4) Neriya, S. V., Bhat, R. B. and Sankar, T. S., 1985, "Coupled Torsional Flexural Vibration of a Geared Shaft System Using Finite Element Method," The Shock and Vibration Bulletin, Part 3, Vol. 55, pp. 13~25.

(5) Kahraman, A., Ozguven, H. N., Houser, D. R. and Zakrajsek, J. J., 1992, "Dynamic Analysis of Geared Rotors by Finite Elements," ASME Trans. Journal of Mechanical Design, Vol. 114, pp. 507~514.

(6) Iida, H., Tamura, A., Kikuch. K. and Agata, H., 1980, "Coupled Torsional-flexural Vibration of a Shaft in a Geared System of Rotors (1st Report)," Bulletin of the JSME, Vol. 23, No. 186, pp. 2111~2117.

(7) Iwatsubo, T., Arii, S. and Kawai, R., 1984, "Coupled Lateral-torsional Vibration of Rotor System Trained by Gears," Bulletin of JSME, Vol. 27, No. 224, pp. 271~277.

(8) Choi, S. T. and Mau, S. Y., 1995, "Dynamic Analysis of Geared Rotor-bearing Systems by the Transfer Matrix Method," ASME DE-Vol. 84-2, Design Engineering Technical Conferences, Vol. 3, Part B, pp. 967~976.

(9) Hibner, D. H., 1975, "Dynamic Response of Viscous-damped Multi-shaft Jet Engines," Journal of Aircraft, Vol. 12, No. 4, pp. 305~312.

(10) Li, Q., Yan, L. and Hamilton, J. F., 1986, "Investigation of the Steady-state Response of a Dual-rotor System with Intershaft Squeeze Film Damper," ASME Trans. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 108, pp. 605~612.

(11) Gupta, K., Gupta, K. D. and Athre, K., 1993, "Unbalance Response of a Dual Rotor System : Theory and Experiment," ASME Trans. Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 115, pp. 427~435.

(12) Rao, J. S. 1996, Rotor Dynamics, New Age International Publishers, Third Edition.

(13) Lee, A. S. and Lee, Y.-S., 2001, "Rotordynamic Characteristics of an APU Gas Turbine Rotor-bearing System Having a Tie Shaft," KSME International Journal, Vol. 15, No. 2, pp. 152~159.

(14) 이안성 등, 1996, "제 6장 로터-베어링 시스템 설계," 터보기계 설계기술 개발에 관한 연구, 한국기계연구원, 과학기술처 연구보고서 UCN 031-380.M.