

구동토크의 제약을 갖는 구륵이동로봇의 모델링과 경로추적

論 文

52D-8-5

Modeling and Path-Tracking of Wheeled-Mobile Robots having the Limited Drive-Torques

金 鍾 守* · 文 鍾 寓**

(Chong-Soo Kim · Jong-Woo Moon)

Abstract - In this paper are presented kinematic and dynamic modeling and path-tracking of four-wheeled mobile robots with 2 d.o.f having the limited drive-torques. Controllability of wheeled-mobile robots is revealed by the kinematic model. Instantaneously coincident coordinate system, force/torque propagation and Newton's equilibrium law are used to drive the dynamic model. When drive-torques generated by inverse dynamics exceed the limitation, we make wheeled-mobile robots follow the reference path by modifying the planned reference trajectory with time-scaling. The controller is introduced to compensate for error owing to modeling uncertainty and measurement noise. And simulation results prove that method proposed by this paper is efficient.

Key Words : kinematic and dynamic modeling, force/torque propagation, Newton's equilibrium, time-scaling, WMRs

1. 서 론

산업현장을 비롯하여 다양한 분야에서 이용되고 있는 로봇 매니플레이터는 고정된 위치에서 작업을 수행하므로 작업공간이 제한되는 단점을 갖는다. 이러한 문제점을 해결하고 로봇의 기능을 확장하기 위해 이동기능을 갖춘 구륵이동로봇(Wheeled-Mobile Robots, WMRs)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. J. Barraquand와 J.C. Latombe는 WMRs의 nonholonomic 속도제약을 정의하고, 최적시간 주행을 위해 방향전환의 수를 최적화하는 경로를 설계하였다[1]. J.C. Alexander와 J.H. Maddocks는 쿨롱의 법칙을 이용하여 주행면과 구륵 사이의 접촉점에서의 마찰을 모델화하였다[2]. Y. Kanayama는 안정한 궤적추적을 위해 Lyapunov 함수를 이용하여 제어입력을 결정하였으며, 비선형 모델의 선형화를 통하여 임계감쇠비(critical damping ratio)를 결정하였다[3]. C. Samson과 K. Ait-Abderrahim는 가상 기준이동체(virtual reference vehicle)를 이용하여 전상상태환 제어(full state-feedback control)를 구성함으로써 구륵이동로봇의 위치와 방향을 제어하였다[4]. L. Kleeman은 초음파 비이콘(ultrasonic beacon)과 dead-reckoning을 이용한 순환확장 칼만필터(iterated extended Kalman filter)를 구성하여 이동 로봇의 위치와 방향을 추정하였다[5]. 그러나 이러한 방법들은 단순한 형태의 기구학 모델을 대상으로 하였으므로 주행시 발생하는 마찰을 보상할 수 없게 되어 WMRs는 궤적에서 이탈될 수 있다[6].

본 논문에서는 WMRs에 작용하는 힘/토크의 수식화와 힘/토크의 전파 및 중첩을 이용하여 WMRs의 동역학 모델을 유도한다. 설정된 기준 속도 및 가속도를 수행하기 위해 요구되는 구동토크가 허용가능한 구동기 입력 범위를 초과할 경우, 본 논문에서는 time-scaling을 이용하여 기준 속도 및 가속도 궤적을 일부 수정함으로써 기준 경로의 재설계없이 WMRs가 제시된 경로를 추적하도록 한다. 이러한 내용은 주행시간의 단축 또는 연장을 의미한다.

2. WMRs의 기구학적 모델링

2.1 좌표계 할당

본 논문에서 고찰대상이 되는 4륵 2 자유도 구륵이동로봇의 구조는 그림 1과 같다. 좌우 구륵은 구동 구륵(driven-wheel)이며 전후의 구륵은 보조구륵(caster)이다. WMRs의 동작 분석을 위해 WMRs를 구성하는 각 구성요소의 양끝 또는 질량 중심에 좌표계를 할당한다.

F는 고정 기준 좌표계이며, B는 본체의 질량중심에 할당된 본체 좌표계이다. $C_i(i=1,2,3,4)$ 는 구륵과 주행면 사이의 접촉점에 할당된 접촉 좌표계이고 $S_k(k=3,4)$ 는 조향축에 할당된 조향 좌표계이며 H_k 는 조향 좌표계의 z축과 동일한 방향을 갖지만 본체에 할당된 좌표계이다. W_i 는 구륵의 중심에 할당되며 $A_j(j=1,2)$ 는 구륵과 본체의 접촉점에 할당된 구륵축 좌표계이다. 그림 1의 구조를 갖는 WMRs는 y-방향의 병진운동과 z-축을 중심으로 회전운동을 하는 2 자유도를 갖는다.

* 正 會 員 : 상지대학교 컴퓨터정보공학부 부교수

** 正 會 員 : 부산정보대학 디지털자동화정보계열 조교수

接受日字 : 2003年 5月 9日

最終完了 : 2003年 6月 23日

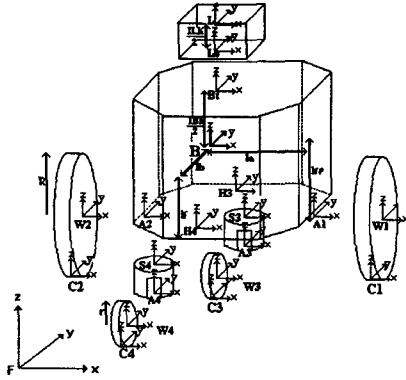


그림 1 4륜 2자유도 구륜이동로봇
Fig. 1 Four-wheeled mobile robot with 2 d.o.f

2.2 전향 기구학(forward kinematics)과 역기구학(inverse kinematics)

기구학은 WMRs의 본체와 구륜 사이의 동작관계를 나타낸다. 전향 기구학은 encoder에 의해 측정된 구륜속도로부터 본체의 속도를 계산하며, 역기구학은 WMRs가 기준체적을 수행하기 위해 요구되는 구륜속도를 계산한다. 기구학 및 동력학 모델링의 단순화를 위해 WMRs는 평지에서 이동하며 접촉점에서의 구륜의 미끄러짐은 발생하지 않는 것으로 가정한다[2]. 모델링 과정의 단순화를 위해 순간 일치 좌표계를 정의한다. 임의의 좌표계 A에 대한 순간 일치 좌표계 \hat{A} 는 A와 동일한 위치와 방향을 갖지만 고정 기준좌표계에 대해 정지된 좌표계로 정의된다. 따라서 \hat{A} 에 대한 A의 상대적 위치와 방향은 0이지만 상대속도 및 상대가속도는 0이 아니다. 순간 일치 좌표계를 정의함으로써 WMRs의 구륜과 본체의 속도 및 가속도를 WMRs의 위치에 대해 독립적으로 명시할 수 있다. WMRs의 각 구성요소 사이의 상대적 위치와 방향은 4x4 동차 변환행렬(homogeneous transformation matrix)에 의해 표현될 수 있다[7]. 그림 1의 매개변수를 이용하여 좌표변환행렬 ${}^F T_B$, ${}^F T_{C_i}$, ${}^B T_{C_i}$ 와 ${}^B T_B$, ${}^C T_{C_i}$ 를 구할 수 있다. 좌표변환행렬 ${}^F T_B$, ${}^F T_{C_i}$, ${}^B T_{C_i}$ 는 고정된 위치와 방향을 가지므로 상수 변환행렬로 간주할 수 있으며 ${}^B T_B$, ${}^C T_{C_i}$ 는 가변 변환행렬로 간주할 수 있다. 자코비안 행렬(Jacobian matrix)은 다음과 같은 연속적인 변환행렬을 이용하여 구할 수 있다.

$${}^B \dot{P}_B = {}^F T_B^{-1} \cdot {}^F T_{C_i} \cdot {}^C \dot{T}_{C_i} \cdot {}^B T_{C_i}^{-1} = {}^B T_{C_i} \cdot {}^C \dot{T}_{C_i} \cdot {}^B T_{C_i}^{-1} \quad (2-1)$$

그림 1의 매개변수와 식 (2-1)로부터 본체 속도와 구륜속도 사이의 관계를 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ {}^B \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & (-l_a)^{j+1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \omega_{w_j} \\ e_j \omega_{C_j} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

$${}^B \dot{P}_B = J_j \cdot q_j \quad (j=1,2)$$

${}^B v_{Bx}$ 와 ${}^B v_{By}$ 는 본체속도의 x, y 방향 성분이며, ${}^B \omega_{Bz}$ 는 본체의 z-축에 대한 회전속도이다. ${}^C \omega_{C_j}$ 는 접촉점에서의 각 구륜의 z-축을 중심으로 한 회전속도를 나타내며, $A_j \omega_{w_j}$ 는 구륜 구동축에 대한 구륜의 회전속도를 나타낸다. ${}^C \omega_{C_j}$ 는 좌우 구륜의 속도차에 의해 발생하는 종속적인 비구동 성분(unactuated component)이므로 WMRs가 기준체적을 추적하도록 하기 위해 독립적인 구동성분(actuated component)을 산출해야한다. 식 (2-2)를 구동 성분과 비구동 성분으로 구분하여 다음과 같이 정리할 수 있다.

$${}^B \dot{P}_B = J_{ia} \cdot q_{ia} + J_{iu} \cdot q_{iu} \quad (i=1,2,3,4) \quad (2-3)$$

밑첨자 a는 구동성분을, u는 비구동성분을 나타낸다. 식 (2-3)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \cdot {}^B \dot{P}_B = \begin{bmatrix} J_{1a} & 0 & 0 & 0 & J_{1u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{2a} & 0 & 0 & 0 & J_{2u} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{3a} & 0 & 0 & 0 & J_{3u} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{4a} & 0 & 0 & 0 & J_{4u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1a} \\ q_{2a} \\ q_{3a} \\ q_{4a} \\ q_{1u} \\ q_{2u} \\ q_{3u} \\ q_{4u} \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

$$S_o {}^B \dot{P}_B = Z_o Q_a \quad (2-5)$$

여기서 I_i 는 각각 3x3 항등행렬이다. Z_o 는 overdetermined 시스템이므로 Q_a 는 최소 자승 해(least-squares solution)을 이용하여 구할 수 있다[8].

$$Q_a = (Z_o^T Z_o)^{-1} Z_o^T S_o {}^B \dot{P}_B \quad (2-6)$$

그림 1의 매개변수와 식 (2-6)의 $Q_a=[q_{ia} \ q_{iu}]^T$ 로부터 구동성분 q_{ia} 를 구하면 다음과 같다.

$$q_{ia} = \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w_{1a}} \\ A_2 \omega_{w_{2a}} \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -l_a \\ -1 & 1 & -l_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ {}^B \omega_{Bz} \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

식 (2-7)의 ${}^B \dot{P}_B$ 가 기준체적으로 주어질 경우 q_{ia} 는 WMRs가 기준체적을 수행하기 위해 요구되는 구륜속도를 의미한다. 또한, encoder에 의해 측정될 수 있는 성분은 구륜의 각속도 $A_j \omega_{w_j}$ 이므로 검출된 구륜속도로부터 본체의

속도를 계산하기 위해 구륜속도를 감지 성분 (sensed component)과 비감지 성분 (not-sensed component)으로 구분한다.

$${}^B \dot{P}_B = J_{is} \cdot q_{is} + J_{in} \cdot q_{in} \quad (2-8)$$

밀침자 s는 감지성분을, n은 비감지 성분을 나타내며 식 (2-8)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I_1 & -J_{1n} & 0 & 0 & 0 \\ I_2 & 0 & -J_{2n} & 0 & 0 \\ I_3 & 0 & 0 & -J_{3n} & 0 \\ I_4 & 0 & 0 & 0 & -J_{4n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B \dot{P}_B \\ q_{1n} \\ q_{2n} \\ q_{3n} \\ q_{4n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{1s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{2s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{3s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{4s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1s} \\ q_{2s} \\ q_{3s} \\ q_{4s} \end{bmatrix}$$

$$S_n \dot{P}_n = Z_s Q_s \quad (2-9)$$

식 (2-9)는 overdetermined 시스템이므로 최소 자승 해를 적용하여 \dot{P}_n 를 구할 수 있다.

$$\dot{P}_n = (S_n^T S_n)^{-1} S_n^T Z_s Q_s \quad (2-10)$$

식 (2-10)의 $\dot{P}_n = [{}^B \dot{P}_B \quad q_{in}]^T$ 로부터 ${}^B \dot{P}_B$ 를 구하면 다음과 같다.

$${}^B \dot{P}_B = \begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ {}^B \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l_a & l_a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1r} \\ A_2 \omega_{w2r} \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

$A_i \omega_{w_i}$ 가 엔코더에서 측정된 구륜속도일 경우, 위의 식을 이용하여 본체속도를 계산할 수 있다.

2.3 WMRs의 nonholonomic 제약과 가제어성

WMRs는 평지에서 이동하고 z-축을 중심으로 회전 운동을 하므로 기준 좌표계에 대한 본체의 속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} F v_{Bx} \\ F v_{By} \\ F \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B v_{Bx} \\ {}^B v_{By} \\ {}^B \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} -l_a \sin \theta & -l_a \sin \theta \\ l_a \cos \theta & l_a \cos \theta \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1r} \\ A_2 \omega_{w2r} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} F S_B \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1r} \\ A_2 \omega_{w2r} \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

WMRs의 기구학적 제약의 가적분성과 가제어성을 조사하기 위해 다음과 같은 전제를 제시한다.

[전제 1] f_1 과 f_2 가 벡터 공간 R^n 의 vector field라 할 때, 다음과 같이 정의되는 Lie Brackets $[f_1, f_2]$ 는 벡터 공간 R^n 의 제 3의 vector field이다[9].

$$[f_1, f_2] = \frac{\partial f_2}{\partial x} f_1 - \frac{\partial f_1}{\partial x} f_2$$

[전제 2] (Frobenius의 가적분성의 원리)

$$[f_1, f_2] = \sum_{ijk} \alpha_{ijk} f_k(x) \text{가 성립하는 스칼라 함수}$$

$\alpha_{ijk} : R^n \rightarrow R$ 이 존재하면 $[f_1, f_2]$ 는 involutive하다. 이때 2개의 vector field로 구성되는 시스템은 적분가능(integrable)하다[10].

[전제 3] $rank[f_1, f_2] = rank[f_1, f_2, [f_1, f_2]] = n$ 이면 시스템은 가제어하다[1].

FSB를 구성하는 2개의 열벡터(column vector)는 선형 독립적(linearly independent)이므로 각각의 열벡터를 vector field f_1, f_2 로 간주할 수 있다[10]. Lie Bracket $[f_1, f_2]$ 는 다음과 같다.

$$[f_1, f_2] = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$[f_1, f_2] = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$ 를 만족하는 α_1, α_2 는 존재하지 않으므로 식 (2-12)로 표현되는 시스템은 nonholonomic제약을 가진다. $rank[f_1, f_2] = rank[f_1, f_2, [f_1, f_2]] = 3$ 이므로 그림 1의 구조를 갖는 2 자유도 구륜이동로봇은 가제어하지 않다. 제어점(controlled point)을 본체의 질량 중심에서 l_b 만큼 떨어져 있는 보조구륜의 접촉점에 설정하였을 경우, 2.1절과 2.2절에서 제시된 과정을 통하여 얻어진 기구학은 다음과 같다.

$$F \dot{P}_B = \begin{bmatrix} F v_{Bx} \\ F v_{By} \\ F \omega_{Bz} \end{bmatrix} = \frac{R}{2l_a} \begin{bmatrix} l_b \cos \theta - l_a \sin \theta & l_b \cos \theta - l_a \sin \theta \\ l_b \sin \theta + l_a \cos \theta & l_b \sin \theta + l_a \cos \theta \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \omega_{w1r} \\ A_2 \omega_{w2r} \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

식 (2-13)의 열벡터를 vector field f_1, f_2 로 간주하여 Lie Brackets $[f_1, f_2]$ 를 구하면 다음과 같다.

$$[f_1, f_2] = [-2l_a \cos \theta \quad -2l_a \sin \theta \quad 0]^T$$

$[f_1, f_2] = \alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$ 를 만족하는 스칼라 함수가 존재하지 않으므로 식 (2-13)의 시스템은 nonholonomic하다. 그러나 $rank[f_1, f_2] = rank[f_1, f_2, [f_1, f_2]] = 3$ 이므로 시스템은 가제어하다. 이것은 WMRs가 임의의 초기위치에서 평면상

의 다른 위치로 이동할 수 있음을 의미한다.

3. WMRs의 동력학적 모델링

본 절에서는 WMRs에 작용하는 힘/토크를 수식화하고 힘/토크의 전파와 중첩, Newton의 평형법칙을 이용하여 동력학 모델을 유도한다. WMRs의 각 요소 사이에서 발생하는 상호 마찰을 법선력(normal force)과의 결합(coupling)으로 분석하며, WMRs의 위치, 속도, 가속도 및 힘/토크는 6×1 벡터로 나타낸다. 즉, $P_{\text{position}} = [p_x \ p_y \ p_z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$, $V_{\text{velocity}} = [v_x \ v_y \ v_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, $A_{\text{accelation}} = [a_x \ a_y \ a_z \ \alpha_x \ \alpha_y \ \alpha_z]^T$, $F_{\text{force/torque}} = [f_x \ f_y \ f_z \ \tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T$ 이다. 각 행렬의 상위 3×1 은 병진운동을, 하위 3×1 은 회전운동을 나타낸다.

3.1 힘/토크의 수식화

WMRs에 작용하는 힘/토크 요소는 관성, 중력, 구동력, 점성마찰, 접촉 마찰력등으로 구분될 수 있으며, 각각의 요소를 밀집자 i, g, a, v, e 로 표기한다. 본체와 부하, 구동 구륜에 대한 관성 벡터는 다음과 같다[11].

$${}^B F_{iB} = \begin{bmatrix} -m_B {}^B a_{Bx} \\ -m_B {}^B a_{By} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_{Bz} {}^B a_{Bz} \end{bmatrix} \quad {}^L F_{iL} = \begin{bmatrix} -m_L {}^L a_{Lx} \\ -m_L {}^L a_{Ly} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -I_{Lz} {}^L a_{Lz} \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

$${}^w F_{iw} = \begin{bmatrix} -m_w \hat{w}_i a_{wx} \\ -m_w \hat{w}_i a_{wy} \\ -m_w \hat{w}_i a_{wz} \\ -I_{wx} \hat{w}_i \alpha_{wx} \\ -I_{wy} \hat{w}_i \alpha_{wy} - (I_{wx} - I_{wy}) \hat{w}_i \omega_{wx} \hat{w}_i \omega_{wz} \\ -I_{wy} \hat{w}_i \alpha_{wz} - (I_{wy} - I_{wx}) \hat{w}_i \omega_{wx} \hat{w}_i \omega_{wy} \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

m_B, m_w, m_L 은 각각 본체와 구륜, 부하의 질량을, I_{uv} 는 WMRs를 구성하는 임의의 요소 u 의 v 축에 대한 관성 모멘트를 나타낸다. 보조구륜의 관성은 무시한다. 본체와 구륜, 부하에 대한 중력을 6×1 벡터로 표시하면 다음과 같다.

$${}^B F_{gB} = [0 \ 0 \ -m_B g \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$${}^{(w)} F_{gw} = [0 \ 0 \ -m_w g \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3-3)$$

$${}^L F_{gL} = [0 \ 0 \ -m_L g \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

g 는 중력가속도를 나타내며, '-'는 z -축이 중력방향과 반대임을 나타낸다. 구동기에 의해 구륜에 인가되는 구동토크는 다음과 같다.

$${}^w F_{aw} = [0 \ 0 \ 0 \ \beta \tau_j \ 0 \ 0]^T \quad (3-4)$$

β 는 기어비(gear ratio)를, τ_j 는 구동기에서 발생된 토크를 나타낸다. 구륜과 주행면 사이의 접촉 마찰력은 다음과 같다.

$${}^C F_{eW_i} = [f_{xi} \ f_{yi} \ f_{zi} \ \tau_{xi} \ \tau_{yi} \ \tau_{zi}]^T \quad (3-5)$$

접촉 마찰력은 역동력학에 의해 계산되는 미지의 변수로 간주된다. 점성 마찰력은 속도에 비례하므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$${}^B F_{vB} = [-\mu_{Bx} {}^B V_{Bx} \ -\mu_{By} {}^B V_{By} \ 0 \ 0 \ 0 \ -\mu_{Bz} {}^B \omega_{Bz}]^T \quad (3-6)$$

여기서 μ_{Bi} 는 i 축에 대한 점성 마찰 계수이다.

3.2 힘/토크의 전파

3.1절에서 수식화된 힘/토크는 링크와 관절을 통하여 본체로 전파된다. 전파 과정의 설명을 위해 구륜과 주행면 사이에서 발생된 접촉 마찰력이 본체로 전파되는 과정을 살펴보자. 설명을 위해 다음과 같은 기호를 사용한다.

- ${}^z_i f_A$: 임의의 요소 A 에 할당된 좌표계 Z_i 에 인가된 힘/토크
- ${}^{A_i} L_{A_j}$: 좌표계 A_i 로부터 좌표계 A_j 로의 전파
- ${}^{B_i} C_{B_A}$: 좌표계 B_j 를 통한 좌표계 A 로부터 B 로의 전파

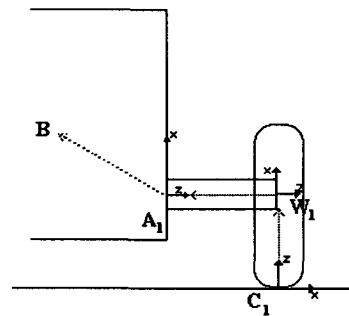


그림 2 접촉 마찰력의 본체로의 전파
Fig. 2 Propagation to the body for the contact frictional force

접촉 마찰력 ${}^C f_{w}$ 는 구륜을 통하여 좌표계 W_1 로 전파된다. 좌표계 W_1 에 전파된 힘/토크는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$${}^w f_w = {}^C L_{W_1} \cdot {}^C f_w \quad (3-7)$$

L 은 인접한 좌표계의 상대적 위치와 방향으로 결정되는 변환행렬이다. W_1 으로 전파된 힘/토크는 구륜축을 통하여 본체로 전파된다. 이때 구륜축은 구륜과 본체를 연결하는 관절의 역할을 하며, 관절을 통해 전파된 힘/토크는 법선력에 비례하므로 본체로 전파된 힘은 다음과 같다.

$$A_1 f_B = \zeta_{ij}^w f_w \quad (3-8)$$

ζ_{ij} 는 마찰계수이며, f_w 는 법선력으로 작용한다. 식 (3-8)을 일반화하여 구륜축을 통하여 구륜으로부터 본체로 전파된 힘/토크를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A_1 f_B = A_1 C_{BW} \cdot f_w \quad (3-9)$$

$A_1 C_{BW} = [k_{ij}]$ 는 관절 A_1 을 통해 구륜으로부터 본체로 전파되는 힘/토크의 마찰 결합 행렬(friction coupling matrix)이며 다음과 같이 정의되는 마찰계수로 구성된다.

$$k_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \text{ 이고 비자유도축 일 경우} \\ \zeta_{ij} & \text{자유도축 일 경우} \end{cases} \quad (3-10)$$

본체로 전파된 힘/토크는 본체의 질량 중심 좌표계 B로 전파된다. 따라서 접촉점에서 발생한 접촉 마찰력이 본체로 전파되는 과정을 다음과 같이 수식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} B f_B &= A_1 L_B \ A_1 C_{BW} \ C_1 L_{W_1} \ C_1 f_w \\ &= B \Psi \ C_1 \ C_1 f_w \end{aligned} \quad (3-11)$$

이러한 개념을 각각의 링크와 관절에 적용하여 힘/토크의 전파과정을 일반화할 수 있다.

3.3 운동 방정식

그림 3은 임의의 링크에서 발생한 힘/토크가 링크와 관절을 통하여 전파되면서 임의의 다른 링크에서 발생한 힘/토크와 중첩되는 과정을 설명한 것이다.

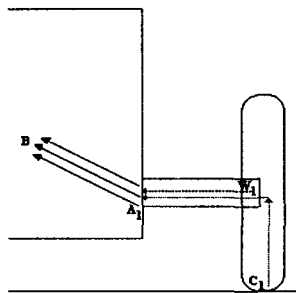


그림 3 힘/토크의 중첩
Fig. 3 Superposition of force/torque

그림 3에서, 접촉 마찰력은 구륜과 구륜축, 본체를 통하여 전파되면서 각각의 링크에서 발생한 힘/토크(관성, 중력, 구동기 토크, 또는 점성 마찰력)와 중첩된다. 이러한 개념을 구륜, 부하, 본체에 적용하여 WMRs에 작용한 힘/토크를 일반화할 수 있다. Newton의 평형법칙에 따라 WMRs에 작용한 힘/토크의 본체의 질량 중심에서의 총합은 0 (zero)이 된다. 즉,

$$\sum_{M(A)} \sum_{\rho} ({}^B P_{M(A)} \cdot M(A) f_{\rho A}) = 0 \quad (3-12)$$

여기서 ρ 는 임의의 힘/토크를 나타낸다. 식 (3-1)~(3-6)과 (3-11), (3-12)를 이용하여 6개의 독립된 운동 방정식을 구할 수 있다.

$$f_{x_1} + f_{y_2} + f_{x_3} c\theta_{z_3} + f_{x_4} c\theta_{z_4} - f_{y_3} s\theta_{z_3} - f_{y_4} s\theta_{z_4} - (2m_w + m_B + m_L) {}^B a_{B_x} - 2m_w g (c^F \theta_z + s^F \theta_z) - \mu_{vBx} {}^B v_{B_x} = 0$$

$$-s\theta_{z_3} f_{x_3} - s\theta_{z_4} f_{x_4} + f_{y_1} + f_{y_2} + f_{y_3} c\theta_{z_3} + f_{y_4} c\theta_{z_4} - {}^B a_{B_y} (2m_w + m_B + m_L) - 2m_w g (c^F \theta_z - s^F \theta_z) - \mu_{vBy} {}^B v_{B_y} = 0$$

$$f_{z_1} + f_{z_2} + f_{z_3} + f_{z_4} + 1/2(l_{BH} + l_{LH})m_L {}^B a_{B_z} - g[2m_w + m_L + m_B] = 0$$

$$\begin{aligned} &f_{x_3}(l_f + l_s + r)s\theta_{z_3} + f_{x_4}(l_f + l_s + r)s\theta_{z_4} + (l_p + l_f)f_{y_2} + \\ &f_{y_3}(l_f + l_s)c\theta_{z_3} + f_{y_4}(l_f + l_s)c\theta_{z_4} + \zeta_{cw_1} f_{z_1} + \zeta_{cw_2} f_{z_2} + \\ &f_{z_3}(l_c + \zeta_{cw_3} c\theta_{z_3}) + f_{z_4}(-l_c + \zeta_{cw_4} c\theta_{z_4}) - \beta\tau_1 - \beta\tau_2 + \\ &1/2m_L(l_{BH} + l_{LH}) {}^B a_{B_z} - 2m_w(l_p + l_f) {}^B a_{B_z} - \\ &m_w g(\zeta_{cw_1} \zeta_{cw_2} + 2(l_p + l_f)(c^F \theta_{B_z} - s^F \theta_{B_z})) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-l_c f_{x_3} c\theta_{z_3} + l_c f_{x_4} c\theta_{z_4} + l_a f_{y_1} - l_a f_{y_2} + l_c f_{y_3} s\theta_{z_3} - \\ &l_c f_{y_4} s\theta_{z_4} + \zeta_{cc1} f_{z_1} + \zeta_{cc2} f_{z_2} + \zeta_{cc3} f_{z_3} + \zeta_{cc4} f_{z_4} - \\ &{}^B a_{B_z} (m_w l_a^2 + 2I_{W_1} + I_{B_1} + I_{L_1}) - \epsilon_{vBz} {}^B \omega_{B_z} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-f_{x_1}(l_p + l_f + R) - f_{x_2}(l_p + l_f + R) - f_{x_3}(l_p + l_f + R) c\theta_{z_3} - \\ &f_{x_4}(l_p + l_f + R) c\theta_{z_4} + f_{y_3}(l_s + l_f) s\theta_{z_3} - l_a f_{z_1} + l_a f_{z_2} + \\ &\zeta_{cw_3} f_{z_3} s\theta_{z_3} + \zeta_{cw_4} f_{z_4} s\theta_{z_4} + (l_f + l_s) f_{y_4} s\theta_{z_4} + 2m_w(l_p + l_f) {}^B a_{B_z} + \\ &(I_{W_1} - I_{W_2}) {}^{A_1} \omega_{w_{1z}} + I_{W_1} {}^B \omega_{B_z} {}^{A_1} \omega_{w_{1z}} + I_{W_2} {}^B \omega_{B_z} {}^{A_2} \omega_{w_{2z}} + \\ &(I_{W_1} - I_{W_2}) {}^{A_2} \omega_{w_{2z}} {}^B \omega_{B_z} - 1/2(l_{BH} + l_{LH})m_L {}^B a_{B_z} + \\ &2m_w g(c^F \theta_{B_z} + s^F \theta_{B_z}) = 0 \end{aligned}$$

여기서, $c\theta = \cos \theta$, $s\theta = \sin \theta$ 이다. 위의 6개의 운동방정식을 정리하여 구동토크항과 접촉 마찰력항, 관성력항, 코리올리 및 원심력항 등으로 나타낼 수 있다.

$$N \cdot \tau_a + F \cdot f_e + M \cdot {}^B a_{B_z} = C_r \quad (3-13)$$

τ_a 는 구동기에서 발생한 구동토크를, f_e 는 접촉 마찰력을, ${}^B a_{B_z}$ 은 WMRs의 본체의 가속도를 나타낸다. C_r 는 코리올리 및 원심력을 나타내며, N, F, M은 적절한 차원을 갖는 행렬이다. 구동토크와 접촉 마찰력을 미지의 변수로 간주하여 식 (3-13)을 재정리하면 다음과 같다.

$$Z_i \cdot X_i = Y_i \quad (3-14)$$

여기서 $Z_i = [N \ F]$, $X_i = [\tau_a^T \ f_e^T]^T$, $Y_i = C_r - M \cdot {}^B a_{B_z}$ 이다. Z_i 는 underdetermined 시스템이므로 $Z_i \cdot X_i - Y_i = 0$

를 만족하는 해 X_i 는 무한히 많다. 따라서 하중 최소 norm 해(weighted-minimum norm solution)를 이용하여 $\|X_i\|$ 를 최소화하는 해를 구할 수 있다[8].

$$X_i = W^{-1}Z_i^T[Z_iW^{-1}Z_i^T]^{-1}Y_i \quad (3-15)$$

여기서 하중 행렬(weighting matrix) W 는 다음과 같다.

$$W = \text{diag} [W_a \quad W_e]$$

W_a 는 구동토크에 대한 하중이며 W_e 는 접촉 마찰력에 대한 하중이다.

4. 궤적의 time-scaling

기준궤적을 수행하기 위해 식 (3-15)로부터 계산된 구동토크가 허용가능한 구동기 입력범위를 초과할 경우, 설정된 기준 속도 및 가속도는 WMRs에 의해 수행될 수 없다. 본 절에서는 구동토크가 최대 구동기 입력을 초과하였을 경우, time-scaling를 이용하여 속도 궤적 및 가속도 궤적을 부분적으로 수정함으로써 기준궤적의 재설계 없이 기존의 기준궤적을 추적하는 방법을 제시한다.

4.1 궤적의 time-scaling

궤적 설계기와 궤적 설계기에 의해 기준 궤적(s) 및 속도(v), 가속도(a)가 결정되었다고 가정한다. Time-scaler를 다음과 같이 정의한다.

$$\delta(t) = \eta t$$

여기서 η 를 임의의 양(+)의 상수로 가정하면 time-scaler는 단조 증가 함수이다. 임의의 시간 t에서 time-scaler에 의해 scale된 새로운 기준 궤적은 다음과 같다.

$$\bar{s}(t) = s(\delta) \quad (4-1)$$

여기서 $\bar{s}(t)$ 는 scale된 궤적을 나타낸다. 식 (4-1)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{s}(t)}{dt} &= \frac{ds(\delta)}{d\delta} \cdot \frac{d\delta}{dt} \\ \bar{s}'(t) &= s'(\delta) \dot{\delta} \end{aligned} \quad (4-2)$$

여기서 '은 δ 에 대한 미분을, $\dot{\cdot}$ 는 시간에 대한 미분을 나타낸다. 식 (4-2)를 시간에 대해 미분하여 scale된 가속도 궤적을 구하면 다음과 같다.

$$\bar{s}''(t) = s''(\delta) \dot{\delta}^2 + s'(\delta) \ddot{\delta}(t) \quad (4-3)$$

$\dot{\delta}(t) = \eta$, $\ddot{\delta}(t) = 0$ 이므로 식(4-2)와 (4-3)으로부터 scale된 속도와 가속도를 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{v}(t) &= \bar{v}(t) = \eta \cdot v(\eta t) \\ \bar{a}(t) &= \bar{a}(t) = \eta^2 \cdot a(\eta t) \end{aligned} \quad (4-4)$$

식 (4-2)~(4-4)를 이용하여 scale된 역 동력학을 계산할 수 있다. 식 (3-13)의 행렬 N, F, M은 WMRs의 기구적 요소와 마찰계수, 기어비로 구성되는 상수행렬이므로 (3-13)을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X_i(t) = W^{-1}Z_i^T[Z_iW^{-1}Z_i^T]^{-1}[v(t)C_r v(t) - M^B a_B(t)] \quad (4-5)$$

식 (4-4)의 정의를 이용하여 scale된 구동토크를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{X}_i(t) &= \eta^2 W^{-1}Z_i^T[Z_iW^{-1}Z_i^T]^{-1}[v(\delta)C_r v(\delta) - M^B a_B(\delta)] \\ &= \eta^2 W^{-1}Z_i^T[Z_iW^{-1}Z_i^T]^{-1}[v(\eta t)C_r v(\eta t) - M^B a_B(\eta t)] \\ &= \eta^2 \cdot X_i(\eta t) \end{aligned} \quad (4-6)$$

4.2 Time-scaler의 결정

역동력학에 의해 계산된 구동토크가 최대 구동기 입력을 초과할 경우 설계된 기준궤적은 WMRs에 의해 수행될 수 없다. 따라서 기준궤적의 수행 가능성은 명시된 최대 구동기 입력과 역동력학에 의해 계산된 구동토크를 비교함으로써 이루어진다. 허용가능한 구동토크의 범위를 $-\tau \text{ min} \leq \tau(t) \leq \tau \text{ max}$ 로, 역동력학에 의해 계산된 구동토크를 $\tau_{com}(t)$ 로 나타내면 scaler의 허용가능한 구간 $[\eta^2-, \eta^2+]$ 은 다음과 같다.

	η^{2-}	η^{2+}
$\tau_{com} > 0$	0	$\frac{\tau_{max}}{\tau_{com}}(t)$
$\tau_{com} < 0$	0	$\frac{\tau_{min}}{\tau_{com}}(t)$
$\tau_{com} = 0$	0	∞

(4-7)

η^{2-} 는 허용구간의 하한을, η^{2+} 는 상한을 나타낸다. 식 (4-6)과 (4-7)로부터 $\tau_{max} > \tau_{com}$ 일 경우, $\eta > 1$ 은 속도의 증가와 주행 시간의 단축을 의미하며 $\tau_{max} < \tau_{com}$ 일 경우, $\eta < 1$ 은 속도의 감소와 주행 시간의 증가를 의미한다.

5. 제어기 설계

2절과 3절에서는 WMRs의 수학적 모델을 유도하였다. 그러나 모델링 불확실성(modeling uncertainty)과 측정 잡음 등으로 인하여 WMRs는 기준 궤적에서 이탈될 수 있다[5]. 제어기의 목적은 오차를 최소화하여 WMRs가 기준궤적을 신속히 추적하도록 하는 것이다. 제어 시스템의 블록선도는 다음과 같다.

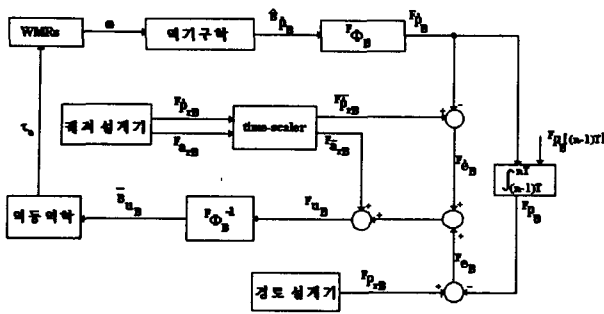


그림 4. 제어 시스템의 블록선도
Fig. 4 Block diagram for control system

그림 4에서 적분 블록은 dead-reckoning을 나타낸다. Dead-reckoning은 encoder에 의해 측정된 일련의 속도의 증분값을 수치적으로 적분하여 현재의 위치를 추정하는 방법이다[12]. 첨자 r는 기준궤적을, $F u_B$, $\bar{B} u_B$ 는 WMRs에 대한 입력이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 F u_B(nT) &= F a_{rB} + k_d \cdot (F \dot{p}_{rB} - F \dot{p}_B) + k_p \cdot (F p_{rB} - F p_B) \\
 &= F a_{rB} + k_d \cdot \dot{e}(nT) + k_p e(nT)
 \end{aligned}
 \tag{5-1}$$

k_p , k_d 는 각각 PD 제어기의 비례이득과 미분이득을 나타낸다.

6. 모의실험 및 고찰

모델의 유효성과 알고리즘의 효율성을 입증하기 위해 모의실험을 수행한다. 모의실험에서 WMR의 주행면은 완전평면으로 가정한다. 모의실험에 이용된 4륜 2 자유도 구륜이동로봇의 제원과 사용된 매개변수를 표 1에 나타내었다.

표 1 구륜이동로봇 제원과 매개변수
Table 1 Standard and parameters of WMRs

기 호	수치값	단 위	내 용
l_{Bh}	0.8	m	본체높이
l_{Lh}	0.2	m	부하높이
l_a	0.8	m	본체 폭/2
l_b	0.8	m	본체길이/2
l_c	0.8	m	보조구륜의 y-변위
l_d	0.16	m	구동구륜의 z-변위
l_e	0.8	m	보조구륜의 x-변위
l_f	0.14	m	보조구륜의 z-변위
l_g	0.018	m	조향축 길이
R	0.18	m	구동구륜의 반경

기 호	수치값	단 위	내 용
r	0.04	m	보조구륜의 반경
mb	120.5	kg	본체질량
mw	1.55	kg	구동구륜질량
mL	0 또는 20	kg	부하질량
β	4		기어비
ξv	40.0	kg/s	점성마찰계수
ξc	0.01		쿨롱마찰계수
ξr	0.001		구름마찰계수
τ_{max}	30	Nm	구동토크한계값
τ_{min}	-30	Nm	구동토크한계값

WMRs는 초기에 $(x, y, \theta) = (0, 0, 0^\circ)$ 에 있다고 가정하고, 목적 궤적은 $(x_r, y_r, \theta_r) = (1.5m, 7m, 90^\circ)$ 이다. 속도 궤적은 그림 5와 같이 주어진다[6].

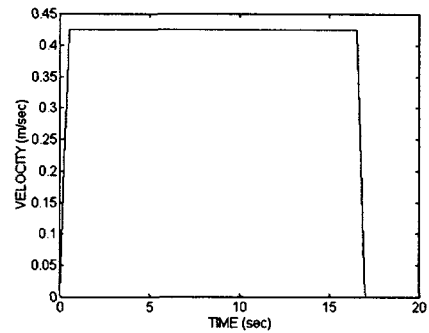


그림 5 속도 궤적
Fig. 5 Velocity trajectory

그림 5에서 가속 및 감속 시간은 0.5초, 총 주행 시간은 17초이다. 그림 5의 속도 궤적을 수행했을 때의 구동토크를 그림 6에 나타내었다. 최대 구동토크는 35.84(Nm)이고 구동기 입력의 한계값인 30(Nm)를 초과하고 있으므로 그림 5에 제시된 속도 궤적은 WMRs에 의해 수행될 수 없다. 식 (4-7)로부터 time-scaler는 $\tau_{max}/\tau_{com}(t) = 30/35.84 = 0.84$ 이다. Time-scaler에 의해 scale된 속도 궤적과 속도궤적의 추적을 그림 7(a)에, 이에 대한 구동토크를 그림 7(b)에 나타내었다. 그림 7(b)로부터 구동토크는 한계값 이내에 있음을 알 수 있으며, 총 주행시간은 18.58초로 증가된다. 이러한 결과는 이동 속도의 감소를 의미한다. 그림 7(c)는 scale된 궤적에 대한 경로추적을 나타낸다. 목적지점에서의 오차는 $(x-x_r, y-y_r, \theta-\theta_r) = (x_e, y_e, \theta_e) = (0.015, 0.005, 0^\circ)$ 이며, 이러한 오차는 감속으로 인한 마찰력의 증가에 기인한 것이다 [6][13].

20kg의 부하질량을 적재하였을 때의 속도 추적과 구동토크, 경로 추적을 각각 그림 8(a), (b), (c)에 나타내었다. 그림으로부터 부하 탑재시 WMRs는 정상상태 부근에서의 이탈을 나타내고 있다. 이것은 부하의 관성과 원심력에 기인한 것이며, 최대 구동토크는 40.92(Nm)로서 한계값을 초과하고 있다. 식 (4-7)로부터 time-scaler=0.73이다. Scaling되었을 경우의 속도 추적과 구동토크 및 경로추적을 그림 9(a), (b), (c)에 나타내었다. 그림 9(a)로부터 구동토크는

허용가능한 구동기 입력 범위에 있음을 알 수 있다. 목적 지점에서의 오차는 $(X_e, Y_e, \theta_e) = (-0.020, 0.011, 0^\circ)$ 이며, 이러한 오차는 감속으로 인한 마찰력의 증가와 부하에 의한 관성 및 원심력의 증가에 기인한다. 위의 실험결과는 본 논문에서 제시된 동력학 모델의 정교성과 이에 기초한 WMRs의 제어알고리즘의 효율성을 보여준다.

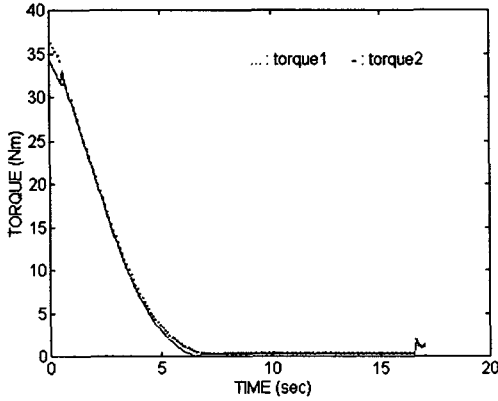
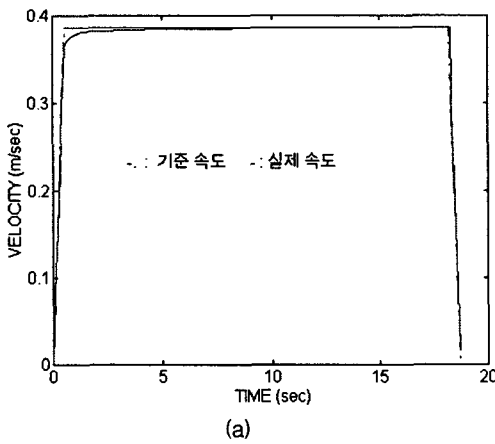
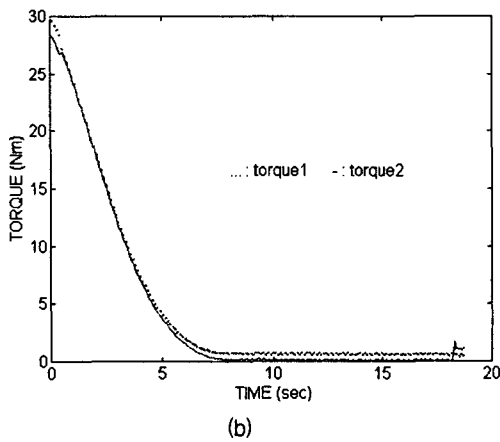


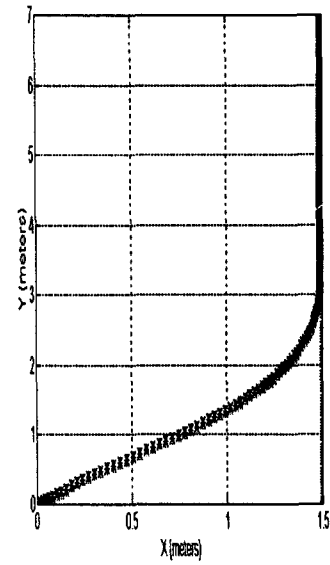
그림 6 그림 5에 대한 구동토크
Fig. 6 Actuator torques for fig. 5



(a)



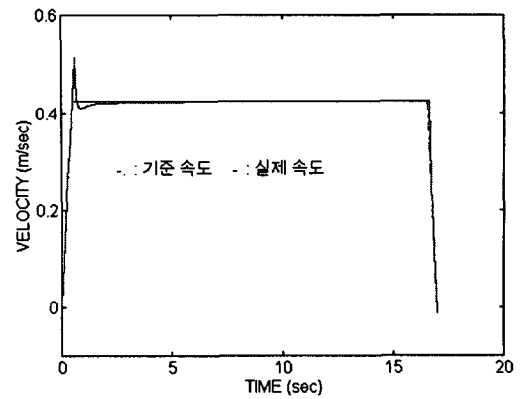
(b)



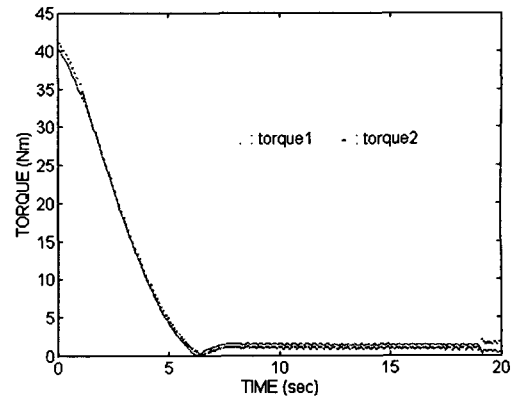
(c)

그림 7 (a) scale된 속도 궤적과 궤적 추적
(b) 구동토크
(c) 경로추적 $(x_r, y_r, \theta_r) = (1.5, 7, 90^\circ)$

Fig. 7 (a) The scaled velocity trajectory and trajectory tracking
(b) actuator torques
(c) path-tracking $(x_r, y_r, \theta_r) = (1.5, 7, 90^\circ)$



(a)



(b)

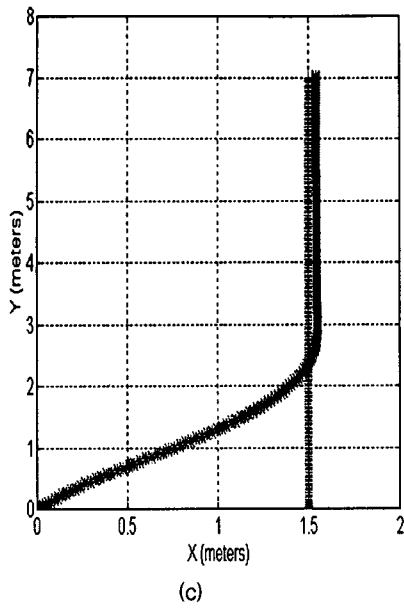


그림 8 (a) 20kg의 부하 탑재시 속도 궤적 추적
(b) 구동토크 (c) 경로 추적
Fig. 8 (a) Velocity tracking in loading 20kg
(b) actuator torques (c) path-tracking

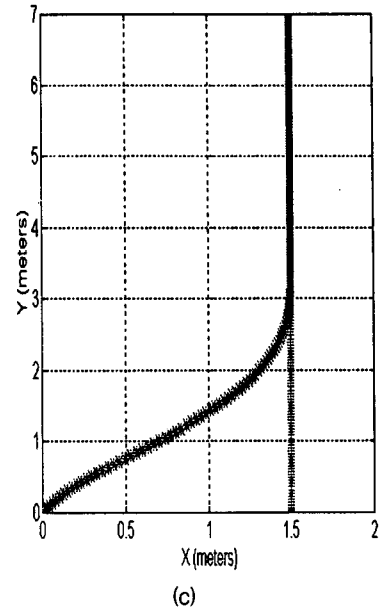


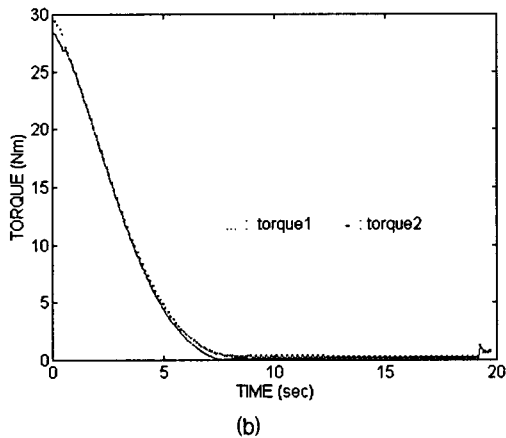
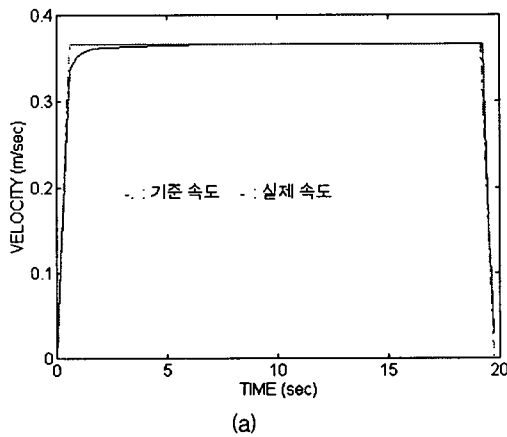
그림 9 (a) scale된 속도 궤적 및 궤적 추적
(b) 구동토크 (c) 경로추적
Fig. 9 (a) The scaled velocity trajectory and trajectory tracking
(b) actuator torques (c) path-tracking

7. 결 론

본 논문에서는 제한된 구동기 입력을 갖는 4륜 2 자유도 구륜이동로봇의 모델링과 경로추적에 대해 다루었다. WMRs에 작용하는 힘/토크의 수식화와 이들 요소들의 링크 및 관절을 통한 전파 그리고 Newton의 평형법칙을 이용하여 WMRs의 운동 방정식을 구성하였다. 이때 마찰력을 관절에서의 힘/토크의 중첩현상으로 분석하였다. 수행가능한 궤적의 설계를 위해 time-scaling을 이용하였으며, 이것은 주행시간의 연장 또는 단축을 의미한다. 모델링의 불확실성에 기인한 오차의 감소를 위해 제어를 설계하였다. 모의 실험을 통하여 본 논문에서 제시된 모델의 정교성과 제어 방법의 효율성을 입증하였다.

참 고 문 헌

[1] J.Barraquand and J.C.Latombe, "On Nonholonomic Mobile Robots and Optimal Maneuvering," 4th Int. Conf. Intelligence Cont. Conf., Albany, NY., pp.340-347, 1989
 [2] J.C.Alexander and J.H.Maddocks, "On the Kinematics of Wheeled Mobile Robots," Int. Jour. Robotics Res., vol. 8, no. 5, pp.15-27, 1987
 [3] Y.Kanayama, Y.Kimura, F.Miyazaki, and T.Noguchi, "A Stable Tracking Control Method for an Autonomous Mobile Robot," IEEE Int. Conf. Robotics and Auto., pp.384-389, 1990
 [4] C.Samson and K.Ait-Abderrahim, "Feedback Control of a Non-holonomic Wheeled Cart in Cartesian



- Space," IEEE Int. Conf. Robotics and Auto., pp.1136-1141, 1991
- [5] L.Kleeman, "Optimal Estimation of Position and Heading for Mobile Robots Using Ultrasonic Beacons and Dead-reckoning," IEEE Int. Conf. Robotics and Auto., Nice, France, pp. 2582-2587, 1992
- [6] F.D.Boyden and S.A.Velinsky, "Dynamic Modeling of Wheeled Mobile Robots for High Load Applications," IEEE Int. Conf. Robotics and Auto., vol. 4, pp.3071-3078, 1994
- [7] K.S.Fu, R.C.Gonzalez, and C.S.G.Lee, Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence, McGraw-Hill, pp.12-144, 1987
- [8] W.L.Brogan, Modern Control Theory, Prentice-Hall, 3rd., pp.207-241, 1991
- [9] Jean-Jacques E. Slotine, and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, 1991
- [10] A. Isidori, Nonlinear Control System, Springer-Velag, 2nd, 1989
- [11] J.N.Reddy and M.L.Rasmussen, Advanced Engeering Analysis, John Wiley & Sons, 1992
- [12] T. Logsdon, The Navstar Global Positioning System, Van Nostrand Reihood, 1992
- [13] Y.F.Zheng, Recent Trends in Mobile Robots, World Scientific, pp.121-156, 1993

저 자 소 개



김 종 수(金鍾守)

1962년 3월 25일생. 1985년 경희대학교 전자공학과 졸업. 1997년 동대학원 전자공학과 졸업(공학). 1992년~현재 상지대학교 컴퓨터정보공학부 부교수

Tel : (033) 7300 - 483

Fax : (033) 7300 - 483

E-mail : cskim@mail.sangji.ac.kr



문 종 우(文鍾寓)

1966년 4월 15일생. 1990년 경희대학교 전자공학과 졸업. 2000년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학). 2000년~현재 부산정보대학 디지털자동화정보계열 조교수

Tel : (051) 330-7239

Fax : (051) 341-3630

E-mail : sucuba@bit.ac.kr

감사의 글

본 논문은 2001년도 상지대학교 교내 연구비 지원에 의해 수행되었음