

## Identification of Interval Model for Parametric Uncertain Systems

金 東 亨\* · 禹 榮 台\*\* · 金 永 喆\*\*\*

(Dong-Hyung Kim · Young-Tae Woo · Young-Chol Kim)

**Abstract** - This paper presents an algorithm of identifying parametric uncertainty by way of an interval model. For a given set of frequency response data from an uncertain linear SISO system of which the upper and the lower bounds of both magnitude and phase responses are represented, the proposed algorithm consists of two main parts: first, the nominal model is identified by using Least Square Estimation (LSE), and then an interval model is constructed by expanding the extremal properties of interval systems, so that tightly enclose the given envelopes within those of interval model. Two numerical examples are given to demonstrate and verify the developed algorithm. The identified interval model can be used for evaluating the worst case performance and stability margins against parametric uncertainty by using some extremal properties on interval systems.

**Key Words** : Identification, Least Square Estimation, Interval model

### 1. 서 론

1980년대 이래 활발히 연구되어 온 강인제어이론은 대상플랜트의 모델 불확실성에 대해 안정도와 제어성능의 강인성을 다루는 것으로 불확실성을 먼저 수학적으로 모델링할 필요가 있다. 이러한 불확실성 모델의 표현방식은 구조적(파라미터적) 불확실성 (structured uncertainty or parametric uncertainty)과 비구조적 불확실성(unstructured uncertainty or non-parametric uncertainty) 모델로 분류되며, 주로 강인제어의 설계방법과 해석에 적합하도록 불확실성 모델을 나타내고 있다[1-3]. 구조적 불확실성을 고려하는 강인제어 문제 중에서 특히, 파라미터적 접근방법[4-6]은 플랜트의 구간전달함수(interval transfer function)에 근거하여 다루어진다. 구간전달함수는 분모, 분자 다항식 계수를 유한크기의 구간으로 나타낸 것으로 실제 시스템의 특정 물리적 파라미터의 섭동이나 센서 등의 계측오류로 인한 불확실성을 표현하는데 유용하다. 그런데, 불확실성의 모델링과 관련한 지금까지의 대부분의 결과들은 최적공칭모델의 식별이나, 모델링 오차 또는 불확실성의 정량적인 표현 등에 관심이 모아져 왔으며 구간모델(interval model)을 식별하는 방법 자체에 대해서는 소수의 결과만이 발표되었다.

선형시스템의 구간모델링에 관한 연구로서 Keel과 Lew 등 [7,8]은 고려할 범위의 주파수 영역에서 취한 한 번의 입출력

실험데이터를 구간모델로 나타내는 방법을 제시하였다. 수십 또는 수백 개의 실험 주파수를 갖는 입출력데이터를 푸리에 변환하거나 계측기로부터 직접 얻은 한 셋의 주파수 응답이 주어졌다고 가정하고, 최소자승추정법(least square estimation: LSE)에 의해 반복적으로 구간모델을 구하는데 각 계수에 대한 가중치를 두어 다른 계수는 이전 스텝에서 구한 값으로 고정시키고 하나의 계수의 변화가 실제 출력과의 오차를 최소화하도록 수정해나가는 기법을 사용하였다. 이들은 이 방식을 부분적으로 확장하여 유연구조물(flexible structures)의 구간모델링을 구하고 강인제어기를 설계하는 방법을 보였다[9,10]. 그러나 Keel 등의 알고리즘은 기본적으로 유한 주파수 영역에서 한 개의 곡선으로 나타나는 입출력 응답으로부터 이들을 모두 포함하는 구간모델을 구하는 방식이며, 여러 개의 실험데이터를 고려하는 경우에는 이 과정을 각각의 데이터에 대해 반복함으로써 계수의 구간 경계를 독립적으로 증가시켜 나가는 구조이다. 따라서 불필요하게 구간모델의 구간경계치가 커지는 단점을 갖는다.

본 논문에서는 Keel의 문제를 보다 일반적인 경우로 확장하고자 한다. 불확실성을 충분히 고려한 실험 결과로부터 주파수응답(진폭, 위상응답) 데이터가 주어지면, 이 데이터의 상, 하한치를 모두 포함하도록 경계곡선(boundary curves)을 표현할 수 있는데, 본 논문에서는 대상 불확실성 플랜트의 주파수응답에 대한 경계곡선이 주어졌다고 가정하고, 이러한 실험데이터의 경계곡선이 추정할 구간모델의 주파수 응답 포락선(envelope curves)내에 모두 포함되도록 하는 구간전달함수 식별 알고리즘을 제시하고자 한다. 이 알고리즘의 주요 아이디어는 소위 구간다항식군(a family of interval polynomials)의 주파수 영역 템플릿(template)이 종축과 횡축에 평행인 직사각형 모양의 Kharitonov box에 의해 한정된다는 성질을 이

\* 正 會 員 : 漢陽大 電子通信 電波工學科 博士課程

\*\* 正 會 員 : 忠北大 電子工學科 博士課程

\*\*\* 正 會 員 : 忠北大 電氣電子工學部 教授 · 工博

接受日字 : 2003년 5월 22일

最終完了 : 2003년 7월 23일

용한다[5,6]. 구간모델의 분모, 분자 다항식은 각각 Kharitonov 다항식으로 나타나고, 이미 알려진 Kharitonov box의 성질[6]을 이용하면 고정된 한 주파수에서 분모, 분자의 크기 및 위상의 극한값을 계산할 수 있으며, 이를 이용하여 주파수응답 특성을 나타내는 Bode/Nyquist 포락선을 구할 수 있다. 제시할 알고리즘은 크게 두 단계로 구성된다. 먼저 주어진 주파수응답의 상, 하한 경계곡선의 평균값으로부터 최소자승추정기법에 의해 공칭모델을 구하고, 이 모델로부터 구간다항식의 분자, 분모가 복소함수 평면상에서 Kharitonov box로부터 생성되는 구간플랜트의 포락선이 상, 하한치 실험 데이터를 감싸는 최적의 크기와 위상의 비를 구함으로써 구간플랜트를 모델링하게 한다. 이때 구간플랜트의 포락선을 최적으로 구하기 위하여 Keel 등[7]이 사용한 가중치 (weighting factor)를 도입하였는데, 이는 물리적으로 데이터의 변화에 따른 각 계수의 민감도를 나타내며 분모, 분자 각 계수 섭동량의 증가 비를 서로 다르게 고려할 수 있게 한다. 논문은 2장에서 공칭모델을 구하기 위한 주파수응답 데이터를 이용하는 최소자승추정법[11,12]을 요약하고, 적용할 구간시스템의 주요 용어의 정의 및 극한성질(extremal properties)과 문제를 정리한다. 3장에서는 본 논문에서 제시한 구간플랜트의 모델링 알고리즘을 순서도와 함께 기술하고 알고리즘의 세부과정으로 공칭플랜트의 모델링 기법과 가중치  $w$  선정, 그리고 마지막 과정인 가중치변화를  $\epsilon$  선정 방법에 대하여 기술한다. 4장에서는 제시한 구간플랜트 모델링의 방법을 적용한 예로서, 저차와 고차의 예를 보이고, 5장에서는 검토와 결론으로 맺는다.

2. 정의 및 문제설정

2.1 정의 및 주파수영역 LSE

본 절에서는 3장에서 이용할 주파수영역에서의 최소자승추정기법을 요약하고 몇가지 필요한 용어를 정의하기로 한다. 먼저, 선형시불변계의 공칭플랜트를  $D^o(s) = \frac{B^o(s)}{A^o(s)}$  라 하자. 이 시스템의  $\omega = \omega_i$  에서의 주파수 응답은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$D^o(j\omega_i) = \frac{B^o(j\omega_i)}{A^o(j\omega_i)} \tag{1}$$

$$= \frac{b_n^o(j\omega_i)^n + b_{n-1}^o(j\omega_i)^{n-1} + \dots + b_1^o(j\omega_i) + b_0^o}{(j\omega_i)^n + a_{n-1}^o(j\omega_i)^{n-1} + \dots + a_1^o(j\omega_i) + a_0^o}$$

여기서,  $\omega_i \in [0, \omega_N]$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$

식(1)에 주어진 공칭모델의 주파수응답 데이터  $D^o(j\omega_i)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있으므로

$$D^o(j\omega_i) = A_i^o \angle \phi_i = A_i^o \cos \phi_i + j A_i^o \sin \phi_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{2}$$

식(2)를 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$(A_i^o \cos \phi_i + j A_i^o \sin \phi_i)((j\omega_i)^n + a_{n-1}^o(j\omega_i)^{n-1} + \dots + a_0^o) - (b_n^o(j\omega_i)^n + b_{n-1}^o(j\omega_i)^{n-1} + \dots + b_1^o(j\omega_i) + b_0^o) = 0 \tag{3}$$

식(3)을 실수부와 허수부를 나누어  $l$ 번째 주파수  $\omega_l$ 에 대하여 정리하면,  $n = 4m$ , ( $m = 1, 2, \dots$ )에 대해 식(4)를 얻는다.

$$X_l P^o = Y_l \tag{4}$$

여기서,

$$X_l = \begin{bmatrix} A_i^o \omega_i^{n-1} \sin \phi_i & \dots & A_i^o \cos \phi_i - \omega_i^n & 0 & \dots & -1 \\ -A_i^o \omega_i^{n-1} \cos \phi_i & \dots & A_i^o \sin \phi_i & 0 & \omega_i^{n-1} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y_l = \begin{bmatrix} -A_i^o \omega_i^n \cos \phi_i \\ -A_i^o \omega_i^n \sin \phi_i \end{bmatrix}$$

$$P^o = [a_{n-1}^o, a_{n-2}^o, \dots, a_0^o, b_n^o, b_{n-1}^o, \dots, b_0^o]$$

식(3)에서 ( $j$ )<sup>n</sup>이  $n$ 의 값에 따라 4가지 값을 취하기 때문에 식(4)는 4가지의 형태로 표현된다.  $n = 4m+1, 4m+2, 4m+3$ , ( $m = 1, 2, \dots$ )에 대하여도 (4)와 같이 정리하면  $l$ 번째 주파수  $\omega_l$ 에서의 일반식을 도출할 수 있다. 따라서 모든 실험주파수(test frequency)  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ )에 대한 식(4)의 일반화된 표현은 다음과 같다.

$$X P^o = Y \tag{5}$$

여기서,  $X = [X_1^T X_2^T X_3^T \dots X_M^T]^T$ ,

$$Y = [Y_1^T Y_2^T Y_3^T \dots Y_M^T]^T$$

다음의 가격 함수를 고려한다.

$$J = \sum_{i=1}^M \{ \text{Re}[D^o(j\omega_i)A^o(j\omega_i) - B^o(j\omega_i)]^2 + \text{Im}[D^o(j\omega_i)A^o(j\omega_i) - B^o(j\omega_i)]^2 \} \tag{6}$$

모든 실험주파수  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ )에 대하여 식(6)을 최소화하는 해 즉, 최소자승 추정자는 식(7)으로부터 구해진다 [11,12].

$$P^o = (X^T X)^{-1} X^T Y \tag{7}$$

다음은 구간시스템과 관련된 몇 가지 용어를 정의하고 구간 모델링에 이용할 특정 성질을 요약하기로 한다. 여기에서 인용한 주제의 세부내용은 [6]을 참조한다.

정의 1 구간다항식군(a family of interval polynomials): 다음의 차수  $n$ 인 실 계수 다항식의 셋을 구간다항식군이라고 부른다.

$$P := \{ P(s, q) | P(s, q) = \sum_{i=0}^n a(q) s^i, \quad q \in Q \} \tag{8}$$

여기서,  $q$ 는 불확정 파라미터로서 다음에 정의하는  $Q$ 내에서 주어지는 상수이다.

$$Q := \{ q | q_i^- \leq q_i \leq q_i^+, \quad i = 1, 2, \dots, k \} \tag{9}$$

정의 2 구간플랜트(interval plant): 플랜트 모델의 분모, 분자 다항식이 구간 다항식으로 정의되는 전달함수군  $D$ 를 구간플랜트라고 정의한다.

$$D(s, q, \gamma) := \{ \frac{B(s, b)}{A(s, a)} | B(s, b) \in B, \quad A(s, a) \in A \} \tag{10}$$

정의 3 Kharitonov 다항식(Kharitonov polynomial): 식(8)의 구간다항식 셋 중에서 다음 4개의 특정 다항식을 Kharitonov 다항식이라 하고,

$$\begin{aligned}
 K^1(s) &= a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^- s^4 + \dots \\
 K^2(s) &= a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + a_4^- s^4 + \dots \\
 K^3(s) &= a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^+ s^4 + \dots \\
 K^4(s) &= a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + a_4^+ s^4 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

구간다항식  $P(s, q)$ 의 Kharitonov다항식의 집합을 다음과 같이 나타내기로 한다.

$$K_P(s) := \{ K^1(s), K^2(s), K^3(s), K^4(s) \} \tag{12}$$

구간 다항식  $P(s, q)$ 를  $s = j\omega^*$ 인 주파수에서 복소평면에 표현하면 그림 1과 같고, 이를 Kharitonov box라 하며 그 형태는 항상 축과 평행한 직사각형의 형태를 이룬다.

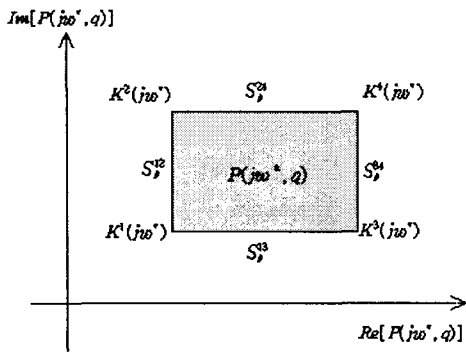


그림 1 Kharitonov box  
Fig. 1 Kharitonov box

정의 4 Kharitonov 선분(Kharitonov segment): Kharitonov box의 각 4개의 꼭지점을 연결하는 선분을 말하며 다음 식과 같이 표현한다.

$$S_P(s) := \{ S_P^{ij} \mid \lambda K^i(s) + (1-\lambda)K^j(s), \lambda \in [0, 1] \} \tag{13}$$

여기서,  $(i, j) \in (1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4)$ .

정의 5 Kharitonov segment subset: 구간플랜트  $D$ 의 Kharitonov 선분 부분집합은 다음과 같이 정의한다.

$$D_{KS}(s) = \{ \frac{B(s)}{A(s)} : (B(s), A(s)) \in (B(s) \times A(s))_{KS} \} \tag{14}$$

$$(B(s) \times A(s))_{KS} := \{ (B(s), A(s)) :$$

$$B(s) \in K_B(s), A(s) \in S_A(s) \text{ or } B(s) \in S_B(s), A(s) \in K_A(s) \}$$

정의 6 Kharitonov vertex subset: 구간플랜트  $D$ 의 Kharitonov 정점 부분집합은 다음과 같이 정의한다.

$$D_K(s) = \{ \frac{B(s)}{A(s)} : (B(s), A(s)) \in (B(s) \times A(s))_K \} \tag{15}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 (B(s) \times A(s))_K &:= \{ (B(s), A(s)) : \\
 &B(s) \in K_B(s), A(s) \in K_A(s) \}
 \end{aligned}$$

Bhattacharyya 등[6]은 구간시스템의 주파수 응답 경계치에

대한 중요한 특성을 제시하고 있다. 각각의 주파수에서 구간 시스템의 진폭은 Kharitonov 정점과 Kharitonov 선분 모두에서 나타날 수 있으며 위상은 항상 Kharitonov 정점에서만 나타날 수 있다. 즉, 보드선도에서 크기와 위상의 포락선은 모든  $\omega \geq 0$ 에 대하여 다음을 만족한다.

$$|G(j\omega)|_{\max} = |G_{KS}(j\omega)|_{\max}, |G(j\omega)|_{\min} = |G_{KS}(j\omega)|_{\min} \tag{16}$$

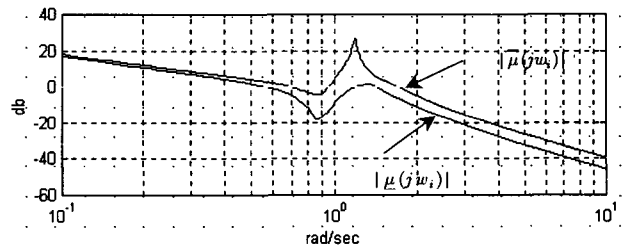
$$\begin{aligned}
 [\arg G(j\omega)]_{\max} &= [\arg G_K(j\omega)]_{\max} \\
 [\arg G(j\omega)]_{\min} &= [\arg G_K(j\omega)]_{\min}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

## 2.2 문제 설정

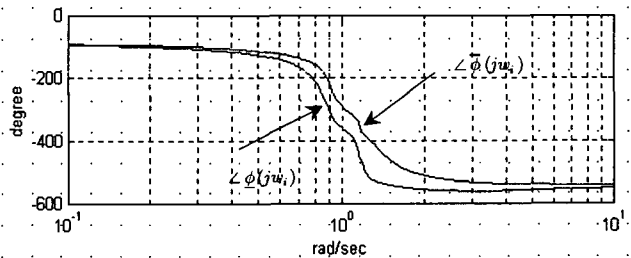
불확실성을 갖는 SISO 선형시스템에 대해 수많은 실험을 통하여 그림 2와 같은 주파수 응답 데이터를 얻었다고 가정한다. 서론에서 이미 언급한 바와 같이 주파수 응답의 크기와 위상 응답에 대한 상하한 경계곡선 값으로부터 이를 모두 포함할 구간다항식군을 식별하는 알고리즘을 제시하는 것이 본 논문의 목적이다. 그림 2에서  $\bar{\mu}(\omega), \underline{\mu}(\omega), \bar{\phi}(\omega), \underline{\phi}(\omega)$ 는 각각 주어진 주파수 응답 데이터의 크기와 위상에 대한 최대-최소 포락선을 나타낸다. 또한, 데이터의 공칭 값과 추정할 공칭모델을 각각  $D^o(j\omega), \hat{D}^o(j\omega)$ 라 놓는다. 여기서  $D^o(j\omega)$ 는 다음과 같이 데이터 상하한 값의 평균값으로 설정한다.

$$|D^o(j\omega_i)| = \frac{|\bar{\mu}(j\omega_i)| + |\underline{\mu}(j\omega_i)|}{2} \tag{18}$$

$$\angle D^o(j\omega_i) = \frac{\bar{\phi}(j\omega_i) + \underline{\phi}(j\omega_i)}{2} \tag{19}$$



(a)



(b)

그림 2 불확실성을 갖는 한 시스템의 보드 선도:

(a) 크기곡선, (b) 위상곡선

Fig. 2 Bode plots of an uncertain system:

(a) Magnitude curve, (b) Phase curve

$D^{\circ}(j\omega)$ 로부터 공칭모델  $\mathcal{D}^{\circ}(j\omega)$ 의 식별은 2.1절에서 기술한 최소자승추정법을 이용한다. 이를 통해 모델의 차수는 결정된다고 가정하며(차수 결정은 기존의 다양한 방법을 이용하여 구할 수 있으며 본 논문에서는 이를 고려하지 않기로 함), 아울러 모델의 분모다항식은 모닉(mononic)으로 가정한다. 이제 추정할 구간모델을  $\mathcal{D}(j\omega)$ 이라 표기하면  $\mathcal{D}(j\omega)$ 는  $\mathcal{D}^{\circ}(j\omega)$ 로부터 확장계수  $\varepsilon$ 과 가중치  $w$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathcal{D}^{\circ}(j\omega) = \frac{\tilde{b}_n^{\circ}(j\omega)^n + \tilde{b}_{n-1}^{\circ}(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{b}_0^{\circ}}{(j\omega)^n + \tilde{a}_{n-1}^{\circ}(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{a}_0^{\circ}} \quad (20)$$

$$\mathcal{D}(j\omega) = \frac{\tilde{b}_n(j\omega)^n + \tilde{b}_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{b}_0}{(j\omega)^n + \tilde{a}_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{a}_0} \quad (21)$$

여기서,

$$\tilde{a}_i \in [\hat{a}_i^{\circ} - w_{a_i}\varepsilon, \hat{a}_i^{\circ} + w_{a_i}\varepsilon], \tilde{b}_i \in [\hat{b}_i^{\circ} - w_{b_i}\varepsilon, \hat{b}_i^{\circ} + w_{b_i}\varepsilon],$$

$$w_{dn} = [w_{a(n-1)}, \dots, w_{a0}, w_{b_n}, \dots, w_{b0}].$$

그러므로 앞서 제기한 문제는  $\mathcal{D}(j\omega) \in \mathcal{D}(j\omega), \forall \omega$  를 만족하도록  $\varepsilon$  과  $w$ 를 결정하는 문제로 바뀌었다.

### 3. 알고리즘

본 절에서는 구간플랜트 모델링 알고리즘의 수행 과정을 순서대로 기술한다. 먼저, 구간플랜트 모델링의 첫 단계인 공칭플랜트 모델링에 대하여 기술하고 데이터의 변화에 따른 공칭 플랜트 각 계수의 민감도를 나타내는 가중치  $w_{dn}$ 와 가중치 변화율  $\varepsilon$ 값을 결정하는 방법과 그 물리적인 의미를 기술한다. 마지막으로 제시한 구간플랜트 모델링 알고리즘을 순서도와 함께 기술한다.

#### 3.1 공칭플랜트 모델링

알고리즘의 수행 과정은 주어진 실험데이터로부터 최대·최소 포락선의 평균값을 선정하여 그 데이터를 이용 최소자승추정법을 사용하여 공칭플랜트를 모델링 한다. 다음으로 각 주파수의 데이터를 주어진 최대·최소 포락선의 데이터로 교체하여 다시 계수 추정을 수행하고 그들의 평균을 산정하여 그 평균을 가중치로 정한다. 마지막 과정인 가중치 변화율  $\varepsilon$ 의 선정은 가중치 변화율  $\varepsilon$ 값에 따라 변화하는 주파수 영역에서의 포락선이 주어진 최대·최소 포락선을 모두 포함할 때까지 증가시킨다. 이제 첫 번째 과정인 공칭플랜트의 모델링을 2.1절의 방법으로 수행한다.

#### 3.2 가중치 선정 (Weight Selection)

식(21)에서와 같이 구간플랜트의 각 계수에 대한 섭동의 크기는 가중치  $w_{dn}$ 와 가중치 변화율  $\varepsilon$ 에 따라 결정된다. 부적절한 가중치  $w_{dn}$ 의 선정은 구간플랜트의 섭동범위를 불필요하게 크게 생성할 수 있기 때문에 가중치 선택은 매우 중

요하다. 공칭플랜트로부터 증가하는 구간플랜트의 크기 및 위상의 포락선은 데이터의 변화에 따른 각 계수의 민감도를 나타내는 가중치  $w_{dn}$ 로 표현할 수 있다. 각 계수에 대한 가중치  $w_{dn}$ 의 선정 방법은 고려한 주파수범위 내에서 실험데이터의 최대·최소 포락선을 각각  $\overline{l}(j\omega_i), \underline{l}(j\omega_i), \angle \overline{\phi}(j\omega_i), \angle \underline{\phi}(j\omega_i)$ 라 하고 공칭플랜트로부터 생성된 각 주파수에서 얻어진 데이터를  $\mathcal{D}_{data}^{\circ}(j\omega)$ 라 놓고, 다음과 같이 정의한다.

$$\mathcal{D}_{data}^{\circ}(j\omega) = \{ \mathcal{D}^{\circ}(j\omega_i) = a + j\beta, i = 1, 2, \dots, N \} \quad (22)$$

$$\mathcal{D}_{l, \max}(j\omega) = \begin{cases} \mathcal{D}^{\max}(j\omega_i), & i=l \\ \mathcal{D}_{data}^{\circ}(j\omega_i), & i=1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, N \end{cases} \quad (23)$$

$$\mathcal{D}_{l, \min}(j\omega) = \begin{cases} \mathcal{D}^{\min}(j\omega_i), & i=l \\ \mathcal{D}_{data}^{\circ}(j\omega_i), & i=1, 2, \dots, l-1, l+1, \dots, N \end{cases} \quad (24)$$

이 때  $\mathcal{D}_{l, \max}(j\omega)$ 은 공칭플랜트로부터 생성된 데이터  $\mathcal{D}_{data}^{\circ}(j\omega)$ 로부터  $l$ 번째 데이터를  $\mathcal{D}^{\max}(j\omega)$ 의 데이터로 바꾼 것을 의미한다. 반대로  $\mathcal{D}_{l, \min}(j\omega)$ 은 공칭플랜트로부터 생성된 데이터 중  $l$ 번째 데이터를  $\mathcal{D}^{\min}(j\omega)$ 의 데이터로 바꾼 것을 의미한다.

위와 같은 방법으로 생겨난 두 가지의 복소 데이터  $\mathcal{D}_{l, \max}(j\omega)$ 와  $\mathcal{D}_{l, \min}(j\omega)$ 를 실수부와 허수부를 나눈 후 최소자승추정법을 사용하여 식별한 전달함수는

$$\mathcal{D}_{l, \max}^{\circ}(j\omega) \quad (25)$$

$$= \frac{\tilde{b}_{n, \max}^l(j\omega)^n + \tilde{b}_{n-1, \max}^l(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{b}_{1, \max}^l(j\omega) + \tilde{b}_{0, \max}^l}{(j\omega)^n + \tilde{a}_{n-1, \max}^l(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{a}_{1, \max}^l(j\omega) + \tilde{a}_{0, \max}^l}$$

$$\mathcal{D}_{l, \min}^{\circ}(j\omega) \quad (26)$$

$$= \frac{\tilde{b}_{n, \min}^l(j\omega)^n + \tilde{b}_{n-1, \min}^l(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{b}_{1, \min}^l(j\omega) + \tilde{b}_{0, \min}^l}{(j\omega)^n + \tilde{a}_{n-1, \min}^l(j\omega)^{n-1} + \dots + \tilde{a}_{1, \min}^l(j\omega) + \tilde{a}_{0, \min}^l}$$

$$\hat{\mathcal{P}}^{\circ} = [\hat{a}_{n-1}^{\circ}, \hat{a}_{n-2}^{\circ}, \dots, \hat{a}_0^{\circ}, \hat{b}_n^{\circ}, \hat{b}_{n-1}^{\circ}, \dots, \hat{b}_0^{\circ}] \quad (27)$$

라하고  $\hat{\mathcal{P}}^{\circ}$ 는 공칭 플랜트의 각 계수로 정의한다.

위의 식(25)는 공칭플랜트로부터 생성된 데이터  $\mathcal{D}_{data}^{\circ}(j\omega)$ 의  $l$ 번째 데이터를 주어진 최대 포락선의 데이터로 바꾸어 최소자승추정기법을 적용한 결과를 나타내고, 반대로 식(26)은 공칭플랜트로부터 생성된 데이터  $\mathcal{D}_{data}^{\circ}(j\omega)$ 의  $l$ 번째 데이터를 주어진 최소 포락선의 데이터로 바꾸어 최소자승법을 적용한 결과를 나타낸다.  $|\mathcal{D}_{l, \max}(j\omega) - \mathcal{D}_{l, \max}^{\circ}(j\omega)|$ 와  $|\mathcal{D}_{l, \min}(j\omega) - \mathcal{D}_{l, \min}^{\circ}(j\omega)|$ 가 작다고 가정하면  $l=1, 2, \dots, N$  데이터의 변화에 대한 식별된 공칭플랜트의 민감도는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p^o}{\partial \mathcal{D}_{data, \max}^o(j\omega_1)} \\ \frac{\partial p^o}{\partial \mathcal{D}_{data, \min}^o(j\omega_1)} \\ \frac{\partial p^o}{\partial \mathcal{D}_{data, \max}^o(j\omega_2)} \\ \frac{\partial p^o}{\partial \mathcal{D}_{data, \min}^o(j\omega_2)} \\ \vdots \\ \frac{\partial p^o}{\partial \mathcal{D}_{data, \max}^o(j\omega_N)} \\ \frac{\partial p^o}{\partial \mathcal{D}_{data, \min}^o(j\omega_N)} \end{bmatrix} = \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \max}^1| \cdots |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \max}^1| & |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \max}^1| \cdots |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \max}^1| \\ |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \min}^1| \cdots |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \min}^1| & |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \min}^1| \cdots |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \min}^1| \\ |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \max}^2| \cdots |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \max}^2| & |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \max}^2| \cdots |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \max}^2| \\ |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \min}^2| \cdots |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \min}^2| & |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \min}^2| \cdots |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \min}^2| \\ \vdots & \vdots \\ |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \max}^N| \cdots |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \max}^N| & |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \max}^N| \cdots |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \max}^N| \\ |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \min}^N| \cdots |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \min}^N| & |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \min}^N| \cdots |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \min}^N| \end{bmatrix}$$

이 때 가중치는 (28)의 각 파라미터의 변화율의 평균으로 정의한다.

$$\begin{aligned} w_{dn} = & \frac{1}{2N} \left[ \sum_{i=1}^N \{ |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \max}^1| + |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \min}^1| \}, \right. \\ & \cdots, \sum_{i=1}^N \{ |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \max}^1| + |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \min}^1| \} \\ & , \sum_{i=1}^N \{ |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \max}^1| + |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \min}^1| \}, \\ & \cdots, \sum_{i=1}^N \{ |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \max}^1| + |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \min}^1| \}, \\ & \cdots \sum_{i=1}^N \{ |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \max}^N| + |\hat{a}_{n-1}^o - \hat{a}_{n-1, \min}^N| \}, \\ & \cdots, \sum_{i=1}^N \{ |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \max}^N| + |\hat{a}_0^o - \hat{a}_{0, \min}^N| \} \\ & , \sum_{i=1}^N \{ |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \max}^N| + |\hat{b}_n^o - \hat{b}_{n, \min}^N| \}, \\ & \cdots, \sum_{i=1}^N \{ |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \max}^N| + |\hat{b}_0^o - \hat{b}_{0, \min}^N| \} \quad (29) \\ & = [w_{a(n-1)}, \dots, w_a, w_b, \dots, w_b] \end{aligned}$$

위와 같이 가중치를 정의하는 이유는 가중치 변화율  $\epsilon$ 을 각 데이터에 따라 동일하게 증가시키고자 하기 위함이다. 식 (28)은 하나의 파라미터에 대해서 주어진 최대 포락선으로 데이터가 변하는 경우와 최소 포락선으로 데이터가 변하는 경우 2가지를 포함하고 있기 때문에 고려한 주파수의 데이터 개수가 N개라 할 때  $2N \times$ (총 파라미터개수)의 행(row)이 생성된다. 식(29)는 (28)에서 생성된 하나의 파라미터에 대해서 생성된  $2N$ 개의 계수 변화량의 평균을 구함으로써 그 파라미터의 데이터의 변화에 따른 민감도를 나타내는 가중치를 구할 수 있게 된다.

### 3.3 구간플랜트 모델링

이제 구간플랜트 모델링 알고리즘을 수행하는데 있어서의 마지막 과정인 가중치 변화율  $\epsilon$ 을 설정하는 방법을 제시한다. 식별하고자하는 대상플랜트의 분모, 분자의 차수가  $n$ 차인 구간플랜트를 고려하면 다음과 같다.

$$D(j\omega) = \frac{\bar{b}_n(j\omega)^n + \bar{b}_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + \bar{b}_0}{(j\omega)^n + \bar{a}_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + \bar{a}_0} \quad (30)$$

여기서,

$$\bar{a}_i \in [\hat{a}_i^o - w_{a_i}\epsilon, \hat{a}_i^o + w_{a_i}\epsilon], \bar{b}_i \in [\hat{b}_i^o - w_{b_i}\epsilon, \hat{b}_i^o + w_{b_i}\epsilon]$$

식(30)의 분모와 분자의 Kharitonov 다항식의 Kharitonov box는 주파수의 아래 그림 3과 같이 9가지의 위치를 가질 수 있다. 식(30)과 같은 구조를 갖는 구간플랜트의 계수 섭동량에 관한 파라미터중의 하나인 가중치 변화율  $\epsilon$ 의 선정은 공칭플랜트의 각 주파수에 따른 복소평면의 공칭계수에서 출발하여 앞서 구한 가중치의 비로 서서히 Kharitonov box를 증가시키는 방법을 사용한다. 구간 플랜트로 정의 하는 경우 구간플랜트의 분모, 분자의 Kharitonov box는 각 주파수에 따라 그림 3에서 표현한 9개의 모든 가능한 위치를 가지고 있으며 이중에서 Kharitonov box가 원점을 포함하게 되면, 즉 ⑨번의 위치에 들어가면 더 이상  $\epsilon$ 을 증가시킬 수 없다.

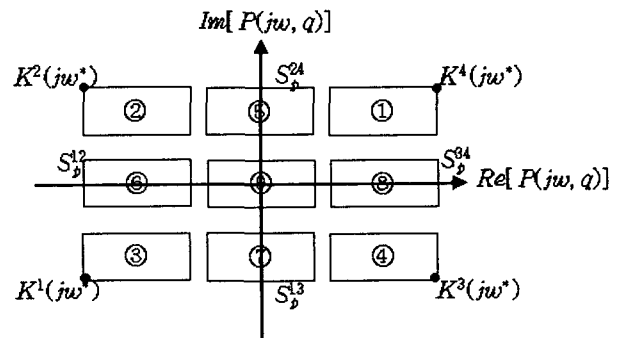


그림 3 주파수  $\omega$ 의 변화에 따른 Kharitonov box 생성 위치  
Fig. 3 Various Kharitonov boxes generated as  $\omega$  increases.

위의 9개의 위치 중 일사분면만을 고려하여 나타내면 그림 4와 같다.

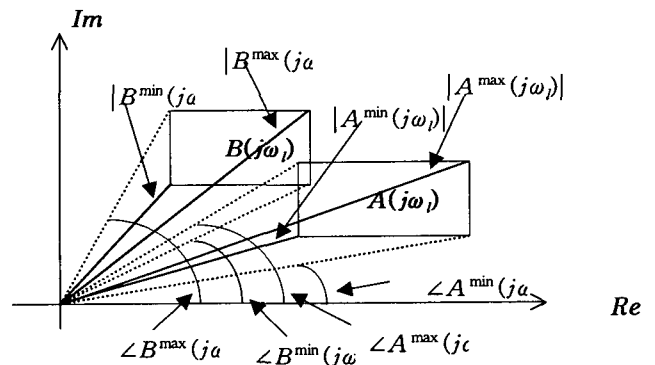


그림 4  $\omega_i = \omega$ 에서  $A(j\omega_i), B(j\omega_i)$ 의 이미지 셋  
Fig. 4 Image sets of  $A(j\omega_i), B(j\omega_i)$  at  $\omega_i = \omega$

그림 4 와 같이  $i$  번째 주파수  $\omega_i$  일 때, 구간플랜트의 최대 및 최소의 크기와 위상을 도식적으로 표현할 수 있다. 그림 4는 일사분면만을 고려하였지만 모든  $\omega_i (i=1, 2, \dots, N)$ 에 대해서 위의 그림을 이용하여 식별할 구간플랜트  $D(j\omega)$ 의 최대·최소 포락선을 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$|D(j\omega_i)|_{\max} = \frac{|B^{\max}(j\omega_i)|}{|A^{\min}(j\omega_i)|}, |D(j\omega_i)|_{\min} = \frac{|B^{\min}(j\omega_i)|}{|A^{\max}(j\omega_i)|} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \angle D^{\max}(j\omega_i) &= \angle B^{\max}(\omega_i) - \angle A^{\min}(\omega_i) \\ \angle D^{\min}(j\omega_i) &= \angle B^{\min}(\omega_i) - \angle A^{\max}(\omega_i), \end{aligned} \quad (32)$$

이제 식(31), (32)로 표현된 구간 플랜트의 최대, 최소 포락선이 고려한 주파수 영역  $\omega_i (i=1, 2, \dots, N)$ 에서 주어진 최대 포락선  $\bar{\mu}(j\omega)$ 와 최소 포락선  $\underline{\mu}(j\omega)$ 를 포함하는 가중치 변화율  $\epsilon$ 을 구하는 것이 마지막 과정이다.

각 주파수  $\omega_i (i=1, 2, \dots, N)$ 에서 주어진 최대포락선  $\bar{\mu}(j\omega)$ , 최소포락선  $\underline{\mu}(j\omega)$ 에 대해, 아래(33), (34)를 모두 만족하는 최소 변화율  $\epsilon$ 을 구함으로써 구간플랜트의 모델링의 최종결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \min[|D^{\max}(j\omega_i)| - \bar{\mu}(j\omega_i)] &\geq 0 \\ \max[|D^{\min}(j\omega_i)| - \underline{\mu}(j\omega_i)] &\leq 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \min[\angle D^{\max}(j\omega_i) - \bar{\phi}(j\omega_i)] &\geq 0 \\ \max[\angle D^{\min}(j\omega_i) - \underline{\phi}(j\omega_i)] &\leq 0 \end{aligned} \quad (34)$$

가중치 변화율  $\epsilon$ 값은 고려된 각 주파수  $\omega_i (i=0, 1, \dots, N)$ 에서 식(34), (35)를 만족하는 최소값을 구하고, 그렇게 구한 가중치 변화율  $\epsilon$  중에서 최대 값을 선택한다. 즉  $i$  번째 주파수,  $\omega_i$ 에서의  $\epsilon$ 값을 다음과 같이 정의한다,

$$\begin{aligned} \epsilon_{\omega_i} &= \min_{\epsilon} \{ \epsilon \mid [\underline{\mu}(j\omega), \bar{\mu}(j\omega)] \in [ |D^{\min}(j\omega_i)|, |D^{\max}(j\omega_i)| ], \\ &\quad \& [\underline{\phi}(j\omega), \bar{\phi}(j\omega)] \in [ \angle D^{\min}(j\omega_i), \angle D^{\max}(j\omega_i) ] \} \end{aligned} \quad (35)$$

식(35)로부터 고려한 주파수 영역에서  $\epsilon$  값을 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$\epsilon = \max \{ \epsilon_{\omega_1}, \epsilon_{\omega_2}, \dots, \epsilon_{\omega_N} \} \quad (36)$$

그림 5는 구간플랜트 모델링 알고리즘의 전 과정을 순서도로 표현하였다.

#### 4. 적용 예

본 절에서는 앞에서 제시한 구간플랜트 모델링 알고리즘을 저차 및 고차시스템, 두 경우에 적용하여 타당성을 입증하기로 한다. 저차시스템 경우에는 2차 구간 플랜트를 이용하였으며, 고차 시스템의 경우는 유연구조를 갖는 NASA Mini-Master의 6차 플랜트[7,8]의 데이터를 사용하여 구간플랜트의 모델링을 수행하였다.

##### 예제 1. 저차 불확실성 시스템의 구간모델 식별

그림 6은 2차 구간 플랜트로부터 생성된 500개의 주파수 응답데이터로 구성된 선도이다. 이 때 고려한 주파수 범위는  $0.01 \sim 10$  [rad/sec]이다.

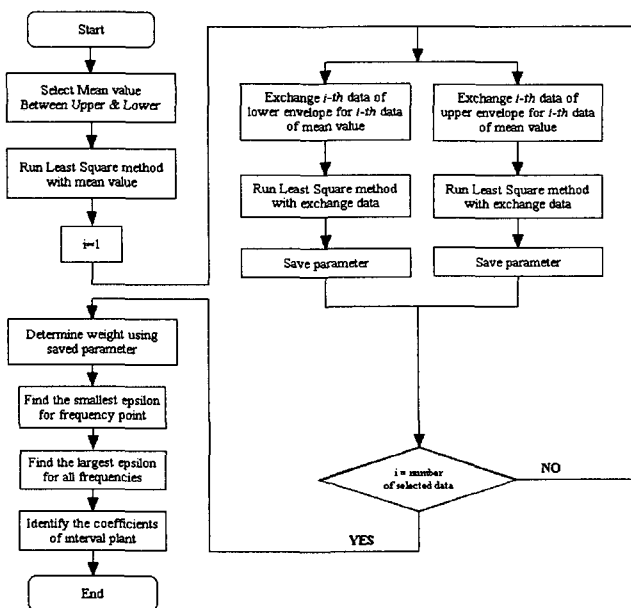
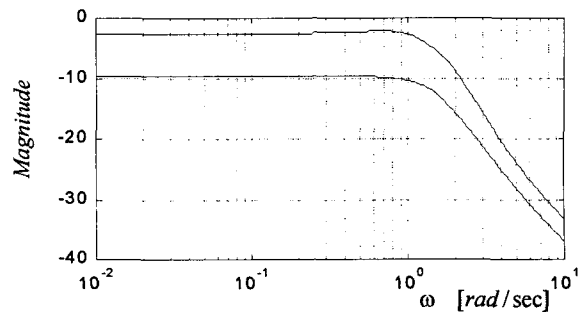
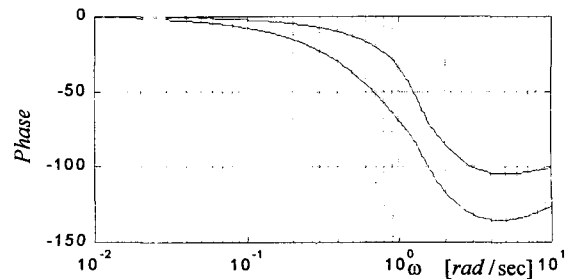


그림 5 구간플랜트 모델링 알고리즘의 순서도  
Fig. 5 Flow chart of interval modeling algorithm



(a)



(b)

그림 6 2차 구간플랜트의 보드선도:

(a) 크기선도, (b) 위상선도

Fig. 6 Bode plot of a second-order interval system:  
(a) magnitude plot, (b) phase plot

Step 1: [공칭 모델 선정] 식(7)식에 의해 구한 공칭플랜트는 다음과 같다.

$$D^o(j\omega) = \frac{b_1^o(j\omega) + b_0^o}{(j\omega)^2 + \hat{a}_1^o(j\omega) + \hat{a}_0^o}$$

여기서,  $\hat{a}_1^o = 1.899$ ,  $\hat{a}_0^o = 1.9847$

$$b_1^o = 0.1478, \quad b_0^o = 0.9913$$

Step 2: [가중치  $w_{dn}$  선정] 식(28)을 이용하여 가중치를 구한다

$$\begin{aligned} w_{a1} &= 0.9459 & w_{a0} &= 0.9896 \\ w_{b1} &= 0.07425, & w_{b0} &= 0.4949 \end{aligned}$$

Step 3: [가중치 변화율  $\epsilon$ 값 설정] 그림 7은 식(33),(34)를 만족하는 최소 가중치 변화율  $\epsilon$ 값을 보여준다. 그림 7로부터 주파수가 증가할수록 가중치 변화율  $\epsilon$ 이 함께 증가하는 것을 알 수 있다. 이는 고려한 주파수의 값이 커질수록 구간플랜트 계수의 섭동량이 가중치 변화율  $\epsilon$ 으로 인하여 함께 커짐을 의미한다. 이 때 식(33),(34)를 모두 만족하는 최소  $\epsilon$ 값은 0.4291이다.

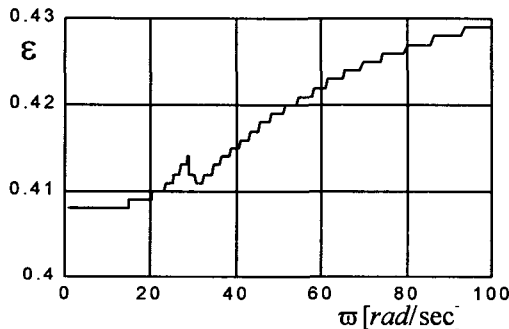


그림 7 주파수별 최소 가중치 변화율  $\epsilon$  선도  
Fig. 7 Expanding parameter  $\epsilon$  relative to frequency

따라서 위의 세 과정을 거쳐 식별된 구간플랜트는 다음과 같다.

$$D(j\omega) = \frac{\bar{b}_1(j\omega) + \bar{b}_0}{(j\omega)^2 + \hat{a}_1(j\omega) + \hat{a}_0}$$

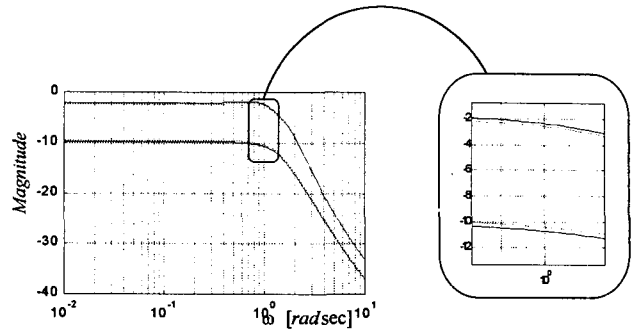
여기서,  $\hat{a}_1 = [1.4931, 2.3049]$

$$\hat{a}_0 = [1.5601, 2.4093]$$

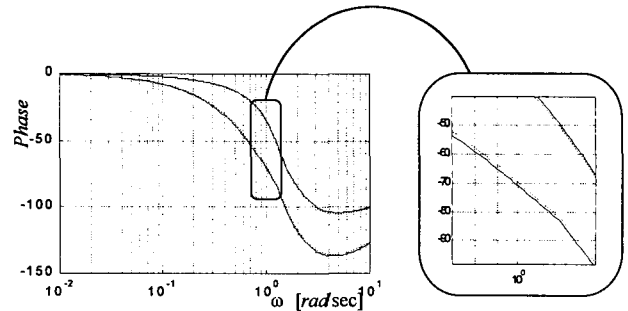
$$\bar{b}_1 = [0.1159, 0.1797]$$

$$\bar{b}_0 = [0.7789, 1.2036].$$

그림 8은 원래의 데이터와 식별한 구간모델의 주파수 응답을 함께 도시한 것이다. 원래의 데이터가 구간모델의 포락선에 모두 포함됨을 보여주고 있다.



(a) Magnitude plots



(b) Phase plots

그림 8 구간플랜트의 크기, 위상 선도(실선)와 실험데이터의 크기, 위상 선도(파선)

Fig. 8 Bode plots of a 2nd-order interval plant: plant(dotted), interval model(solid)

예제 2. 고차시스템의 구간플랜트 모델링

그림 9는 6차 시스템으로 나타나는 NASA Mini-Master Trust 구조물[7,8]에 대한 500개의 주파수특성 데이터를 보여준다. 고려한 주파수의 범위는 0~45 [rad/sec]이다.

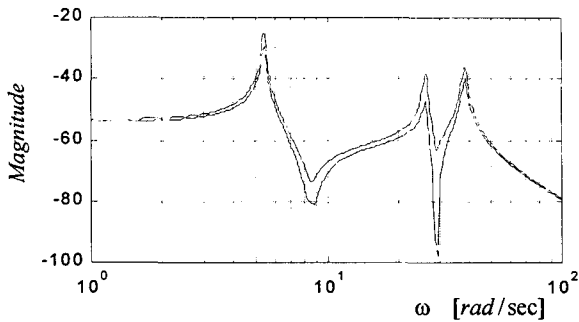
Step 1: [공칭 모델 선정] 식(7)에 의해 구한 공칭플랜트는 다음과 같다.

$$D^o(j\omega) = \frac{b_5^o(j\omega)^5 + b_4^o(j\omega)^4 + \dots + b_0^o}{(j\omega)^6 + \hat{a}_5^o(j\omega)^5 + \dots + \hat{a}_0^o}$$

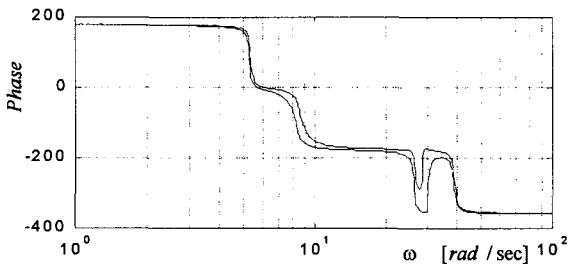
$$\begin{aligned} \hat{a}_5^o &= 2.617 & b_5^o &= 1.01998 \times 10^{-4} \\ \hat{a}_4^o &= 2.2148 \times 10^3 & b_4^o &= -9.5593 \times 10^{-1} \\ \hat{a}_3^o &= 2.8291 \times 10^3 & b_3^o &= -1.0385 \times 10^{-2} \\ \hat{a}_2^o &= 1.0963 \times 10^6 & b_2^o &= -8.79735 \times 10^2 \\ \hat{a}_1^o &= 2.2291 \times 10^5 & b_1^o &= 6.6575 \times 10^2 \\ \hat{a}_0^o &= 2.9606 \times 10^7 & b_0^o &= -5.8632 \times 10^4 \end{aligned}$$

Step 2: [가중치  $w_{dn}$  선정] 식(28)을 이용하여 구한 가중치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} w_{a5} &= 3.271 \times 10^{-6} & w_{b5} &= 1.8732 \times 10^{-2} \\ w_{a4} &= 4.4966 \times 10^{-4} & w_{b4} &= 1.5906 \times 10^0 \\ w_{a3} &= 4.3952 \times 10^{-2} & w_{b3} &= 3.1136 \times 10^1 \\ w_{a2} &= 3.0946 \times 10^0 & w_{b2} &= 2.3346 \times 10^3 \\ w_{a1} &= 4.4769 \times 10^1 & w_{b1} &= 3.3811 \times 10^3 \\ w_{a0} &= 6.5425 \times 10^2 & w_{b0} &= 7.7229 \times 10^4 \end{aligned}$$



(a) Magnitude plots



(b) Phase plots

그림 9 Mini-master structure의 보드선도  
Fig. 9 Bode plots of Mini-master structure

Step 3 : [가중치 변화율  $\epsilon$  값 설정] 그림 11은 식(33)과 (34)를 만족하는 최소 가중치 변화율  $\epsilon$  값을 보여준다.

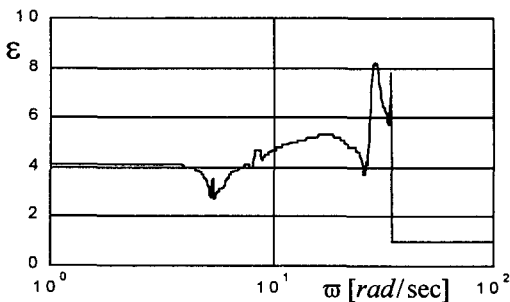


그림 11 주파수별 최소 가중치 변화율  $\epsilon$  선도  
Fig. 11 Expanding parameter  $\epsilon$  relative to frequency

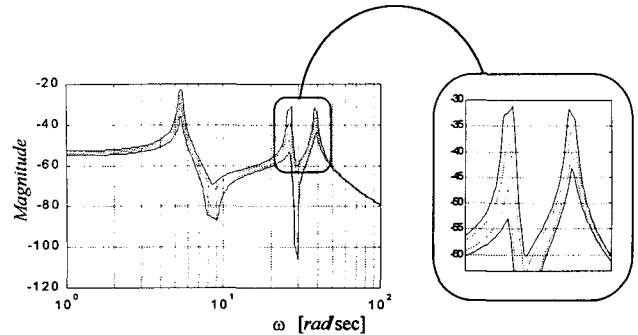
식(33), (34)를 만족하는 최소 가중치 변화율  $\epsilon$  값은 8.259이다. 위의 과정을 거쳐 식별된 구간플랜트는 다음과 같다.

$$D(j\omega) = \frac{\bar{b}_5(j\omega)^5 + \bar{b}_4(j\omega)^4 + \dots + \bar{b}_0}{(j\omega)^6 + \bar{a}_5(j\omega)^5 + \bar{a}_4(j\omega)^4 + \dots + \bar{a}_0}$$

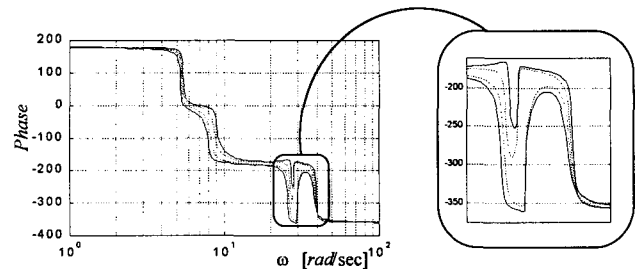
여기서,

$$\begin{aligned} \bar{a}_5 &= [2.4572 \quad 2.7768] \times 10^0 & \bar{b}_5 &= [0.7410 \quad 1.2990] \times 10^{-4} \\ \bar{a}_4 &= [2.2013 \quad 2.2284] \times 10^3 & \bar{b}_4 &= [-9.5977 \quad -9.5210] \times 10^{-1} \\ \bar{a}_3 &= [2.5636 \quad 3.0947] \times 10^3 & \bar{b}_3 &= [-3.8529 \quad 3.6452] \times 10^{-1} \\ \bar{a}_2 &= [1.0764 \quad 1.1162] \times 10^6 & \bar{b}_2 &= [-9.0613 \quad -8.5334] \times 10^2 \\ \bar{a}_1 &= [1.9407 \quad 2.5175] \times 10^5 & \bar{b}_1 &= [2.8387 \quad 10.4763] \times 10^2 \\ \bar{a}_0 &= [2.8948 \quad 3.0265] \times 10^7 & \bar{b}_0 &= [-6.4212 \quad -5.3051] \times 10^4 \end{aligned}$$

그림 12는 주어진 구간 플랜트와 식별한 구간모델의 보드선도를 보여준다. 원래의 주파수응답이 구간모델의 포락선내에 속함을 보여준다.



(a) Magnitude plots



(b) Phase plots

그림 12 구간플랜트의 크기, 위상 선도(실선) 와 실험데이터의 크기, 위상 선도(파선)

Fig. 12 Bode plots of a 2nd-order interval plant: plant(dotted), interval model(solid)

### 3. 결 론

실제 시스템의 강인제어문제를 고려할 때 먼저 요구되는 것은 제어대상의 불확실성에 대한 정량적 모델이다. 이 문제에 대한 대부분의 결과들은 불확실성을  $H_\infty$ ,  $l_1$  놈(norm) 형태로 표현하고 있다. 그런데 파라미터적 불확실성을 다루는 강인제어에서는 전달함수의 계수가 구간내의 상수 값으로 표현되는 구간시스템에 대해 고려한다. 본 논문에서는 불확실성을 갖는 선형시스템의 구간모델 식별 알고리즘을 제시하였다. 한 시스템에 대해 여러 조건을 고려한 실험 데이터로부터 주파수응답이 주어졌다고 가정하였다. 이러한 가정은 불확실성을 다루는데 합당하다. 알고리즘은 주파수 응답의 상 하한치를 표현하는 포락선을 근거로 식별할 구간전달함수의 보드선도 포락선이 실험적으로 주어진 주파수응답의 경계치를 모든 주파수 영역에서 포함하도록 구하는 것이다. 먼저 주파수응답의 공칭 데이터를 설정하고 이것에 대해 최소자승법을 이용하여 공칭모델을 구하였다. 추정된 공칭모델을 기준으로 섭동계수와 가중치 계수를 고려하여 구간모델의 분모, 분자 다항식이 Kharitonov box를 확장하는 방법을 제시하였다. 두 가지 예제를 통하여 제안한 알고리즘이 서론에서 언급한 Keel 등의 방법에 비해 보다 좁은 구간의 다항식을 갖는 구간모델을 식별할 수 있음을 보였다. 이러한 구간모델



식별 방식은 무엇보다도 제어성능의 한계특성이나 안정도 여유 등을 다루는 강인성해석에 매우 유용하게 적용될 수 있다.

참 고 문 헌

[1] R. L. Kosut, G. C. Goodwin, and M. P. Polis, Eds., "Special issue on system identification for robust control design," IEEE Trans. on Automatic Control, vol 37, no. 7, pp.899, July 1992.

[2] M. Mansour, S. Balemi, and W. Truol, Eds., Robustness of dynamic systems with parameter uncertainties, Birkhauser, 1992.

[3] R. S. Smith and M. Dahleh, Eds., The Modeling of uncertainty in control systems, Springer-Verlag, 1994.

[4] J. Ackermann, Robust control: system with uncertain physical parameters, Springer Verlag, New York, NY, 1993.

[5] B.R Barmish, New tools for robustness of linear systems, MacMilan Publishing, 1994.

[6] S.P. Bhattacharyya, H. Chapellat, and L.H. Keel, Robust control: the parametric approach, Prentice Hall Publishing, Upper Saddle River, NJ, 1995.

[7] L. H. Keel, J.-S. Lew, and S. P. Bhattacharyya, "System identification using interval dynamic models", Proc. of American Control Conference, pp.1537-1542, 1994.

[8] J.-S. Lew and L. H. Keel, "Quantification of parametric uncertainty via an interval model", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 17, no. 6, pp. 1212-1218, 1994.

[9] T. L. Link, J.-S. Lew, and L. H. Keel, "Interval model identification and robustness analysis for uncertain flexible structures", IEEE Trans. on Control System Technology, vol. 4, pp.411-418, 1996.

[10] S. S. Ahmad, J.-S. Lew, and L. H. Keel, "Robust control of flexible structures against structural damage," IEEE Trans. on Control System Technology, vol. 8, no. 1, pp.170-182, 2000.

[11] R. Johansson, System Modeling and Identification, Prentice Hall, 1993.

[12] L. Ljung, System Identification Theory for User, Prentice Hall, 1999.

저 자 소 개



**김 동 형(金東亨)**  
 1974년 2월 8일생. 1999년 충북대학교 전자공학과 졸업. 2001년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 현재 한양대학교 대학원 전자통신 전과공학과 박사과정



**김 영 철(金永喆)**  
 1954년 12월 29일생. 1981년 고려대 전기공학과 졸업. 1983년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1992년 ~ 1993년 미국 Texas A&M Univ. Post-Doctoral Fellow. 1988년 ~ 현재 충북대 전기전자공학부 교수. 1996년 ~ 현재 전기공학회 편집위원. 2001년 2월 ~ 2002년 2월 미국 Vandervilt Univ./Tennessee Univ. 방문교수.



**우 영 태(禹榮台)**  
 1971년 10월 4일생. 1997년 충북대학교 전자공학과 졸업. 1999년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전자공학과 박사과정