한국지반공학회논문집 제19권 4호 2003년 8월 pp. 133 ~ 144

운동방정식에 기초한 공진주 실험의 자료분석 및 해석

Data Reduction and Analysis of the Resonant Column Testing Based on the Equation of Motion

조 성 호*1 Joh, Sung-Ho
강 태 호*2 Kang, Tae-Ho

Abstract

The resonant column testing is a laboratory testing method to determine the shear modulus and material damping factor of soils. The method has been widely used for many applications and its importance has increased. Since the first use of the testing method in 1960's, the low-technology electronic devices for testing and data acquisition have limited the measurement only to the amplitude of the linear spectrum. The limitations of the testing method are also attributed to the assumption of linear-elastic material in the theory of the resonant column testing and also to the incomplete understanding of the dynamic behaviour of the resonant column testing device. Recently, Joh *et al.* proposed a theory to overcome the limitations of the resonant column testing by deriving the equation of motion and providing its solution for the resonant column testing device. This study proposed the improved data reduction and analysis method for the resonant column testing, thanks to the advanced data acquisition system and the new theoretical solution for the resonant column testing system. For the verification of the proposed data reduction and analysis method, the numerical simulation of the resonant column testing was performed by the finite element analysis. Also, a series of resonant column testing were performed for Joomunjin sand, which verified the feasibility of the proposed method and revealed the limitations of the conventional data reduction and analysis method.

요 지

공진주 실험은 흙의 전단탄성계수, 재료감쇠비 등을 결정하는 실험으로, 최근 내진해석의 중요성과 더불어 그 사용빈도와 중요성이 증가하고 있다. 공진주 실험은 1960년 이후 널리 활용되어 왔으나, 현재까지의 공진주 실험은 측정장비의 제한성 때문에, 주로 선형스펙트럼 (linear spectrum)의 진폭성분만을 측정하여 왔다. 이는 공진주 실험 시스템의 동적거동을 규명하는 이론에 있어서도 시료의 점성이 고려되지 않았던 것과 동적거동에 대한 이해가 부족했기 때문이기도 하다. 최근 조성호 등은 이러한 한계성을 극복할 수 있는 이론적 근거를 제시하였다. 즉, 공진주 실험 시스템의 동적거동에 대한 운동방정식과 그 일반해를 제시함으로써, 이론에 부합하는 공진주 실험의 자료분석 및 해석기법의 기초를 정립하였다. 본 연구에서는 발전된 계측장비와 공진주 실험 시스템의 동적거동에 대한 이론적 모델링을 이용하여 신뢰도가 향상된 공진주 실험의 자료분석 및 해석기법을 제안하였다. 그리고, 유한요소해석에 의한 공진주 실험의 수치실험을 통하여 본 연구에서 제안한 해석기법의 신뢰성과 타당성을 확인하였다. 또한, 주문진 표준사에 대한 공진주 실험을 통하여, 본 연구에서 제안한 자료분석 및 해석방법의 적용성을 확인하였으며, 기존 해석방법과의 비교를 통하여 기존 방법의 한계성과 문제점을 살펴보았다.

Keywords : Damping factor, Frequency-phase method, Natural frequency, Resonant column testing, Shear modulus

*1 정회원, 중앙대학교 건설대학 토목공학과 부교수 (Member, Associate Prof., Dept. of Civil Engrg., College of Construction Engrg., Chungang Univ., shjoh@cau.ac.kr)
*2 정회원, 중앙대학교 대학원 토목공학과 박사과정 (Member, Ph.D. Candidate, Dept. of Civil Engrg., Chungang Univ.)

1. 서 론

공진주 실험은 약 10^{-4}%~0.1%의 전단변형률 대역에서 흙의 전단탄성계수, 재료감쇠비 등을 결정하는 실험으로, 최근 내진해석의 중요성과 더불어 그 사용빈도와 중요성이 증가하고 있다. 공진주 실험은 1960년 이후 본격적으로 활용되기 시작한 이후, 1980년대 몇 가지 유형으로 정립되어 현재에 이르고 있다. 미국의 텍사스 대학에서 개발된 Stokoe 형식의 공진주실험장비, 미시간 대학에서 개발된 Drnevich 형식 등이 대표적인 공진주 실험장비이나, 전단파 전파특성과 유사한 진동방식, 실험의 용이성 등의 장점 때문에 Stokoe 형식이 주로 많이 활용되고 있다.

공진주 실험은 시료에 동적 하중을 가하여 그에 대한 동적 응답을 측정하여 흙의 특성을 측정하는 것으로서, 고전적인 토질실험과는 달리 전자장비에 의존하는 측정과 신호분석에 의한 자료분석을 필요로 한다. 전자장비와 자료분석 기술이 완전하지 않았던 1960년대와는 달리, 최근의 기술은 보다 더 정확하고 신뢰성 높은 공진주 실험을 가능하게 하고 있다.

한편, 개발 초기의 이론을 현재까지 적용하고 있는 공진주 실험은 측정장비의 제한성 때문에, 주로 동적 가진에 대한 시료의 응답에 있어서 선형스펙트럼 (linear spectrum)의 진폭성분만 측정하는 것이 전부였다. 전단탄성계수의 계산에 있어서도 고유주파수를 측정하여야 하였으나 위상각성분이 측정되지 않았기 때문에 공진주파수만을 측정할 수 밖에 없었다. 한편 재료감쇠비의 경우에 있어서도 오실로스코프를 이용하여 자유진동의 크기를 측정하여 재료감쇠비를 계산하는 자유진동감쇠법을 주로 사용할 수 밖에 없었다. 최근 조성호 등(2003)은 이러한 한계성을 극복할 수 있는 이론적 근거를 제시하였다. 공진주 실험 시스템의 동적거동에 대한 운동방정식과 그 일반해를 제시함으로써, 이론에 부합하는 공진주 실험의 자료분석 및 해석기법의 기초를 정립하였다.

따라서, 본 연구에서는 발전된 계측장비와 공진주 실험 시스템의 동적거동에 대한 이론적 모델링을 이용하여 신뢰도가 향상된 공진주 실험의 자료분석 및 해석기법을 제안하고자 한다. 본 연구에서 제안된 기법의 신뢰성과 타당성을 검증하기 위하여 공진주 실험을 유한요소해석으로 수치모사하였다. 또한, 주문진 표준사를 이용하여 실제 공진주 실험을 수행하였으며, 그 실험자료에 대해 기존의 방법과 본 연구에서 새로이 제안한 방법을 비교하여 본 연구에서 제안한 방법의 적용성을 확인하고 기존 방법의 문제점을 지적하였다.

2. 공진주 실험 시스템에 대한 운동방정식

공진주 실험 시스템은 고정단-자유단 경계조건을 가지는 시료 위에 상부 캡 (top cap), 구동판 (drive plate), 영구자석 등의 부착요소가 연결되어 있는 구성을 가지고 있다. 여기서 공진주 실험의 시료는 연속체(continuous system)로 무한 개의 자유도를 가지고 있기 때문에 공진주 실험시스템의 모델링을 위해서 Lagrange 방정식을 이용하며(조성호 외, 2003), Lagrange 방정식은 식 (1)과 같다.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_i}+\frac{\partial \Phi}{\partial q_i}=Q_i \tag{1}$$

여기서, q_i는 일반화된 좌표, T는 시스템의 총 운동에너지, Φ는 시스템의 위치에너지이다. Lagrange 방정식의 적용에 있어서, 공진주 실험 시스템이 연속체이기 때문에 변위 θ를 식 (2)로 정의한다.

$$\theta=\sum_{i=1,3,5,\cdots}^{\infty} U_i q_i \tag{2}$$

여기서, U_i는 공간좌표 x의 함수로서 정규모드(normal-mode) 함수를 말한다. 정규모드 함수는 파동방정식의 일반해인 식 (3)을 근거로 하여, 식 (4)로 정의할 수 있다.

$$\theta(x,t)=E\sin\frac{\omega_i x}{v_s}e^{-\xi\omega t}\sin(\omega_d t+\delta) \tag{3}$$

$$U_i(x)=\sin\frac{\omega_i x}{v_s} \tag{4}$$

Lagrange 방정식에 시스템의 총 운동에너지, 시스템의 위치에너지, 시스템에 작용하는 외력 등을 대입하여 정리하면, 식 (5)와 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q}_i+2\xi_i\omega_i\dot{q}_i+\omega_i^2 q_i=\frac{T_0}{I^*}\sin\omega t \tag{5}$$

여기서, ω_i는 고유주파수, ξ는 재료감쇠비, T_0는 시료 상단에 가해지는 외부 비틂력, ω는 외부비틂력의 가진주파수, I^*는 식 (6)에 의해서 정의된다.

$$I^*=I\left(1+\frac{1}{\beta^*}\sin\beta^*\right) \tag{6}$$

여기서, $\beta^* = 2\omega_i L/v_s$이다. 또한, 식 (5)의 유도과정에서 식 (7)의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\frac{I}{I_0} = \beta\tan\beta \tag{7}$$

여기서, $\beta = \omega_i L/v_s$이다. 그리고, Lagrange 방정식의 일반해를 식 (8)이라고 하고 일반해를 식 (5)에 대입하면, 진폭 $|A_i|$는 식 (9), 위상각 ϕ_i는 식 (10)에 의해서 정의된다.

$$q_i = |A_i|\sin(\omega t - \phi_i) \tag{8}$$

여기서,

$$|A_i| = \frac{T_0/(\omega_i^2 I^*)}{\sqrt{[1-(\omega/\omega_i)^2]^2 + [2\xi_i(\omega/\omega_i)]^2}} \tag{9}$$

$$\tan\phi_i = \frac{2\xi_i(\omega/\omega_i)}{1-(\omega/\omega_i)^2} \tag{10}$$

결과적으로, 공진주 실험에서 시료의 거동은 식 (11)과 같이 표현된다.

$$\theta_i(x,t) = \sum U_i(x)\,q_i(t) = \sum_{i=1,3,5,\ldots}^{\infty} |A_i|\sin\frac{\omega_i x}{v_s}\sin(\omega t - \phi_i) \tag{11}$$

특별히, 기본모드에 대한 동적증폭계수는 식 (12)와 같이 정리된다.

$$M = \frac{I}{\beta^2 I^*}\frac{1}{\sqrt{[1-(\omega/\omega_i)^2]^2 + [2\xi_i(\omega/\omega_i)]^2}} \tag{12}$$

3. 운동방정식의 해를 이용한 동적 물성의 결정

3.1 전단탄성계수

흙의 전단탄성계수는 식 (13)과 같이 전단파 속도와 매질의 질량으로부터 결정될 수 있기 때문에, 공진주 실험으로부터는 흙의 전단파 속도를 구하게 된다. 선형-탄성 거동을 가정하는 공진주 실험시스템에 대하여 Richart, Wood and Hall (1969)가 유도한 관계식은 식 (7)과 동일한 것으로, 시료의 점성에 대한 고려와는 관계없이 동일한 관계식을 가지고 있음을 알 수 있다. 이는 흙의 전단파 속도가 시료의 점성과 관계없이 결정되는 고유의 특성을 가지기 때문이다. 식 (7)의 관계식은 공진주 실험시스템의 시료상단 부착요소(added mass)의 관성모멘트와 시료의 관성모멘트를 알고 있을 때, 이에 상응하는 β를 제시하게 된다. 식 (7)을 식 (14)의 형태로 표현하였을 때, β에 따른 $f(\beta)$의 변화를 그래프로 표현해 보면 그림 1과 같이 된다. 그림 1은 I/I_0가 0.5810일 때의 경우이다. 식 (7)을 만족하는 β, 즉, 식 (14)가 0이 되는 경우의 β를 찾기 위해서는 시행오차법 또는 수치해석법을 이용하여야 하고, β가 구해지면, 식 (15)에 의해서 흙의 전단파 속도를, 그리고 식 (13)에 의해서 흙의 전단탄성계수를 구할 수 있게 된다.

$$G = \rho v_s^2 \tag{13}$$

$$\frac{I}{I_0} = \beta\tan\beta \qquad (7\ \text{again})$$

$$f(\beta) = \frac{I}{I_0} - \beta\tan\beta \tag{14}$$

$$v_s = \beta\cdot\omega_n L \tag{15}$$

한편, 식 (15)의 ω_n은 공진주 실험시스템의 고유주파수를 의미한다. 공진주 실험으로부터 고유주파수를 결정하는 것은 기존의 공진주 실험장비 구성으로는 용이하지 않기 때문에, 일반적으로 고유주파수 대신 공진주파수를 사용하고 있다. 그러나, 전단변형률이 대변형률 영역에 속하게 되면 고유주파수와 공진주파수의 차이는 커지게 되므로, 식 (15)의 전단파 속도 계산에 있어서 고유주파수를 사용하도록 하여야 한다.

공진주 실험으로부터 공진주 실험에서 동적응답의 위상각 스펙트럼을 측정하도록 하면, 고유주파수의 결정은 매우 용이하게 된다. 즉, 위상각 스펙트럼을 계산한 후, 위상각이 90°가 되는 주파수가 고유주파수가 되기 때문이다. 그림 2는 공진주 실험으로부터 측정될 수

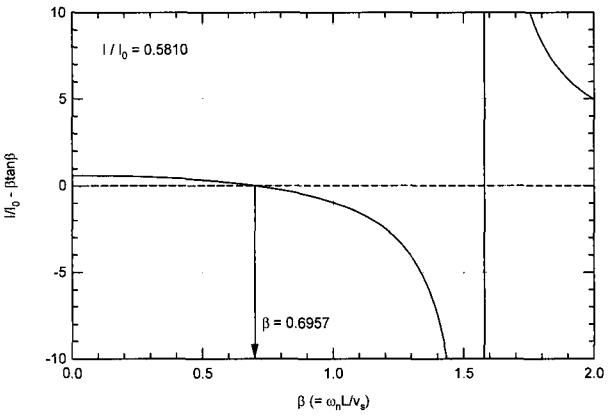


그림 1. $I/I_0 = 0.5810$**일 때,** β**에 따른 함수** $f(\beta)$**의 변화**

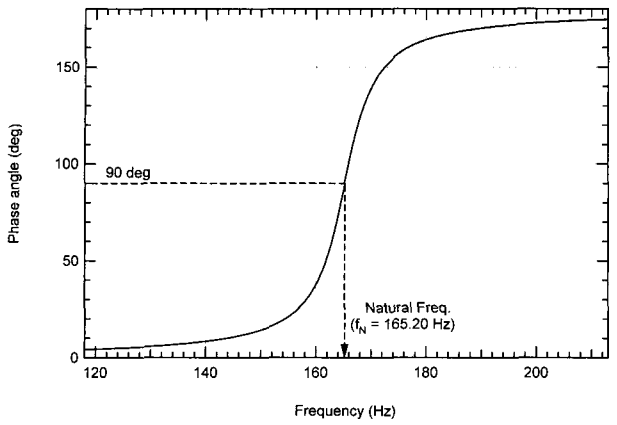


그림 2. 동적응답의 위상각 스펙트럼으로부터 고유주파수의 결정

있는 위상각 스펙트럼의 예를 보여주고 있다.

3.2 전단변형률

공진주 실험에 대한 운동방정식의 기본모드 일반해는 식 (16)과 같다. 식 (16)에서 $U(x)$는 식 (17)로 표현된다.

$$\theta(x,t) = U(x)q(t) \tag{16}$$

$$U(x) = B\sin\frac{\omega_n x}{v_s} \tag{17}$$

공진주 실험에서 시료의 각변형량을 시료의 상단에서($x = L$) 측정하고, 그 변형량을 $U(L)$이라고 한다면, 식 (17)의 상수 B는 식 (18)로 표현된다.

$$B = \frac{U(L)}{\sin(\omega_n L/v_s)} \tag{18}$$

따라서, 식 (18)을 식 (17)에 대입하게 되면, 식 (17)은 식 (19)로 다시 표현되고, 시간 t일 때, 위치 x에서의 전단변형률은 식 (20)로 표현할 수 있다.

$$U(x) = \frac{U(L)}{\sin(\omega_n L/v_s)}\sin\frac{\omega_n x}{v_s} \tag{19}$$

$$\gamma(x,t) = r\frac{d\theta(x,t)}{dx} = r\frac{U(L)}{\sin(\omega_n L/v_s)}\cdot\frac{\omega_n}{v_s}\cdot\cos\frac{\omega_n x}{v_s}\cdot q(t) \tag{20}$$

식 (20)의 $q(t)$는 조화함수이기 때문에, 위치 x에서 최대 전단변형량은 식 (21)이 된다.

$$\gamma(x)_{\max} = \frac{rU(L)}{\sin(\omega_n L/v_s)}\cdot\frac{\omega_n}{v_s}\cdot\cos\omega_n x \tag{21}$$

결과적으로, 시료 상단에서의 최대전단변형률은 식 (22)와 같이 표현되고, 등가 최대전단변형률은 식 (23)과 같이 결정된다.

$$\gamma(x)_{\max} = \frac{rU(L)}{L}\frac{\beta}{\tan\beta} \tag{22}$$

$$\gamma(x)_{\max,eq} = C\cdot\frac{rU(L)}{L}\frac{\beta}{\tan\beta} \tag{23}$$

여기서, $C = r_{eq}/r_0$ (원통형 시료 = 0.79)이고, r_{eq}은 시료의 등가반지름, r_0은 시료의 반지름이다.

한편, 기존의 공진주 실험 자료해석에서는 시료의 각 변형량이 시료의 높이 방향에 따라 일정하게 증가하는 것으로 가정하였다. 그러나, 이러한 가정은 잘못된 것으로, 기존의 가정에 따른 전단변형률은 식 (24)와 같이 표현된다.

$$\gamma(x)_{\max,conventional} = \frac{rU(L)}{L} \tag{24}$$

즉, 식 (22)와 식 (24)를 비교하여 볼 때, 기존의 방법에 있어서는 $\beta/\tan\beta$의 항이 누락되어 있는 것을 알 수 있다. 한편, $\beta/\tan\beta$는 I/I_0에 따라 달리 결정되는 것으로 그림 3과 같은 경향을 보이고 있다. I/I_0가 큰 경우, 즉 시료상단 부착요소의 관성모멘트가 작은 경우는 기존의 방법으로 전단변형률을 구할 때 오차를 초래하게 된다. 예를 들어, I/I_0=14.02인 경우 $\beta/\tan\beta$는 0.1534로서, 기존의 방법으로 구한 전단변형률은 실제 전단변형률보다 무려 6.52배나 크게 평가되게 되는 것이다. 따라서, 공진주 실험자료에 대해 전단변형률을 계산할 때는 사용하는 공진주 실험장비의 관성모멘트비 I/I_0를 정확하게 계산하여 이를 고려한 전단변형률 계산이 되도록 하여야 한다. 참고로, Stokoe 형식의 텍사스대학 공진주

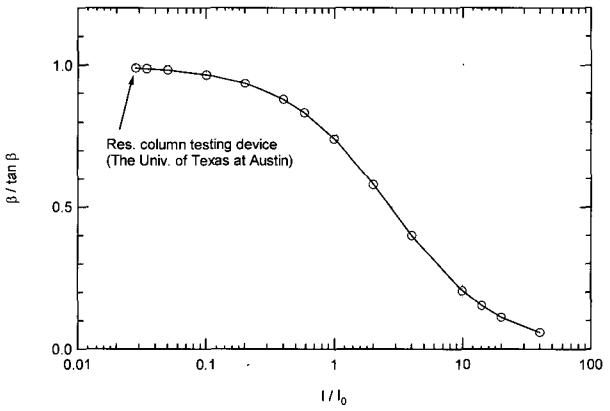


그림 3. 관성모멘트비 I/I_0에 따른 $\beta/\tan\beta$의 경향

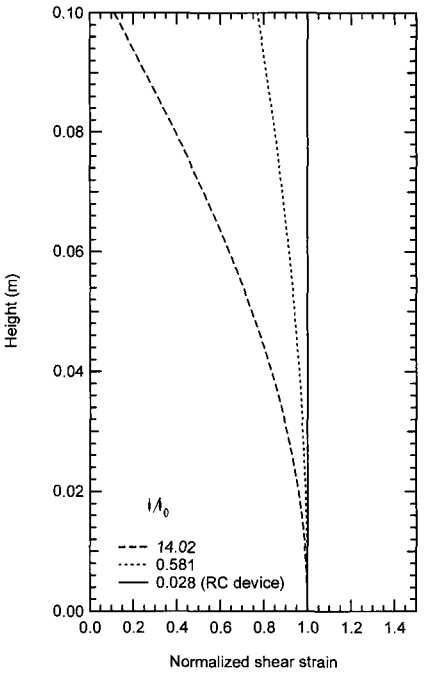


그림 4. I/I_0 에 따른 전단변형률의 분포

실험장비는 I/I_0가 0.028로서 $\beta/\tan\beta$는 0.99이 되어 실제보다 약 0.94% 과대평가하는 것으로 계산되어, 다행히도 기존의 전단변형률 계산방식으로도 큰 오차를 초래하지 않았던 것으로 평가된다. 그림 4에는 관성모멘트비 I/I_0에 따른 전단변형률의 경향을 비교하였다. 관성모멘트비 I/I_0가 14.02인 경우와는 달리, Stokoe 형식의 텍사스대학 공진주 실험장비의 경우는 거의 직선경향으로 시료의 높이방향으로 전단변형률이 동일함을 확인할 수 있다.

3.3 재료감쇠비

공진주 실험에 있어서 재료감쇠비는 하프-파워 대역폭법, 자유진동감쇠법, 주파수-위상각법 등으로 측정할 수 있다. 이 중 하프-파워 대역폭법은 비교적 쉽게 적용할 수 있지만, 시료가 비선형 거동을 보이는 경우 재료감쇠비가 과대하게 측정되는 단점이 있고, 측정된 재료감쇠비에 대한 전단변형률을 명확히 규정하기 어려운 단점이 있다. 또한, 자유진동감쇠법의 경우도 전단변형률에 대한 정의문제와 진동수에 따른 재료감쇠비의 변화 등과 같은 문제점이 있다. 그러나, 주파수-위상각법(조성호 외, 2000)은 공진주 실험 시스템의 고유주파수와 공진주파수에서의 위상각을 구하여 이로부터 재료감쇠비를 측정하는 방법으로(그림 5), 하프-파워 대역폭법 및 자유진동감쇠법의 단점을 극복할 수 있는 방법이다. 이는 주파수-위상각법이 재료의 선형성을 가정할 필요가 없기 때문에 재료의 비선형 영역에서도 적용가능하며, 또한 재료의 고유주파수와 임의 주파수에서의 위상각 정보만 필요로 하기 때문에, 자유진동감쇠법에서처럼 별도의 진동하중 재하로 인한 시료 교란가능성을 제거할 수 있기 때문이다.

주파수-위상각법은 공진주 실험시스템의 동적증폭계수 M과 동적응답의 위상각 ϕ를 이용하는 방법으로, 식 (12)의 동적증폭계수 M은 식 (25)와 같이 이해할 수 있다. 즉, 공진주 실험 시스템의 동적변위는 가속도계의 변위에 비례하고, 정적변위는 가해준 비틂력에 비례한다. 또한, 가속도계의 변위는 가속도를 시간에 관해 두 번 적분한 것과 동일하고, 시스템에 가해지는 비틂력은 시스템 코일의 입력전압 V_0의 제곱과 비례하기 때문에, 결과적으로 시스템 코일의 입력전압 V_0가 일정할 때, 동적증폭계수는 시스템의 변위 즉, 가속도를 가진주파수로 두 번 나누어 준 것에 비례하게 된다.

$$M = \frac{\theta_{dynamic}}{\theta_{static}} \propto \frac{U/r}{T_0/K_{sp}} \propto \frac{\ddot{U}/\omega^2}{V_0^2} \propto \ddot{U}/\omega^2 \quad (25)$$

여기서, U는 시스템의 변위, T_0는 시스템에 가해지는 비틂력, r은 시스템 구동판의 반경, K_{sp}는 시스템의 스프링 상수로서 $T_0L/(GJ)$이며, $\ddot{U}$는 시스템의 가속도, ω는 시스템에 가해지는 하중의 가진주파수, V_0는 시스템의 코일에 가해지는 전압을 의미한다.

한편, 식 (10)의 위상각에 관한 관계식은 시스템의 감쇠계수 ξ를 구하는데 적용될 수 있다. 즉, 식 (10)을 ξ에

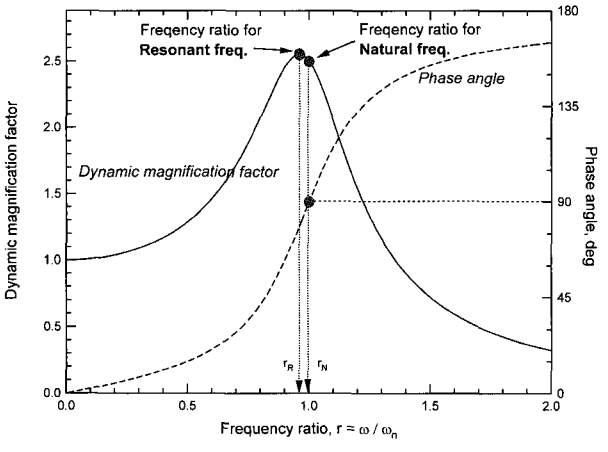


그림 5. 주파수 응답곡선의 진폭 스펙트럼과 위상각 스펙트럼 (조성호 외, 2000)

관해서 정리하면, 다음의 식 (26)와 같은 형태로 된다.

$$\xi\,(\%) = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_n}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_n}\right)\tan\phi \times 100 \qquad (26)$$

여기서, ω_n은 시스템의 고유주파수이다. 즉, 공진주 실험에서 위상각 ϕ는 동적증폭계수 곡선의 위상각 스펙트럼에서 구할 수 있는 항이고, 가진 주파수도 정해져 있는 값이기 때문에, 고유주파수만 알 수 있으면 식 (26)에 의해서 시스템의 감쇠비를 계산할 수 있다.

4. 유한요소해석에 의한 검증

본 연구에서 제안한 공진주 실험의 자료분석 및 해석방법을 검증하기 위하여, 공진주 실험의 정상상태 진동 (steady-state vibration) 및 자유진동 (free vibration)을 유한요소해석으로 수치모사하였다. 정상상태 진동으로 동적증폭계수 및 위상각 스펙트럼을 구하였으며, 자유진동으로 자유진동 감쇠곡선을 구하였다. 본 연구에서 수행한 유한요소해석은 상용프로그램인 ABAQUS를 사용하였으며, 정상상태 진동은 "steady-state dynamics"과 자유진동은 "direct integration"을 사용하였다.

유한요소해석에 사용된 모델은 그림 6에 도시된 바와 같이, 직경 5cm, 높이 10cm의 원통형 시료 위에 두께 0.5cm의 디스크 형상의 구동판 (drive plate)을 올려놓았다. 유한요소모델의 기본물성은 표 1에 요약한 바와 같다.

본 연구에서는 동일한 토사시료에 대해 두 가지 종류의 알루미늄 구동판에 대해 공진주 실험을 수치모사하였다. 각각의 알루미늄 구동판은 각기 다른 관성모멘트비 I/I_0를 가지고 있는 것으로 하였고, 구동판의 관성모멘트는 단위중량의 크기를 달리함으로써 조정하였다. 각기 다른 구동판이 설치된 시료에 대하여 수행한 유한요소 해석결과를 전단탄성계수, 재료감쇠비, 전단변형률의 형태로 정리하였다.

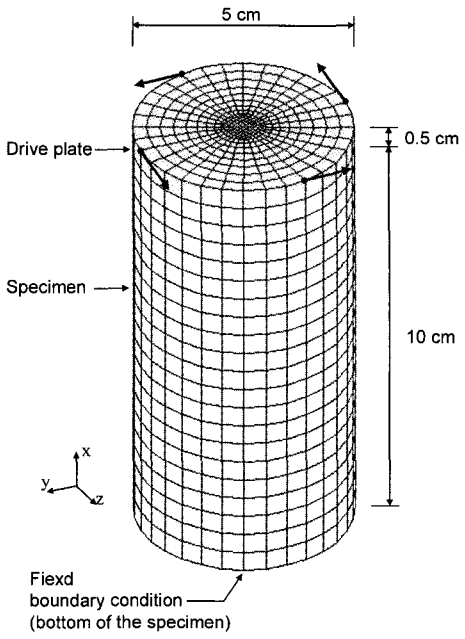


그림 6. 공진주 실험 시스템의 유한요소 해석모델

4.1 전단탄성계수

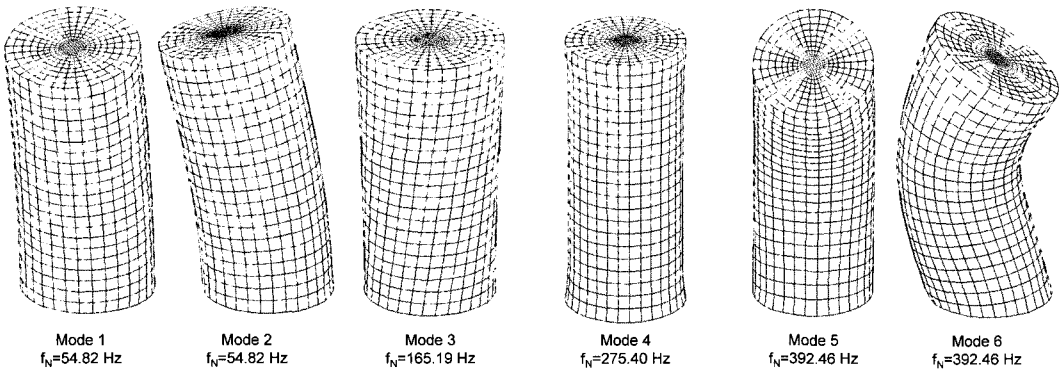
일반적인 공진주 실험에서와 같이, 시료와 시료상단 부착요소로 구성된 전체 시스템의 동적증폭계수 곡선을 결정하기 위해서 유한요소해석에 의해 조화진동 실험을 수치모사하였다. 우선 비틂진동 모드의 고유주파수를 알기위해 고유치 해석을 수행하였으며, 그림 7에서와 같이 I/I_0=0.5810인 경우는 165.19 Hz, I/I_0=14.02인 경우는 348.17 Hz의 고유주파수를 가지게 됨을 확인하였고, 이를 근거로 I/I_0=0.5810인 경우는 주파수 대역을 118~213 Hz로, I/I_0=14.02인 경우는 주파수 대역을 250~450 Hz로 설정하여 조화진동 공진주 실험을 수치모사하였다. 조화진동 공진주 실험에 의해서 동적증폭계수와 위상각 스펙트럼은 그림 8과 같이 결정되었는데, I/I_0=0.5810의 경우 및 I/I_0=14.02 모두에 있어서 유한요소해석과 본 연구가 거의 동일하게 일치함을 확인할 수 있었다.

또한, 유한요소해석결과로부터 위상각이 90°가 되는

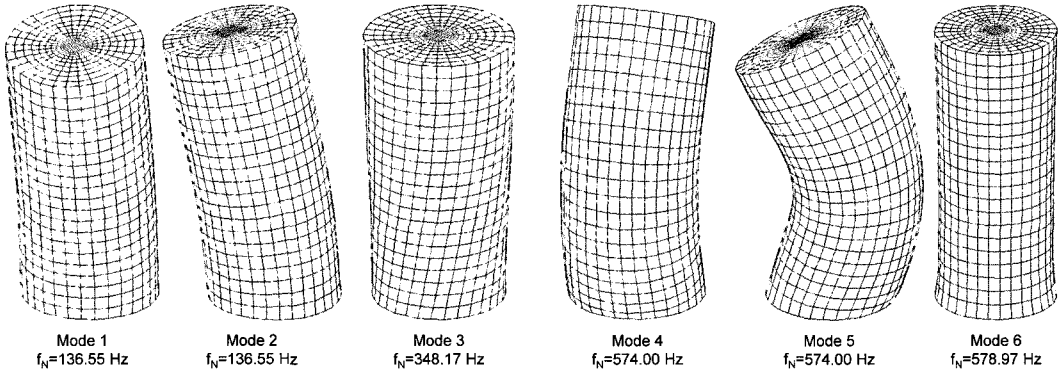
표 1. 공진주 실험시스템에 대한 유한요소모델의 기본물성

물성 / 요소	재료	단위중량 (kg/m³)	전단파 속도 (m/sec)	전단탄성계수 (MPa)	영탄성계수 (MPa)	포아송비	관성모멘트비* (I/I_0)
시료	토사	1900	150	42.8	114	0.333	-
구동판	알루미늄	65410	1897	2.35×10^5	6.28×10^5	0.333	0.5810
		2710	1897	9.75×10^3	2.60×10^4	0.333	14.02

주 * I : 시료의 관성모멘트, I_0 : 구동판의 관성모멘트



(a) I/I_0 = 0.5810



(b) I/I_0 = 14.02

그림 7. 공진주 실험시스템의 고유모드

표 2. 유한요소해석에 의해 결정된 시료의 전단파 속도와 전단탄성계수

관성모멘트비 (I/I_0)	β	고유주파수*			공진주파수**		
		고유주파수 (Hz)	전단파 속도 (m/sec)	전단탄성계수 (MPa)	공진주파수 (Hz)	전단파 속도 (m/sec)	전단탄성계수 (MPa)
0.5810	0.6957	165.20	149.2	42.3	164.99	149.0	42.2
14.02	1.467	348.50	149.3	42.3	346.94	148.6	42.0

주 * 본 연구에서 제안한 방법.
** 기존의 공진주 실험자료 분석에서 사용하는 방법.

지점으로부터 고유주파수를 결정하였고, 또한 동적증폭계수가 최대로 되는 지점인 공진주파수를 결정하였다. 그리고, 고유주파수와 공진주파수를 이용하여 식 (13), (15)를 적용하여 구한 시료의 전단파 속도와 전단탄성계수를 표 2에 요약하였다. 유한요소해석을 위해 가정했던 전단탄성계수가 42.8 MPa, 전단파 속도가 150 m/sec 이었음을 참고하여 볼 때, 고유주파수를 이용하는 것이 더욱 정확한 결과를 제시함을 확인할 수 있었다. 그리고, 관성모멘트비는 시료의 전단파 속도와 전단탄성계수의 결정에 영향을 주지 않았다.

4.2 재료감쇠비

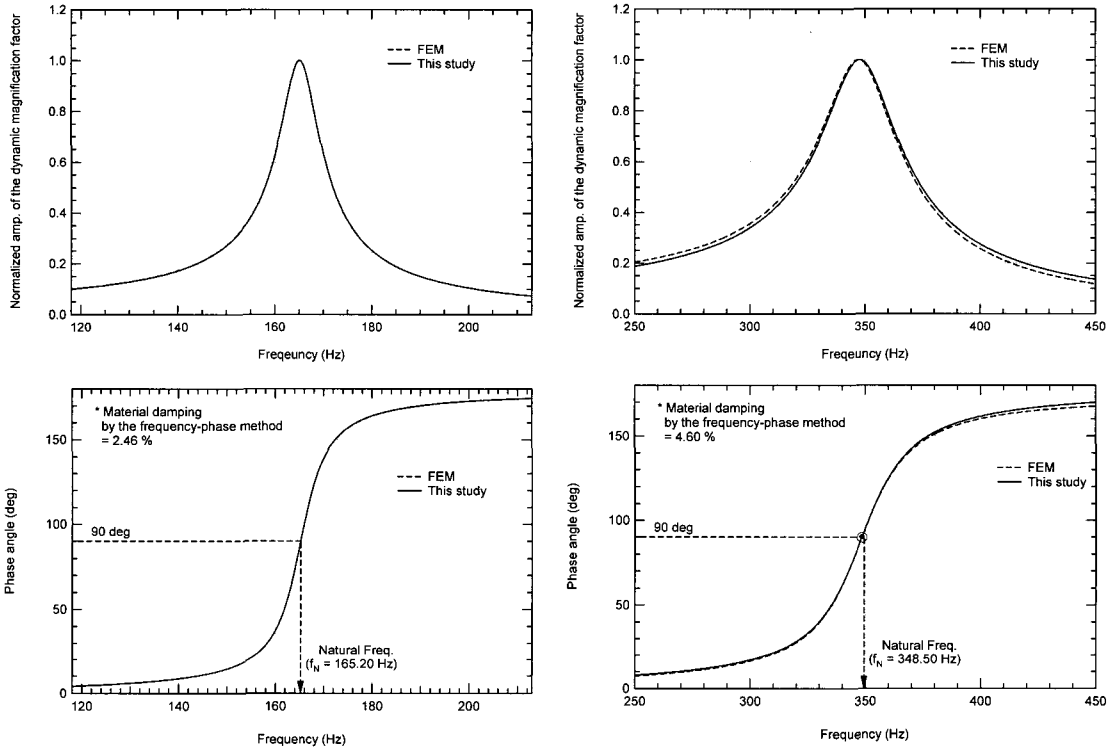
공진주 실험에서 시료의 재료감쇠비는 주파수-위상각법, 하프-파워 대역법, 자유진동감쇠법 등에 의해서 결정할 수 있다. 주파수-위상각법과 하프-파워 대역법은 조화진동측정으로 결정되는 동적증폭계수 곡선이 필요하고, 자유진동감쇠법은 자유진동곡선이 필요하므로, 유한요소해석에 의해 조화진동과 자유진동을 모두 수치모사하였다.

조화진동의 유한요소해석에 의한 동적증폭계수 곡선과 위상각 스펙트럼을 이용하여 주파수-위상각법, 하프-파워 대역법을 적용한 결과를 그림 8, 9에 도시하였고,

자유진동의 유한요소해석에 의한 자유진동감쇠법을 적용한 결과는 그림 10에 도시하였다. 각 방법에 의해 결정된 재료감쇠비는 표 3에 요약된 바와 같이, 동일한 관성모멘트비의 시료에 대해 세 가지 방법 모두 동일한 재료감쇠비를 제시함을 알 수 있다. 따라서, 이로부터 본 연구에서 제안한 주파수-위상각법은 신뢰성이 있음을 확인할 수 있었다.

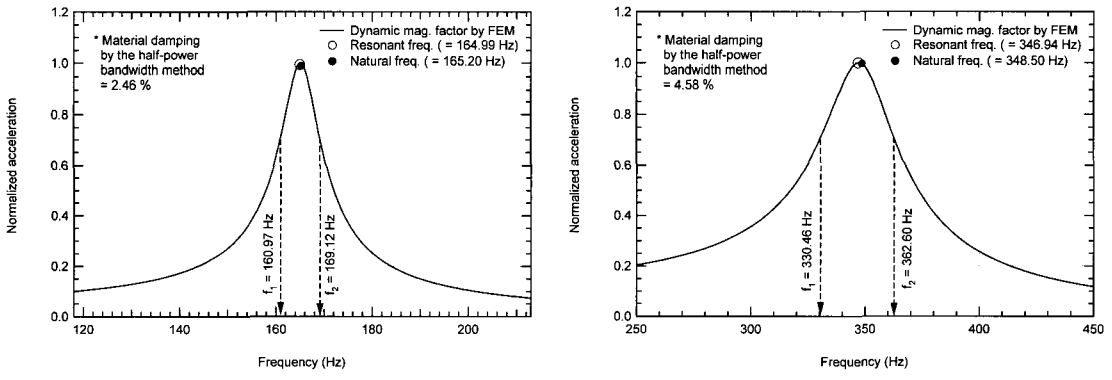
표 3. 유한요소해석결과에 대해 결정된 시료의 재료감쇠비

관성모멘트비 (I/I_0)	주파수-위상각법 (%)	하프-파워 대역법 (%)	자유진동감쇠법 (%)
0.5810	2.46	2.46	2.46
14.02	4.60	4.58	4.58



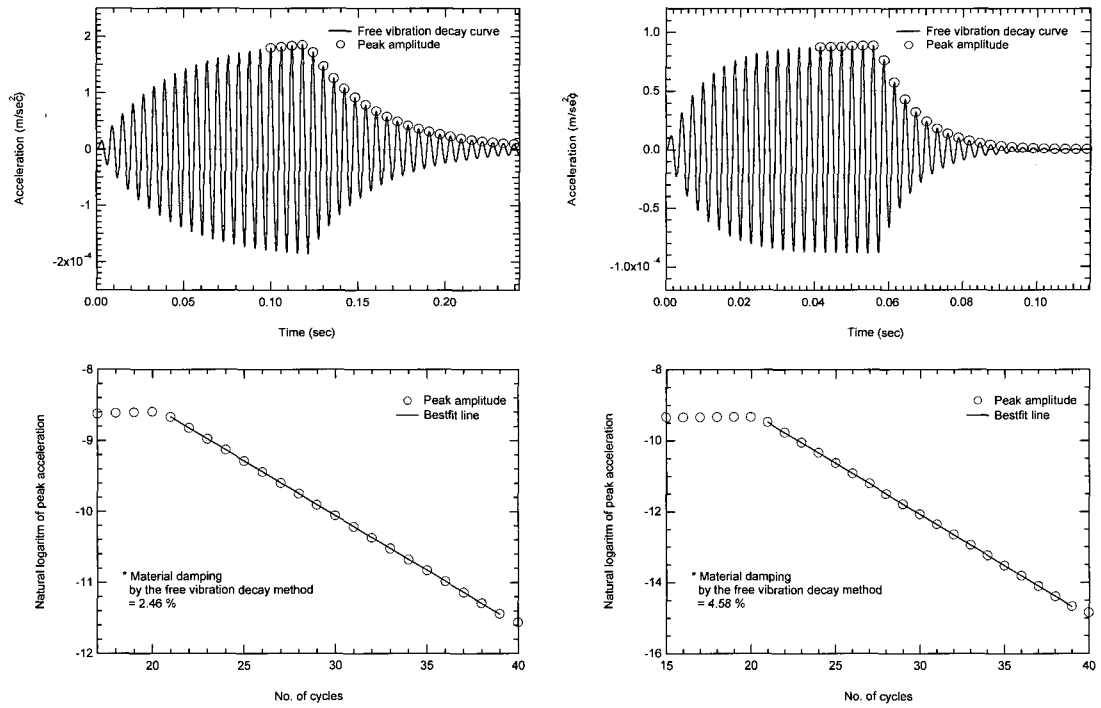
(a) I/I_0 = 0.5810 (b) I/I_0 = 14.02

그림 8. 시료상단에서의 동적증폭계수와 위상각의 분포, 주파수-위상각법에 의한 재료감쇠비



(a) I/I_0 = 0.5810 (b) I/I_0 = 14.02

그림 9. 하프-파워 대역법에 의한 재료감쇠비



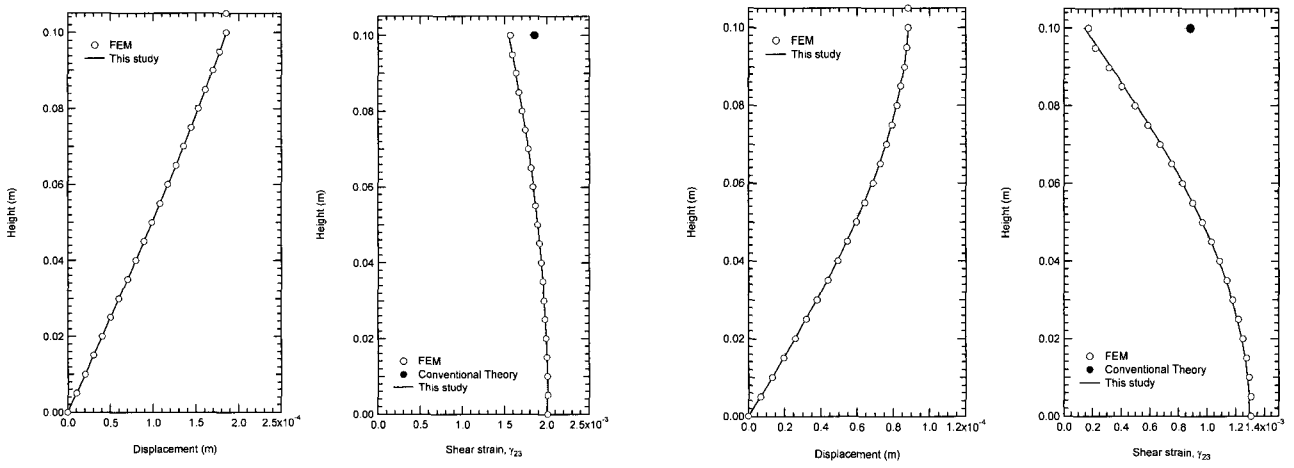
(a) I/I_0 = 0.5810 (b) I/I_0 = 14.02

그림 10. 자유진동 감쇠법에 의한 재료감쇠비

4.3 전단변형률

공진주 실험에서의 전단변형률은 각변형량의 미분치를 이용하여 결정한다. 공진주 실험에서 측정하고자 하는 전단변형률은 시료의 높이방향인 x축에 대한 것으로 식 (19)의 각변형량을 x축에 대한 미분인 식 (22)에 대해서 결정된다.

관성모멘트비 I/I_0가 0.5810과 14.02에 대해서 수행한 유한요소해석 결과와 본 연구의 제안식인 식 (22), 그리고 기존의 방식대로 계산한 결과를 그림 11에 비교하여 도시하였다. 관성모멘트비 I/I_0가 14.02인 경우, 시료의 거동은 그림 11(b)에서와 같이 시료상단 부착요소가 없는 고정단-자유단 조건과 같이 정현파 경향을 보이고 있는 반면, 관성모멘트비 I/I_0가 0.5810인 경우, 시료의 거동은 거의 직선으로 나타나고 있다. 따라서, 시료의 전단변형률도 시료의 각변형량 경향과 상응하게



(a) I/I_0 = 0.5810 (b) I/I_0 = 14.02

그림 11. 위치에 따른 변위 및 전단변형률의 분포

나타나고 있으며, 관성모멘트비 I/I_0가 작을수록 기존 방식으로 구한 전단변형률과 실제 전단변형률과의 차이가 작아짐을 확인할 수 있다.

5. 실제 토사 시료에 대한 적용

본 연구에서 제안한 공진주 실험자료 분석 및 해석기법을 실제 토사시료에 적용함으로써, 그 기법의 적용성을 확인하고자 하였다. 또한, 본 연구의 방법과 기존의 방법으로 해석한 결과를 비교함으로써, 새로이 제안된 기법의 타당성을 평가하고자 하였다.

본 장에서 사용한 시료는 노건조된 주문진 표준사를 사용하여 과소다짐(undercompaction) 하여 시료를 조성하였다. 본 실험에서 사용한 공진주 실험장비는 중앙대학교에서 자체제작한 것으로서, 관성모멘트비 I/I_0는 0.03421, $\beta/\tan\beta$는 0.9887인 특징을 가지고 있다.

본 장에서 수행한 공진주 실험은 모두 8개의 구속압력을 사용하여 수행하였으며, 측정된 전단변형률은 $3.797\times10^{-4}\%\sim9.698\times10^{-2}\%$의 범위로서 저변형률 대역에서 대변형률 대역에 이르기까지 측정되었다. 각 구속압력에 대한 동적증폭계수와 위상각 스펙트럼은 그림 12에 도시한 바와 같다.

우선적으로 위상각 스펙트럼을 이용하여 위상각이 90°가 되는 주파수, 즉 고유주파수를 결정하였고, 또한 최대 동적증폭계수에 해당되는 공진주파수를 결정하였다. 결정된 고유주파수를 이용하여 식 (13), (15)에 의해 전단탄성계수를 구하였다. 기존의 방법대로 구한 전단탄성계수와 본 연구에서 제안한 방법으로

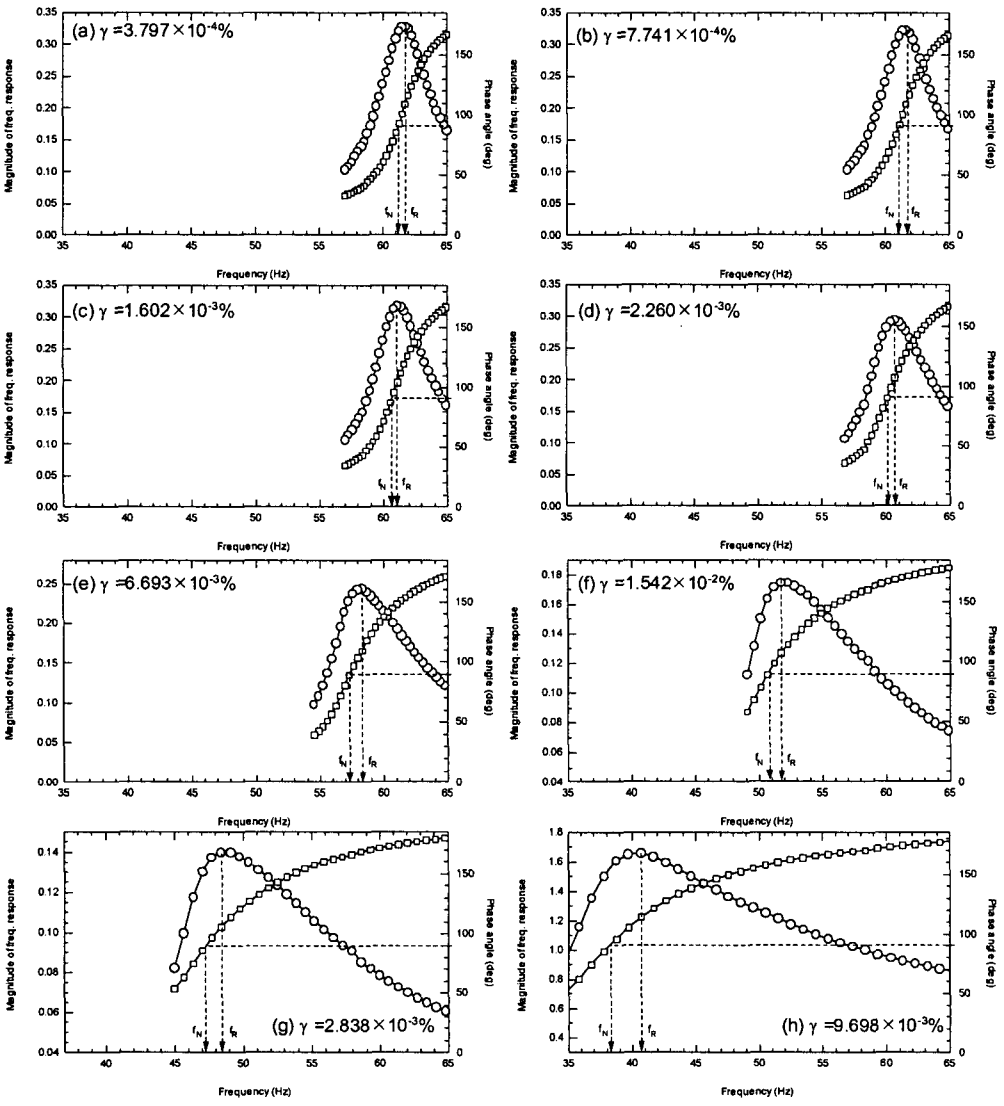


그림 12. 공진주 실험으로 결정한 동적증폭계수와 위상각 스펙트럼

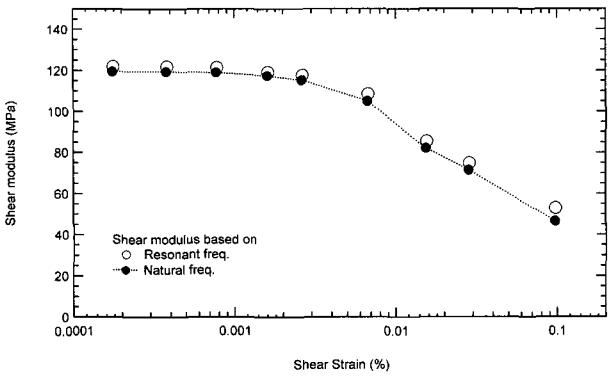


그림 13. 공진주파수에 의한 전단탄성계수와 고유주파수에 의한 전단탄성계수의 비교

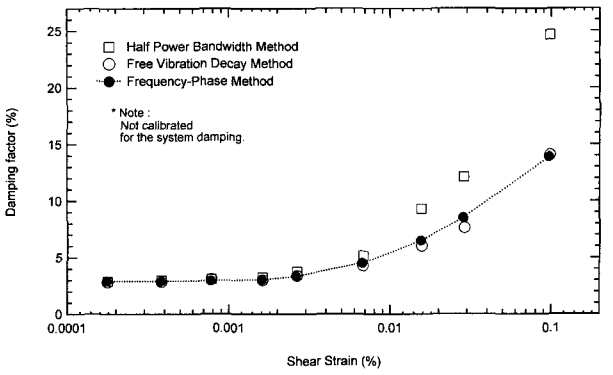


그림 14. 재료감쇠비 결정을 위한 하프-파워 대역법, 자유진동감쇠법, 주파수-위상각법의 비교

구한 전단탄성계수를 그림 13에 비교하였는데, 본 연구의 방법으로 구한 전단탄성계수가 다소 작게 평가되었으며, 그 차이는 대변형률 대역으로 가면서 더욱 크게 되었다.

한편, 재료감쇠비는 하프-파워 대역법, 자유진동감쇠법, 주파수-위상각법으로 결정하였으며, 각각의 방법으로 결정된 재료감쇠비를 그림 14에 비교하였다. 하프-파워 대역법에 의한 방법은 대변형률 대역에서 매우 큰 값을 제시하고 있으나, 반면 자유진동감쇠법과 주파수-위상각법은 거의 동일한 값을 제시하고 있음을 알 수 있다. 그러나, 저변형률 대역, 즉 선형구간에서는 세가지 방법 모두 유사한 값을 제시하고 있다. 일반적으로 알려져 있는 바와 같이, 저변형률 대역에서는 모든 방법이 유효하나, 대변형률 대역에서는 하프-파워 대역법 보다는 자유진동감쇠법이 신뢰도가 높기 때문에, 본 연구에서 제안하는 주파수-위상각법의 신뢰도와 적용성은 합리적인 것으로 판단된다.

6. 요약 및 결론

공진주 실험은 흙의 동적 특성을 평가하기 위하여 1960년 이후 널리 활용되고 있다. 공진주 실험은 시료에 동적 하중을 가하여 그에 대한 동적 응답을 측정하여 흙의 특성을 측정하는 것으로서, 고전적인 토질실험과는 달리 전자장비에 의존하는 측정과 신호분석에 의한 자료처리를 필요로 한다. 전자장비와 자료분석 기술이 미흡했던 1960년대와는 달리, 최근의 기술은 보다 더 정확하고 신뢰성 높은 공진주 실험을 가능하게 하고 있다. 따라서 본 연구에서는 최근 발전된 전자기술에 상응하여 높은 신뢰도의 공진주 실험이 가능하도록 하는 새로운 공진주 실험의 자료분석 및 해석 기법을 제안하였다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 전단탄성계수의 결정에 있어서 기존의 방법은 선형 스펙트럼의 공진주파수를 이용하였으나, 본 연구에서는 동적증폭계수 곡선의 고유주파수를 이용하는 방법을 제안하였다.
(2) 재료감쇠비의 계산에 있어서 본 연구에서는 동적증폭계수와 위상각 스펙트럼을 사용하는 주파수-위상각법을 제안하였다.
(3) 전단변형률의 계산에 있어서 기존의 방법은 시료의 선형 변형이라는 가정을 적용하고 있으나, 본 연구에서는 이를 배제하는 보다 합리적인 공식을 제안하였다.
(4) 본 연구에서 제안한 공진주 실험의 자료분석 및 해석기법을 검증하기 위하여 유한요소해석을 수행하였다. 두 가지 경우의 관성모멘트비에 대한 유한요소해석에 있어서 본 연구 제안식들의 신뢰성을 확인할 수 있었다.
(5) 주문진 표준사에 대한 실제 실험자료에 대한 적용을 통하여, 본 연구의 적용성을 확인할 수 있었으며, 기존 방법과의 비교를 통하여 기존 방법으로 해석한 결과의 문제점을 지적하였다.

감사의 글

본 연구는 2002년도 중앙대학교 학술연구비 지원에 의해 이루어진 것으로서 이에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. 조성호, 황선근, 김동수, 우규석 (2000), "재료감쇠비측정을 위한 주파수위상각법", 대한토목학회논문집, 제21권, 제2-c호, pp.119-129.
2. 조성호, 권병성, 황선근, 강태호 (2003), "점성을 고려한 공진주 실험의 이론적 모델링", 지반공학회 논문집, 제19권, 제4호.
3. Hardin, B.O. (1965), "The Nature of Damping in Sands", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol.91, January, pp.63-97.
4. Hardin, B.O. (1970), "Suggested Method of Test for Shear Modulus and Damping of Soils by the Resonant Column", *Special Procedures for Testing Soil and Rock for Engineering Purposes*, ASTM, pp.516-529.
5. Richart, F. E., Jr., Hall, J. R., Jr., and Woods, R. D. (1969), Vibration of Soils and Foundations, Prentice Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey.
6. Hwang, S. K. (1997), Dynamic Properties of Natural soils, Ph.D. Dissertation The University of Texas at Austin, Austin, Texas.
7. Isenhower, W. M. (1979), Torsional Simple Shear/Resonant Column Properties of San Francisco Bay Mud, M.S. Thesis, The University of Texas at Austin, Austin, Texas.
8. Ishihara, K. (1996), Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics, Oxford University Press Inc., New York.

(접수일자 2003. 1. 27, 심사완료일 2003. 5. 26)