

## 단순 비선형 모델을 이용한 자동차 충격흡수기의 동특성 모델링 기법 연구

한 형 석<sup>\*1)</sup> · 서 정 원<sup>1)</sup> · 노 규 석<sup>1)</sup> · 허 승 진<sup>2)</sup> · 김 기 훈<sup>3)</sup>

한국기계연구원<sup>\*1)</sup> · 국민대학교<sup>2)</sup> · 한국자동차부품연구원<sup>3)</sup>

### Dynamic Modeling of Automotive Shock Absorbers Using Simple Nonlinear Models

Hyungsuk Han<sup>\*1)</sup> · Jeongwon Seo<sup>1)</sup> · Gyusuk Rho<sup>1)</sup> · Seungjin Heo<sup>2)</sup> · Kihun Kim<sup>3)</sup>

<sup>\*1)</sup>New Transportation System Group, Korea Institute of Machinery & Materials, 171 Jang-dong, Yousong-gu,  
Daejeon 305-343, Korea

<sup>2)</sup>Mechanical and Automotive Engineering, Kookmin University, Seoul 136-702, Korea

<sup>3)</sup>Korea Automotive Technology Institute, 74 Yongjeong-ri, Pungse-myeon, Cheonan 330-912, Korea

(Received 2 May 2003 / Accepted 7 July 2003)

**Abstract** : The shock absorber is a part having a direct influence on the ride comfort, stability and dynamic load prediction of a vehicle. Thus, a rationally modeled shock absorber should be required in the dynamic analysis of vehicles. This thesis presents a modified model, based on Worden's hyperbolic tangent function, in order to fit experimental data on the velocity-damping force of a shock absorber. The hyperbolic tangent function correctly indicates the characteristics of a shock absorber, and has the advantage of containing physical causality. To evaluate the method, comparative evaluations of the linear model, the 5th polynomial model and Worden's model were carried out. The function presented in this paper is not only simple but also makes it possible to estimate the function coefficients easily and visually. In addition, it has the advantage of containing physical causality. Lastly, it effectively models the damping force of a shock absorber.

**Key words** : Shock absorber(충격흡수기), Empirical dynamics modeling(경험적 동역학 모델링), Hyperbolic tangent, Damping force(감쇠력)

#### Nomenclature

f : force(N)  
c : damping coefficient (Ns/m)  
v : velocity(m/s)  
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  : shape coefficients

#### 1. 서론

자동차의 충격흡수기는 차량의 승차감, 안정성, 동하중에 직접적으로 영향을 주는 부품이기 때문에 차량 동역학 해석에 있어서 충격흡수기의 합리적인 모델이 요구된다. 합리적인 동적 모델이란 전 운전 범위에서 감쇠력을 잘 표현할 뿐만 아니라 설계 인자와의 인과 관계를 알 수 있는 모델이라고 사료된다. 충격흡수기는 일반적으로 속도, 변위에 비선형적 특성을 나타낸다. 이러한 특성을 모델하기 위한

\*To whom correspondence should be addressed.  
hshan@kimm.re.kr

방안의 하나로 실험 데이터로부터 모델을 추정하는 경험적 동역학 모델링 (Empirical dynamics modeling)이 활용되고 있다. 경험적 동역학 모델링 기법은 비선형성을 명시적으로 고려하기 힘든 문제에 대해 실험 결과만을 이용해 모델하는 기법이다. 즉 경험적 동역학 모델링에서는 충격흡수기의 속도, 변위에 따른 비선형성을 묵시적으로 모델하게 되는 것이다. Fig. 1은 랜덤 가진 실험에 의하여 얻어진 전형적인 충격흡수기의 힘-시간 곡선을 보여주고 있다. 실험의 변위 데이터는 PSD상에서 주파수의 2승에 반비례하는 신호이며, 고 차단은 0.3 Hz, 저 차단은 50 Hz 이다. 그리고 데이터 샘플링 주파수는 512 Hz 이다. Fig. 2는 Fig. 1의 실험데이터를 수치 미분하여 생성한 힘-속도 곡선을 나타낸다. Fig. 2에서와 같이 속도-감쇠력은 비선형 특성을 보인다. 이러한 특성을 모델하기 위하여 보편적으로 이용되는 것 중의 하나가 다항식을 이용한 적합이다.<sup>1)</sup> Worden<sup>2)</sup>에 의하면 이 방법은 효과적으로 실험 데이터를 표현하나 곡선 집합에 이용된 주파수 영역에 신뢰성

이 한정되고 추정된 매개변수가 물리적 의미를 내포하지 못하는 단점이 있다. Barber와 Fash 등의 연구자들은 신경망을 이용한 경험적 동역학 모델링을 연구하였는데 실험과 모델 사이의 차이가 미미하여 좋은 결과를 보였다.<sup>3-7)</sup> 단점으로는 신경회로망은 쉽게 적용하기 어려운 면이 있고, 설계 변수와의 인과관계를 알기 어렵다는 것이다.

본 논문에서는 Worden이 Hyperbolic tangent 함수를 이용하여 제안한 모델을 보완하여 새로운 모델을 제안한다. Hyperbolic tangent 함수는 충격흡수기의 특성을 잘 표현하면서도 물리적인 인과관계를 포함하고 있는 장점이 있다. 제안된 방법을 평가하기 위하여 선형 모델, 5차 다항식 모델 및 Worden이 제안한 함수에 대하여도 비교 평가하였다. 그 결과 단순 함수로도 Fig. 2와 같은 충격 흡수기의 특성을 잘 표현할 수 있음을 볼 수 있었고 차량 동역학 해석에 쉽게 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

## 2. 단순 비선형 모델

본 논문에서 제안하는 모델을 포함하여 4종의 단순 함수 모델의 검토가 이루어진다.

### 2.1 선형 모델

가장 간단한 모델로 식 (1)과 같이 표현되며 일반적으로 주요 운전 주파수에서 얻어진 힘-속도 실험 데이터를 최소자승법(least square approach)을 이용하여 감쇠계수를 추정한다.

$$\text{Model 1 : } f(v) = cv \quad (1)$$

이러한 모델은 물리적 의미를 내포하고 있으며 간단한 함수인 장점을 가지나 비선형을 표현하지 못하는 단점이 있다. 본 논문에서는 Fig. 1의 랜덤 가진 실험데이터에 적용하기 위하여 특정한 주파수가 아닌 Fig. 2에 대한 최소자승법으로 감쇠 계수를 추정한다.

### 2.2 다항식 모델

이 모델은 현재 널리 이용되는 모델로 식 (2)와 같이 표현된다.

$$\text{Model 2 : } f(v) = \sum_{i=1}^N c_i v^i + c_0 \quad (2)$$

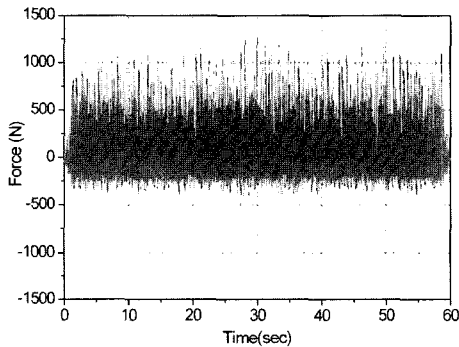


Fig. 1 Force-time curve from experimentation

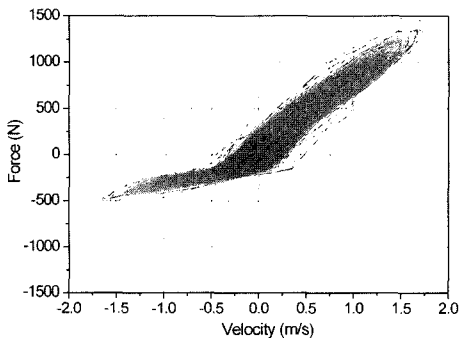


Fig. 2 Force-velocity curve from experimentation

식 (2)의 차수는 적합 정도의 시각적 판단 또는 오차의 크기로 결정할 수 있다. 본 논문에서는 시각적 판단에 의하여 차수를 결정하였으며 계수 추정은 MATLAB의 polyfit() 함수를 이용한다.

### 2.3 Hyperbolic tangent 함수 모델

Worden이 제안한 모델로 식 (3)과 같이 정의된다.

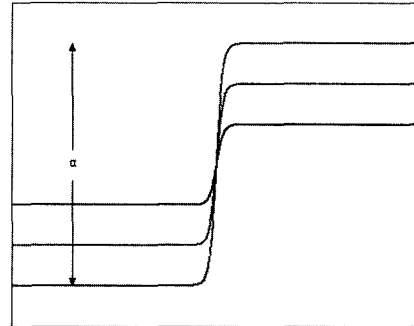
$$\text{Model 3 : } f(v) = cv + a[\tanh(\beta v + \gamma) - \tanh(\gamma)] \quad (3)$$

식 (3)에서의 계수들은 Hyperbolic tangent 함수의 크기변환(scaling), 병진 변환(translation), 회전 변환(rotating) 의미를 갖는다. 구체적으로 Fig. 3에서 각 계수의 의미를 보여주고 있는데,  $\alpha$ 는 Hyperbolic tangent 함수의 진폭의 변화를 나타내고  $\beta$ 는 기울기의 변화를 나타낸다. 또한  $\gamma$ 는 함수의 기준점 변화를 나타내며,  $c$ 는 회전변환의 의미를 가진다. 식 (3)의 계수를 추정하는 방법으로 Worden은 최적화 기법을 도입하였다.<sup>2,8)</sup> Gradient descent 방법과 같은 최적화 기법을 도입하고 목적함수 계산에 실험 결과를 이용하였다. 본 논문에서는 Worden이 이용한 방법을 도입하여 적용하였으나 초기값에 민감하고 수렴하지 못하는 결과를 보여 최적화 기법을 사용하지 못하였다. 수치적으로 만들어진 데이터는 수렴하였으나 Fig. 2의 실측 데이터에는 수렴하지 못하는 어려움이 있었기 때문이다. 수렴하지 못한 이유는 실험데이터는 변위만 측정하고 속도는 수치적 미분에 의하여 만들어졌기 때문에 노이즈의 효과적인 제거가 이루어지지 않았기 때문으로 판단된다. 최적화 기법을 적용하기 위해서는 노이즈의 합리적인 제거와 최적값에 가까운 초기값 추정이 요구된다고 할 수 있다. 본 논문에서는 시각적 판단에 의하여 시행 오차법으로 계수들을 추정하였다. 여기서 각 계수는 독립적으로 함수의 형상에 영향을 미치기 때문에 계수 추정에 어려움은 없다.

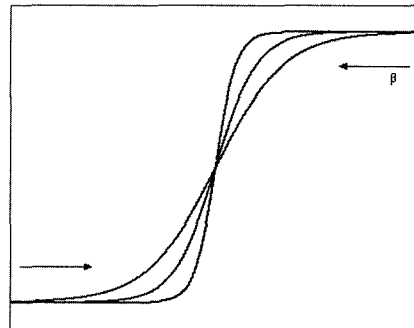
### 2.4 보완된 Hyperbolic tangent 함수 모델

본 논문에서는 2.3절에서와 같이 Worden이 제안한 모델의 단점을 보완하여 식 (4)와 같은 형태를 제안한다.

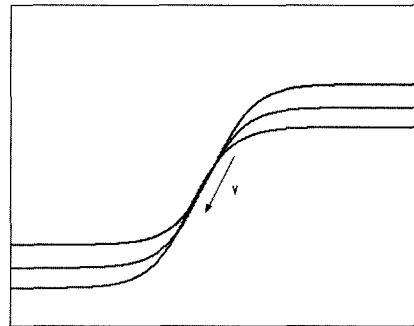
식 (4)에서 마지막 항을 추가한 이유는 식 (3)을



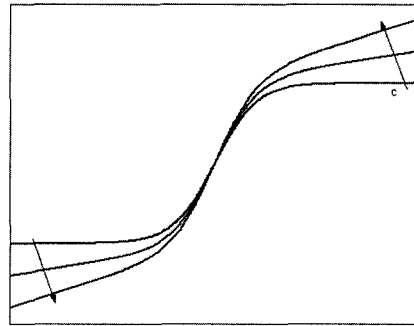
(a) Effect of  $\alpha$



(b) Effect of  $\beta$



(c) Effect of  $\gamma$



(d) Effect of  $c$

Fig. 3 Behavior of the hyperbolic tangent function under variation of the parameters

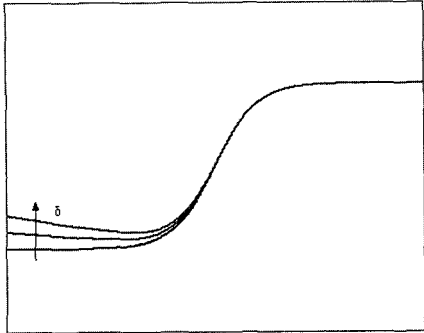


Fig. 4 Behavior of the hyperbolic tangent function under variation of  $\delta$

Fig. 2의 실험데이터에 적용하였을 때 음의 속도 영역에서 오차가 상대적으로 크게 나타났기 때문이다.

$$\text{Model 4 : } f(v) = cv + a[\tanh(\beta v + \gamma) - \tanh(\gamma)] + \delta \min(0, v) \quad (4)$$

식 (4)에서 마지막 항의 효과는 Fig. 4에서와 같다. 그러므로 식 (4)는 식 (3)의 수정 모델이라고 할 수 있다. 식 (4)의 계수 추정은 2.3절에서 언급한 동일한 문제가 발생하여 시각적으로 추정한다. 전 절에서 언급한 것과 같이 각 계수가 독립적인 영향을 미치기 때문에 계수 추정에 어려움은 없다. 다음 장에서는 각 모델을 이용하여 Fig. 2에 적용해 비교평가를 수행한다.

### 3. 모델링 결과 및 검증

2장에서 설명한 4종의 모델을 Fig. 2의 실험 데이터에 적용하였다.

#### 3.1 추정

Table 1은 각 모델에 대하여 추정된 계수를 보여주고 있다.

당초 실험에서는 Fig. 1과 같이 시간-변위, 시간-힘 값을 측정한다. 이로부터 Fig. 2의 힘-속도 곡선이 수치적 미분에 의하여 계산되었다. 수치적으로 미분된 힘-속도 곡선에 최소자승법을 적용하여 Model 1에 대한 계수를 추정하였다. Model 2의 차수는 Fig. 2의 적합성에 대한 시각적 판단으로 결정하였다. 그 결과 5차를 선택하고 계수는 MAT LAB을 이용하여 추정하였다. Model 3, 4의 계수 추정은 전

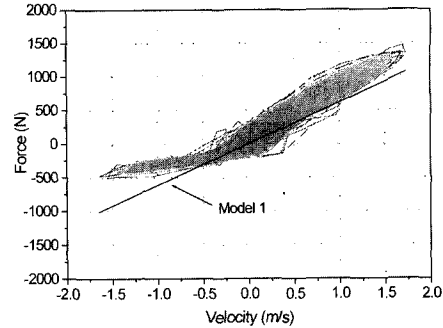


Fig. 5 Force-velocity curve from experiment compared with Model 1

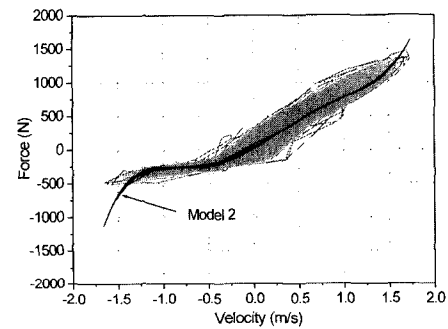


Fig. 6 Force-velocity curve from experiment compared with Model 2

Table 1 Estimated coefficients

Model	Coefficient	c	a	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
Model 1		614.3429				
Model 2		$c_0=14.48205, c_1=776.03666, c_2=359.10066$ $c_4=-407.1426, c_5=-112.27201, c_6=147.53509$				
Model 3		614.3429	150.0	5.0	-0.3	
Model 4		614.3429	150.0	5.0	-0.3	400

술한 바와 같이 시각적으로 추정하였다. Fig. 5~Fig. 8에서 실험 데이터와 추정된 각 Model에서 얻어진 곡선을 보여주고 있다. Model 1은 음의 속도 영역에서 오차가 크게 나타나는 것을 시각적으로 볼 수 있다. Model 2는 상대적으로 적합성이 좋은 것을 알 수 있다. 그러나 측정된 데이터 범위를 벗어나면 오차가 증가할 것으로 예상된다. Model 3은 양의 속도 영역에서는 적합이 잘 되나 음의 속도 부분에서는 차이가 큰 것을 알 수 있다. 본 논문에서 제안한 Model 4는 Model 3의 음의 속도 영역에서의 오차를 보정하는 방향으로 인하여 전체 영역에서 적합성이 좋은 것을 알 수 있다.

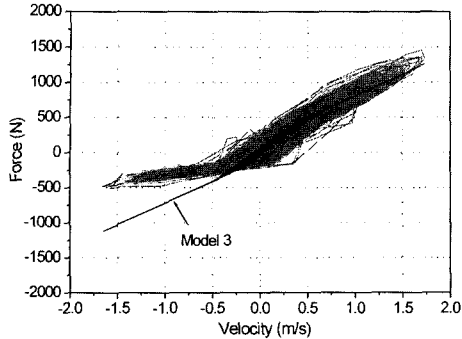


Fig. 7 Force-velocity curve from experiment compared with Model 3

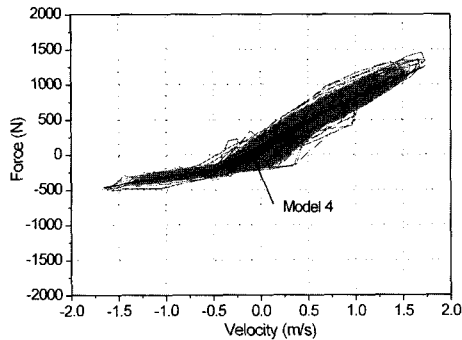


Fig. 8 Force-velocity curve from experiment compared with Model 4

### 3.2 평가

3.1에서 추정된 각 모델의 타당성을 평가하기 위하여 시간 영역 및 주파수 영역에서 감쇠력을 평가한다. 시간 영역에서의 검토를 위하여 각 Model에 실험에서 얻어진 힘-시간 곡선을 대입하여 비교하였다. Fig. 9~Fig. 12는 각 Model에서 얻어진 감쇠력을 실험값과 비교하여 보여주고 있다.

선형 모델에서 얻어진 Fig. 9를 보면 음의 속도 영역에서 차이가 크고 양의 속도에서는 변곡점에서 차이가 발생하는 것을 알 수 있다. 이러한 특성은 Fig. 5에서 예상할 수 있는 것이다. Fig. 10은 Model 2로부터 얻어진 결과로 전반적으로 적합이 잘 이루어지는 것을 알 수 있다.

200N~300N 영역의 변곡점에서는 차이가 상대적으로 다른 영역에 비하여 큰 것이 특징이다. Fig. 11은 Model 3에 대한 결과로 Fig. 7에서 예상할 수 있었던 것 같이 음의 속도 영역에서 오차가 크고 전체적

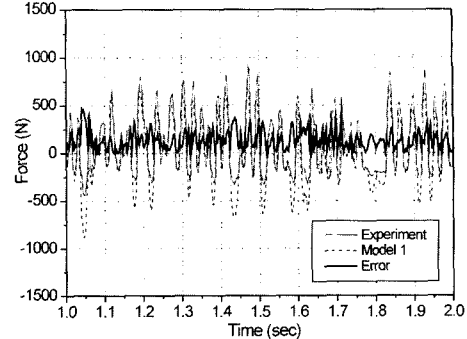


Fig. 9 Force data from experiment compared with Model 1

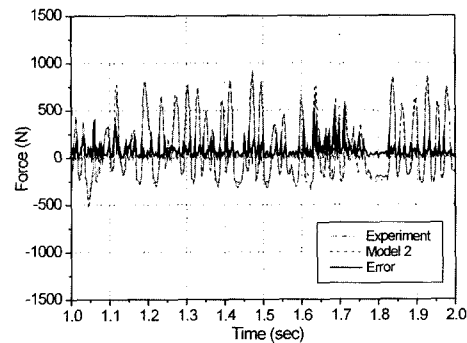


Fig. 10 Force data from experiment compared with Model 2

Table 2 RMS Error

Model	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
RMS Error	142.4520	80.0747	161.9410	81.6366

으로 변곡점에서 차이가 발생함을 알 수 있다. 이를 통하여 Model 3은 본 논문에서 적용하는 충격 흡수기에 적용하기 어렵다고 판단된다. Model 4에 대한 결과인 Fig. 12는 Model 1, Model 3에 비하면 전체적으로 적합성이 좋은 것으로 판단되며, Model 2와는 유사한 것을 알 수 있다.

적합성을 정량적으로 평가하기 위하여 실험값과 각 Model에서 얻어진 감쇠력에 대한 RMS(Root Mean Square) 오차를 구하여 비교하였다. Table 2는 실험 데이터 30,000개에 대해 각 Model 감쇠력에 대한 RMS 오차값을 보여주고 있다. Model 2, 4가 Model 1, 3에 비해 상대적으로 오차가 작음을 알 수 있고, Model 2와 Model 4가 유사한 값을 나타내고 있다.

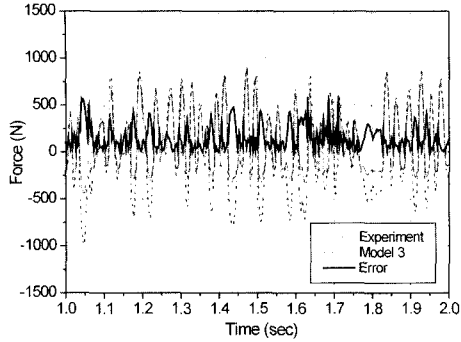


Fig. 11 Force data from experiment compared with Model 3

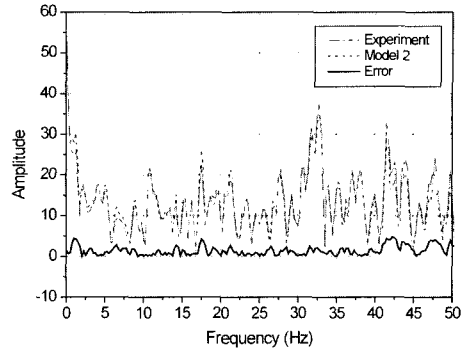


Fig. 14 FFT analysis curve from experiment compared with Model 2

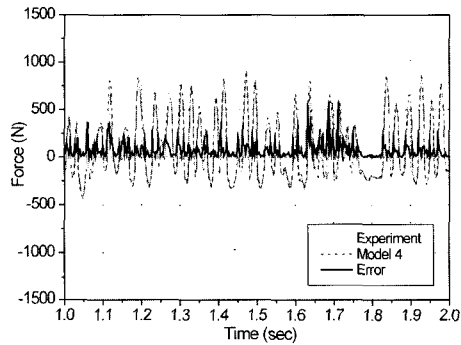


Fig. 12 Force data from experiment compared with Model 4

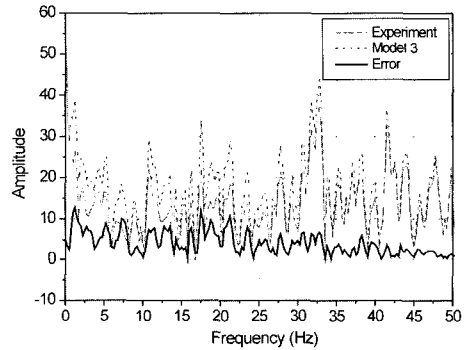


Fig. 15 FFT analysis curve from experiment compared with Model 3

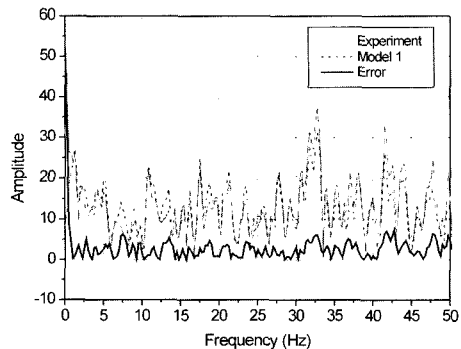


Fig. 13 FFT analysis curve from experiment compared with Model 1

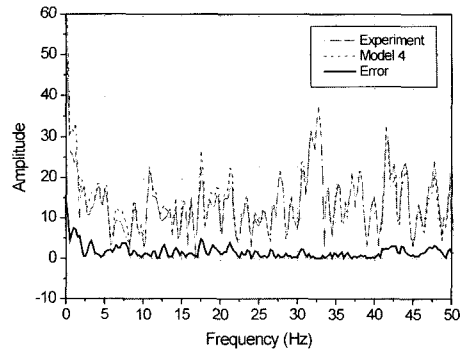


Fig. 16 FFT analysis curve from experiment compared with Model 4

Fig. 13~Fig. 16은 FFT 분석에 의한 진폭-주파수 특성을 보여주고 있다. Model 1은 0~50Hz 영역에서 전체적으로 차이가 있는 것을 볼 수 있다. 반면에 Model 2, Model 4는 전체적으로 실험과의 차이가 작은 것을 볼 수 있다. Model 3은 고주파수에서는 차이가 작으나 저주파수에서는 차이가 상대적으로 큰 것을 알 수 있다.

이상의 결과를 통하여 Model 2, Model 4가 Fig. 2 특성을 갖는 자동차 충격흡수기의 경험적 동역학 모델링으로 사용 가능함을 알 수 있다. 본 논문에서 제안한 Model 4는 간단한 함수이면서도 실험 데이터의 적합성이 좋은 것을 알 수 있다. 특히 Model 4

는 각 계수가 설계인자와의 인과관계를 의미하기 때문에 활용도가 높다고 할 수 있다.

#### 4. 결론

이상과 같이 4종의 함수를 이용하여 자동차 충격 흡수기의 경험적 동역학 모델링 연구를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 본 논문에서 제안하는 Hyperbolic tangent 함수에 기초한 Model 4가 자동차 충격 흡수기의 경험적 동역학 모델링으로 사용이 가능함을 알 수 있었다.

2) Model 4의 계수는 시각적으로 쉽게 추정이 가능하고 계수는 설계인자와의 인과관계가 있어 유용한 장점을 갖는다.

3) 5차 다항식으로 구성된 Model 2도 경험적 동역학 모델링으로 적용하기에 적합하다고 할 수 있다. 다만 설계인자와의 인과관계가 없는 것이 단점이라고 사료된다.

결과적으로 차량의 승차감, 안정성, 동하중 예측에 직접적으로 영향을 주는 충격흡수기의 경험적 동역학 모델링으로 본 논문에서 제안하는 간단한 함수를 적용하는 것이 가능할 것으로 기대된다.

#### 후 기

본 연구는 산업자원부에서 지원하는 미래형 자동차 기술개발 사업의 연구비로 수행되었음을 밝히며 본 연구의 지원에 대하여 감사드립니다.

#### References

- 1) K. Worden, G. R. Tomlinson, "Parametric and Nonparametric Identification of Automatic Shock Absorbers," Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, San Diego, pp.764-771, 1992.
- 2) S. Cafferty, J. Giacomini, K. Worden, "Simple Nonlinear Models for Automatic Shock Absorbers," 6th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics ISVR, pp.709-721, 1997.
- 3) A. J. Barber, "Accurate Models for Complex Vehicle Components Using Empirical Methods," SAE 2000-01-1625, pp.1-28, 2000.
- 4) J. W. Fash, "Modeling of Shock Absorber Behaviour Using Artificial Neural Network," SAE 940248, pp.1-10, 1994.
- 5) J. Giacomini, "Neural Network Simulation of an Automotive Shock Absorber," Engineering Applications of Artificial Intelligence 4, pp.59-64, 1991.
- 6) Y. C. Lee, H. S. Han, "Shock Absorber Modeling Using Artificial Neural Networks," 2001 Korea ADAMS User Conference, pp.1-6, 2001.
- 7) J. H. Lee, K. H. Park, S. J. Heo, "A Study on Modeling and Fault Diagnosis of Suspension Systems Using Neural Network," Transactions of KSAE, Vol.11, No.1, pp.95-103, 2003.
- 8) G. Genta, P. Campanile, "An Approximated Approach to the Study of Motor Vehicle Suspensions with Nonlinear Shock Absorber," Meccanica 24, pp.47-57, 1989.