한국정밀공학회지 제 20 권 제 9 호 (2003 년 9 월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 20, No. 9, September 2003.

회전 관절형 로봇 매니퓰레이터의 강인제어

신규현#, 이수한*

Robust Control of a Robot Manipulator with Revolute Joints

Kyu Hyeon Shin#, Soo Han Lee*

ABSTRACT

In this paper, a robust controller is proposed to control a robot manipulator which is governed by highly nonlinear dynamic equations. The controller is computationally efficient since it does not require the dynamic model or parameter values of a robot manipulator. It, however, requires uncertainty bounds which are derived by using properties of revolute joint robot dynamics. The stability of the robot with the controller is proved by Lyapunov theory. The results of computer simulations show that the robot system is stable, and has excellent trajectory tracking performance.

Key Words : Robot manipulator (로봇 매니퓰레이터), Uncertainty bounds (불확실한 한계), Robust control (강인제어), Lyapunov theory (리아푸노프 이론)

1. 서론

로봇 매니퓰레이터의 운동방정식은 복잡한 비선형항과 마찰, 외란, 하중의 변화 등과 같은 불확실한 요소들로 구성되어 있다. 또한 일부 비선형항들은 로봇의 자세, 속도에 민감하고 관절 사이의 연성 때문에 단순한 비례-적분-미분 제어기로는 정밀한 제어에 한계가 있다.[1] 그래서, 정밀도를 높이기 위하여 여러 가지 비선형 제어기가 연구되어 왔다.[2,3,4,5]

그 중 가장 일반적으로 알려져 있는 비선형 제어기는 계산 토오크 제어기(Computed-torque controller)이다. 그러나, 하중의 변화, 마찰력 등의 변수를 정확히 알기 어렵고 계산량이 많기 때문에 다축 로봇을 실시간으로 제어하는 것은 매우 어렵다.[3,7] 적절한 스위칭 평면을 설계하고 제어입력을 설계 평면 위에서 스위칭하는 가변구조 시스템 이론을 사용하여 설계한 가변구조 제어기(Variable structure controller)에 관한 연구도 활발히 진행되어 왔다.[8,9,10] 가변구조 제어기는 매니퓰레이터의 정확한 동역학 모델링을 필요로 하지 않는다는 장점은 있으나 불연속적인 궤환 제어신호가 빠른 채터링(Chattering)을 초래하는 단점이 있다. 최근에는 퍼지 제어기나 신경회로망에 대한 연구가 많이 진행되어 왔는데, 시스템에 대한 사전 지식이 없어도 학습이나 경험을 통해 제어가 가능하다는 장점은 있으나 시스템의 안정도 해석이 어렵고 학습 속도 등에 문제가 있다.[2,10]

근래에 와서는 매니퓰레이터 제어를 시스템의 불확실성에 초점을 둔 연구가 진행되어 왔는데, 그 중 대표적인 것이 강인제어(Robust control)와 적응제어(Adaptive control)이다. 적응제어는 간혹 복

접수일: 2003 년 1 월 16 일; 게재승인일: 2003 년 7 월 11 일
교신저자: 울산대학교 대학원 기계자동차공학과
E-mail: khshin111@mail.ulsan.ac.kr, Tel: (052) 259-2149
* 울산대학교 기계자동차공학부

잡한 적응법칙으로 인해 많은 양의 온라인 계산이 필요한 경우도 있다.[1,12] 여러 가지 강인제어 이론 중에서 리아푸노프 이론을 기초로 한 강인제어 기법은 불확실성, 비선형성, 외란 등을 가지는 시스템을 효율적으로 제어할 수 있어 많은 연구가 진행되고 있으나 채터링이 발생하거나,[14] 제한 범위 내의 오차 값을 가지고 또한 정상상태 위치오차가 존재하는 등의 문제점이 있다.[15,16]

본 연구에서는 계산량이 비교적 적은 새로운 강인제어기를 제안한다. 먼저 관성행렬, 코리올리력 및 원심력, 중력, 마찰력과 같은 비선형항들의 제한 범위를 구하고, 여기서 구한 제한 범위를 제안한 제어기의 안정도 해석에 사용한다. 그 다음 리아푸노프(Lyapunov) 이론을 적용하여 제안한 제어기의 안정도를 증명한다. 여기서 제안한 강인제어는 제어 시에 시스템의 동적 모델링을 필요로 하지 않고 속도오차와 위치오차의 측정만으로 제어토크가 계산된다. 마지막으로 전산 모의실험을 통해 제어기의 성능을 검증한다.

2. 로봇의 운동방정식 및 특성

일반적으로 로봇의 운동방정식은 다음과 같다.[1]

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F_d\dot{\theta} + F_s(\dot{\theta}) + T_d. \quad (1)$$

여기서, θ는 관절 변수로 $n\times1$ 벡터, $M(\theta)$는 관성행렬로 대칭이며 양의 한정인 $n\times n$ 행렬이고, $V(\theta,\dot{\theta})$는 코리올리력 및 원심력 항을 포함하는 $n\times n$ 행렬이다. $G(\theta)$는 중력 항을 포함하는 $n\times1$ 벡터, F_d는 일정한 값의 대각 행렬로 동적 마찰 항을 포함하는 $n\times n$ 행렬, $F_s(\dot{\theta})$는 정적 마찰 항을 포함하는 $n\times1$ 벡터이다. 그리고 T_d는 부정확하게 모델링 된 운동방정식에 주어지는 외란으로 $n\times1$ 벡터이고, τ는 일반화된 힘으로 $n\times1$ 벡터이다. 식(1)은 유도의 편의상 아래와 같이 표시한다.

$$\tau = -M(\theta)\dot{r} - V(\theta,\dot{\theta})r + w. \quad (2)$$

여기서, $n\times1$ 벡터인 r은 위치오차 벡터와 속도오차 벡터에 동일한 가중치를 준 것으로 $r = e + \dot{e}$이고, 추종오차는 다음과 같이 정의한다.

$$e = \theta_d - \theta, \quad \dot{e} = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}. \quad (3)$$

여기서, θ_d는 미분 가능한 원하는 궤적이고, 식(2)에서 w는 아래와 같이 표현된다.

$$w = M(\theta)(\ddot{\theta}_d + \dot{e}) + V(\theta,\dot{\theta})(\dot{\theta}_d + e) + G(\theta) + F_d\dot{\theta} + F_s(\dot{\theta}) + T_d. \quad (4)$$

식(4)는 로봇의 동적 특성을 이용하여 관성행렬 항, 코리올리력 및 원심력 항, 중력 항, 마찰력 항 그리고 외란 항의 크기가 제한적임을 알 수 있으므로, 아래와 같이 나타낼 수 있다.[13]

$$\| w \| \le \delta_0 + \delta_1 \| e \| + \delta_2 \| \dot{e} \| + \delta_3 \| e \| \| \dot{e} \|. \quad (5)$$

여기서, $\delta_0, \delta_1, \delta_2$, 그리고 δ_3은 양의 상수이다.

3. 제어기 설계

본 연구에서는 아래와 같은 강인제어기를 제안한다.

$$\tau = k_p e + k_v \dot{e} + k_a \| e \| r + V_R. \quad (6)$$

여기서,

$$V_R = \frac{\delta_0^{\,2} r}{\| r \| \delta_0 + \varepsilon}$$

이고, $\dot{\varepsilon} = -k_\varepsilon \varepsilon$, $\varepsilon(0) > 0$ 이며, k_p, k_v, k_a, 그리고 k_ε은 양의 스칼라 량이다.

제안한 제어기의 블록선도는 Fig. 1 과 같다.

본 연구에서 제안한 강인제어기의 안정성을 증명하기 위해 리아푸노프의 직접법을 사용한다. 먼저, 다음과 같은 리아푸노프 함수 후보를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} r^T M(\theta) r + \frac{1}{2} k_p e^T e + \frac{1}{2} k_v e^T e + k_\varepsilon^{-1} \varepsilon. \quad (7)$$

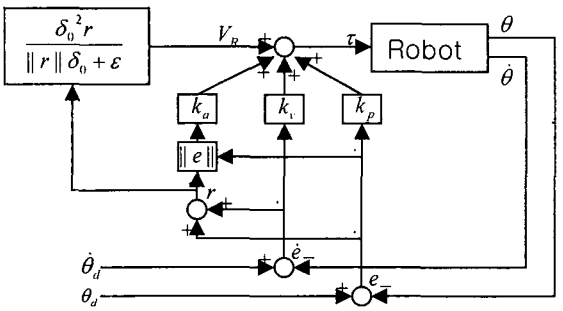


Fig. 1 Block diagram of the proposed controller

식(7)을 미분한 후, 식(2)와 식(6)을 이용하여 정리하면 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{V} = \frac{1}{2} r^T \{M(\theta) - 2V(\theta,\dot{\theta})\} r + r^T w - r^T V_R - k_p e^T e - k_v \dot{e}^T \dot{e} - k_a \| e \| r^T r - \varepsilon. \quad (8)$$

여기서, $\delta_1 \| r \| \| e \| \le \delta_1 (\| e \| + \| \dot{e} \|) \| e \|$ 와 $\delta_2 \| r \| \| \dot{e} \| \le \delta_2 (\| e \| + \| \dot{e} \|) \| \dot{e} \|$, 그리고 왜대칭 행렬의 성질과 식(5)를 이용하면 아래의 식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{V} \le -k_p \| e \|^2 - k_v \| \dot{e} \|^2 - k_a \| e \| \| r \|^2 - r^T V_R - \varepsilon + \delta_0 \| r \| + \delta_1 \| e \|^2 + \delta_2 \| \dot{e} \|^2 + (\delta_1 + \delta_2) \| e \| \| \dot{e} \| + \delta_3 \| e \| \| \dot{e} \| \| r \|. \quad (9)$$

식(9)에서 $k_a - \delta_3 > 0$ 일 경우에는 다음과 같이 간단한 형태로 나타낼 수 있다.

$$\dot{V} \le -X^T Q X, \quad \le 0. \quad (10)$$

여기서,

$$Q = \begin{bmatrix} k_p - \delta_1 & -\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \\ -\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} & k_v - \delta_2 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} \| e \| \\ \| \dot{e} \| \end{bmatrix}$$

이다. V 가 $\dot{V} \le 0$ 을 만족할 때 전체 시스템은 점근 안정하므로, 조건을 만족시키기 위해서는 행렬 Q 가 양의 한정(Positive definite)이어야 한다.

Gershgorin 정리 [1] 를 이용하여 행렬 Q 가 양의 한정일 조건을 구하면,

$$k_p > \frac{3}{2}\delta_1 + \frac{1}{2}\delta_2, \; k_v > \frac{1}{2}\delta_1 + \frac{3}{2}\delta_2 \quad (11)$$

이고, 위에서

$$k_a > \delta_3 \quad (12)$$

이다.

그러므로 본 논문에서 제안한 제어기에 의한 로봇 매니퓰레이터 시스템은 식(11)과 식(12)의 조건을 만족할 때 점근 안정하다.

4. 전산 모의 실험

제안한 제어기의 안정도와 제어 성능을 알아보기 위하여 전산 모의 실험을 실시한다. 적용한 로봇 모델은 2 관절 로봇이고, 식(1)의 운동방정식에 사용되는 행렬들은 다음과 같다.

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11}(\theta) & M_{12}(\theta) \\ M_{21}(\theta) & M_{22}(\theta) \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$V(\theta,\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h\dot{\theta}_2 & h(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ -h\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} G_1(\theta) \\ G_2(\theta) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

여기서,

$M_{11}(\theta) = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2 l_1 l_{c2} \cos\theta_2) + I_1 + I_2$

$M_{12}(\theta) = M_{21}(\theta) = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos\theta_2) + I_2,$

$M_{22}(\theta) = m_2 l_{c2}^2 + I_2,$

$h = -m_2 l_1 l_{c2} \sin\theta_2,$

$G_1(\theta) = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos\theta_1 + m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2),$

$G_2(\theta) = m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)$

이다. 식(1)의 마찰력 항은 아래와 같이 가정하였

고, 외란은 포함시키지 않았다.

$$\text{관절 1;}\ F_d\dot{\theta}+F_s(\dot{\theta})=2\dot{\theta}_1+5.5\,\mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1),$$
$$\text{관절 2;}\ F_d\dot{\theta}+F_s(\dot{\theta})=0.2\dot{\theta}_2+0.1\,\mathrm{sgn}(\dot{\theta}_2). \quad (16)$$

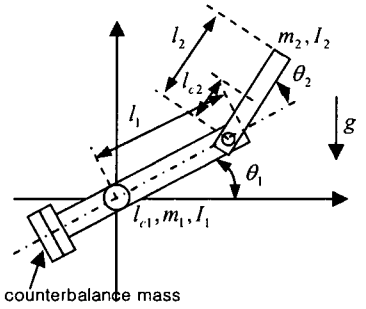


Fig. 2 Two-link robot manipulator

식(5)에서 $\delta_0, \delta_1, \delta_2$, 그리고 δ_3 의 값들은 기준궤적에서의 속도 및 가속도에 따라 많은 영향을 받는다. 전산 모의 실험에서 사용한 최고 속도는 관절 1 에서 $2\pi\ rad/s$, 관절 2 에서 $\pi\ rad/s$ 로 제한하였고, 최대가속도는 관절 1 에서 $2\pi^2\ rad/s^2$, 관절 2 에서 $\pi^2\ rad/s^2$ 로 제한하였다. 기준궤적은 아래와 같이 사이클로이드 함수를 선택하였다.

$$\theta_1(t)=\theta_1(0)+\frac{\theta_1(t_c)-\theta_1(0)}{2\pi}(\omega t-\sin\omega t),(0\le t\le t_c)$$
$$\theta_1(t)=\theta_1(t_c), \qquad (t_c\le t)$$

$$\theta_2(t)=\theta_2(0)+\frac{\theta_2(t_c)-\theta_2(0)}{2\pi}(\omega t-\sin\omega t),(0\le t\le t_c)$$
$$\theta_2(t)=\theta_2(t_c). \qquad (t_c\le t)$$

여기서, $t_c=1\mathrm{sec}$, $\theta_1(t_c)=0$, $\theta_2(t_c)=\pi/4$ 이고 $\omega=2\pi/t_c$ 이다. 또, 초기위치 및 속도는 $\theta_1(0)=-\pi/2$, $\dot{\theta}_1(0)=0$, $\theta_2(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$ 로 두었다. 사용한 δ, k_p, k_v, k_a 값과 k_ε 의 값은 Table 1 과 Table 2 에 각각 나타내었다.

Table 1 Uncertainty bounds

δ_0	δ_1	δ_2	δ_3
500	20	40	5

Table 2 Values of k_p, k_v, k_a and k_ε

k_p	k_v	k_a	k_ε
500	130	8	0.1

제안한 제어기의 성능비교를 위해 다음과 같은 PD 제어기를 선정한다.

$$\tau=k_pe+k_v\dot{e}. \quad (17)$$

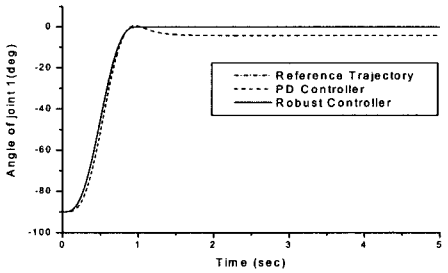
PD 제어기는 제어 이득에 따라서 제어성능이 달라지는데, 여기서는 비교의 목적으로 강인제어기의 PD 항과 이득 값이 같도록 정하였다. 로봇 모델의 주요 변수를 Table 3 에 나타내었다.

여기서, Link 1 은 카운터밸런스 질량을 이용하여 질량중심과 회전중심을 일치시켰다고 가정한다

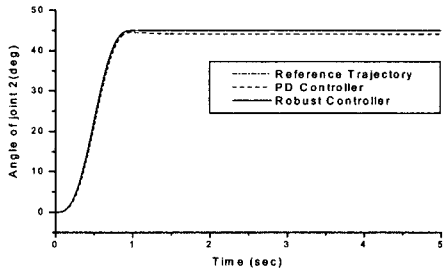
Table 3 Parameters of the manipulator

	Link 1	Link 2
질량 (m)	48 kg	5 kg
회전중심에서 끝 단까지의 길이 (l)	0.6 m	0.4 m
회전중심에서 질량 중심까지의 길이 (l_c)	0 m	0.2 m
너비 (b)	0.125 m	0.05 m
질량중심에서의 관성질량모멘트 (I)	3.33 kgm^2	0.068 kgm^2

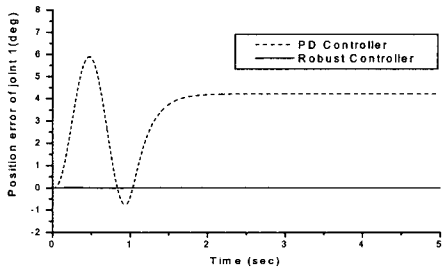
Fig. 3 은 부하질량이 없는 경우의 결과이다. 기준궤적에 대한 로봇 매니퓰레이터의 추종궤적은 Fig. 3 (a), (b)와 같다. Fig. 3 (c), (d), (e), (f)에서 PD 제어기의 최대 위치오차는 관절 1, 관절 2 에 대하여 각각 5.8989°, 1.1856° 이고, 최대 속도오차는 관절 1, 관절 2 에 대하여 21.0847°/s, 3.3843°/s 인 반면에 제안한 제어기는 최대 위치오차가 각각 0.0202° , 0.0035° 이고, 최대 속도오차는 각각 0.00019°/s , 0.000026°/s 로 아주 작았다. 또한 PD 제어기는 정상상태 위치오차가 관절 1, 관절 2 에 대해 4.2255°, 0.8623° 인 반면에 제안한 제어기의 정상상태 위치오차는 각각 영으로 수렴하였다. Fig. 3 (g), (h)의 제어력을 보면 PD 제어기나 제안한 제어기의 제어력은 그 크기와 경향이 비슷함을 알 수 있다.



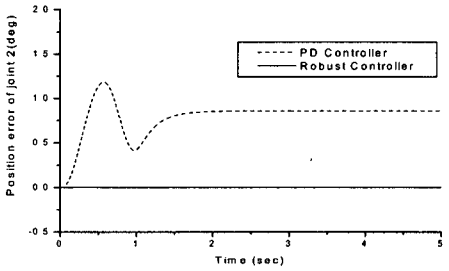
(a) Trajectory of joint 1



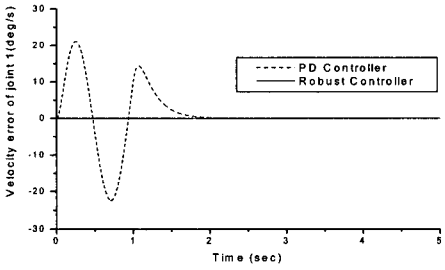
(b) Trajectory of joint 2



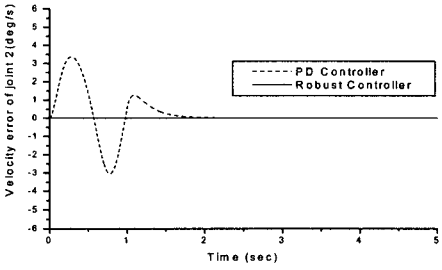
(c) Position error of joint 1



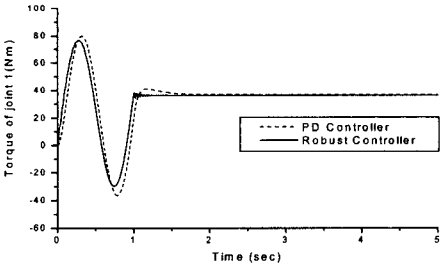
(d) Position error of joint 2



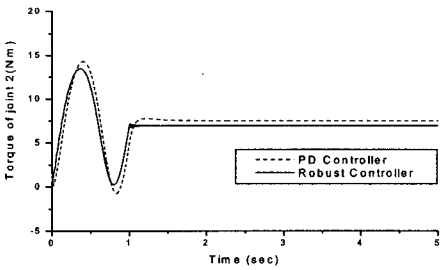
(e) Velocity error of joint 1



(f) Velocity error of joint 2

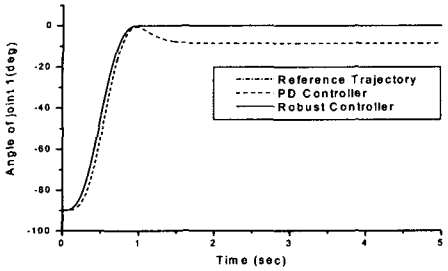


(g) Torque of joint 1

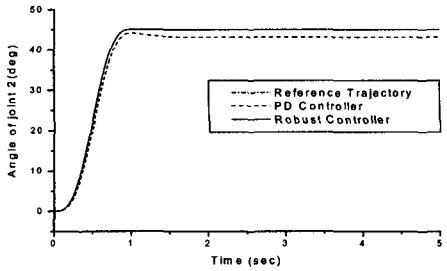


(h) Torque of joint 2

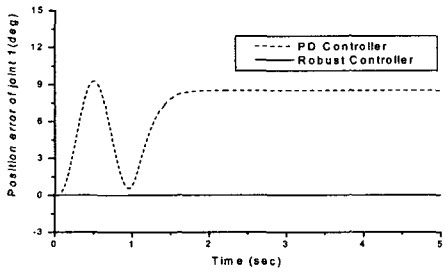
Fig. 3 Trajectory tracking performance without payload



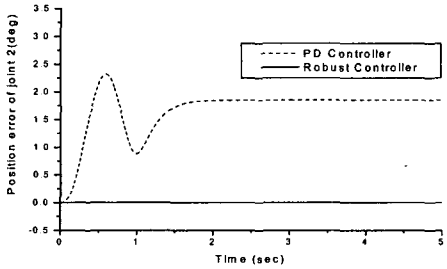
(a) Trajectory of joint 1



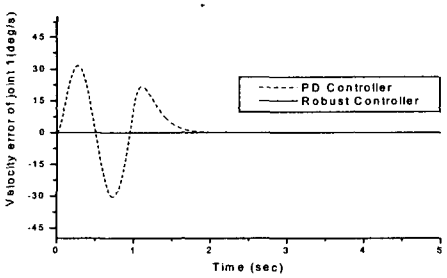
(b) Trajectory of joint 2



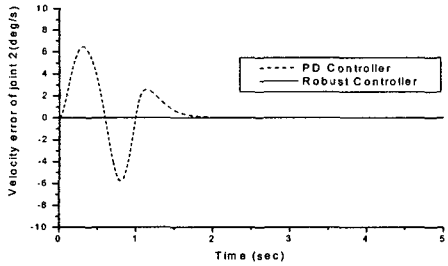
(c) Position error of joint 1



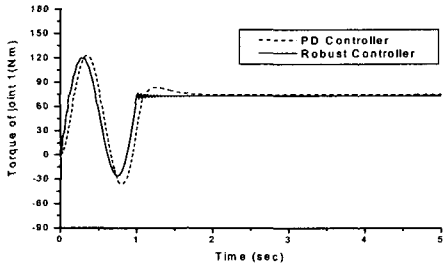
(d) Position error of joint 2



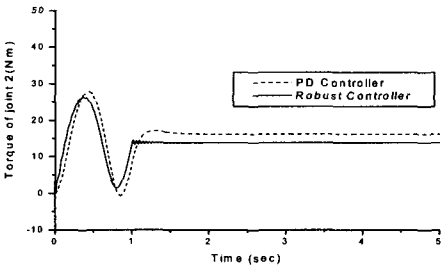
(e) Velocity error of joint 1



(f) Velocity error of joint 2



(g) Torque of joint 1



(h) Torque of joint 2

Fig. 4 Trajectory tracking performance with 5kg payload

Fig. 4 는 로봇의 끝에 부하질량 5 kg 을 달았을 경우의 결과이다. PD 제어기의 경우 최대 오차는 관절 1 에서 생기며 9.2796° 의 위치오차를 가지고, 제안한 제어기의 경우도 최대 위치오차는 관절 1 에서 생기지만 0.0353° 로 아주 작았다. 또한 PD 제어기의 경우 정상상태 위치오차는 관절 1, 관절 2 에서 8.5204°, 1.8499° 인데 비해 제안한 제어기의 경우는 각각 영으로 수렴하였다. 이 결과로부터 제안한 제어기가 로봇의 동적 변수들이 변하여도 강인하게 제어함을 알 수 있다.

본 연구에서 제안한 제어기는 전산 모의 실험에서도 안정함을 보였고, PD 제어기에 비하여 성능이 월등함을 알 수 있었다. 하지만, 제어기의 성능은 선정한 제어기의 이득이나 불확실한 한계 값에 따라서 달라질 수 있다.

5. 결론

로봇 매니퓰레이터는 매우 복잡한 비선형 운동을 하므로 선형 제어기로 로봇을 정확히 제어하기에는 한계가 있다. 이러한 점을 극복하기 위하여 본 연구에서는 강인제어기를 제안하였다. 먼저 동적 모델이나 변수 대신 직렬 로봇의 특성을 이용하여 운동의 한계를 구했고, 구한 운동의 한계를 이용하여 계산량이 적은 강인제어기를 설계하였다. 리아푸노프 이론을 이용하여 제안한 제어기가 이론적으로 점근 안정함을 증명하였고, 마지막으로 전산 모의 실험을 통하여 제안한 제어기가 PD 제어기에 비하여 궤적 추적 제어성능이 월등함을 보였다.

후 기

이 논문은 2002 년 울산대학교의 연구비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

1. Lewis, F. L., bdallah, C. T. and Dawson, D. M., Control of Robot Manipulators, Macmillan Publishing Company, 1993.
2. Ge, S. S., "Advanced Control Techniques of Robotic Manipulator," Proc. Amer. Control Conf., pp. 2185~2199, June 1998.
3. Er, M. J., "Recent Development and Futuristic Trends in Robot Manipulator Control," Motion Control Proc., pp. 106~111, 1993.
4. Ham, C. and Qu, Z., A New Nonlinear Learning Control for Robotic Manipulators, Advanced Robotics, Vol. 10, No. 5, pp. 1~15, 1996.
5. Qu, Z. and Dawson, D., Robust Tracking Control of Robot Manipulators, IEEE Press, New York, 1996.
6. John J. Craig, Introduction to Robotics Mechanics and Control, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
7. John J. Craig, Adaptive Control of Mechanical Manipulators, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1988.
8. Young, K. K. D., "Controller Design for a Manipula--tor Using Theory of Variable Structure Systems," IEEE Trans. System, Man & Cyber., Vol. SMC-8, No 2, pp. 101~109, 1978.
9. Utkin, V. I., Guldner, J. and Shi, J., Sliding Mode Control in Electromechanical Systems, Taylor & Francis, Inc., 1999.
10. Ham, C., Qu, Z. and Johnson, R., "Robust Fuzzy Control for Robot Manipulators," IEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 147, No. 2, pp. 212~216, March 2000
11. Mark W. Spong and Vidyasagar, M., Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, Inc., 1989.
12. Chen, Y. H., Leitmann, G. and Chen, J. S. "Robust Control for Rigid Serial Manipulators; A General Setting," Proc. Amer. Control Conf. Philadelphia, Pennsylvania, pp. 912~916, June 1998.
13. Lee, S. H. and Kim, T., G., "Robust Control of a Revolute Joint Robot," Conf. of KSME, Vol. 1 No. 2, pp. 265~270, 2001.
14. Chen, Y. F., Mita, T. and Wahui, S., "A New and Simple Algorithm for Sliding Mode Control of Robot Arm," Trans. Auto. Contr., Vol. 35, No. 7, pp. 828~829, 1990.
15. Dawson, D. M., Qu, Z., Lewis, F. L. and Dorsey, J. F. "Robust Control for the Tracking of Robot Motion," INT. J. Control, Vol. 52, No. 3, pp. 581~595, 1990.
16. Liu, G. and Goldenberg, A. A., "Asymptotically Stable Robust Control of Robot Manipulators," IEEE Proc. Robotics and Automation, Vol. 4, pp. 2968~2973, May 1994.