

이상적인 중립 대기경계층에서 라그랑지안 단일입자 모델의 평가

Evaluation of One-particle Stochastic Lagrangian Models in Horizontally-homogeneous Neutrally-stratified Atmospheric Surface Layer

김 석 철

(주)라이다텍 환경연구소

(2003년 3월 2일 접수, 2003년 7월 18일 채택)

Seogcheol Kim

Lidartech Research Center

(Received 2 March 2003, accepted 18 July 2003)

Abstract

The performance of one-particle stochastic Lagrangian models for passive tracer dispersion are evaluated against measurements in horizontally-homogeneous neutrally-stratified atmospheric surface layer. State-of-the-technology models as well as classical Langevin models, all in class of well mixed models are numerically implemented for inter-model comparison study. Model results (far-downstream asymptotic behavior and vertical profiles of the time averaged concentrations, concentration fluxes, and concentration fluctuations) are compared with the reported measurements. The results are: 1) the far-downstream asymptotic trends of all models except Reynolds model agree well with Garger and Zhukov's measurements. 2) profiles of the average concentrations and vertical concentration fluxes by all models except Reynolds model show good agreement with Raupach and Legg's experimental data. Reynolds model produces horizontal concentration flux profiles most close to measurements, yet all other models fail severely. 3) With temporally correlated emissions, one-particle models seems to simulate fairly the concentration fluctuations induced by plume meandering, when the statistical random noises are removed from the calculated concentration fluctuations. Analytical expression for the statistical random noise of one-particle model is presented. This study finds no indication that recent models of most delicate theoretical background are superior to the simple Langevin model in accuracy and numerical performance as well.

Key words : One-particle stochastic Lagrangian model, Well-mixed condition, Markov process, Ideal neutrally-stratified atmospheric surface layer, Plume meandering induced concentration fluctuation, Statistical concentration fluctuation noise

* Corresponding author
Tel : +82-(0)2-518-8351, E-mail : sckim@lidartech.com

1. 서 론

본 연구는 대기환경과 산업안전, 화생방분야에 자주 사용되고 있는 라그랑지안 입자모델에 관련한 것으로, 지금까지 제시된 다양한 형태의 라그랑지안 단일입자 모델을 실험과 비교하여 정확성을 분석하고 타당한 확산모델 구현방안을 모색하고자 한다. 라그랑지안 입자모델을 바탕으로 대기확산모델링 시스템을 구현할 때에, 장점이 서로 다른 다양한 모델 가운데 시스템구현 목적에 부합되는 최적의 모델을 선정해야 하는 경우가 많다. 이러한 작업은 쉽지 않은데, 모델결과와 정확성과 처리속도의 신속성이라는 두 가지 상반된 조건을 동시에 만족하는 방안이 통상 요구되기 때문이다. 요구 정확도를 만족시키는 범위 내에서 최대로 단순한 모델을 선정하는 것이 일반적으로 최적이 된다. 이러한 최적이의 선택은 모델간의 비교정보를 필수적으로 요구한다. 본 연구의 목적은 모델사용자가 참고할 수 있는 여러 모델링 기법에 대한 객관화된 비교자료를 만들고, 향후 모델개발시 참조될 수 있는 지표를 제공 하는 것이다.

대기 중으로 배출된 오염물질이나 화생방테러 혹은 화학물질누출 등으로 인해 방출된 유독물질이 주변지역으로 퍼져 나가는 양상을 모델링하는데 라그랑지안 입자모델은 장점이 많다 (Zannetti, 1990, p.218). 높은 해상력과 빠른 계산속도로 인해 라그랑지안 입자모델은 정확하고 신속한 확산모델링을 바탕으로 시간 대응이 요구되는 경우에 유리하다. 라그랑지안 입자모델은 확산현상의 진행단계에 따라 변화하는 모델링의 공간 및 시간 해상도 요구를 하나의 모델로 쉽게 수용할 수 있기 때문이다. 피해영역이 수 km에 달하는 누출사고를 고려해보자. 누출직후 배출원 인접지역에서는 통상 수 내지 수십 초 단위로 농도변화를 추적해야 한다. 이때, 요구되는 공간해상도는 수 내지 수십 미터이며, 모델링 대상영역의 범위는 통상 수백 미터 이내이다. 시간이 경과하면서 확산영역이 넓어지면서(한 시간 경과시 개략 수 킬로미터 수준) 요구되는 모델링 대상영역은 넓어지고 시공간적 모델링 해상도는 낮아진다. 이 단계에서는 대개 수 분 혹은 그 이상 시간 단위의 농도변화를 수십 내지 수백 미터 단위로 해석하

는 것이 요구된다. 하나의 모델로 이러한 상황을 초기부터 추적하는 경우, 대부분의 모델에서 모델링에 요구되는 해상도의 변화는 실제 시스템 구현에 있어 여러 가지 문제점을 발생시킨다. 이러한 상황에서 라그랑지안 입자모델은 유리하다. 라그랑지안 입자모델은 상황전개에 자연스럽게 적응함으로써 확산단계별로 다양한 모델링 요구를 수용할 수 있는 유연한 구조에 근거하고 있기 때문이다.

다양한 형태의 기상모델과 연계 가능하다는 점 또한 라그랑지안 모델의 장점이다. 단순한 기상조건이 요구되는 경우 뿐 아니라, 정교한 기상자료가 요구되는 상황, 곧 지형변화가 심하거나 건물이 밀집한 도시지역에서 확산이 이루어지는 경우에도 정교한 기상모델과 연계하여 라그랑지안 입자모델을 적용할 수 있다. 특히 유독가스나 화생방 작용제에 의한 피해범위 혹은 악취영향 등을 예측할 때와 같이 거의 순간적인 농도 변화를 추적해야 하는 경우에 라그랑지안 입자모델은 유용하다. 이런 경우에 오일러리안 격자모델을 적용한다면, 많은 계산소요시간을 경감하기 위해서 격자해상도를 확산추이에 맞추어 조정하는 복잡한 기법을 채택해야 할 것이다 (Bacon *et al.*, 2000). 라그랑지안 입자모델은 기존 난류이론을 자연스럽게 수용할 수 있다. 대기 중에서 이루어지는 물질확산에 대한 대부분의 난류이론은 라그랑지안 관점에서 이루어진 것이다. 이러한 이론들과 동일한 관점을 지향하는 라그랑지안 입자모델은 기존 이론을 용이하게 활용할 수 있다. 일례로 오일러리안 확산모델의 K-이론 등에서 발생하는 미지의 난류 고차항을 처리해야 하는 문제 (higher order closure problem)가 라그랑지안 확산모델에서는 발생하지 않는다. 이러한 장점은 라그랑지안 모델링기법의 구현을 쉽게 만든다는 점 외에도 라그랑지안 모델에 대해 강력한 이론적 근거를 제공함으로써 적용영역을 확대시켜준다.

라그랑지안 입자모델에 대한 이론연구 및 새로운 모델에 대한 개발은 꾸준히 진행되어 왔다 (Wilson and Sawford, 1996). 최근에는 PC의 급격한 성능향상과 더불어 이전에는 시도할 수 없었던 정교한 모델들, 곧 계산 요구량이 높은 모델들이 실제 문제를 해결하기 위한 목적으로 연구되는 경우가 증가하는 추세이다 (Boybeyi, 2000, p.171). 제안된 모델들은 나름대로의 장점과 특정한 관점에서 이론적 혹은

실험적인 타당성이 입증된 것들이다. 기존 모델연구가 특정한 면에서 개별 모델특성 향상에 초점을 맞추어져 진행된 반면, 각 모델들에 대한 종합적인 비교 평가는 많이 이루어지지 않았다. 여러 가지 모델에 대한 종합적인 분석자료는 모델 사용자와 개발자에게 참고가 될 것으로 생각된다. 본 연구에서는 지금까지 제안된 여러 형태의 라그랑지안 입자모델 및 본 연구에서 새로이 제안하는 모델의 성능을 동일한 기준으로 비교 평가함으로써, 정확하고 실용성이 높은 모델 혹은 모델링 기법을 모색하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 라그랑지안 모델에 대한 기존 이론을 근거로 본 연구의 대상모델의 선정기준을 설정하였다. 이를 바탕으로 최근에 제안된 라그랑지안 모델을 포함하는 6개의 모델을 본 연구의 대상으로 선정하였다. 본 연구에서 새로이 제안하는 모델형태도 여기에 포함시켰다. 3장에서는 이상적인 중립대기 조건 하에서 각 모델을 실험치와 비교하여 정확성을 평가하였다. 배출원에서 멀리 떨어진 지점에서 관찰되는 여러 형태의 접근특성과 근거리에서의 농도분포, 농도 플럭스(flux) 그리고 농도변동 분포를 실험결과와 비교하여 각 모델을 분석하였다. 아울러 모델구현 및 해석과정에서 발생하는 수치해석적인 이슈들도 고찰하였다. 4장에서는 결론을 제시하였다.

2. 이 론

2.1 모델이론

분자운동에 의한 물질확산은 느리고, 물리화학적 반응에 의한 물질변환도 미미하며, 자체 부력이나 운동력이 충분히 작은 경우, 대기 중으로 방출된 오염물질이나 유독가스(이하 추적물질로 명명)는 유체입자와 거의 동일하게 운동한다. 이 경우, 추적물질의 농도(C)는 다음 방정식으로 표현된다.

$$\frac{D}{Dt} C(x_j, t) = q(x_j, t) \tag{1}$$

식(1)은 폭넓은 적용영역을 지니며 동시에 추적물질의 대기확산을 묘사하는 매우 정확한 방정식이다. 정확한 (라그랑지안 입자)모델은 식(1)을 정확히 해석하는 모델이라고 할 수 있다. 유동장 정보가

완전하게 주어진다면, 식(1)로부터 유체입자를 따라 재배치되는 추적물질의 위치변화는 매우 정확하게 추적할 수 있다. 그러나, 실제문제에서 완전한 유동장 정보가 주어지는 경우는 거의 없다. 대부분의 대기확산현상은 복잡한 난류유동 조건에서 발생하기 때문에, 유동장에 대한 정보는 몇 가지 통계량으로 국한된다. 라그랑지안 입자모델은 제한된 유동장 정보를 바탕으로 실용적인 목적에 부합되도록 추적물질의 확산형태에 대한 신뢰성 있는 정보를 생산하는 것이다. 적용하는 유동조건이 불완전하기 때문에 식(1)로부터 완전한 확산양상을 계산하는 것은 근본적으로 한계가 있지만, 일반적으로 라그랑지안 입자모델로부터 요구되는 농도정보 역시 일정시간 동안의 평균농도와 농도변동(concentration fluctuation) 등과 같은 특정한 형태의 통계적 정보이기 때문에, 주어진 유동조건을 활용하여 이러한 량들을 계산할 수 있는 다양한 접근이 가능하다.

라그랑지안 입자모델, 그 중에서도 단일입자모델(one point Lagrangian particle model)은 식(1)을 직접 해석하는 대신, 식(1)로 표현되는 추적물질의 난류확산속도를 Markov 프로세스(process)로 근사한다(Winson and Sawford, 1996; Hanna, 1979).

$$du_i(t) = a_i dt + b_{ij}d\omega_j \tag{2}$$

식(2)는 경과시간 dt 동안 추적물질의 라그랑지안 속도변화에 대한 관계식이다. 여기서, $a_i = a_i(u_i, x_i, t)$ 는 가속도로, 속도, 위치 및 시간의 함수이다. $b_{ij}d\omega_j$ 는 난류확산의 무작위특성을 나타내는 항으로, 난수 $d\omega_j$ 의 확률밀도함수는 평균이 영이고 분산이 dt인 정규분포이다. 추적물질의 위치는 속도를 적분하여 구한다. 흔히 사용되는 위치변화 관계식은 다음과 같다.

$$x_i(t + dt) = x_i(t) + u_i(t)dt \tag{3}$$

추적물질의 난류확산을 표현하는 식(1)이 식(2)와 식(3)의 Markov 프로세스로 정확하게 근사될 수 있다는 보장은 없다. 그럼에도 불구하고 라그랑지안 입자모델링 기법은 거의 확립되었다는 평가는(Wilson and Sawford, 1996) Markov 프로세스에 기초한 라그랑지안 입자모델이 추적물질의 난류확산 양상을 잘 묘사한다는 경험에 근거한다. Markov 프로세스가 실제 난류확산에 대한 타당성을 지니도록 가속 항

과 무작위 항의 형태를 결정하는데 두 가지 중요한 기준이 제시되었다.

첫 번째 기준은 Kolmogorov 난류상사이론이다 (Monin and Yaglom, 1975, p.358). 시간간격 dt 가 Kolmogorov의 관성범주 (inertial range)에 해당될 때, 식(2)는 Kolmogorov 상사법칙에 부합되어야 할 것이다. 이 조건으로부터 식(2)의 무작위 항은 다음과 같이 결정된다.

$$b_{ij} = \sqrt{C_0 \epsilon} \delta_{ij} \quad (4)$$

여기서 C_0 는 유동조건에 의존하지 않는 보편상수이고, ϵ 는 난류의 소산함수 (dissipation function)이며 δ_{ij} 는 Kronecker Delta 함수이다. 식(4)로부터 식(2)의 무작위 항은 다음과 같이 표현된다.

$$b_{ij} d\omega_j = \sqrt{C_0 \epsilon} d\omega_i \quad (5)$$

식(5)에서 ω_i 는 확률밀도함수의 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를 지니는 난수이다.

두 번째 기준은 Thomson (1987)의 균질혼합조건 (well-mixed condition)이다. Thomson은 라그랑지안 입자모델을 구축하는데 기존 연구자들이 적용한 여러 기준들이 사실상 균질혼합조건과 동등하거나 균질혼합조건이 만족되면 자동으로 만족된다는 점을 보였다. Thomson의 균질혼합조건은 다음의 Fokker-Planck 방정식으로 간결하게 표현된다.

$$\frac{\partial a_i p_E}{\partial u_i} = - \frac{\partial p_E}{\partial t} - \frac{\partial u_i p_E}{\partial x_i} + \frac{1}{2} C_0 \epsilon \frac{\partial^2 p_E}{\partial u_i \partial u_i} \quad (6)$$

식(6)에서 p_E 는 난류의 오일러리안 (Eulerian) 확률밀도함수이다. 대부분 p_E 는 정규분포로 가정된다. 정규분포를 가정할 수 없는 경우로는, 불안정 대기 경계층 유동이나 수목층 (canopy layer) 내부 유동이 있다 (Reynolds, 1998). 어떤 경우든 오일러리안 확률밀도함수 (p_E)는 사전에 규정된 분포의 함수를 가정하므로 식(6)에서 가속도 (a_i)만이 미지수가 된다.

Markov 프로세스에 기초한 라그랑지안 입자모델에 대해 식(5)와 식(6)은 포괄적인 타당성을 지니는 조건이지만 충분하지가 않다. 2차원 이상의 확산 문제에 대해서 식(6)을 만족하는 해가 무수히 많아서, 이 조건만으로는 유일한 모델을 결정할 수가 없기 때문이다. 따라서, 구체적인 라그랑지안 입자모델을 구성하기 위해서는 식(5)와 식(6)의 추가적인

조건이 필요하다. 연구자에 따라 여러가지 부가조건이 고려되었고, 그 결과 다양한 모델이 제안되었다. 본 연구에서는 식(5)와 (6)을 라그랑지안 입자모델에 대한 가장 중요한 선행조건으로 파악하였다. 따라서 여기서는 기존모델 가운데 단일입자모델로 식(2)의 Markov 프로세스를 바탕으로 식(5)와 식(6)의 조건을 만족하는 것 가운데서 연구대상 모델을 선정하였다.

2.2 모델선정

2.2.1 중립 대기경계층

모델을 구현하고 모델결과를 비교 평가하기 위해서, 이상적인 중립 대기경계층 하부 (ideal neutrally stable surface layer, 이하 INSL로 약칭)의 유동장을 고려하였다. INSL을 선정한 이유는 모델결과와 비교할 수 있는 기존 실험 등의 연구자료가 많기 때문이다. 아울러, INSL은 흔히 관측되는 상황에 대한 좋은 근사이기도 하다. 대기상태가 중립이 아닌 경우에도 지면에 근접한 대기층은 주변지형이 평탄하고 균질한 표면조건을 지니면 INSL로 근사될 수 있다 (Blackadar, 1997, p.32).

모델링을 위해서 직교좌표계 (x, y, z)를 사용한다. x 좌표는 평균유동 (\bar{U}) 방향과 일치하는 풍하방향을 표시한다. z 좌표는 연직방향을 표시한다. y 좌표는 지면에 평행하고 유동과 직교하는 방향에 표시한다. INSL에서 y 및 z 방향으로의 평균유속은 0이며, x 방향의 평균유속은 연직좌표, z 만의 함수로 다음과 같은 로그분포를 지닌다 (Tennekes and Lumley, 1972, p.156).

$$\bar{U}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (7)$$

여기서, u_* 는 마찰속도 (friction velocity)이고, κ 는 von Karman 상수이며 (여기서는 0.4로 가정), z_0 는 지면 거칠기 길이 (surface roughness length)이다. 추적물질의 라그랑지안 난류성분, 즉 순간유속에서 평균유속을 뺀 값은 $u_i = (u, v, w)$ 로 표기한다. Panofsky and Dutton (1984)의 제안에 따라 풍하 및 연직방향의 난류성분은 다음과 같이 근사한다.

$$\sigma_u = \sqrt{uu} = 2.50u_* \quad (8)$$

$$\sigma_w = \sqrt{ww} = 1.25u_* \quad (9)$$

추적물질의 배출원은 y축과 평행하게 배치된 단 위길이 당 배출강도(Q_L)가 일정한 선 오염원을 고려한다. 배출원은 원점으로부터 지상에서 h_s 만큼 이 격된 곳에 위치한다. 따라서 배출원, 즉 선오염원 상의 임의의 지점의 좌표는 $(0, y, h_s)$ 에 해당한다. 유동조건 및 배출조건이 y 방향으로 모든 지점에서 동일하기 때문에 추적물질의 농도분포는 x-z 평면 상에서만 변화를 지닌다.

2.2.2 D1 모델

확률밀도함수(P_E)가 정규분포인 균질한 난류유동에서, 식(6)은 등방성 조건으로부터 1차원 모델식이 되어 유일한 해를 갖는다. 이 경우, 상기의 조건을 모두 만족하는 Langevin 방정식은 다음과 같이 주어진다(Borgas and Sawford, 1994a, b).

$$du_i = -\frac{u_i}{T_{Li}} dt + \sqrt{C_0 \epsilon} dt \omega_i \quad (10)$$

여기서, T_{Li} 은 각 좌표축 방향으로의 라그랑지안 시간척도(Lagrangian time scale)이다.

$$T_{Li} = \frac{2\sigma_i^2}{C_0 \epsilon} \quad (11)$$

식(11)에서 난류운동에너지의 소산함수 ϵ 은 INSL에서는 다음과 같이 근사된다.

$$\epsilon = \frac{u_*'^3}{kz} \quad (12)$$

식(10)~식(12)는 식(3)과 함께 라그랑지안 입자모델에 대한 완전한 방정식 계를 구성한다. 구분을 위해 이 모델을 D1으로 명명한다. D1은 라그랑지안 입자모델에 대한 전술한 기준들을 만족하는 가장 단순한 모델이다. D1 모델의 단순성은 실용적인 측면에서 강점이지만, 동시에 모델의 한계를 내포한다. 식(10)과 식(11)을 보면, D1 모델에서 각 방향으로의 추적물질 확산은 해당방향의 난류 량(u_i, σ_i)에만 의존하는 것으로 가정된다. 이러한 모델 가정은 난류 량에 방향성이 없는 경우, 즉 등방성 난류(isotropic turbulence) 외에는 타당하지 않다. 그러나, INSL과 같은 경계층 유동에서 지면에 인접한 난류 량에는 비등방 성질이 현저하고, 추적물질 확산에 영향을 미치는 각 방향 속도의 변동(velocity fluctuation)간에는 뚜렷한 상관관계가 있다(Tennekes and Lumley, 1972, p.146). 따라서, INSL에서 풍하방향 난류 량과 연직방향 난류 량간에 존재하는 상관성을 무시함에 따라, D1 모델에는 이로 인한 오차발생이 불가피할 것이다.

2.2.3 D2 모델

D1과 물리적인 관점에서 거의 동일한 가정에 기초하면서 그 형태가 변형된 모델이 제안되었다(Blackadar, 1997, p.143; Zannetti, 1990, p.196). 이 모델을 D2라고 명명한다.

$$u_i(t+dt) = R_i(dt)u_i(t) + \sqrt{\sigma_i^2(t+dt) - R_i^2(dt)\sigma_i^2(t)} \omega_i \quad (13)$$

여기서 $R_i(dt)$ 는 라그랑지안 자기상관함수(Lagrangian auto-correlation function)로 다음과 같이 정의된다.

$$R_i(dt) = e^{-dt/T_{Li}} \quad (14)$$

식(14)에서 T_{Li} 는 식(11)에서 정의된 라그랑지안 시간척도이다. T_{Li} 에 비해 시간간격, dt 가 충분히 작을 경우, 즉 $dt/T_{Li} \ll 1$ 인 경우, D2 모델 식(13)은 D1 모델 식(10)으로 수렴한다. T_{Li} 가 dt 시간 동안 일정한 경우, 식(10)을 시간에 대해 적분하면 식(13)를 얻을 수 있다. 식(10)에 비교한 식(13)의 장점, 곧 D1 모델에 비교한 D2 모델의 장점은 시간간격(dt)에 대한 제약이 크게 완화된다는 점이다. 두 모델의 라그랑지안 입자의 속도를 동일 시간에서 비교하면 이 점이 분명해진다. 충분히 작은 시간간격(dt)을 적용하여 많은 단계(n 단계)를 적분하여 식(10)을 계산한 결과와 큰 시간간격($n \cdot dt$)을 적용하여 한 단계로 식(13)을 적분한 결과를 동일시간에서($t = n \cdot dt$) 비교하면, 속도에 대한 앙상블 평균과 분산이 같다. 따라서 D2의 경우 n 단계의 계산을 거친 D1과 동일한 결과를 얻는데 불과 1단계만으로 가능하기 때문에, 각 단계마다 계산소요 시간이 동일하다면 n 배의 계산시간 절약을 기대할 수 있다.

실제로 D2를 적용했을 때에는 D1에 비해 계산량이 감소되는 것은 사실이지만, 그 효과가 n 배까지는 아니다. 그것은 큰 dt 에 대해 D2를 적용하기 위해서는 해당시간 동안 라그랑지안 입자의 라그랑지안 시간척도가 거의 일정해야 한다는 조건이 충족되어

야 한다는 점 외에도, 라그랑지안 입자의 속도와 함께 궤적이 계산되어야 하기 때문이다. 라그랑지안 입자의 궤적을 계산하기 위해 식(3)을 적용하는 경우, D1 모델과 동일하게 dt에 대한 제약이 존재한다. 비록 속도증분에 대해서는 식(13)과 같이 큰 dt에 대해서도(실제로는 dt의 크기와는 무관하게) 성립되는 관계식이 정의되지만, 궤적 끝 위치에 대해서는 상응하는 관계식이 없다. 따라서 시간간격(dt)에 대한 제약을 제거하여 계산시간을 좀더 효과적으로 감소하기 위해서는, 라그랑지안 속도에 대한 식(13)에 상응하는 라그랑지안 위치에 대한 관계식을 유도하여야 할 것이다. D2 모델과 D1 모델의 수치해석적 변형으로 새로운 물리현상이 고려된 것이 아니므로, 수치해석적인 오차의 범위 내에서 두 모델은 동일할 것으로 예측된다.

2.2.4 D3 모델

D2 모델의 식(13)에서 지수함수는 많은 계산 시간이 요구된다. 지수함수를 다른 형태의 함수로 근사하여 계산시간을 줄일 수 있었던 사례를(Patankar, 1980, p.90) 고려하면, 다음의 근사 식은 유용하다.

$$\widehat{R}_i(t) = \left(1 + \frac{1}{m} \frac{t}{T_L}\right)^{-m} \tag{15}$$

여기서, $\widehat{R}_i(t)$ 은 식(14)에서 정의한 $R_i(t)$ 에 대한 근사 식으로 아래의 2가지 성질을 만족한다.

$$\widehat{R}_i(t) \approx R_i(t) \approx 1 - t/T_L \quad (t/T_L \ll 1) \tag{16}$$

$$\int_0^\infty \widehat{R}_i(t) dt = \int_0^\infty R_i(t) \left(1 + \frac{1}{m}\right) dt = T_L \left(1 + \frac{1}{m}\right) \tag{17}$$

m이 충분히 큰 경우(본 연구에서는 m=10 설정), 식(17)에서 우변은 라그랑지안 시간척도로 수렴하는 값이므로, 자기상관함수에 대한 식(15)은 식(14)와 거의 동일하다. 자기상관함수를 식(15)로 근사한 모델을 D3라고 명명한다. D1에 대한 D2 모델의 관계와 마찬가지로, D3는 D2 모델에 대한 수치해석적인 변형이다. 계산시간을 제외하면 D2와 D3 모델은 거의 동등한 모델이므로 두 모델의 거동은 거의 동등할 것으로 예상된다.

2.2.5 TH 모델/RS 모델

Thomson의 균질혼합조건을 만족하는 최초의 3차원 모델은 Thomson(1987) 자신에 의해서 제시되었

다. 이 모델은 이후 Reynolds(1997)에 의해 보다 복잡한 형태를 지니는 모델로 확장되었다. INSL에서 Reynolds의 모델은 다음과 같이 표현된다.

$$a_u(z, u, w) = -\left(\frac{C_0 \epsilon}{2} + C_1 u^2 \frac{d\bar{U}}{dz}\right) \frac{\sigma_w^2 u + u^2 w}{\delta} \tag{18}$$

$$a_w(z, u, w) = -\frac{C_0 \epsilon}{2\delta} (\sigma_w^2 w + u^2 u) - C_1 \sigma_w^2 \frac{d\bar{U}}{dz} \frac{\sigma_w^2 u + u^2 w}{\delta} \tag{19}$$

여기서 $\delta = \sigma_u^2 \sigma_w^2 - \overline{uw}^2$ 이며, $\overline{uw} = -u^2$ 이다. C_1 은 무차원 모델인자로 Reynolds는 3으로 제안하였다. C_1 이 0일 때, 식(18)~(19)는 Thomson의 모델과 동일하다. 본 연구에서는 Reynolds 모델과 Thomson 모델을 각각 RS 및 TH 모델로 명명한다. RS 및 TH 모델에 대해서 식(11)으로 라그랑지안 시간척도를 동일하게 정의할 수가 있지만, 전술한 모델들의 경우와 물리적인 의미가 달라짐에 유의할 필요가 있다. $C_1=0$ 인 경우, INSL에 대한 RS 모델은 Flesch and Wilson(1992)이 제안한 모델과도 동일한 형태가 된다. RS 모델은 평균유동의 기울기가 유출입자의 확산에 미치는 영향을 고려하는 모델로 본 연구에서 비교대상으로 선정한 모델 가운데 가장 복잡한 형태를 지닌다.

2.2.6 KS 모델

균질혼합조건에 몇 가지 가정을 추가하여 Kurbanmuradov and Sabelfeld(2000)는 새로운 모델(KS 모델)을 제안하였다. INSL에서 KS 모델은 다음 식으로 표현된다.

$$a_u(z, u, w) = -\frac{C_0 \epsilon (1 + \rho^2)}{2\sigma_w^2} (u - \rho w) + \frac{\rho C_0 \epsilon}{2\sigma_w^2} w \tag{20}$$

$$a_w(z, w) = -\frac{C_0 \epsilon}{2\sigma_w^2} w \tag{21}$$

여기서, $\rho = \overline{uw}/\sigma_w^2$ 이며, $\sigma_{uw} = \sqrt{\delta}/\sigma_w (= \sqrt{\sigma_u^2 \sigma_w^2 - \overline{uw}^2}/\sigma_w)$ 이다. 식(21)의 KS 모델의 연직방향 가속 항은 D1 모델과 동일하다. RS 모델을 제외한 모든 모델 방정식의 INSL에서의 연직방향 가속 항은 표현 뿐 아니라 전형적인 INSL 조건에 대한 수치적인 크기에 있어서도 매우 유사하다.

본 연구에서는 이상의 6가지 모델(D1, D2, D3,

RS, TH, KS)에 대해서 INSL에서의 거동을 비교 평가하고자 한다. 기존 연구에서 제시된 많은 모델 가운데 RS, TH 및 KS 모델을 선정할 근거는 이러한 모델들이 최신 이론을 대변하면서, 상호 독립적인 개발근거를 지니는 합리적인 모델로 판단되기 때문이다. 내용상 1차원 모델에 해당하는 단순 Langevin 방정식의 D1 모델은 실용적인 측면을 고려하여 비교모델에 포함시켰다. 복잡한 최신 모델이 단순한 모델과 비교해서 얼마나 개선된 효과를 나타낼 수 있는 지에 대한 정량화된 평가는 도움이 될 것이다. 동일한 이유로, 극히 최근에 시도되는 가장 복잡한 형태의 모델들은(예, 유출입자의 속도 뿐 아니라 가속도까지 고려하는 모델링 시도) 본 연구의 대상에서 제외하였다.

3. 모델의 비교검증

3.1 원거리 점근특성 고찰

INSL에서 배출원과 풍하방향으로 충분히 이격된 지점에서 다음과 같은 점근식이 제안된 바 있다 (Garger and Zhukov, 1986).

$$\langle z(t) \rangle \approx \alpha u_* t \tag{22}$$

$$\sqrt{\langle z^2(t) \rangle} \approx \beta u_* t \tag{23}$$

$$z_0 \exp\left(\frac{x \langle x(t) \rangle}{u_* t} + 1\right) \approx \gamma u_* t \tag{24}$$

여기서 각진괄호 $\langle \rangle$ 는 앙상블(ensemble) 평균이다. 점근식 (22)~(24)는 $u_* t \gg z_0$, $u_* t \gg h_s$ 의 조건이 만족되는 경우 나머지 조건에 무관하게 성립하는 것으로 알려져 있다. 점근계수 (α, β, γ)는 유동조건에 의존하지 않는 무차원 일반상수로, 점근계수에 대한 실험결과가 보고되어 있다. 각 모델이 식 (22)~(24)로 표현된 점근 관계식을 따르는 지를 분석하고 점근계수를 계산하였다. Kurbanmuradov and Sabelfeld (2000)의 계산결과와 직접 비교하기 위해서, 그들과 동일한 유동조건을 선정하였다:

$$h_s = 0.02 \text{ m}, u_* = 0.4 \text{ m/sec}, z_0 = 0.000001 \text{ m}.$$

각 모델의 수치적분을 위해 적용한 시간간격 (dt)는 라그랑지안 시간척도에 일정한 비율로 비례하도록 설정하였다 ($dt/T_L = r_T$, $r_T = \text{고정}$). 식 (22)~(24)로 표시된 점근거동과 점근계수를 수치적으로 확인하

기 위해서는, 충분히 많은 입자의 궤적을 충분히 긴 시간 동안 계산하여 통계량을 계산해야 한다. 계산에 적용된 입자의 숫자 혹은 궤적 수를 N 이라고 할 때, 수치적으로 계산된 점근계수 ($\alpha^*, \beta^*, \gamma^*$)는 일반적으로 다음과 같이 수치계산 조건의 함수이다.

$$\alpha^*(t, r_T, N) = \alpha(1 + \epsilon_\alpha) \tag{25}$$

$$\beta^*(t, r_T, N) = \beta(1 + \epsilon_\beta) \tag{26}$$

$$\gamma^*(t, r_T, N) = \gamma(1 + \epsilon_\gamma) \tag{27}$$

여기서 $\epsilon_\alpha, \epsilon_\beta, \epsilon_\gamma$ 는 계산된 점근계수에 포함된 상대 오차를 표시한다. 상대오차가 1% 범위 이내로(계산된 점근계수의 소수점 이하 둘째 자리까지 정확한 경우에 해당. 이때 최대오차는 0.6% 정도) 계산을

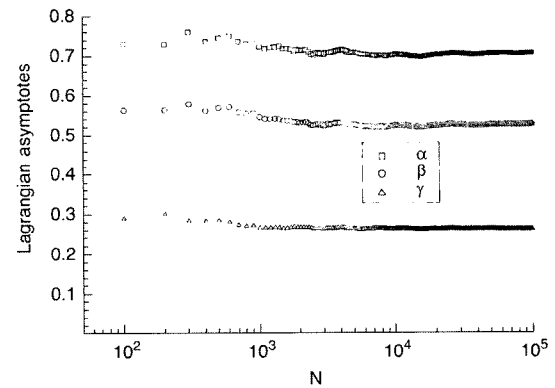


Fig. 1. Change of the Lagrangian statistics with the number of particle trajectories (N) used for the ensemble averages.

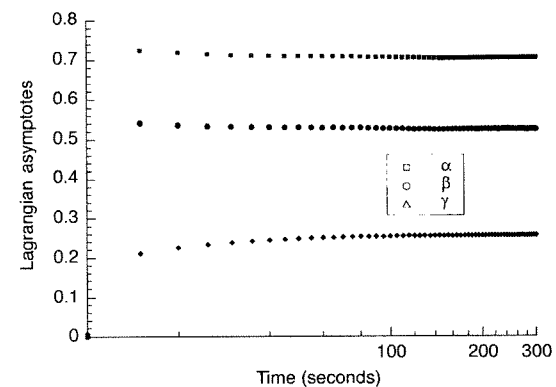


Fig. 2. Change of the Lagrangian statistics along with the particle travel time.

수행하였다. $N \geq 10^5$, $r_T \leq 10^{-2}$, $t \geq 200$ sec이면, 이러한 조건이 만족되었다. 이 조건을 찾기 위해서 N 과 t 를 각각 증가시키면서, 또한 r_T 를 감소시키면서 동일한 계산을 반복하여 계산된 점근상수를 관찰하였다. 라그랑지안 시간(t)과 케적수(N)의 증가에 따른 점근상수의 경향은 그림 1 및 그림 2와 같다. 그림 2에서 시간(t)이 증가할수록, 곧 배출원에서 추적입자가 멀어질수록 점근계수가 일정한 값으로 수렴해가는 경향이 나타난다. 거칠기 길이(z_0)와 마찰속도(u_*)를 다른 경우에 대해서도 이러한 수렴경향 및 수렴치도 소수점 이하 두 자리까지 동일하였다.

$N = 10^5$, $r_T = 0.01$, $t = 200$ sec으로 수치해석조건을 적용하여 각 모델에 대한 점근상수를 계산한 것이 표 1이다. 일반상수 C_0 는 Pope (1994)이 제안한 범위에서 (2~8) 변화시키면서 각 모델의 점근상수를 계산하였다. 본 연구에서 계산된 표 1의 값은 Kurbanmuradov and Sabelfeld (2000)의 결과와 차이가 있는데, 이는 수치해석적 오차에 기인한 것으로 추측된다. 각 모델의 점근계수는 수치해석적인 오차에 의해 민감하게 영향을 받는다. 따라서, 본 연구에서는 계산과정에서 유발될 수 있는 오차 곧 수치해석상의 오차를 분석하는데 세심한 주의를 기울였다. 실수연산에서는 16자리 수까지 유효숫자를 고려하도록 함으로써 일반적인 유효숫자 8자리 결과와 동일한 물리적 조건에 대해서 비교함으로써 계산자리수 차이에 따른 수치오차의 범위를 분석하였다. 이를 바탕으로 유효숫자의 자릿수 차이에 따른 계산 오차를 분석하여, 이로 인한 오차영향을 배제하였다. 표 1에 제시된 점근계수는 소수점 이하 2자리까지 정확한 값에 해당한다.

모든 모델에서 C_0 를 증가시킬 때 계산된 점근상수는 감소한다. RS 모델을 제외한 대부분 모델에서 유사한 경향이 나타났다. RS를 제외한 모든 모델에서 C_0 값이 3과 4 사이일 때 실험치(Garger and Zhukov, 1986)에 가장 근접하는 것으로 나타났다. 실험결과와 가장 비슷한 모델 및 C_0 는 TH ($C_0 = 5.0$), KS ($C_0 = 4.0$)였다. RS 모델의 경우에는, 특이하게도 $C_0 = 8$ 근처에서 실험결과와 가장 가까워졌다. C_0 값을 조정하면서 3가지의 점근계수가 실험치와 가장 가까워지는 최적의 조건에서 각 모델결과를 비교해보면, 상대적으로 단순한 모델인 D1과 D2가 다른 모델에 비해서 비교 범위 내에서 동등한 결과를 산출하였

Table 1. Universal asymptotic constants α , β , γ calculated by different Lagrangian particle models, compared against the measurements.

Models	C_0	α	β	γ
Measurements Garger and Zhukov (1986)		0.58	0.44	0.19
D1	2	0.90	0.70	0.44
	3	0.71	0.53	0.32
	4	0.56	0.41	0.25
	5	0.47	0.34	0.21
	6	0.41	0.29	0.17
	7	0.36	0.26	0.15
	8	0.32	0.23	0.13
	D2	2	0.91	0.70
3		0.72	0.53	0.32
4		0.58	0.43	0.25
5		0.47	0.34	0.20
6		0.41	0.30	0.17
7		0.36	0.26	0.15
8		0.31	0.23	0.13
D3		2	0.90	0.69
	3	0.71	0.53	0.32
	4	0.57	0.42	0.25
	5	0.48	0.34	0.21
	6	0.40	0.29	0.17
	7	0.35	0.25	0.15
	8	0.31	0.23	0.13
	KS	2	0.91	0.70
3		0.71	0.53	0.27
4		0.57	0.42	0.21
5		0.50	0.35	0.18
6		0.40	0.29	0.15
7		0.36	0.26	0.13
8		0.32	0.23	0.12
RS		2	1.53	1.24
	3	1.23	0.97	0.43
	4	1.02	0.79	0.35
	5	0.87	0.67	0.30
	6	0.74	0.56	0.26
	7	0.64	0.48	0.23
	8	0.57	0.42	0.20
	TH	2	1.00	0.79
3		0.82	0.63	0.25
4		0.69	0.52	0.22
5		0.60	0.44	0.19
6		0.51	0.38	0.17
7		0.46	0.34	0.16
8		0.41	0.30	0.14

다. 복잡한 형태의 (따라서 정확도가 높은 것으로 기대되는) RS 모델의 경우 오히려 실험치와 차이가 더 큰 것으로 나타났다. 실험결과에도 오차가 포함

되어 있다는 점을 감안할 때, 단순히 실험치와의 근접정도만으로 모델의 정확성을 단정할 수는 없다. 접근경향에 대한 실험치와의 비교만으로 RS 모델이 반드시 부정확하다고 판단할 수는 없다.

3.2 근거리 평균농도의 연직분포 고찰

원거리 접근특성에 대한 고찰에 이어 근거리에서 각 모델의 농도분포를 자세히 분석하기 위하여 실험결과와 비교하였다. Raupach and Legg (1983)은 풍동실험을 통하여 INSL 내에서 발생하는 확산현상을 관측하였다. Raupach and Legg이 풍동 확산실험의 추적자로 사용한 것은 열이었다. 유동에 직각방향으로 배치된 열선으로부터 일정하게 열 플럭스(heat flux)를 발생시키면서 풍하방향으로 4개 지점에서 온도와 온도변동 그리고 열 플럭스의 연직분포를 측정하였다. 열선의 위치는 바닥 면으로부터 0.06 m 상단이며, 단열처리를 통하여 실험구간에서 바닥 면을 통한 외부로의 열 전달은 차단되었다. Raupach and Legg의 실험조건에 대해서는 표 2에 정리하였다.

Raupach and Legg의 실험결과와 비교할 수 있도록 모델농도를 다음과 같이 무차원화 하였다.

$$\hat{C}(x, z, t) = C(x, z, t)/C^* \tag{28}$$

식(28)에서, C*는 단위농도로 아래 같이 정의된다.

$$C^* = \frac{Q_c}{h_s \bar{u}(h_s)} \tag{29}$$

여기서 Qc는 실험의 열선에 상응하는 모델의 선오염원 강도로, 단위길이당 시간별 추적물질 배출량이다.

본 연구에서는 2가지 서로 다른 방식의 모델 알고리즘을 시도하였다. 첫 번째 방식은 앞절에서 점근계수를 계산할 때 적용한 방식으로, 배출원에서

방출된 입자를 따라 모델링 영역을 벗어날 때까지 궤적을 방출입자의 수만큼 하나씩 계산한 후, 계산된 궤적자료로부터 각종 통계량(양상불 평균)을 산출하는 방식이다. 또 다른 방식은 배출원에서 다수 개의 입자를 매 시간 방출하면서 시간 흐름에 따라 모델링영역 내의 모든 입자정보(위치와 속도)를 동시에 추적하는 것이다. 따라서, 각종 통계량도 시간 흐름을 기준으로 산출하게 된다. 구분을 위하여 전자를 궤적기준 알고리즘이라고 하고, 후자를 시간기준 알고리즘이라고 명명한다.

2가지 알고리즘의 구분은 수치해석적인 구분으로, 물리적인 현상을 설명함에 있어 두 알고리즘은 동등하다. 모델 구현에 있어 두 알고리즘은 각각의 장단점을 지니고, 어떤 알고리즘으로 모델이 구현되는가에 따라 수치해석적인 오차가 달라져 모델링결과에도 차이가 발생한다. 궤적기준 알고리즘의 장점은 입자의 궤적을 따라 변하는 라그랑지안 시간척도의 영향을 용이하게 고려할 수 있다는 점이다. 즉, 식(2)~(3)을 수치 적분할 때 오차를 조절할 수 있는 합리적인 방식은 라그랑지안 시간척도(TL)를 기준으로 적분 시간간격(dt)을 설정하는 것인데, 궤적기준 알고리즘에서는 이것이 용이하다. 또한, 궤적기준 알고리즘에서 통계량의 계산은 라그랑지안 통계량, 예컨대 양상불 평균의 정의와 자연스럽게 부합된다. 반면, 오일러리안 통계량이 요구되는 경우 궤적기준 알고리즘은 불리하다. 궤적기준 알고리즘에 의해 오일러리안(Eulerian) 통계량을 계산하는 과정은 복잡하기 때문이다.

시간기준 알고리즘의 장점은 오일러리안 통계량을 산출하기 매우 용이하다는 점이다. 라그랑지안 입자모델이 기본적으로 라그랑지안 관점에서 확산현상을 추적하는 것이지만, 시간기준 알고리즘은 시간의 흐름에 기준하여 라그랑지안 계산을 수행하므로 오일러리안 자료를 쉽게 제공할 수가 있다. 모델에서 요구되는 자료는 오일러리안 통계자료가 많기 때문에, 시간기준 알고리즘이 일반적으로 더 유용하다. 또한 배출조건이 시간의 함수로 변하는 문제(오일러리안 관점에서 용이하게 서술될 수 있는 현상)도 시간기준 알고리즘은 매우 용이하게 구현될 수 있다. 유독가스 누출사고 등의 일시적인 방출에 대한 확산모델링에서 시간기준 알고리즘은 훨씬 유리하다. 따라서, 몇 가지 단점에도 불구하고 실제 문제

Table 2. The flow conditions of the Raupach and Legg's wind tunnel experiments (1983).

Source height (hs)	0.06 m
Surface roughness length (zo)	0.12 × 10 ⁻³
Friction velocity (u*)	0.48 m/sec
Height of test section (z)	0.56 m
Flow-wise distance of test section	30 × hs

를 취급하는 기존 코드에서 시간기준 알고리즘이 선호되고 있다.

시간기준 알고리즘의 단점은 입자의 궤적을 따라 변하는 라그랑지안 시간척도의 영향을 고려하기 까다롭다는 점이다. 시간기준 알고리즘에서는 적분시간(dt)이 모델링영역 내의 모든 입자의 위치 및 속도계산에 동등하게 적용되기 때문이다. 이러한 문제를 보완하기 위해 라그랑지안 시간척도의 분포를 고려하여 지역별로 구분된 시간간격을 설정하는 것도 가능한데, 구간구분이 단순하지 않은 복잡한 유동장의 경우에 여전히 한계가 있을 것으로 예상된다. 결국, 시간기준 알고리즘에서는 가장 짧은 라그랑지안 시간척도를 기준으로 적분시간이 설정되거나, 모델링 영역의 일부에서 라그랑지안 시간척도에 비해 지나치게 긴 적분시간이 설정될 수가 있다. 전자의 경우 모델링 시간이 불필요하게 길어지고, 후자의 경우는 모델링 정확도가 낮아지는 문제가 발생하므로, 둘 다 피해야 할 양상이다. 본 연구에서는 비교 대상으로 선정된 모든 모델에 대해서 두 가지 알고리즘을 각각 적용하여 모델을 구현하였다. 각 방식이 지니는 장점과 단점에 대한 비교분석이 실용적인 측면에서 의의가 있다고 판단하기 때문이다.

시간기준 알고리즘에서 모델링 농도는 일정 시간 동안 일정 크기의 공간에 포함된 입자의 수로부터 계산하였다. 실험치와 비교하기 위해 4개의 관측지점에서 농도계산을 목적으로 작은 크기의 단위체적을 설정하였다. 농도 단위체적의 크기는 유동방향으로 0.02 m, 연직방향으로 0.002 m이다. 매 시간간격마다 일정한 수의 누출입자를 방출하도록 한 후 확산양상이 정상상태에 도달한 이후($t \geq 0.3$ sec)부터 $t = 3$ sec까지의 평균농도와 질량 플럭스를 계산하였다. 매 시간간격(dt sec)당 방출된 입자의 수(N)는 500개였다. 시간간격(dt)은 0.001 sec로 설정하였다. 따라서, 하나의 평균농도 분포를 계산하기 위해서 총 150,000개의 입자를 방출하였다. 배출고도에서 배출입자가 농도단위체적에 머무르는 평균 체류시간은 0.0025 sec로 dt의 2.5배에 해당하므로 농도계산에서 누락되는 입자는 거의 없다.

시간기준 알고리즘에서는 추적입자의 확산 폭보다 큰 난류와동(turbulent eddy)에 의해 추적입자의 흐름이 상하로 요동치는 현상(plume meandering)을 쉽게 고려할 수가 있다. 이러한 요동현상은 배출원

으로부터 유동장으로 유입되는 추적입자의 초기운동조건이 서로 독립적인 것이 아니라 오일러리안 시간척도(Eulerian time scale)의 인접시간 동안은 연계되도록 구성함으로써 구현할 수 있다.

$$u_{Si}(t+dt) = R_{Ei} u_{Si}(t) + \sqrt{1-R_{Ei}^2} \sigma_{Si} \omega_i \quad (30)$$

여기서 $u_{Si}(t+dt)$, $u_{Si}(t)$ 는 각각 시간이 $t+dt$, t 인 순간에 배출원에서 방출된 추적물질입자의 속도이며, σ_{Si} 는 배출위치에서의 난류량이다. R_{Ei} 는 오일러리안 자기상관함수(auto-correlation function)로 식(14) 혹은 식(15)에서 라그랑지안 시간척도를 오일러리안 시간척도로 치환한 형태로 정의된다. 오일러리안 시간척도(T_E)는 라그랑지안 시간척도(T_L)로부터 다음과 같이 산출될 수 있다(Reid, 1976).

$$T_E = 0.6 \frac{Z}{u_*} \quad (31)$$

오일러리안 자기상관함수가 0인 경우, 곧 모든 배출입자가 상호 독립적인 초기조건을 지니는 경우를 제외하면, 모델에 의한 평균농도 분포는 배출입자의 개수 뿐 아니라 평균화시간에도 영향을 받는다. 따라서 평균화시간이 짧은 경우, 곧 모델링 시간이 짧게 설정될 경우, 요동현상의 영향으로 추적물질의 확산 폭이 좁고 폭 내부의 농도가 높은 것으로 나타난다. 평균화시간이 오일러리안 시간척도에 비해서 길어질수록 평균농도분포에 대한 요동영향은 미약해진다. 모든 모델링 결과에서 계산시간이 3 sec 이상에서 요동에 의한 영향은 거의 사라지는 것으로 나타났다. 따라서 아래에 제시된 결과는 평균화시간이 충분히 긴 경우의 평균농도에 해당한다. 그림 3은 시간기준 알고리즘으로 구현한 각 모델의 평균농도 계산결과를 실험자료와 비교한 것이다.

비교그림에서 D3 모델의 결과는 그래프 상에서 D2와 거의 구분되지 않기 때문에 표기하지 않았다. 모든 모델결과가 실험자료와 대체로 잘 일치하는 것으로 나온다. 실험결과와 비교했을 때, 최근에 제시된 복잡한 형태의 모델들(KS, RS, TH)이 단순한 모델(D1, D2 및 D3)에 비해서 더 정확하다는 증거는 빈약하다. RS의 경우, 원거리 점근상수에 관한 분석결과와 부합되는 특성이 관찰된다. 바닥경계면에 인접할 때 RS 모델에 의한 농도계산결과는 실험치보다 과소평가 되는 경향이 나타난다. RS 모델에

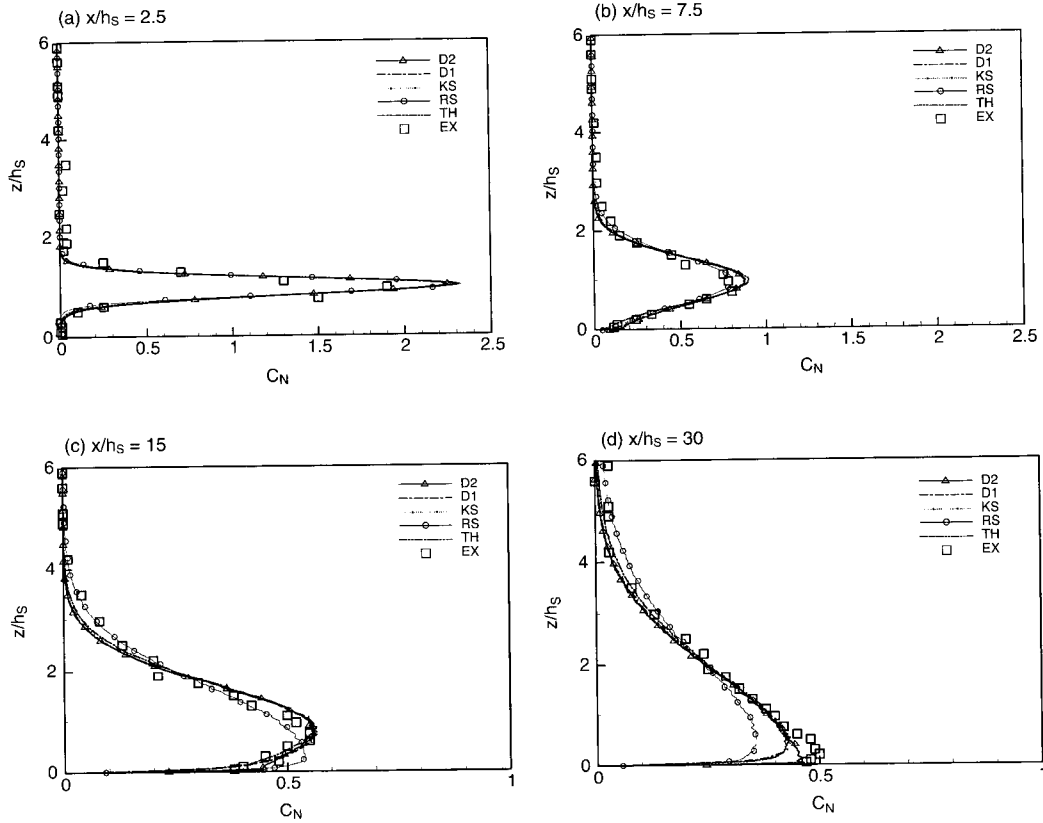


Fig. 3. Normalized concentration profiles calculated by different models, compared against the measurements (Raupach and Legg, 1983): concentrations are time-averaged over 3 seconds except the initial transient period of 0.3 seconds. The time marching algorithm is used with the model constant (C_0) equal to 3.

서는 추적물질의 확산이 바닥 면으로부터 멀어지는 방향으로 실험결과 및 다른 모델의 결과보다 더 활발하게 이루어짐을 알 수 있다.

모델결과와 실험치의 차이는 바닥 면까지 추적물질이 확산되는 지점 이후에서 점점 더 크게 발생한다. 배출원에서 가장 먼 지점에서의 실험결과와 모델결과를 비교한 자료를 보면 (즉, $x/h_s = 30$ 인 경우) D2 모델 (그리고 D3 모델)을 제외한 모든 모델의 결과가 실험치보다 상당히 낮다. 단순한 형태의 D2 모델이 가장 실험치에 근접하는 결과를 보인다는 점은 고무적이다. 다른 모델들이 경계면 근처에서 정확도가 떨어지는 경향은 모델링 적분시간간격 (dt)을 크게 할수록 더욱 심각해지는 반면, D2는 상당히 정확한 결과를 산출하였다. 적분시간간격이 클

경우에 D2 모델의 정확성이 두드러졌다. 반면 적분 시간간격 (dt)을 줄여서 동일한 계산을 반복했을 때 모든 모델이 실험결과와 근접해지는 경향을 보였다. 따라서, D2를 제외한 모든 모델들이 경계면 부근에서 부정확한 결과를 산출한 것은 모델의 물리적 가정에 결함이 있는 것이 아니라 수치해석적인 오차 때문이다.

쾌적기준 알고리즘에 의한 계산결과를 보면 모든 모델이 실험결과에 근접한 것으로 나타난다는 사실이 이러한 분석을 뒷받침한다. D2 (그리고 D3)를 제외한 모든 모델이 바닥 경계면에 인접한 확산계산에 큰 오차를 나타내는 이유는 가속 항의 표현식이 dt/T_L 항이 포함되어 있기 때문이다. dt (적분시간간격)가 T_L (라그랑지안 시간척도)보다 충분히 작을

경우에는 이전 속도의 기억을 적절히 감쇄시켜 주므로 이 표현이 타당하다. 그러나, T_L 이 작은 경우 (바닥 면에서 T_L 은 0으로 수렴함) dt/T_L 은 매우 큰 값을 가지게 되므로, 이전 속도의 기억을 감쇄시켜 0으로 만드는 것이 아니라 반대부호로 증폭시키는 작용을 하게 된다. 그 결과 D2 (D3)를 제외한 모든 모델에서는 라그랑지안 입자를 큰 속도로 밀어내는 층이 바닥 경계면 위에 존재하게 된다. 물리적인 타당성이 없는 이 층의 두께는 dt 가 충분히 작으면 매우 얇아서 실제로 모델링 입자가 그 층 내부로 침투할 가능성이 희박하지만, dt 가 작지 않은 경우 층이 두터워져 상당 수의 모델링 입자가 진입하게 된다. 일단 층 내부로 들어간 입자는 강한 속도로 반발되므로 연직방향 속도가 큰 경우 상당히 높은 곳으로 상승하게 되어 바닥 경계면에서의 농도는 상대적으로 희박해지게 된다. D2 (D3) 모델에서는

이러한 비물리적인 모델층이 존재하지 않기 때문에, T_L 에 비해 dt 가 작지 않은 영역에서도 상대적으로 합리적인 결과를 산출할 수 있다. 적분시간간격 (dt)를 고정시킬 경우에 D2 (D3)를 제외한 모든 모델에서 이 문제는 불가피하다. 이 층의 두께를 얇게 만들기 위해서 dt 를 충분히 작게 설정할 수도 있지만, 이 경우 계산시간은 dt 에 반비례해서 증가하므로 좋지 않다. 시간기준 알고리즘이 아닌 궤적기준 알고리즘을 선택하면 모든 모델에서 이 문제는 해결되겠지만, 궤적기준 알고리즘이 지나는 다른 단점이 불가피하다. 모델자체의 결함은 아니지만 모델을 코드로 구현함에 있어서 편리하고 장점이 많은 알고리즘, 곧 시간기준 알고리즘을 채택할 경우에 다른 모델에 비해서 D2 모델 (그리고 D3 모델)의 수치오차가 현저히 작다는 사실은 시사하는 바가 크다.

바닥 면 모델링 경계조건의 영향을 관찰하기 위

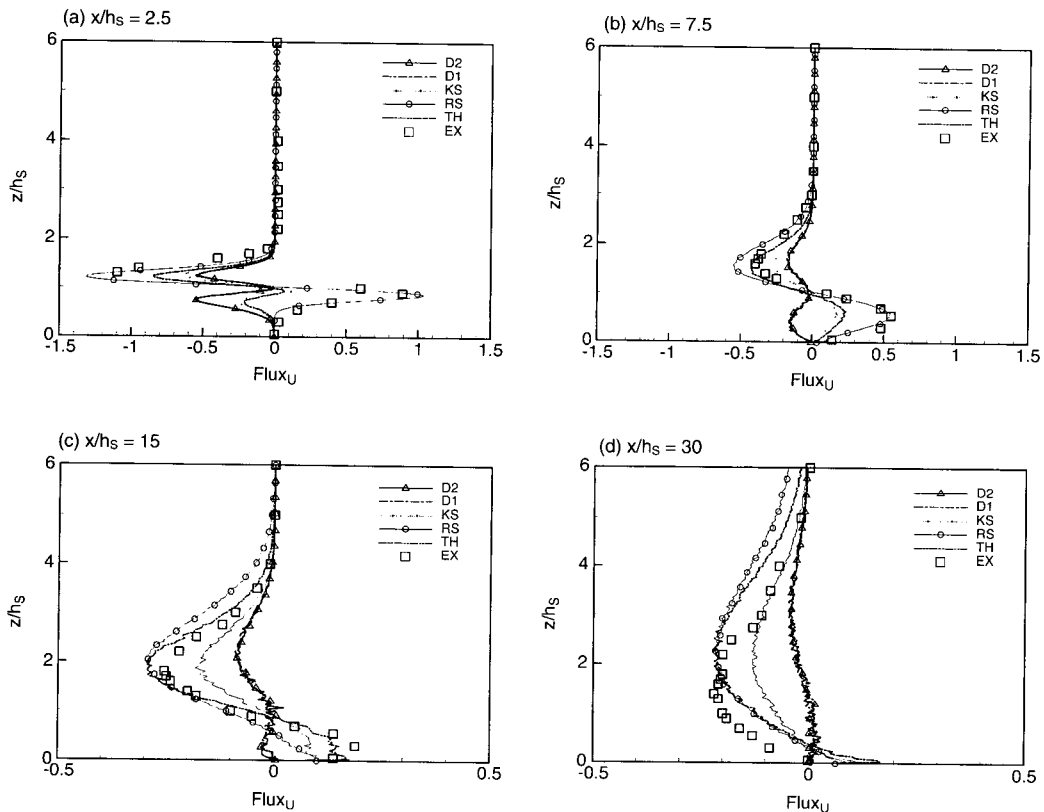


Fig. 4. Normalized horizontal concentration fluxes calculated by different models, compared against the measurements (Raupach and Legg, 1983).

해 두 가지 경계조건을 시험해 보았다. 첫 번째 경계 조건은 라그랑지안 입자가 바닥 면에서 탄성충돌을 하는 것으로 가정한다. 이와 유사하지만 물리적인 관점에서 보다 더 타당한 두 번째 경계조건에서는, 모델링 입자가 바닥 면에서 탄성충돌을 하면서 동시에 입자의 이전 속도에 대한 기억을 잃어버린다고 가정한다. 평균농도에 대한 계산결과에서 경계조건의 영향은 크지 않은 것으로 나타났다. 본 연구에서 고려한 모델링 조건 하에서 두 가지 경계조건 중 하나가 나머지 보다 더 우수하다는 증거는 찾을 수 없었다. 타당한 수치모델링 조건 하에서 두 경계조건의 차이는 미미하다. 물리적으로 바닥 경계면에서 유동의 속도는 항상 0이기 때문에 유동장 내부에서 배출된 추적물질은 바닥 경계 면에 도달할 수가 없다. 모델의 적분시간간격 (dt)을 충분히 작게 할수록 바닥 면에 충돌하는 모델링 입자의 수

는 현저하게 줄어드는 이유는 바로 이 때문으로 생각된다. 적분시간 간격을 충분히 작게 설정하여 바닥 면 근처의 확산모델링 정확도를 높일수록 경계조건 간의 차이는 미미해진다. 왜냐하면 경계조건이 적용되는 라그랑지안 입자의 숫자가 상대적으로 줄어들기 때문이다.

그림 4와 그림 5는 각각 풍하방향 및 연직방향에 대한 모델의 농도 플럭스(concentration flux)를 실험결과와 비교한 것이다. 모든 모델에서 전반적으로 연직방향 농도플럭스가 풍하방향에 비해 훨씬 더 실험치에 가깝다. RS를 제외한 모든 모델에서 연직방향 농도플럭스는 실험결과와 상당히 유사한 경향을 보인다. RS 모델에서는 배출원에서 멀어질수록 연직방향 농도플럭스가 실험결과보다 높아지는 경향이 나타난다. 풍하방향 농도플럭스는 모델 간의 차이가 크고 실험결과와도 많이 다르다. 연직방향에

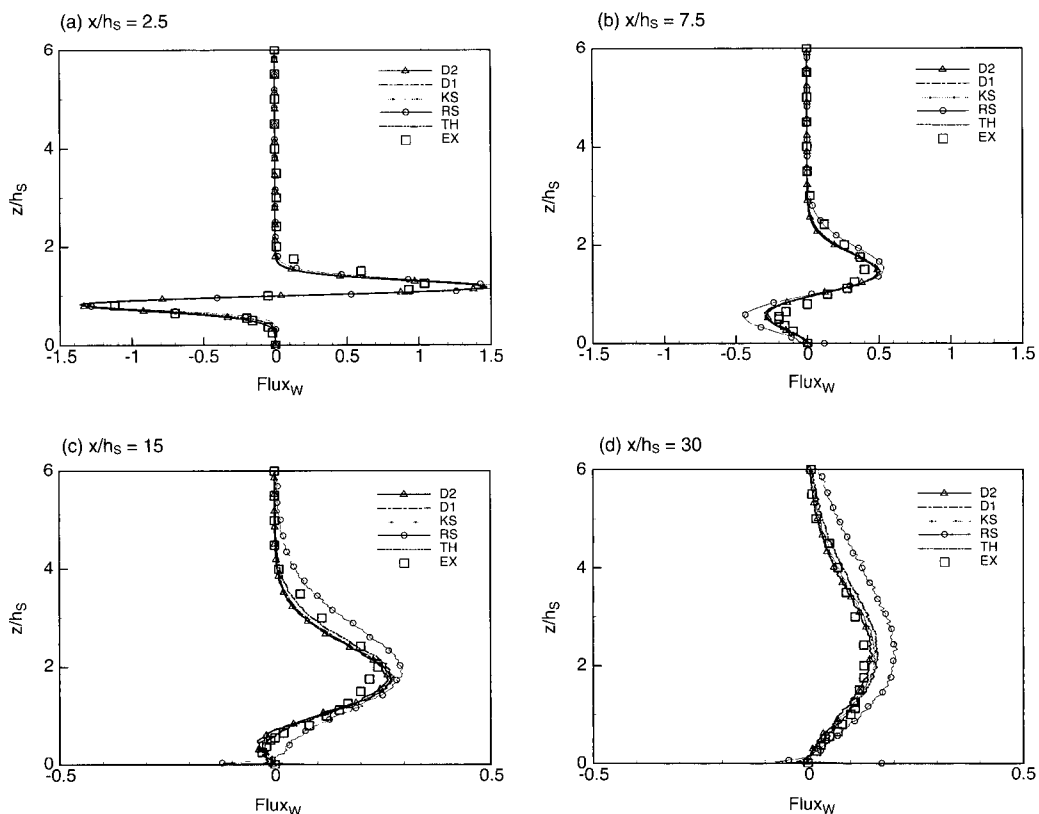


Fig. 5. Normalized vertical concentration fluxes calculated by different models, compared against the measurements (Raupach and Legg, 1983).

대한 결과와는 대조적으로, 풍하방향 농도플럭스에 있어서 RS 모델이 실험치에 가장 근접한 결과를 나타낸다. 복잡한 모델 (RS, TH, KS)에 비해서 단순한 모델 (D1, D2)의 경우 실험치와는 정성적인 경향조차 일치하지 않는 것으로 나타났다. 풍하방향 농도플럭스를 가장 잘 표현하는 RS 모델은 연직방향 농도플럭스 및 평균농도에 대해서는 가장 큰 오차를 보였다. 이는 연직방향 평균농도의 분포를 결정하는 주요 인자가 연직방향 농도플럭스라는 점을 나타낸다. RS에 비해서 나머지 모델들의 평균농도 연직분포가 실험결과와 더 잘 일치하는 이유는 RS에 비해서 나머지 모델들이 연직방향 농도플럭스를 정확하게 계산하기 때문이다. 특히 단순한 모델인 D1과 D2의 경우 연직방향 농도플럭스가 실험치와 크게 다름에도 불구하고 연직방향 농도분포는 실험치와 근접하게 나온다는 점은 주목할 필요가 있다. 본 연구의 INSL 유동조건 하에서 풍하방향의 추적물질의 난류확산은 평균유동에 의한 이동에 비해 크지 않다. 풍하방향, 곧 x 성분의 난류량을 평균풍속과 비교해 보면 대부분의 유동영역에서 평균풍속이 훨씬 크다. 따라서, 여기서 연직방향 농도분포를 결정하는 가장 중요한 요인은 연직방향의 난류확산이다.

3.3 근거리 농도변동 연직분포에 대한 고찰

농도변동 (concentration fluctuation)은 발생원인에 따라 내부 농도변동과 외부 농도변동으로 구분한다 (Wilson, 1995). 내부 농도변동은 추적물질의 확산 폭보다 작은 난류와동 (turbulent eddy)에 의해 발생하며, 외부 농도변동은 확산 폭보다 큰 난류와동에 의한 추적물질의 요동현상 (meandering)으로 인해 발생한다. 농도변동을 가우시안 모델로 해석하는 Gifford (1959)의 고전적인 모델 (meandering plume model)은 내부 농도변동을 무시하고 요동현상에 의한 외부 농도변동만을 계산한다. Reynolds (2000)의 모델은 Gifford의 모델을 보완하여 내부 농도변동 효과를 고려하였는데 역시 가우시안 모델형식의 시도였다. 농도변동이 요구되는 실제문제에 대해서는 단순한 형태의 가우시안 계열 모델이 주로 사용되어 왔다. 그러나 라그랑지안 (단일) 입자모델을 이용해서 시간기준 알고리즘으로 외부 농도변동 현상을 모델링하는 것은 어렵지 않다.

식 (30)~(31)에 나타난 바와 같이 오일러리안 시

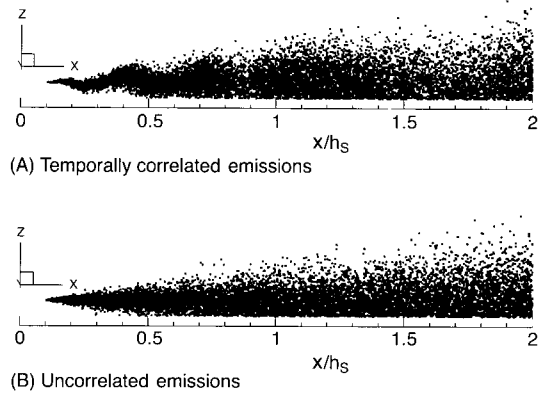


Fig. 6. Modeling plume meandering features by Lagrangian single particle model (D2 model) with temporally correlated emissions (top one): instantaneous particle distribution in x - z plane at $t = 2.85$ seconds. Case for uncorrelated emissions from the same model is shown at bottom for comparison.

간척도 (T_E)의 함수로 모델링 입자의 초기배출속도에 상관관계를 부여함으로써 요동현상을 자연스럽게 고려할 수가 있다. 그림 6은 배출조건에 조건에 오일러리안 상관관계를 고려했을 때와 그렇지 않은 경우에 대해 배출입자의 순간분포를 나타낸 것이다. 실제현상에서 관측할 수 있는 요동현상이 모델링 결과에 포착된다. 라그랑지안 단일 입자모델로 농도변동을 모델링하는 것은 까다롭고 한계가 있지만, 동일한 모델로 평균농도 뿐 아니라 농도변동까지 모델링할 수 있다면 유용하다. 여기서는 라그랑지안 입자모델을 사용해서 어느 정도로 농도변동에 대한 계산이 가능한 지 그 가능성을 고찰해 보았다.

Markov 프로세스에 근거하는 라그랑지안 단일 입자모델을 적용하여 농도변동을 계산할 때에는 실제 현상에는 존재하지 않는 수치적인 농도교란 현상이 나타난다. 라그랑지안 입자모델로 농도변동을 제대로 계산하기 위해서는 무엇보다도 이러한 수치적인 농도교란 (이하, 통계적 농도교란)을 제거하는 것이 필요하다. 라그랑지안 입자모델에 나타나는 통계적 농도교란을 분석하기 위해, 시간기준 알고리즘에 의해 구현된 라그랑지안 모델로 추적물질 입자를 추적하며 유동장의 농도변화를 계산하는 경우를 고려하자. Markov 프로세스를 따라 추적입자의 속

도가 적분시간간격 (dt) 단위로 변화하는 과정에는 시간의 흐름에 따라 연속적으로 정의되는(따라서 역시간 계산이 가능한) 가속항과 역시간 계산이 불가능한 난수항이 관여한다. 난수 항에 대해서 역시간 계산 (reverse time calculation)이 불가능한 것은 연속적인 시간흐름을 지닌 물리현상(난류현상)을 통계적인 추정으로 대체했기 때문이다. 따라서, Markov 프로세스에 근거하여 라그랑지안 입자의 속도변화를 추적할 때 적분시간간격 단위로 매번 통계적인 추정을 반복하는 것이다.

이항분포에 대한 통계적인 성질을 고려하여(김우철 등, 1980, p.124), 라그랑지안 입자모델에서 농도체에 포함된 입자 수로부터 농도를 계산할 때, 통계적인 추정과정으로 인해 발생하는 비물리적인 통계적 농도교란 (σ_s)을 다음 식으로 유도할 수 있다.

$$\frac{\sigma_s}{C^*} = \sqrt{\left(\frac{h_s \overline{u_s dt}}{\Delta z \Delta x} - \widehat{C}\right) \frac{\widehat{C}}{N}} \quad (32)$$

여기서, $\Delta x, \Delta z$ 는 각각 x 및 z 방향 농도단위체적의 길이이며, C^* 는 식 (29)로 정의한 단위농도이다. 배출원에 근접한 경우를 제외하면, 식 (32)는 다음과 같이 근사될 수 있다.

$$\frac{\sigma_s}{C^*} = \sqrt{\frac{h_s \overline{u_s dt}}{\Delta z \Delta x} \frac{\widehat{C}}{N}} \quad (33)$$

식 (32)와 (33)으로부터, 라그랑지안 단일 입자모델에서 통계적인 농도교란은 모델링 인자 (N/dt) 뿐 아니라 농도 (\widehat{C})에도 의존한다. 통계적 농도교란은 단위시간당 발생입자의 개수 (N)의 제곱근에 반비례하는데 반해 계산시간은 입자수에 정비례하여 증가한다. 따라서, 입자의 수를 늘이는 것은 이러한 오차

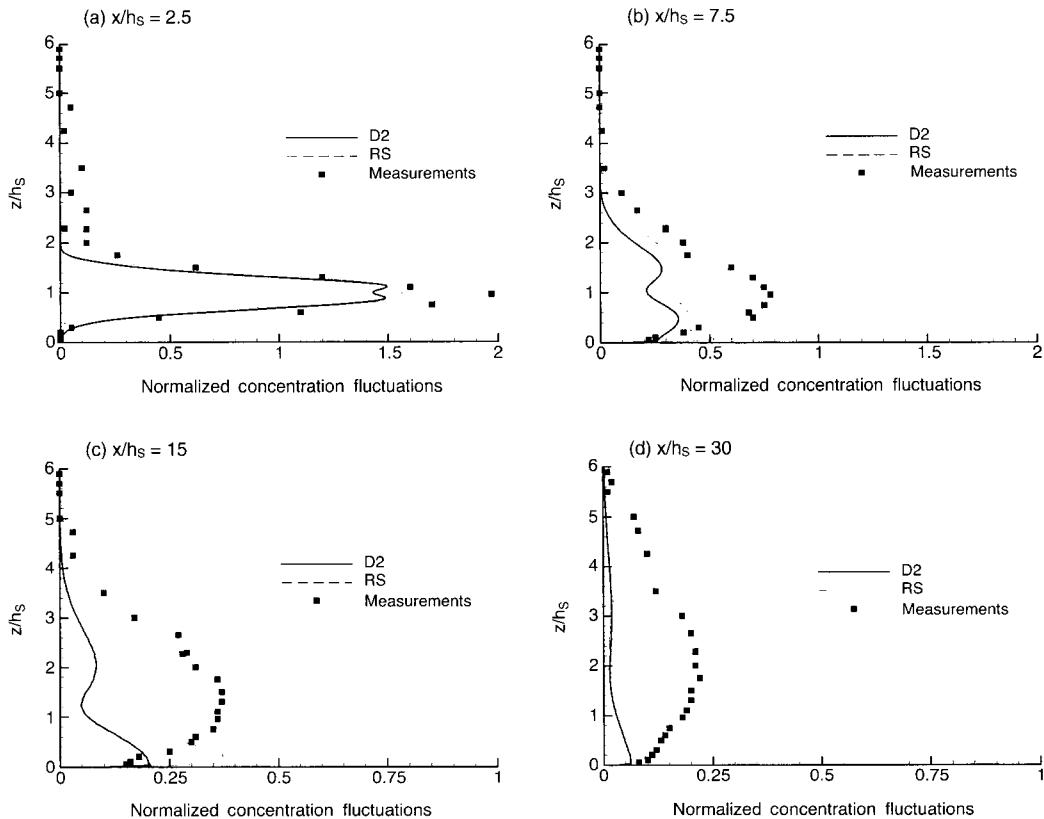


Fig. 7. Normalized concentration fluctuations calculated by different models, compared against the measurements (Raupach and Legg, 1983).

를 감소시킬 수 있는 간단한 방법이지만, 효과적인 방법은 아니다. 식 (32)의 정확성은 식 (30)의 오일러리안 자기상관함수 (R_{Ei})를 영으로 설정한 경우에 대한 라그랑지안 모델링 자료로부터 검증하였다. 오일러리안 자기상관함수가 영일 때 라그랑지안 모델의 농도변동은 통계적 농도교란만으로 이루어지므로, 식 (32)와 동일하게 나타났다. 식 (33)의 근사 식도 모든 비교지점에서 정확하였다.

통계적인 교란을 제거하여 물리적으로 타당한 농도변동을 계산한 결과는 그림 7과 같다. RS를 제외한 나머지 모델이 D2와 거의 일치했기 때문에, 그림 7에는 D2와 RS 모델결과만을 표시하였다. 정성적인 유사성은 나타나지만, 모델과 실험은 전반적으로 상당한 차이를 보인다. 실험에 비해 모델결과가 낮다. 배출원에 가까운 지점에서 모델결과는 실험치에 가장 근접하고, 멀어질수록 차이는 증가한다. 이는 평균농도분포에 대한 모델결과가 모든 지점에서 실험치에 거의 일치했던 것과는 대조적이다. 이러한 결과는 본 연구의 라그랑지안 입자모델이 내부농도변동을 무시하고 요동현상만을 고려했기 때문인 것으로 보인다. 요동현상으로 인한 농도변동은 배출원에 가까울수록 크게 나타나는데, 모든 모델링 결과에서 이러한 양상이 나타난다. 배출원에 대해 Reid (1976)의 제안[식 (31)]보다 정확한 오일러리안 시간척도를 적용할 경우 결과는 개선될 수 있겠지만, 개선효과는 요동에 의한 농도변동효과가 큰 배출원 인접지역으로 국한될 것이다. 라그랑지안 입자모델에 내부농도변동 현상을 고려할 수 있는 기능을 부여하지 않는 한 전 영역에 대한 예측정확도를 향상시키는 데는 한계가 있을 것으로 예상된다.

라그랑지안(단일)입자모델에 의한 결과는 Gifford의 모델(plume meandering model, 1959)과 유사한 수준이다. 이는 농도변동현상에 있어 라그랑지안 입자모델이 Gifford의 모델과 유사한 물리적 과정을 가정하기 때문일 것이다. Gifford의 모델에서도 추적입자의 내부농도변동은 무시된다. 실제문제에서 Gifford의 모델이 활용되고 있음을 감안할 때, 농도변동에 관해서도 제한적이지만 현재의 라그랑지안 입자모델을 활용할 수 있다는 것을 보여준다. 이러한 모델을 적용할 수 있는 영역은 배출원에 인접한 지역으로 국한될 것이다. 배출원에서 멀리 떨어진 지점에 대한 농도변동에 대해서 라그랑지안 단일입자

모델을 적용할 경우, 과소 예측된 결과를 얻을 것이다. 전 영역에서 농도변동에 대한 신뢰성 있는 결과를 얻기 위해서는, 기존의 라그랑지안 단일 입자모델과 본 연구에서 제안한 통계적 농도교란 제거만으로는 불충분하며, 향후보다 깊은 연구가 필요하다.

4. 결 론

INSL에서 라그랑지안 입자모델을 비교 평가하였다. 연구자가 제안하는 모델을 포함해서 비교 평가를 위해 선정된 모델은 모두 6가지로, 모든 모델이 Thomson의 균질혼합조건(well mixed condition)을 만족한다. 각 모델의 원거리 점근특성과 농도 및 농도플럭스 분포 그리고 농도변동에 대해서 실험치와 비교하였다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

1. 모든 모델이 INSL에서의 점근특성과 농도분포에 관한 실험결과를 잘 재현하였다. 단순한 형태의 모델에 비해 복잡한 최신모델이 더 정확하다는 증거는 희박하였다. 가장 복잡한 형태의 모델인 RS 모델의 경우 오히려 더 실험결과와 상이한 특이 경향을 보였다. 단순모델을 포함한 대부분의 모델에서 연직방향 농도플럭스는 실험결과와 근접하였다. 풍하방향 농도플럭스는 모델간에 차이가 크고 실험결과와도 많이 달랐다. INSL에서 농도분포는 연직방향 농도플럭스에 대한 모델정확성에 의해 좌우되는 것으로 나타났다.

2. 농도변동에 대한 모델계산은 Gifford의 고전적인 모델과 유사한 수준이었다. 실험결과와 비교할 때 정성적인 경향은 유사했지만, 배출원에 인접한 지점을 제외한 모든 비교영역에서 모델결과는 실험치보다 현저히 낮았다. 이는 내부농도변동 요인을 고려할 수 없기 때문인 것으로 보인다. 라그랑지안 단일 입자모델을 적용한 농도변동 계산에서 통계적인 교란으로 인해 발생하는 오차를 완전히 제거할 수 있는 방법을 제시하였다.

3. 각 모델간의 차이는 모델이 채택하는 물리적인 가정의 차이 때문이 아닌, 모델을 코드화하는 방식, 곧 알고리즘 구현방식의 차이로 인해 주로 발생하였다. 모델응용에 있어 장점이 많은 시간기준 알고리즘을 적용하여 모델을 구현할 경우, 단순한 모델에서 가장 우수한 결과를 얻었다. 모델링 정확도가

유사할 경우 이론이 단순하여 코딩과정이 간편하거나 실행시간이 짧은 모델이 가장 실용적이다. 이러한 기준에서 D2모델(그리고 본 연구에서 제안하는 D3모델)이 최적으로 평가된다.

본 연구에서 각 모델을 비교평가하기 위해 설정한 INSL은 엄밀한 비교가 가능한 기존 연구자료가 있을 뿐 아니라, 수평방향으로 지형변화가 심하지 않으면서 지면에서 가까운(대개 고도 10~100 m 이내) 대기확산조건으로 적절하지만, 난류량이 균등하고 평균유동의 오직 연직 좌표만의 함수라는 점에 있어서 이상화된 조건이다. 이러한 INSL의 이상화된 조건이 적용될 수 없는 상황에서는 본 연구에서는 별로 관찰되지 않았던 모델간의 차이(특별히 복잡한 모델의 우수성)가 현저하게 나타날 가능성도 있다. 여기에 대해서는 향후 연구가 필요하다.

감사의 글

라그랑지안 확산모델에 대한 이해를 넓혀 준 이창훈 교수, 러시아 논문을 해석해준 조성주 박사께 감사를 드립니다.

참고 문헌

김우철, 김재주, 박성현, 박홍래, 송문섭, 김중우, 정한영, 최지훈 (1980) 현대통계학, 영지문화사, p.455.
 Bacon, D.P., N.N. Ahmad, Z. Boybeyi, T.J. Dunn, M.S. Hall, P.C.S. Lee, R.A. Sarma, M.D. Turner, K.T. Waight, S.H. Young, and J.W. Zack (2000) A Dynamically Adapting Weather and Dispersion Model: The Operational Multiscale Environment Model with Grid Adaptivity (OMEGA), *Monthly Weather Review*, 128, 2044-2076.
 Blackadar, A.K. (1997) *Turbulence and Diffusion in the Atmosphere*, Springer-Verlag, Berlin, p.185.
 Borgas, M.S. and B.L. Sawford (1994a) Stochastic Equations with multifractal random increments for modeling turbulent dispersion, *Physics of Fluids*, 6, 618-633.
 Borgas, M.S. and B.L. Sawford (1994b) A family of stochastic models for two-particle dispersion in isotropic homogeneous stationary turbulence, *Journal of Fluid Mech.*, 279, 69-99.

Boybeyi, Z. (2000) *Mesoscale Atmospheric Dispersion*, WIT Press, Southampton.
 Flesch, T.K. and J.D. Wilson (1992) A two-dimensional trajectory-simulation model for non-Gaussian, inhomogeneous turbulence within plant canopies, *Boundary-Layer Meteorology*, 61, 349-374.
 Garger, E.K. and G.P. Zhukov (1986) On vertical diffusion from the local admixture source in the atmospheric surface layer, *Izv. Acad. Nauk SSSR, Ser. FAO*, 22, 115-123.
 Gifford, F.A. (1959) Statistical properties of a fluctuation plume dispersion model, *Advances in Geophysics*, 6, 117-138.
 Hanna, S.R. (1979) Some statistics of Lagrangian and Eulerian wind fluctuations, *Journal of Applied Meteorology*, 18, 518-525.
 Kurbanmuradov, O. and K. Sabelfeld (2000) Lagrangian stochastic models for turbulent dispersion in the atmospheric boundary layer, *Boundary-Layer Meteorology*, 97, 191-218.
 Monin, A.S. and A.M. Yaglom (1975) *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*, Vol. 2, MIT Press, Cambridge MA, p. 874.
 Panofsky, H.A. and J.A. Dutton (1984) *Atmospheric Turbulence: Models and Methods for Engineering Applications*, John Wiley and Sons, New York, p. 417.
 Patankar, S.V. (1980) *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, p. 197.
 Pope, S.B. (1994) Lagrangian PDF methods for turbulent flows, *Annual Review of Fluid Mech.*, 26, 23-63.
 Raupach, M.R. and B.J. Legg (1983) Turbulent dispersion from an elevated line source: measurements of wind-concentration moments and budgets, *J. Fluid Mech.*, 136, 111-137.
 Reid, J.D. (1976) Markov chain simulations of vertical dispersion in the neutral surface layer for surface and elevated releases, *Boundary-Layer Meteorology*, 16, 3-22.
 Reynolds, A.M. (1997) On trajectory curvature as a selection criteria for valid Lagrangian stochastic dispersion models, *Boundary-Layer Meteorology*, 88, 77-86.
 Reynolds, A.M. (1998) On the formulation of Lagrangian stochastic models of scalar dispersion within plant canopies, *Boundary-Layer Meteorology*, 86, 333-344.
 Reynolds, A.M. (2000) Representation of internal plume structure in Gifford's meandering plume model,