

적응 PEEC 격자를 이용한 마이크로스트립의 인덕턴스 계산 Inductance Extraction of Microstrip Lines using Adaptive PEEC Grid

김 한 · 안 창 회

Han Kim · Chang-Hoi Ahn

요 약

고주파용 마이크로스트립 선로의 모델링에 필수적인 인덕턴스의 빠른 추출을 위해서 고속화 알고리즘(fast mutipole method)과 결합된 적응 PEEC 격자분할법(adaptive PEEC grid refinement algorithm)을 제안하였다. 격자의 세분화는 마이크로스트립 선로의 구조와 사용주파수에 따른 전류분포에 적합하도록 이루어졌는데, 이 적응 격자는 주로 전류분포가 높은 영역에서 더 세분화된다. 이 기법을 이용하여 마이크로스트립 선로의 인덕턴스를 구하였고, 계산결과는 빠르게 수렴하여 계산시간과 격자 수를 줄이는데 효율적임을 보였다.

Abstract

For high frequency microstrip line modelling, a fast inductance extraction technique using an adaptive PEEC(partial element equivalent circuit) grid is proposed. The grid refinement technique is based on the current distribution depend on the excitation frequencies and the geometry of the microstrip lines. The adaptive grids are refined mainly in the area where heavy currents reside. This technique is applied to the inductance extraction of the microstrip lines. The results show fast convergence, and this adaptive technique is efficient to reduce computing time and the number of grids.

Key words : Fast Algorithm, Inductance Extraction, Adaptive Mesh, Large Three Dimensional Problem

I. 서 론

최근, 디지털 신호 고속화에 따라서 발생하는 마이크로파 회로에서의 신호 장애 문제에 많은 관심이 모아지고 있다. 따라서 이 문제의 해결을 위한 IC 패키지, PCB 및 커넥터의 인덕턴스의 추출에 관한 많은 연구가 이루어지고 있다^{[1]~[3]}.

임의의 3차원 구조에서의 인덕턴스의 계산을 위해 많이 사용되고 있는 수치해석 방법으로는 유한요소법(finite element method)이나 모멘트법(moment methods)과 같은 방법이 있다. 특히, 최근에 개발된 모멘트법의 고속화 알고리즘은 많은 미지수를 필요로 하는 복잡한 3차원 문제에서 효과적인 것으

로 알려져 있다^[4].

이 방법이 이전의 다른 방법들에 비해 매우 빠르게 인덕턴스를 추출할 수 있음에도 불구하고 기존의 PEEC(partial element equivalent circuit)법에서 사용하고 있는 균일한 격자로는 효율적인 계산을 수행할 수 없다. 그러나 이를 개선하기 위한 적응 PEEC 격자 분할법과 결합된 고속화 알고리즘의 적용 예는 그 필요성에 비해 거의 발표되고 있지 않다. 참고문헌 [5]에서는 전류분포를 미리 샘플한 몇 가지 주파수에 대한 전류분포를 계산하여 실험식으로 구성하고 그 실험식에 적합한 그리드 분포를 생성하는 방법을 택하고 있어서 모든 경우에 일반적으로 적용하기는 쉽지 않다.

「본 논문은 정보통신부 정보통신연구진흥원에서 지원하고 있는 정보통신기초기술 연구지원사업에 의한 것임.」

영남대학교 전자정보공학부(School of EECS, Yeungnam University)

· 논문 번호 : 20030213-028

· 수정완료일자 : 2003년 6월 16일

이와 달리 본 논문에서는 처음엔 느슨한 격자를 구성하고 계산된 전류분포에 따른 오차예측을 통한 반복적인 격자 분할과 전류분포 계산으로 효율적으로 격자를 분포시켜 적은 수의 미지수로도 수렴된 인덕턴스 값을 찾아내는 계층적인(hierarchical) 방법을 택하고 있다. 따라서, 전류의 실제적인 물리적 분포에 적합한 적응 PEEC 격자 분할법을 제안하고, 이 방법을 주파수에 따라 전류분포가 달라지는 경우와 마이크로스트립의 구조에 따라 전류분포가 달라지는 경우에 적용하여 인덕턴스를 효과적으로 계산하였다.

II. 인덕턴스 계산이론

PEEC법을 이용한 주파수 ω 에 의존적인 인덕턴스 계산은 도체의 단자에서의 전류와 전압의 관계로부터 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$Z_r(\omega)I_s(\omega) = V_s(\omega) \quad (1)$$

여기서, 도체단자의 수가 k 개인 경우, $Z_r(\omega) \in C^{k \times k}$ 인 행렬이고, $I_s(\omega), V_s(\omega) \in C^k$ 인 벡터이다. 또한,

$$Z_r(\omega) = Y_r^{-1}(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega) \quad (2)$$

이다. 예를 들어, 2개의 입력-출력 단자를 갖고 있는 그림 1과 같은 경우에 임피던스 행렬식은 다음과 같다.

$$Z_r(\omega) = \begin{bmatrix} R_{11}(\omega) + j\omega L_{11}(\omega) & R_{12}(\omega) + j\omega L_{12}(\omega) \\ R_{21}(\omega) + j\omega L_{21}(\omega) & R_{22}(\omega) + j\omega L_{22}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서, R 은 저항이고, L 은 인덕턴스이며, L_{11} 과 L_{22} 는 자기 인덕턴스이며, $L_{12} = L_{21}$ 는 상호 인덕턴스이다. 식 (3)의 임피던스 행렬의 첫째 열의 값은 식 (1)의 전류 값이 $I_{s1} = 1$ 과 $I_{s2} = 0$ 일 때의 V_{s1} 과 V_{s2} 의 값이다.

Y_r 의 계산도 이와 유사한데, 이 경우에는 전압 대신 전류 값이 되며, 이것은 맥스웰 방정식으로부터 변위 전류를 무시한 준정적 자계(magneto-quasistatic)의 가정 하에서 유도된 아래 식과 같은 적분방정식으로부터 얻어진다^[6].

$$\frac{J(r)}{\sigma} + \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{J(r')}{|r-r'|} dv' = -\nabla\phi(r) \quad (4)$$

여기서, $J(r)$ 는 전류밀도이고, σ 는 도전율, μ 는 투자율, 그리고 ϕ 는 포텐셜이다.

이 적분방정식을 PEEC법에 적용하기 위하여 가늘고 긴 사각 단면을 갖는 필라멘트로 도체를 나누고, 필라멘트 내에서는 전하의 축적이 없으며, 필라멘트의 길이방향으로 일정한 전류밀도를 갖는다고 가정한다. 식 (4)의 도체에서의 전류밀도는 다음 식 (5)와 같이 필라멘트에서의 전류 값으로 나타낼 수 있다.

$$J(r) \approx \sum_{i=1}^b I_i \omega_i(r) l_i \quad (5)$$

여기서, I_i 는 필라멘트에서의 전류 값이며, l_i 는 i 번째 필라멘트의 길이방향으로의 단위벡터이다. $\omega_i(r)$ 는 i 번째 필라멘트 안에서는 $1/a_i$ 의 값을 갖고, 밖에서는 0의 값을 갖는 가중함수이며, a_i 는 필라멘트 단면적이다. b 는 분할된 필라멘트의 수이다. 모멘트법을 적용하여 식 (4)와 식 (5)로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{l_i}{\sigma a_i} \right) I_i + \\ & j\omega \sum_{j=1}^b \left(\frac{\mu}{4\pi a_i a_j} \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{1_i \cdot 1_j}{|r-r'|} dV dV' \right) I_j \\ & = \frac{1}{a_i} \int_{a_i} (\phi_A - \phi_B) dA \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, l_i 는 i 번째 필라멘트의 길이이며, V_i 와 V_j' 는 각각 i 번째와 j 번째의 필라멘트 체적이고, ϕ_A 와 ϕ_B 는 필라멘트의 양쪽 끝면에서의 포텐셜을 나타낸다. 식 (6)을 행렬방정식으로 나타내면

$$Z I_b = V_b \quad (7)$$

또는

$$(R + j\omega L) I_b = \mathcal{D}_A - \mathcal{D}_B \quad (8)$$

이다. 여기서, \mathcal{D}_A 와 \mathcal{D}_B 는 필라멘트의 양쪽 끝면에서의 포텐셜의 평균값을 나타낸다. 또한, 식 (8)에서의 R 과 L 은 다음 식과 같다.

$$R_{ii} = \frac{l_i}{\sigma a_i} \quad (9)$$

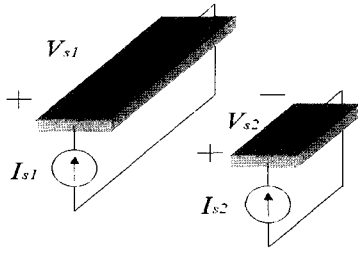


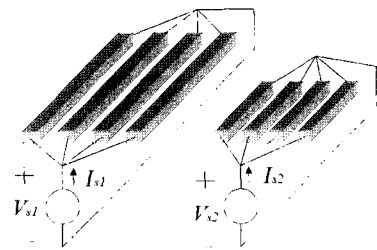
그림 1. 두 도체에 주어진 전류 I_{s1} 과 I_{s2}
Fig. 1. I_{s1} and I_{s2} of two conductors.

$$L_{ij} = \frac{\mu}{4\pi a_i a_j} \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{l}_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV dV' \quad (10)$$

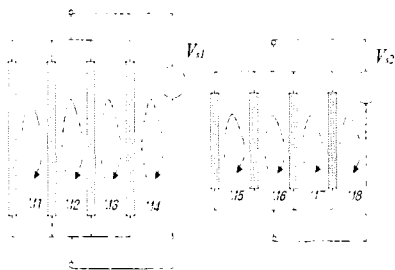
식 (7)의 행렬식으로부터 전류 값을 구하기 위해 메쉬 해석법(mesh analysis)을 적용한다. 그림 1에서의 두 도체를 그림 2의 (a)와 (b)처럼 필라멘트로 분할하고, 메쉬 루프를 생성한다.

메쉬 루프에 키르히호프의 전압 법칙을 적용하면, 메쉬 행렬 M 을 구할 수 있다. 구한 M 을 이용하여 메쉬의 브랜치(branch)전압과 소스전압 사이의 관계를 아래의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$M V_b = V_s \quad (11)$$



(a) 분할된 필라멘트
(a) discretized filaments



(b) 메쉬루프
(b) mesh loops

그림 2. 메쉬 해석법
Fig. 2. Mesh analysis.

또한, 메쉬루프에서의 전류와 브랜치에서의 전류의 관계식은

$$M^t I_m = I_b \quad (12)$$

와 같이 되며, 최종적으로 구하고자한 전류를 미지수로 둔 행렬식은 식 (7), 식 (11) 및 식 (12)을 이용하여 아래 식과 같이 얻을 수 있다.

$$M Z M^t I_m = V_s \quad (13)$$

식 (13)의 행렬방정식을 계산하여 구한 메쉬루프에서의 전류 I_m 으로 인덕턴스와 저항을 구한다.

III. 고속화 알고리즘의 적용

고속화 알고리즘의 주요 개념은 멀리 떨어져 있는 요소끼리의 상호작용의 세기는 서로 가까이 있는 요소끼리의 상호작용의 세기에 비해 작다라는 것을 바탕으로 하고 있다. 일반적으로 상호작용의 세기는 두 요소 사이의 거리에 반비례한다. 멀리 떨어져 있는 요소들을 그룹으로 만들어 계층적으로 구성함으로써 상호작용의 수를 줄이는 방법을 사용하는 것이다. 본 논문에서는 인덕턴스 계산을 위한 고속화 알고리즘의 적용에 대하여 간략히 서술한다.

식 (13)의 행렬식을 반복 계산법에 의해 계산할 경우, k 번째 반복에서의 행렬-벡터 곱은 다음 식과 같다.

$$M Z M^t I_m^k = M R M^t I_m^k + j\omega M L M^t I_m^k \quad (14)$$

여기서, 우변 첫째 항은 메쉬의 수인 m 에 비례하는 계산시간이 필요하다. 왜냐하면, 메쉬 행렬인 M 은 대부분이 0인 성긴 행렬(sparse matrix)이고 R 은 대각행렬이기 때문이다. 하지만, 우변 둘째 항은 L 이 짙은 행렬(dense matrix)이므로 m^2 에 비례하는 계산시간을 필요로 한다. 따라서, 우변 둘째 항에 고속화 알고리즘을 적용한다. 먼저, 식 (10)으로부터 $L M^t I_m^k$ 을 다시 적으면

$$(L I_b)_i = \sum_j \left(\frac{\mu}{4\pi a_i a_j} \int_{V_i} \int_{V_j} \frac{\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{l}_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV dV' \right) I_j \quad (15)$$

이 된다. 식 (15)를 벡터 포텐셜로 나타내면,

$$(LI_b)_i = \frac{1}{a_i} \int_{V_i} A(\mathbf{r}) I_i dV \quad (16)$$

이 되며, 여기서 벡터 포텐셜은

$$A(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{j=1}^k \left(\int_{V_j} \frac{I_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV \right) \frac{I_j}{a_j} \quad (17)$$

이다. 식 (17)은 $(LI_b)_i$ 가 각 필라멘트에서의 벡터 포텐셜의 적분에 의해 계산되어진다는 것을 의미한다. 또한, 벡터 포텐셜의 각 성분은

$$\phi_p(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{j=1}^k \left(\int_{V_j} \frac{(I_j)_p}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV \right) \frac{I_j}{a_j} \quad (18)$$

$p \in \{1, 2, 3\}$

와 같이 나타낼 수 있으며, 이 식은 $(LI_b)_i$ 의 계산이 세 번의 고속화 알고리즘의 적용으로 계산되어질 수 있음을 나타낸다.

IV. 적응 PEEC 격자분할법

임의의 3차원 구조에서의 인덕턴스의 계산을 위해 PEEC 법을 적용하기 위해서는 해석할 도체를 필라멘트로 분할하여야 한다. 해석모델이 IC 패키지의 핀이나 커넥터와 같은 가늘고 긴 모양의 구조인 경우 길이 방향으로의 전류만을 가정하므로 그림 3과 같이 도체방향으로만 가늘고 긴 필라멘트로 분할을 행한다. 필라멘트의 크기는 주파수에 따른 표피 효과와 근접효과를 고려하여 길이방향으로 일정한 전류밀도를 갖는다고 가정할 수 있을 만큼 충분히 나눈다.

PEEC 법을 적용하여 해석할 모델이 도체 평판과 같이 한쪽 방향의 전류만으로 가정할 수 없는 경우 필라멘트를 격자모양으로 구성하여 도체 평

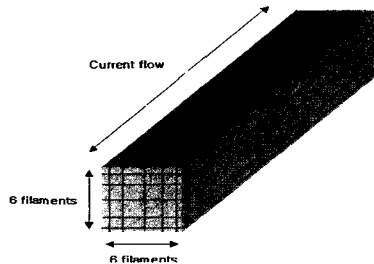


그림 3. 필라멘트에 의한 도체 분할
Fig. 3. Division of a conductor by filaments.

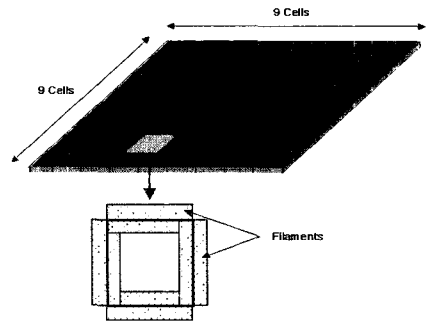


그림 4. 필라멘트에 의한 평판 도체 분할
Fig. 4. Division of a conducting plate by filaments.

판 위의 두 방향에서의 전류를 모두 고려하여야 한다.

필라멘트 격자 생성방법은 그림 4와 같이 먼저 도체평판을 셀로 분할한 후 인접한 셀과 겹쳐서 격자 모양으로 필라멘트를 생성한다.

일반적으로 사용되어지는 균일한 PEEC 격자로는 전류의 실제적인 물리적 분포에 적합한 계산을 수행하기 어렵다. 본 논문에서는 주파수에 따라 변화하는 평판도체에서의 전류의 크기로 오차를 추정하여, 각 셀에서의 격자를 세분화하였다. 먼저, 초기 격자의 분할이 이루어진 후에 고속 알고리즘에 의한 임피던스 계산이 수행되고, 저항과 인덕턴스가 구해진다. 그 후에 전류밀도가 상대적으로 높은 셀에서의 필라멘트가 세분화되고, 다음 계산을 위한 적절한 메쉬 행렬이 만들어진다. 이러한 계산을 수렴이 이루어질 때까지 반복해서 수행한다. 그림 5는 셀 내에서의 필라멘트의 세분화 과정을 보여준다. 그림 6은 적응 PEEC 격자를 이용한 고속화 알고리즘의 흐름도로 나타낸 것이다.

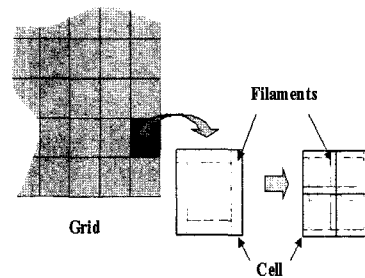


그림 5. 필라멘트의 세분화
Fig. 5. Refinement of filaments.

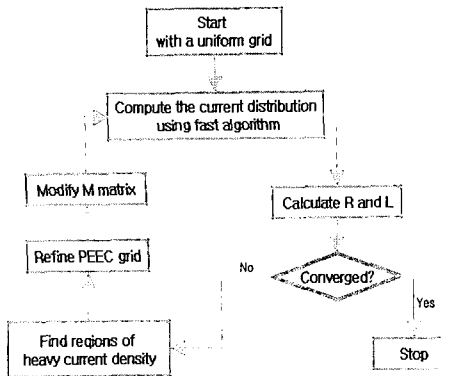


그림 6. 적용 PEEC 격자 분할법의 흐름도
Fig. 6. Diagram of adaptive PEEC grid algorithm.

V. 수치계산 결과

본 논문에서 제안한 방법을 평가하기 위해 정사각형의 도체평판에서의 주파수에 따른 전류분포와 인덕턴스를 계산하였다. 그림 7은 도체평판의 아래와 위쪽 변의 가운데 부분에 1 V의 전압을 인가했을 때의 전류분포를 나타내는 것이다.

그림 7의 (a)와 (b)는 각각 1 Hz와 1 GHz의 주파

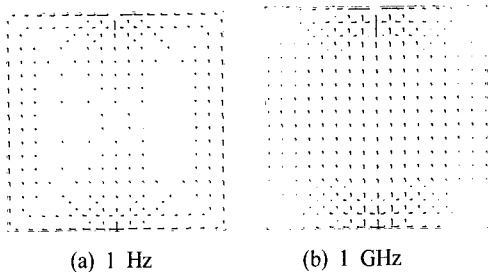


그림 7. 주파수에 따른 전류분포
Fig. 7. Current distributions.

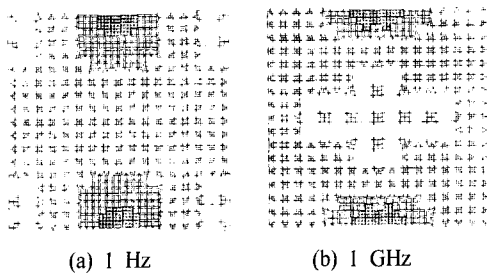


그림 8. 적용 PEEC 격자
Fig. 8. Adaptive PEEC grids.

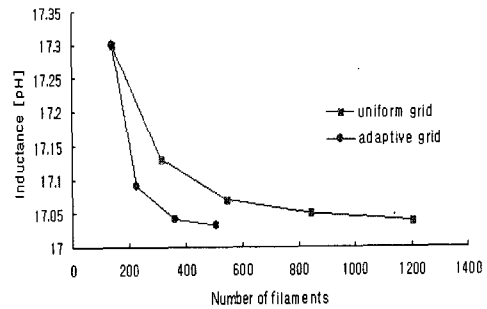


그림 9. 필라멘트 수에 따른 인덕턴스의 수렴(1 Hz)
Fig. 9. Convergence of inductances.

수를 증가했을 경우이며, 주파수에 따른 전류의 분포가 서로 다름을 나타내고 있다. 따라서, 도체평판의 효율적인 해석을 위해서는 적용 PEEC 격자가 필요함을 알 수 있다. 그림 8은 본 논문에서 제안한 방법으로 전류분포에 적합한 적용 PEEC 격자의 생성을 보여준다. 그림 9와 10은 적용 PEEC 격자에 의한 경우가 균일하게 격자를 증가시킨 경우보다 더 빠른 수렴을 얻을 수 있음을 보여준다. 수렴된 인덕턴스의 값은 표 1에 나타내었다.

도체평판 위에 전압이 인가된 마이크로스트립이

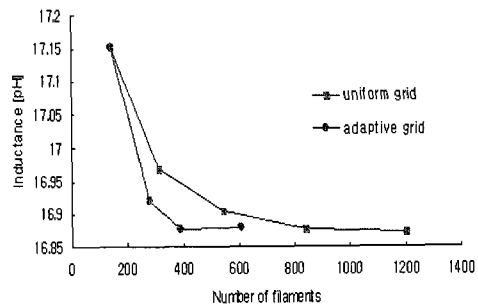


그림 10. 필라멘트 수에 따른 인덕턴스의 수렴 (1 GHz)

Fig. 10. Convergence of inductances.

표 1. 수렴된 인덕턴스값
Table 1. Converged inductances.

Frequency	Uniform grid	Adaptive grid
1 [Hz]	17.04 [pH]	17.03 [pH]
	1200 [filaments]	508 [filaments]
1 [GHz]	16.87 [pH]	16.88 [pH]
	1200 [filaments]	608 [filaments]

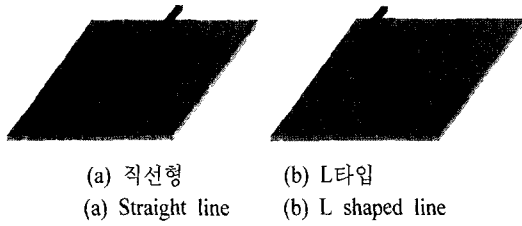


그림 11. 마이크로스트립 라인
Fig. 11. Microstrip lines.

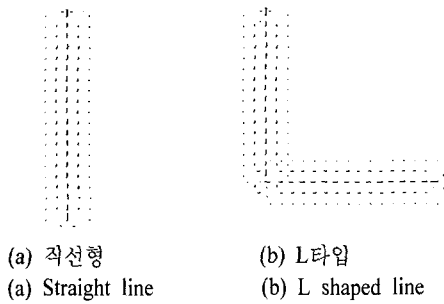


그림 12. 전류분포
Fig. 12. Current distribution.

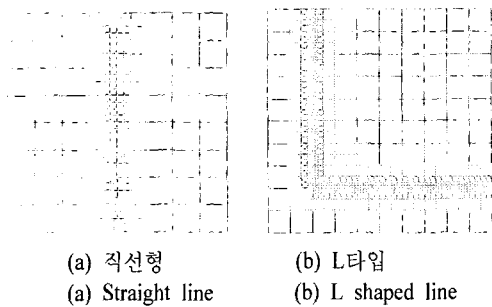


그림 13. PEEC 격자 분포
Fig. 13. PEEC grid distribution.

있는 경우 도체평판의 전류분포는 마이크로스트립의 모양에 따라 달라진다. 그림 11의 (a)는 직선형태의 마이크로스트립의 경우이고, (b)는 L형태의 마이크로스트립이 있는 경우이다.

이 마이크로스트립에 1 V의 전압을 인가했을 때의 도체 평판에서의 전류분포는 그림 12와 같으며 그림 13은 본 논문에서 제안한 알고리즘으로 구한 적응 PEEC 격자를 나타낸다. 이 경우, 평판에 비해 스트립이 매우 가늘고 긴 구조를 하고 있기 때문에 스트립의 길이 방향 외의 전류는 고려하지 않아 스트립라인에는 적응 PEEC 격자를 적용하지 않고 그라운드 평판에만 적용하였다. 그림 14는 L 형태의 마

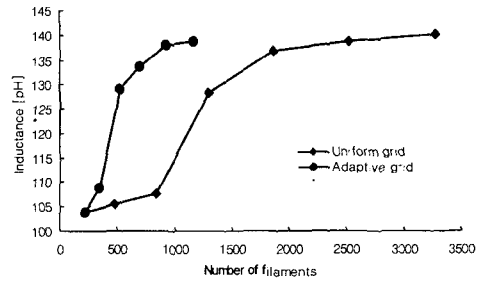


그림 14. 인덕턴스의 수렴도
Fig. 14. Convergence of inductances.

이크로스트립에서의 인덕턴스의 수렴도를 나타낸 것이다. 균일한 PEEC 격자에 비해 적응 PEEC 격자로 분할한 경우 훨씬 빨리 수렴함을 알 수 있다. 이 경우 수렴된 값은 약 140 pH로 Ansoft사의 Spicelink로 해석한 결과인 128 pH과 거의 비슷한 값을 얻을 수 있었다.

VI. 결 론

본 논문에서는 인덕턴스의 효율적인 계산을 위해 고속화 알고리즘과 결합한 적응 PEEC 격자 분할법을 제안하였다. 제안된 방법을 이용하여 사용주파수나 마이크로스트립의 구조에 따라 변화하는 전류분포에 적합한 적응 PEEC 격자를 생성함으로써 인덕턴스를 빠르게 구할 수 있었다. 제안된 적응요소분할법과 고속화 알고리즘을 활용한다면, IC 패키지, PCB 및 커넥터에 대한 충분한 해석을 통하여 회로 및 시스템에 대한 연구의 한계를 극복하여 새로이 개발되는 소자의 설계와 평가에 대한 기반기술의 마련에 도움을 줄 수 있다고 생각한다.

참 고 문 헌

[1] A. C. Cangellaris, J. L. Prince and L. P. Vakanas, "Frequency-dependent inductance and resistance calculation for three-dimensional structures in high-speed interconnect systems", *IEEE Trans. on Componets, Hybrids, and Manufacturing Technology*, pp. 154-159, Mar. 1990.
[2] L. M. Silveira, M. Kamon and J. White, "Efficient reduced-order modeling of frequency-dependent coupling inductances associated with 3-D inter-

- connect structures", *European Design and Test Conference*, pp. 534-538, 1995.
- [3] Han Kim, Chang-Hoi Ahn, "Fast inductance extraction of microstrip lines using adaptive PEEC grid", *Microwave Conference, 2002. AP-MC 2002*, vol. 1, pp. 81-84, Nov. 2002.
- [4] M. Kamon, M. J. Tsuk and J. White, "FAST-HENRY: A multipole-accelerated 3-D inductance extraction program", *IEEE Trans. MTT.*, vol. 42, no. 9, Sep. 1994.
- [5] G. Lippens, D. D. Zutter, "Flat package inductance extraction with ground plane current precalculation", *Electrical Performance of Electronic Packaging*, pp. 221-224, 2001.
- [6] M. Kamon, "Efficient Techniques for Inductance Extraction of Complex 3-D Geometries", *M. S. Dissertation*, M. I. T., Massachusetts, 1994.

김 한



1995년 2월: 영남대학교 전기공학과 (공학사)
 1997년 2월: 영남대학교 전기공학과 (공학석사)
 1999년 3월~2003년 2월: 영남대학교 전자공학과 (공학박사)
 2003년 4월~현재: (주)삼성전기

기관연구소 선임연구원
 [주 관심분야] 전자장 수치해석, PCB 및 IC package의 파라미터 추출

안 창 회



1985년 2월: 서울대학교 전기공학과 (공학사)
 1992년 2월: 한국과학기술원 (공학박사)
 1992년 8월~1993년 2월: KAIST 정보전자연구소
 1997년 2월~1998년 1월: 미국

Univ. of Illinois 방문교수
 1993년 3월~현재: 영남대학교 전자정보공학부 부교수
 [주 관심분야] 전자장론 및 수치해석, 마이크로파 수동소자