

GSP를 활용한 기하교육 사례 연구

한 동 승¹⁾ · 조 지 연²⁾

본 논문에서는 학교 기하 교육에서 넓게 사용되고 있는 GSP의 효용성에 대하여 연구하였다. 사례연구는 중학교 2학년 도형 단원의 학습을 실험반과 비교반으로 나누어 수업을 한 후 3 단계의 평가와 설문조사로 분석하였다. 분석결과 GSP를 활용한 실험반의 학습인지도가 높았으며, 설문조사를 통하여 정의적인 측면에서도 효율적임을 알 수 있었다.

주요용어 : 기하교육, GSP, 효용성

I. 서론

컴퓨터 보급의 확산과 인터넷의 발달로 세계는 급변하고 있고, 이에 대처하기 위해 각 나라마다 정보화교육에 초점을 두고 있다. 한 나라의 미래는 오늘의 교육을 통해 예언할 수 있다. 따라서 지식정보화 사회에서 국가 경쟁력을 확보하기 위해서는 새로운 기술을 창조해 낼 수 있고 창의적 사고력을 함양하는 인재의 양성에 주안점을 두어야 한다. 지식위주의 수동적인 교육 방식으로는 정보화세계에 능동적으로 대처할 수 있는 창의적 사고력을 지닌 인재양성이 불가능하다.

이러한 시대적 배경 아래 정부에서는 교육개혁을 추진하고 있다. 현재 일선 학교에서는 정보화 교육의 추진으로 다양한 멀티미디어 시설이 설치되어 있고, 이러한 technology의 도입으로 학습자가 자기 주도적인 수업을 하고, 창의적 사고력을 개발할 수 있게 되었다. 또한 7차 교육과정에서도 학습자의 개인차를 고려한 단계형 수준별 교육과정을 도입하고, 선택교과의 폭을 넓혀 학습자의 재량권을 확대하고 있다. 특히 교수·학습 방법으로 학생중심의 토론학습, 실험 및 실습학습, 창의적 문제해결학습 등을 제시하고, 학습하는 방법의 학습을 정착시키고, 자기 주도적 학습 능력향상 및 개별화 학습의 강화를 기본 방향으로 제시하고 있다. 정보화 사회로의 변화를 주도해 온 새로운 technology의 출현은 구성주의와 상호 보완적인 역할을 하면서 학생의 자율성과 창의성을 추구하는 학생 중심의 열린 환경을 제시, 실천하는 원동력이 되고 있다. 특히 수학은 형식화된 대상을 조작함으로써 패턴을 탐구하는 학문이기 때문에 기존의 지필 환경만으로는 학생들이 인지 수준에 맞추어 교수·학습 목표를 달성하기에 어려움이 많았다. 이제 학생들은 technology와의 상호작용을 통해서 추상적인 수학적 개념을 모델링하고 그것을 직접 조작해 보는 탐구 활동이 가능해진 것이다.

그러나 이러한 환경 변화에도 불구하고 컴퓨터는 기대만큼 수업현장에 활용되지 않고 있다. 그 이유는 변화에 대한 부담감으로 인하여 수업방식을 전환하기가 쉽지 않고, 아무리

1) 전주대학교 수학과, hands@jeonju.ac.kr

2) 운주중학교, ice0185@hanmail.net

technology 활용 교육을 강조하여도 고전적인 수업방식의 강점(수업 준비의 수월성, 학생과의 교류를 통한 학습, 정서적 안정성, 칠판 수업의 용이성 및 경제성)을 교사 대부분이 쉽게 버릴 수 없기 때문이다. 시대의 흐름에 따라 변화를 시도 해야할 필요는 느끼지만 technology 활용에 관한 효율성에 대한 검증이 부족한 상황이다. 교육의 본질에 입각하여 생각한다면 수업은 교사와 학생간의 교류와 상호작용을 통해서 그 효과를 극대화할 수 있다. 하지만 technology의 활용은 기계라는 매체를 통하기 때문에 상당한 거부감을 야기하고, 수업 현장에서 바로 사용하기에는 훈련 및 준비에 많은 시간을 소요하게 하며, 인간적인 교감을 형성하는 데에도 어려움이 많다. 교육 개혁이 불가피한 상황에서 technology 활용의 기피현상은 우리 교육의 경쟁력을 약화시키고, 이것은 결국 앞으로 국가의 경쟁력을 약화시키는 결과를 초래할 것이다.

이러한 이유로 이 논문에서는 기하교육의 교수·학습 방법으로 제시되는 컴퓨터의 활용방법과 technology 활용의 수단으로서 탐구형 software를 활용한 기하교육을 살펴보고자 한다. 또한 탐구형 software 중에서도 최근 널리 보편화 되어있는 GSP의 활용에 대한 사례연구를 통하여 고전적인 수업방식과 비교하여 technology를 활용한 수업방식이 학습자의 자기주도적 학습능력, 직관력, 응용력, 논리력, 수업내용의 인지도 및 지속성, 또한 정의적인 측면에서 어느 정도의 효율성을 나타나는지를 연구하고자 한다.

사례연구의 방법은 중학교 2학년 기하내용인 도형의 성질 단원을 비교반 네 개 반, 실험반 세 개 반을 편성하고 각각 다른 교사가 고전적인 수업과 GSP를 활용한 수업을 전개했을 때 평가를 통하여 그 차이를 확인하였다. 학급편성은 1학년 학년말 성적으로 고르게 구성된 동질집단이고, 평가 단계를 3단계로 하여 객관성을 확보하였다. 또한 설문지를 통하여 학생들의 수학에 대한 인식정도를 살펴보고, GSP에 대한 호응도를 파악하여 그 효율성을 확인하였다.

II. 이론적 배경

1. 기하교육과 컴퓨터

최근 NCTM(1998)에서는 수학교수 프로그램은 모든 학생들의 수학적 이해를 돕기 위해 공학을 사용해야 하며, 점차 증가하고 있는 기술세계에서 수학을 사용하도록 준비시켜야 한다는 공학의 원리를 제시하고 있다. 이것은 수학 전반 뿐 아니라 특히 기하학습에도 적용될 수 있다. 현재 기하학습의 개선방안으로 제시된 컴퓨터는 빠른 계산이 가능하고, 수학적 아이디어를 시각적으로 나타낼 수 있으며, 기하교육과정을 풍부하고 역동적으로 만들 수 있는 가능성을 제시하고 있다.

기하학습에 사용할 수 있는 컴퓨터의 기능은 다음과 같다(김민경, 1997).

첫째, 그래픽이나 애니메이션 기능이다. 컴퓨터의 그래픽과 애니메이션은 기존의 교과서나 TV 등의 다른 매체와는 달리 학생들 스스로 시각화를 통제하고 조절할 수 있도록 해준다. 그래픽이나 애니메이션의 효과는 학습의 내용을 쉽게 시각화하여 전달할 수 있으며 학생들에게 동기유발의 수단으로 작용할 수 있다. 이러한 점에서 기하 학습의 어려움을 완화시켜 줄 수 있다. 특히, 개념의 이미지를 적절하고 다양하게 표현할 수 있어서 류희찬(1997)은 형

식적인 증명이나 개념 학습의 전 단계에서 그래픽이나 애니메이션, 시물레이션을 통한 직관적 탐구적 활동은 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각시킬 수 있다고 지적했다.

둘째, 시물레이션 기능이다. 컴퓨터에서 시물레이션은 시각적, 공간적인 이유 때문에 실제로 제작할 수 없는 경우, 실제와 유사한 상황을 제시하여 학생들 스스로 직접적인 참여자의 역할을 수행하도록 하는 것을 의미한다. 수학의 연역적인 성질은 경험적이고 귀납적인 성질로 바꾸어 줌으로써, 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각시킬 수 있다는 점에서 수학 교육에 중요한 역할을 할 수 있다(강행고, 1997).

셋째, 계산속도와 능력이다. 컴퓨터의 가장 기본적인 기능은 바로 계산 처리의 신속성이라 할 수 있다. 컴퓨터는 산술적인 계산뿐만 아니라 대수적 문자식의 변환도 신속히 처리할 수 있다. 이러한 컴퓨터의 계산기능은 학교수학의 근본적인 변화를 가져오게 된다. 종래의 교육과정의 상당부분은 계산기능의 숙달에 두어 왔다. 만약 계산의 상당부분을 대체할 수 있다면 교육과정을 계산기능 위주로 편중되지 않게 운용할 수 있을 것이다.

넷째, 오류수정 기능이다. 프로그래밍을 작성하는데 대개 오류가 있게 마련이며, 오류가 존재하지 않더라도 수정할 것이 존재하지 않는 프로그래밍은 드물다. 오류 수정의 기회를 통해 보다 완벽한 프로그래밍으로 발전할 수 있는데, 이 과정을 통해 수학교육에서는 사고력 향상을 위한 기회로 사용할 수 있다. 오류는 예상하지 못한 엉뚱한 곳에서 일어나기 때문에 학생들이 흥미를 느낄 수 있다. 또한 컴퓨터 환경에서는 오류를 제거하기 위해 반드시 무엇을 할 수밖에 없기 때문에 자신의 행동에 대한 새로운 통찰로 이끌 수 있다.

이러한 컴퓨터의 기능을 활용하여 기하교육을 개선시킬 수 있는 방안을 정리해보면,

첫째, 기하 개념을 지도하는 데 직관적인 방법을 택할 수 있다.

둘째, 추정하거나 탐구하는 활동에 초점을 맞출 수 있다. 현재 기하교육은 공리나 정의로부터 주어진 기하학적 원리나 정리를 연역적으로 증명하는 과정에 주안점을 두고 있다. 적절한 정리를 발견하고 형식화하며 가설을 설정하는 능력은 증명하는 능력만큼 중요하다. 컴퓨터의 그래픽 기능과 계산처리 능력은 도형의 관계를 탐구하고 추정하는 실험의 기회를 제공한다.

셋째, 논리적 사고력을 향상시킬 수 있다. 기하학적 증명에 대한 인공지능 프로그램에 의해 학생들이 컴퓨터와 대화를 해 나가면서 주어진 기하 증명 문제에 대해 증명을 할 수 있고, 자신의 증명과정을 스스로 수정할 수 있다. 또한 컴퓨터 언어를 이용한 프로그래밍 자체가 논리적 추론과정이므로 프로그래밍 활동은 논리적 추론능력을 향상시킨다.

넷째, 변환기하를 쉽게 도입할 수 있다. 학교기하에서 변환기하를 도입하기 어려운 이유는 도형의 “움직임”을 구현하는 도구가 없었기 때문이다. 컴퓨터의 그래픽 소프트웨어를 사용하면 변환기하의 중심아이디어(회전, 대칭이동, 평행이동, 닮음변환)를 시각적으로 분명히 이해시킬 수 있다. 컴퓨터를 이용한 변환기하의 도입은 학생들로 하여금 기하를 매우 매력적이며 역동적인 과목으로 간주하게 만든다. 컴퓨터에서는 변환을 그래픽으로 나타냄으로써 기하학적인 내용을 직관적으로 지도할 수 있다. 변환은 강력한 문제해결 도구이며, 모든 도형에 적용되는 합동과 닮음 개념을 폭넓게 발달시키는 데 기여하고, 공간 감각 발달에 기여한다(신동선, 유희찬 1998).

다섯째, 해석기하를 중학교 저학년에서부터 폭넓게 도입할 수 있다. 대부분의 중학교 기하교육은 논증기하에 치중하고 있다. 학생들이 대수에서 배운 내용을 관련시키기 위해서는 기하의 많은 정리들이 분석적으로 다루어질 필요가 있다. 컴퓨터의 계산능력은 기하에 대수적 계산의 도입을 용이하게 해준다.

여섯째, 적절한 소프트웨어를 이용하면 기하나 여러 다른 과목(대수, 물리, 화학, 확률 등)의 아이디어를 통합시킬 수 있다. 예를 들어 변환기하가 도입되고 행렬의 곱을 쉽게 계산할 수 있게 됨에 따라 행렬의 함수적 의미를 쉽게 이해시킬 수 있다.

따라서 컴퓨터를 활용한 기하교육이 기하교육과정의 문제점인 형식기하와 직관기하의 단점을 극복하게 하고, 공간감각을 자극하여 창의적 사고력을 개발할 수 있고, 활동적인 수업으로 학생의 흥미를 유발할 수 있다. 그리고 또한 컴퓨터의 발달은 수학 자체와 수학내용을 변화시켰고, 수학에서 중요한 개념의 위치, 수학적 활동, 수업할 내용, 교수 학습 방법 등의 변화를 유발한다.

2. GSP를 통한 평면기하교육

최근 컴퓨터의 발달과 함께 역동적이고 상호작용이 가능한 교육 매체들을 개발하였다. 이러한 교육매체들은 단순히 컴퓨터로부터 학습자로의 일방적인 지식의 전달에서 탈피하여 학습자와 컴퓨터와의 상호작용을 강조하고 있다. 이러한 학습용 소프트웨어를 탐구형 소프트웨어라고 한다. 탐구형 소프트웨어 중에서 대표적인 것은 Logo, Cabri II와 GSP, Cinderella, DRC, Wingeom, Excel, Matheview, Poly 등이다. 소프트웨어들 중 Logo, Cabri II와 GSP, Cinderella, Wingeom, Poly는 특히 기하학습에 많은 도움을 줄 수 있다.

지필환경에서 종이와 연필, 그리고 자와 컴퍼스만을 이용해서 생생한 기하학적 원리를 담은 그림을 그리기에는 여러 가지 한계가 있다. 특히 수업시간에 자와 컴퍼스로 작도한다는 것은 시간상 제약이 있고 정확성에서도 한계가 있다. 한번 그려진 그림을 조작할 수 없기 때문에, 여러 가지 기하학적 성질을 탐구하는데 어려움이 있다. 이러한 한계점을 극복하기 위한 방법의 하나는 기하학습에 탐구형 소프트웨어를 활용하는 것이다. 탐구형 소프트웨어인 Cabri II, GSP, Cinderella는 기본적으로 점, 직선, 그리고 원을 이용하여 여러 가지 평면도형의 기하학적 표현을 쉽고 정확하게 구현할 수 있는 소프트웨어이고, Wingeom와 Poly는 지필 환경에서 다루기 힘든 여러 가지 입체도형을 쉽게 구현하고 탐구할 수 있는 소프트웨어이다.

NCTM(1998)은 중학교 기하의 대부분은 도형의 종류 및 도형들의 중요한 특징들 사이의 관계를 탐구하고 정확히 기술하는 것에 관한 것이므로, 그러한 탐구에서 도형에 관한 구체적인 모델이나 그림모델 또는 기하 소프트웨어의 활용이 필요하다고 강조한다. 동적인 기하 소프트웨어는 실험적으로 탐구하고 추측할 수 있으며 추측들이 참임을 증명하는 강력한 도구일 뿐 아니라, 거짓 추측에 대한 반례를 구성하는데 매우 중요한 도구로서 논리적 사고를 촉진시킨다. 또한 학생들의 사고를 의미 있는 정당화로 이끄는 증명과 정당화에 대한 새로운 접근을 고안하는 데, 이 소프트웨어를 사용할 수 있다. 상호 작용하는 기하 소프트웨어는 시각적 정당화와 경험적 사고를 형식적 증명에서 논리적 정당화와 함께 보다 높은 수준의 기하적 사고와 연결시키며, 중학교 기하교육과정에서 “중요하고 재미있는 개념을 학생들이 학습하도록 안내해주는 소프트웨어이다.

이와 같이 동적 기하 소프트웨어는 지금까지 기하교육의 문제를 개선할 수 있는 하나의 방안이다. 그리고 기하교육에 소프트웨어를 활용함으로써 증명에 관한 학습방법이나 기존의 지필 환경에서 다루던 내용들이 달라져야 할 것이다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

연구는 크게 인지적 부분과 정의적 부분을 나누어 실행하였다. 인지적 부분의 연구는 GSP를 사용하기 전, 사용직후, 사용 후 2개월 지난 시기로 나누어 3차례의 평가를 실시하였다.

정의적 부분에서의 연구방법은 설문지를 통하여 비교반과 실험반의 수학에 대한 흥미 및 필요성 인식 정도, 도형단원에 대한 관심, GSP에 대한 인식 정도를 조사하였다.

1. 연구 대상

실험반 네 개 반은 사전에 GSP 사용방법에 대한 사전 교육을 실시하였고 1인 1대의 컴퓨터로 한 달 동안 실습하였다. 중학교 2학년 도형단원 중에서 도형의 성질을 실습하였고, 도형의 답을 실습하지 않았다. 그 결과 도형단원에서 실습한 단원이 훨씬 관심과 흥미가 높은 것을 확인할 수 있었다.

위 연구대상자는 전북 남원시에 거주하는 학생들로 컴퓨터 사용법은 81%이상이 사용가능하고, 컴퓨터 보유현황은 평균적으로 71 % 이상이다.

<표 1> 실험 대상

| | A반(비교반) | B반(GSP활용반) |
|------|---------|------------|
| 반 | 1반 ~ 4반 | 5반 ~ 7반 |
| 인원 | 138명 | 102명 |
| 지도교사 | 조 0 0 | 배 0 0 |

※ 반편성은 1학년말 성적에 의해 균일하게 편성된 동질집단임

2. 학습방법

실험장소는 컴퓨터 실습실에서 실시하였고, 책상의 배열은 모두 칠판을 향한 일제식 수업 형태로 진행하였다. 실험결과와 객관성을 확보하기 위하여 연구자가 비교반의 수업을 실시하였고 다른 수학교사가 실험반의 수업을 실시하였다. 실험반의 수업 시 정규시간표에 의하여 컴퓨터 수업시간과 중복되지 않게 수업시간표를 조정하는 것이 어려웠다. 수학 실습실이 있다면 더욱 효율적으로 실습할 수 있을 것이다.

실험반의 수업은 도형의 성질을 확인하거나 외심, 내심을 작도할 때 이론적 수업을 전개한 후 실습을 통해 복습하고, 도형의 형태를 다양하게 변화시키면서 도형의 성질을 확인하는 방식으로 전개하였다. GSP의 작도만으로 삼각형의 외심, 내심을 작도하기에는 개념의 정립이 안정적이지 못하여서 이론수업의 보조적인 수단으로 사용하였다. 수업내용의 예시는 다음과 같다.

<표2>

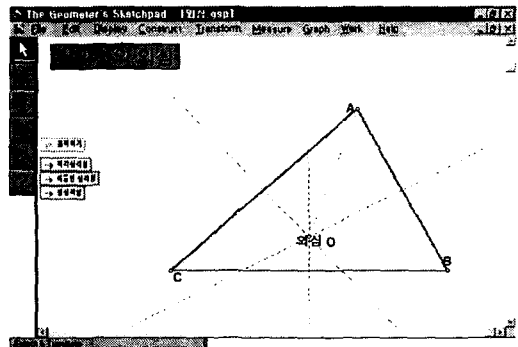
| | |
|------|---|
| 수업환경 | <ul style="list-style-type: none"> · 수업장소 : 컴퓨터실 · LAN 시설망 확충 · Pentium 컴퓨터 40여대 보유 · OHP 시설 완비 · 컴퓨터 모니터와 TV 화면을 연결하는 En-corder 설치 · 1인 1대의 컴퓨터로 실습 가능 · 인터넷 전용선 설치 · 모니터가 책상 위에 배치되어 있어서 일체수업시 주의 집중에 어려움 |
| 단원설절 | <p>도형의 단원에서 도형의 성질과 도형의 닮음 중 도형의 성질 단원만 실습하여 도형의 닮음 단원과의 차이를 비교한다. GSP를 활용하여 도형의 성질을 이해하고 작도하는 과정을 통해 직관력, 논리력, 응용력의 향상 정도를 비교할 수 있다.</p> |

삼각형의 성질 - 외심 I

■ 수업

[1] 외심.gss를 통하여 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 작도되는 과정을 보면서 세 직선이 반드시 한 점에서 만난다는 사실을 추측한다. 작도된 삼각형의 꼭지점을 끌어 움직이면서 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형의 외심의 위치를 관찰한다.

[2] 외심.gsp를 통하여 모든 종류의 삼각형에 세 변의 수직이등분선의 교점, 즉 외심이 존재한다는 것을 추측한다. 또, 직각삼각형, 이등변삼각형, 정삼각형의 외심의 위치를 관찰한다.



<그림 1> 삼각형의 성질 1

■ 화면 기능 설명

[1] 외심.gss 파일을 사용할 때에는 New Sketch를 눌러 새로운 스케치 파일을 마련하여 'Given point A, point B, point C'라는 조건을 만족시킬 수 있도록 세 점 A, B, C를 선택하여야 한다. 그 다음에 Play를 누르면 천천히 작도가 되풀이된다.

[2] 외심.gsp 파일

: 모든 삼각형에 외심이 존재하는지 알아볼 수 있다.

: 직각삼각형, 이등변삼각형, 정삼각형의 외심의 위치를 알아볼 수 있다.

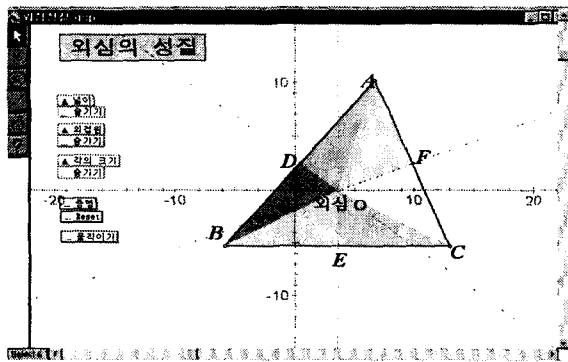
■ 지도상의 유의점

두 파일에서 모든 아이콘을 누를 뿐만 아니라 꼭지점, 선분 등을 직접 끌어 움직여서 적극적으로 도형의 성질을 관찰하고 추측해낼 수 있도록 지도한다.

[1] 외심.gss에서 작도하는 과정을 볼 때, Step을 누르면 마우스로 누를 때마다 작도가 한 단계씩 진행되도록 할 수도 있다.

[2] 외심.gsp에서는 외심.gss에서보다 역동적인 화면을 보는 것에 중점을 둔다. 또, 직각 삼각형의 외심에서는 외심이 빗변의 중점에 위치하는지 측정해본다.

삼각형의 성질 - 외심 II



<그림 2> 삼각형의 성질 2

■ 수업

외심성질.gsp를 통하여 외심이 작도될 때 생기는 성질(넓이가 같은 삼각형 발견, 길이가 같은 선분 발견)을 관찰한다. GSP를 이용한 수업을 마친 후 증명을 한다.

■ 화면 기능 설명

▲ 넓이 : 세 변의 수직이등분선으로 인하여 생기는 작은 삼각형 OBE, OCE의 넓이를 측정한다.

▲ 외접원 : 외심에서 세 꼭지점까지의 거

리를 측정하고 외접원을 띄워 준다.

▲ 각의 크기 : $\angle A$, $\angle BOC$ 와 두 각의 크기의 비를 측정한다.

▲ 숨기기 : 넓이, 외접원, 각의 크기를 다시 숨긴다.

... 증명 : 외심이 존재한다는 것을 알 수 있도록 두 삼각형이 합동임을 보여준다.

↔ 움직이기 : 삼각형을 다양한 모양으로 움직인다.

■ 지도상의 유의점

이 파일에서는 외심으로 인하여 생기는 성질들을 관찰하도록 한다. 화면에는 $\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 의 넓이만 측정되어 있지만 다른 삼각형도 선택한 후, Measure, Area를 눌러 넓이를 측정하도록 한다. 또, [증명]을 눌러 증명의 아이디어를 얻을 수 있도록 한다.

3. 평가

평가결과의 객관성을 확보하기 위하여 3단계의 결과를 비교 분석한다.

1) 1단계 평가는 GSP를 실시하기전의 성적 (1학기 중간고사, 기말고사, 2학기 중간고사)를 적용한다.

2) 2단계 평가는 GSP를 실시한 직후, 2학기 기말고사를 적용한다.

· 객관식 15문항 \times 4점씩 = 60점,

· 주관식 5문항 \times 6점씩 = 30점,

· 평소 태도점수 = 10점 (태도점수는 반별 균형을 맞추기 위하여 반에서 상대평가 실시)

상: 10점-15명, 하: 6점-10명, 중: 8점-상, 하를 제외한 인원.

3) 3단계 평가는 GSP를 활용효과를 직접 확인할 수 있는 직관적인 문제를 제시하여 이론

적인 지필평가 위주가 아닌 수업내용을 어느 정도 인지하고 있는가를 확인하기 위한 문제를 출제한다.

- 문항 1번~2번 : 주어진 삼각형에 삼각형의 외심과 내심을 (직관력 test)정의에 입각하여 나타내고, 외심과 내심의 성질을 이용하여 외접원과 내접원을 그리게 한다.
- 문항 3번~8번 : 삼각형에서 내심과 외심의 정의와 성질을 직접(논리력 test) 쓰고 어느 정도 인지하고 있는지를 확인한다. 증명하는 과정을 통하여 논리력을 확인한다.
- 문항 9번 : 외심의 성질을 실생활에 적용할 수 있는 문제를 제시(응용력 test)하고 어느 정도의 응용력이 있는지를 확인한다.

위 문항의 채점은 맞은 개수로 3분야(직관력, 논리력, 응용력)를 따로 채점하여 엑셀을 활용하여 50점 환산한 후 평균 및 표준 편차를 구한다.

<표 3> 평가 계획

| | |
|--------|--|
| 1단계 | 1학기 중간고사, 1학기 기말고사, 2학기 중간고사(GSP를 사용하지 않은 상태) |
| 2단계 | 2학기 기말고사, 도형의 성질과 도형의 답음을 통합하여 평가함.(GSP 사용 직후) |
| 3단계 | 2월 학년말 도형에 관련되는 문제지 본 연구자가 직관력, 논리력, 응용력을 평가하기 위하여 의도적으로 문제를 제작함.(GSP 사용 2개월 후) |
| 설문지 조사 | <ul style="list-style-type: none"> · 학생의 사전 준비 정도 파악 · GSP에 대한 관심의 정도 · 도형 단원에 대한 흥미도의 차이 · 수학에 대한 필요성 인식 정도 결과 분석 |

IV. 연구 결과 및 분석

처음에는 GSP의 작도기능을 활용하여 직접 삼각형을 그리고, 수직이등분선, 각의 이등분선 등을 작도하여 외심과 내심을 직접 작도하게 하였으며, 성질을 증명할 때는 예제 화일을 활용하여 애니메이션시킴으로써 확인하게 하였다. 수업진도 상 매시간 마다 GSP의 실습이 어려우므로 예제 화일의 활용은 시간과 에너지를 절약하게 하고, 작도가 어렵고 부진한 학생에게는 부담을 덜어주고 흥미를 유발하게 하였다.

GSP 실습시의 문제점은 좌석배치가 컴퓨터를 책상 위에 배치하여 학생과의 의사소통이 원활하지 않고, 주위를 집중시키기가 다소 어려웠으며, 몇몇 학생들은 실습보다 인터넷, 게임 등에 더욱 관심을 가지고 있었다. 컴퓨터 실습실에 Network가 설치되어 있어서 형성평가를 실시할 때는 컴퓨터 모니터 상에서 각각 진도에 맞춰 풀 수 있기에 학습자의 능력에 따른 개별 및 심화 학습의 효과를 얻을 수 있었다. GSP의 직접적 작도가 어려운 학생을 위해 반 내에서 수학 도우미를 정하여 실시한다면 더욱 효과적인 방법이 될 수 있다.

실용학문을 중시하는 풍조 속에 순수 수학에 대한 인식이 쇠퇴하고, 수학을 어려워하고 싫어하는 학생들이 속출하는 상황에서 GSP와 같은 탐구형 software가 대안책으로 제시될 수 있음을 확인하였다. 또한 가정에서 GSP를 활용한 개인학습이 효과적인 결과를 얻을 수

있음을 확인하였다. 그런데 아직까지 중소도시라는 여건 때문에 컴퓨터의 보급률이 50% 미만으로 부족한 실정이다. 컴퓨터에 대한 인식이 중소도시보다는 대도시가 더 확산되어 있음을 감안한다면 technology 활용수업의 효과는 더욱 강하게 나타날 수 있을 것이다.

1. 평가의 결과

<표 3, 4>에서와 같이 3단계로 갈수록 평균과 표준편차의 차이가 심화되었음을 알 수 있다. t-검정한 결과 1단계에서는 t통계량이 기각치 보다 작고, 유의수준 0.1 보다 양측검정 확률이 높아서 가설이 채택되어 두 집단이 동등한 실력을 가지고 있음을 있다. 2단계에서는 t통계량이 기각치 보다 높고, 유의수준 0.1 보다 양측검정 확률이 작아서 가설이 기각되어 두 집단의 실력이 차이가 나타나고 있음을 보여준다. 3단계에서는

$$p값=0.0038 <유의수준 \alpha=0.1$$

이므로 가설이 기각되어 두 집단의 실력의 차가 시간이 지날수록 커짐을 알 수 있다. 이는 GSP를 활용한 수업이 구성주의 이론에 입각하여 지식은 능동적으로 구성되어 진다는 활동주의의 효율성을 입증하는 결과이다. 또한 기하교육의 문제로 제시되었던 학습자의 눈높이에 맞는 교수·학습 방법이 보다 더 효율적임을 나타내고 있고, 장기적인 학습 효과가 높아서 학습의 인지도가 우수함을 확인할 수 있다. 표준편차의 차이가 실험반이 더 작다는 것은 학생들이 전반적으로 학습에 의욕이 있고 참여도가 높다는 것을 말해주고 있다.

<표 4> 성적 평가결과

| 비교단계 | 1단계 GSP적용 전 | | 2단계 GSP적용직 후 | | 3단계 GSP적용2개월 후 | |
|-------------|------------------------|------|--------------|------|----------------|------|
| | 1학기 중간, 기말 2학기 중간고사 | | 2학기 기말고사 | | GSP평가지 | |
| 평가내용 | 실험반 | 비교반 | 실험반 | 비교반 | 실험반 | 비교반 |
| 평균 | 56 | 55 | 71 | 67 | 34 | 24 |
| 표준편차 | 23.4 | 23.8 | 21.6 | 22.4 | 16.5 | 18.7 |
| 관측수 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 |
| 신뢰도 | 90% | | 90% | | 90% | |
| 유의수준 | 0.1 | | 0.1 | | 0.1 | |
| 자유도 | 98 | | 98 | | 98 | |
| t 통계량 | 0.79455 | | 1.97765 | | 2.96086 | |
| P(T<t) 양측검정 | 0.42879 | | 0.05077 | | 0.00384 | |
| t 기각치 양측검정 | 1.66055 | | 1.66055 | | 1.66055 | |

<표 5> 평가 분석

| | 직관력 | | 논리력 | | 응용력 | |
|---------------|--------|-----|--------|-----|--------|-----|
| | 실험반 | 비교반 | 실험반 | 비교반 | 실험반 | 비교반 |
| 평균 | 41 | 25 | 35 | 33 | 26 | 13 |
| 표준편차 | 14 | 21 | 9 | 13 | 24 | 22 |
| 관측수 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 |
| 신뢰도 | 95% | | 95% | | 95% | |
| 유의수준 | 0.05 | | 0.05 | | 0.05 | |
| 자유도 | 85.0 | | 86.0 | | 95.0 | |
| t 통계량 | 3.5389 | | 0.9011 | | 3.8146 | |
| P(T<=t) 양측 검정 | 0.0007 | | 0.3701 | | 0.0002 | |
| t 기각치 양측 검정 | 1.9845 | | 1.9845 | | 1.9845 | |

2월에 실시한 평가지의 결과를 통해서, 기하학의 문제점으로 제시되었던 형식기하와 직관기하의 단절을 어느 정도 극복할 수 있음을 알 수 있다. 삼각형에 직접 외심, 내심을 나타내는 직관력 문제에서 실험반이 62% 응답한 반면 비교반에서는 38%가 응답하였다(t-검정에서도 $p\text{값}=0.0007$ ($\alpha=0.05$ 로 가설이 기각되어 두 집단의 직관력의 차이가 매우 유의미하게 나타났다.). 24%의 차이는 GSP를 활용한 활동주의적인 수업이 자기 주도적인 수업을 하게 하고 학습자의 인지도가 훨씬 효율적임을 알 수 있다. 즉, 학습자의 능동적인 자세에서 학습의 효율성을 증진시킬 수 있는 것이다. 그리고 응용력 test에서는 문제의 타당도가 떨어지는 하나 실생활에 활용할 수 있는 예제이다. 세 집에서 같은 거리에 위치할 수 있도록 우물의 장소를 정하는 문제로서 외심의 성질을 활용하는 것이다. 응답자가 각각 66%, 34%로서 실험반이 훨씬 높았다. (t-검정한 결과 $p\text{값}=0.0002$ ($\alpha=0.05$ 로 가설이 기각되어 두 집단의 응용력의 차이가 매우 유의미함을 보여준다.)

반면 논리력 측정문제는 현재 지필평가 유형의 문제로서 외심과 내심의 성질을 증명하는 과정의 문제인데, 이 문제는 앞에서 제기 됐듯이 평면 논증기하는 연역적 체계의 재발견 과정이 생략된 채, 추상적이고 형식적인 증명을 강조하고 있다는 증명과정의 예라 할 수 있다. 그러나 GSP를 활용한 증명방법은 직관적으로 확인할 수 있도록 넓이, 길이의 측정으로 실제로 같음을 확인할 수 있다. 이러한 과정이 논리적인 증명과정의 기초역할을 할 수 있는 것이다. 즉 논리력측정의 문제는 실험반의 수업내용과 격차가 있는 문제로서 그 차이는 비교반과 비교하여 근소하게 나타남을 알 수 있다. (t-검정한 결과도 $t=0.9011$ (t기각치 $=1.9844$, $p\text{값}=0.37$) $\alpha=0.05$ 로 가설이 채택되어 두 집단의 논리력은 동등함을 알 수 있다.)

따라서 활동중심의 수학을 실시한다면 반드시 평가내용 및 방법에도 개선이 요구된다. 수업내용과 평가방법의 격차는 수업개선의 현장에 악 영향을 미칠 것이다. 학습한 만큼 평가 결과를 얻을 때 학습자의 학습욕구를 자극할 수 있는 것이다. 위와 같이 3단계의 평가를 통해서 GSP를 활용한 실험반의 학습인지도가 높음을 확인할 수 있다.

2. 설문지 결과

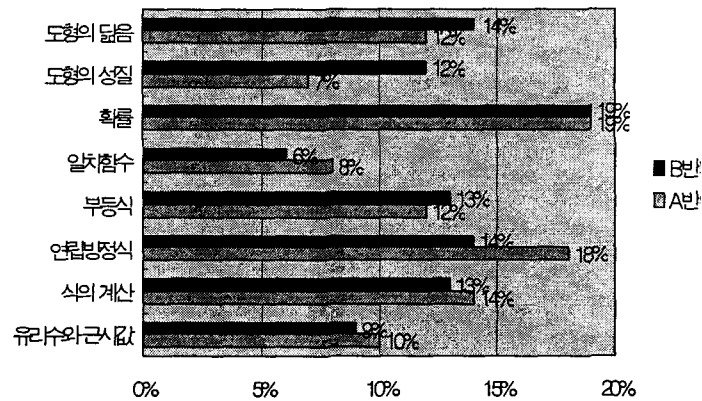
설문지를 통하여 학생들의 정의적인 영역(수학의 인식정도, 흥미, 관심 등)을 파악하고자 하였다. 설문지 문항은 연구의 목적과 필요에 따라 임의로 작성하였고 내용은 실험반(B반)과 비교반(A반)을 같게 하고 GSP에 대한 응답만 실험반이 응답하도록 하였다.

설문지 결과내용을 분석해 보면, 우선 학생들이 수학에 대한 인식이 어느 정도인가 하는 문항에서 그 결과가 16%가 부정적이고, 40%의 학생이 21C에 수학의 필요성은 더욱 강화될 것이라고 응답하였다. 이는 과학의 토대를 이루는 수학이 첨단 반도체 산업 및 전자계산기 산업 분야의 밑바탕이 된다는 필요성을 느끼고, 세계 경쟁력을 확보해야 한다는 인식을 하고 있음을 확인할 수 있다. 현재 7차 교육과정에서 고등학교 수학이 선택과목으로 지정되는 등 그 위치가 하락했으나, 학생들의 인식으로 보아 학문으로서 수학의 전망이 그렇게 부정적이지만은 않다는 것을 알 수 있다. 또한 수학이 흥미로운 과목인가 하는 질문에 부정적인 응답이 24%, 긍정적인 응답이 33%로서 적절한 교수·학습 방법이 구안되고, 적용된다면 수학이 좀더 흥미로운 과목으로의 발전 가능성이 있다고 말할 수 있다. 즉, 교사의 노력 여하에 따라서 수학에 대한 인식을 좀더 긍정적인 방향으로 유도할 수 있는 것이다.

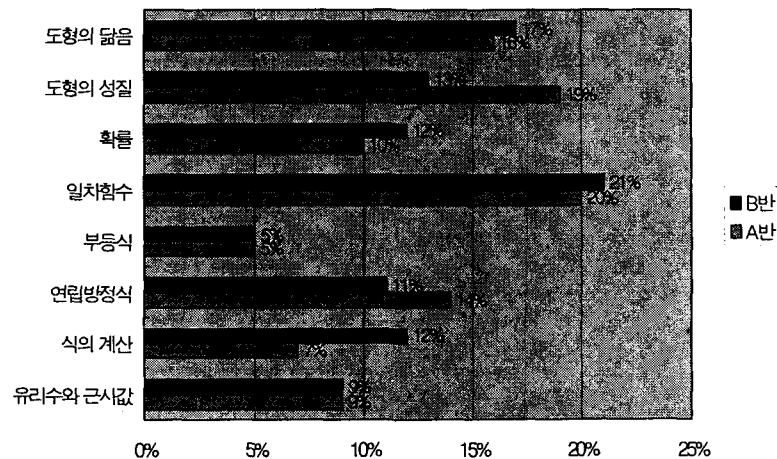
학생들의 컴퓨터 활용도를 조사한 결과 19%의 학생이 어렵다고 응답하고, 71%의 학생이 가능하다고 응답하였다. 컴퓨터의 보급이 좀더 확대된다면 가정학습에서 더욱 보충하여 technology 활용 효과를 더욱 극대화할 수 있을 것이다. 실제로 GSP를 활용한 반의 응답을 분석해보면, GSP의 흥미도 조사에서 10%가 부정적이고, 52%가 긍정적인 응답을 하였다. 이는 활동적이고 자기주도적으로 이끌어 가는 수업이 성취감을 느끼게 함을 알 수 있다.

이러한 결과는 구성주의 이론을 뒷받침하는 근거로서 지식을 능동적으로 조직화하고 행함으로써 학습의 효율성을 얻을 수 있는 것이다. 또한 수업의 이해도 면에서도 15%가 부정적이고, 40%가 긍정적이었고, 앞으로도 계속 GSP를 사용하겠는가 하는 질문에 56%가 긍정적인 응답을 하였다. 이것은 GSP의 구성이 적절하게 되어있고, 한글로 번역되어 있기 때문에 학생들의 이해를 더욱 수월하게 함을 알 수 있다.

<표 6> A, B반의 좋아하는 단원의 비교



〈표 7〉 A, B 반의 어렵고, 싫어하는 단원비교



다음 단계에서는 실험반과 비교반에서 흥미 있는 단원과 싫어하는 단원을 선택하라는 질문(중학교 2학년 수학 전체 단원 중에서 좋아하고, 싫어하는 단원을 모두 고른다.) 두드러지게 나타나는 결과는 실습을 했던 도형의 성질 단원에서는 흥미도는 실험반이 12%, 비교반이 7%로서 5%의 차이가 나고, 싫어하는 단원에서 실험반이 13%, 비교반이 19%로서 6%의 차가 나는 결과인 반면 같은 도형의 단원임에도 실습을 하지 않은 도형의 닳음 단원은 좋아하는 단원에서 실험반이 14%, 비교반이 12%로서 2%의 차이가 나고, 싫어하는 단원에서 실험반이 17%, 비교반이 16%로서 -1%의 차이가 났다. 똑같은 도형 단원임에도 GSP를 활용했을 때와 하지 않았을 때, 효율성의 차이를 명확하게 확인할 수 있다.

이 설문지의 결과를 통해서 technology의 활용이 정의적인 영역에 미치는 결과 역시 효율적임을 확인할 수 있다. 따라서 교수매체의 활용을 적절하게 도입하여 기하영역에 대한 관심을 향상시키고, 역동적인 수업으로 학습자의 흥미를 자극할 수 있어야 하겠다.

V. 결 론

GSP를 활용함으로써 도형의 성질을 직접 눈으로 확인하고, 증명과정을 실시함으로써 직관기하와 형식기하의 단절을 어느 정도 극복할 수 있고, 또한 시뮬레이션을 통하여 입체도형의 공간 감각을 개발할 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 그리고 실험실 활동을 통해 역동적인 수업 공간을 마련하여 학습자의 동기유발을 효과적으로 이끌어 낼 수 있었다. 더 나아가서 GSP를 활용한다면 변환기하(회전, 대칭이동, 평행이동, 닳음변환)를 시각적으로 분명히 이해시킬 수 있을 것이다. 정의적인 측면에서도 GSP를 활용한 technology의 도입은 도형 단원에서 흥미를 유발하게 하고 기하가 어렵다는 인식을 감소시킬 수 있었다. 그리고 학습의 인지도 면에서도 장기적인 학습의 효과가 강하게 나타남을 확인할 수 있었다. 따라

서 technology를 활용한 수업이 앞으로 수학교육의 개선에 시사하는 점이 크고, 수학에 대한 인식이 쇠퇴해 가는 시점에서 학습자에게 강한 동기유발을 유도할 수 있을 것이다.

고유한 수업방식을 전환한다는 것이 쉬운 일이 아니고, technology를 활용한 수업이 교사에게 시간과 노력을 요구하는 만큼 상당한 부담으로 작용하지만, 교실 붕괴 현상이 대두되는 현실에서 교사들의 자기연수와 수업개선의 의지가 확연해야 문제의 실마리가 해결되리라 믿는다. 끊임없는 개선의 의지로 수학교육을 내면화하여 합리적으로 사고하고 실천하며 창의적인 생활을 하게 하는 수학교육의 목적을 실현 할 수 있어야 하겠다.

참 고 문 헌

- 곽성은 (1998). Maple을 통한 수학교육의 향상, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 프로시딩> 제7집, pp. 315~326.
- 김민경 (1997). 수학교육에서 멀티미디어의 활용과 교수전략에 있어서의 그 효과, 대한수학교육학회 논문집 제7권 제1호, pp. 245-258.
- 손인수 (2000). GSP에 대하여, 제2회 수학사랑 Math Festival 프로시딩 제2집 2권, pp. 306~324.
- 신동선, 유희찬 (1998), 수학교육과 컴퓨터, 경문사
- 양기열, 주미 (1998.11). 소프트웨어를 활용한 기하 교수-학습 방안, 한국수학교육학회지 시리즈 A<수학교육>, 제37권 제2호, pp. 215~225.
- 이근백, 예홍진, 방승진 (1998). 수학교육에서 WBI를 위한 교수-학습자료의 개발 -중학교 수학과 도형 영역을 중심으로-, <수학교육 프로시딩>, 제7집, pp. 373~387.
- 이종영 (2000). GSP프로그램을 활용한 교수-학습 방법 개선, 제2회 수학사랑 Math Festival 프로시딩 제2집 2권, pp. 88~104.
- 장훈 (1998). GSP를 이용한 평면기하의 지도, 수학교육 프로시딩 제7집
- 정보나 (2000). 탐구형 소프트웨어의 활용에 따른 중학교 기하영역의 지도제열에 관한 연구, 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 황보근석 (2000). 그래픽계산기를 활용한 수학교육, 제2회 수학사랑 Math Festival 프로시딩 제2집 2권, pp. 219~249.
- 황일 (1996). 수학교육에서의 컴퓨터의 이용 (Mathematica를 이용한 미적분 지도를 중심으로), 한국수학교육학회지 제35권 제1호.

A case study of Geometry Education using the GSP

Han, Dong-soong¹⁾ · Cho, Ji-Youn²⁾

Abstract

In this paper we have studied the efficiency of GSP which is widely used in the school. In order to study the efficiency of the computer aided education we divided the students into two groups in the Namwon Middle School : One group called "A" is the classes using GSP, the other called "B" is the classes not using GSP. In the three times examination group A got good marks better than group B. In the questionnaires about the interest in geometry group A is higher than group B. By the results of this study the effort on education with using various multi media can come into the utmost educational effect. Therefore it is necessary for the teachers at school to have self training continuously in order to carry a higher educational quality.

Key words : Geometry education, GSP, Efficiency

1) Dept. of Mathematics Jeonju University. Jeonju, 560-759, Korea, hands@jeonju.ac.kr

2) Woonju Middle School, ice0185@hanmail.net