

論文2003-40SC-4-4

파라미터 불확실성을 가지는 연속/이산 특이시스템의 견실 H_2 제어

(Robust H_2 Control of Continuous and Discrete Time Descriptor Systems with Parameter Uncertainties)

李鍾河*, 金鍾海**, 朴烘培***

(Jong Ha Lee, Jong Hae Kim, and Hong Bae Park)

요약

본 논문에서는 연속시간과 이산시간에서 파라미터 불확실성을 가지는 선형 시불변 특이시스템에 대한 H_2 제어기 존재조건과 설계방법을 행렬부등식으로 제한한다. 먼저, 연속시간의 경우에는 H_2 제어가 존재하기 위한 필요충분조건과 설계방법을 선형행렬부등식(linear matrix inequality)으로 제시하고, 이산시간의 경우에는 H_2 제어가 존재하기 위한 충분조건과 설계방법을 행렬부등식으로 제시한다. 마지막으로 연속시간과 이산시간 각각의 경우에서, 파라미터 불확실성을 고려하여 제시한 조건들을 견실 H_2 제어문제로 확장하고, 간단한 예제를 통해 제시한 조건의 타당성을 검토해 본다.

Abstract

This paper presents matrix inequality conditions for H_2 control and H_2 controller design method of linear time-invariant descriptor systems with parameter uncertainties in continuous and discrete time cases, respectively. First, the necessary and sufficient condition for H_2 control and H_2 controller design method are expressed in terms of LMI(linear matrix inequality) with no equality constraints in continuous time case. Next, the sufficient condition for H_2 control and H_2 controller design method are proposed by matrix inequality approach in discrete time case. Based on these conditions, we develop the robust H_2 controller design method for parameter uncertain descriptor systems and give a numerical example in each case.

Keyword : descriptor system, H_2 control, (linear) matrix inequality approach, parameter uncertainty, state feedback

I. 서론

일반적인 상태공간 시스템에 대한 제어 문제에서는 특이시스템(descriptor system)에서 고려하는 동특성이 무시되므로, 시스템의 불확실성이나 모델링 오차 등이 증가하면 임펄스나 히스테리시스 등의 물리적 현상이 발생한다. 따라서, 특이시스템을 다룰 경우에 상태공간 시스템에서는 고려할 수 없는 물리적 현상들을 효과적으로 제어할 수 있다. 이러한 이유로 인하여 특이시스템에 대한 연구는 임펄스나 히스테리시스 등의 물리적 현상이 발생하는 대규모 시스템, 회로망, 전력 시스템,

* 正會員, LG電子

(LG Electronics Inc.)

** 正會員, 鮮文大學校 電子情報通信工學部

(Division of Electronics, Information and Communication Engineering, Sunmoon University)

*** 正會員, 慶北大學校 工科大學 電子電氣컴퓨터學部

(School of Electrical Engineering and Computer Science, Kyungpook National University)

接受日字:2001年7月20日, 수정완료일:2003年5月14日

신경망 시스템 등에 효과적으로 적용할 수 있다^[4].

일반적으로 연속시간 특이시스템에 대한 연구는 가 제어성(controllability), 가관측성(observability), LQ (linear quadratic) 제어, 리아푸노프(Lyapunov) 방정식에 대해서 주로 이루어져 왔고, 최근에는 연속시간 특이시스템에 대해서 Masubuchi 등^[4]과 Takaba 등^[5]이 각각 행렬부등식 접근방법을 이용하여 H_∞ 와 H_2 제어가 설계기법을 연구하였다^[1-3]. 그러나, 이들이 제시한 조건들은 등식을 포함하기 때문에 선형행렬부등식 도구상자(LMI Toolbox)를 이용하여 해를 구하는 과정에서 반올림 오차(round-off error)가 발생하여 제시한 조건을 만족하는 해를 구하기 어려웠다. 그러므로, Uezato 등^[6]과 Ikeda 등^[7]은 등식을 제거한 선형행렬부등식 조건으로 H_∞ 와 H_2 제어를 설계하였지만 변수치환 과정에서의 문제로 인하여 구해진 해로부터 해석적(analytic)으로 제어이득을 얻는데 어려움이 있었다. 그리고 이산시간 특이시스템에 대해서는 최근 Xu 등^[8]이 행렬부등식 접근방법으로 이산시간 특이시스템을 안정화시키기 위한 조건을 제시하였고, 제시한 안정화 조건을 이용하여 H_∞ 제어를 설계하였다. 하지만, 연속시간의 경우와는 달리 행렬부등식 접근방법을 이용한 이산시간 특이시스템의 H_2 제어에 대한 연구는 미비한 실정이다.

따라서, 본 논문에서는 연속시간과 이산시간에서 행렬부등식 접근 방법을 이용하여 파라미터 불확실성과 외부외란을 가지는 특이시스템에 대한 견실 H_2 제어가 설계방법을 제안한다. 먼저, 연속시간에서는 H_2 상태제어 제어기 존재조건을 만족하는 해로부터 해석적으로 제어이득을 구하기 위해 Ikeda 등^[7]과는 다른 변수치환 방법을 이용하여 연속시간 특이시스템의 H_2 상태제어 제어가 존재하기 위한 필요충분조건을 선형행렬부등식으로 제시한다. 그리고, 파라미터 불확실성을 고려하여 견실 H_2 상태제어 제어가 존재하기 위한 충분조건으로 확장한다. 이 때, 파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템에 대해서 리아푸노프 함수를 이용하여 안정성을 해석하고, 선형행렬부등식 전개방법을 이용하여 견실 H_2 제어가 존재조건과 설계방법을 제시한다. 그리고, 이산시간에서는 Xu 등^[8]이 제시한 이산시간 특이시스템을 안정화시키기 위한 행렬부등식 조건을 변형하고, H_2 노름(norm)의 정의를 도입하여 이산시간 특이시스템의 H_2 제어가 존재하기 위한 충분조건을 행렬부등식으로 제안하고, 파라미터 불확실성을

가지는 이산시간 특이시스템을 고려하여 견실 H_2 상태제어 제어가 존재하기 위한 충분조건으로 확장한다. 이 때, 제안한 행렬부등식 조건은 볼록 최적화(convex optimization) 알고리즘을 사용할 수 없으므로, 부분 최소화(local minimization) 알고리즘을 이용하여 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 견실 H_2 제어를 설계한다. 마지막으로, 연속시간과 이산시간 각각의 경우에 대한 모의실험을 통하여 제안한 알고리즘의 타당성을 검토해 본다.

II. 연속시간 특이시스템의 H_2 제어

본 절에서는 H_2 상태제어 제어가 존재조건을 만족하는 해로부터 해석적으로 제어이득을 구하기 위해서 Ikeda 등^[7]에 의해 제안된 H_2 상태제어 제어 설계방법과 다른 치환방법을 이용하여 연속시간 특이시스템에 대해서 H_2 상태제어 제어가 존재하기 위한 필요충분조건을 선형행렬부등식으로 제시하고, 파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템에 대한 견실 H_2 제어문제로 확장한다. 파라미터 불확실성을 가지는 특이시스템에 대한 자승적 안정성을 논의하고, LMI를 이용하여 제어가 존재할 충분조건을 나타낸다. 그리고, 상태제어 제어 설계 알고리즘을 제시한다.

2.1. H_2 상태제어 제어

연속시간 특이시스템

$$\begin{aligned} E \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t), \\ z(t) &= C_1 x(t) \end{aligned} \quad (1)$$

을 고려한다. 이 때, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $w(t) \in \mathbb{R}^q$ 는 외부 외란, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어될 출력이다. 계수행렬은 $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 이고, $\text{rank}(E) = r \leq n$ 이다. 여기서, \mathbb{R}^n 은 n 차원 실수공간이고, $\text{rank}(E)$ 는 행렬 E 의 계수이다.

정의 1에서는 연속시간 특이시스템 (1)의 기본적인 성질들을 설명한다.

정의 1^[7]: 시스템 (1)에 대해서

(i) $\det(sE - A) \neq 0$ 일 때, 시스템 (1)은 정규적(regular)이다.

(ii) $\text{rank}(E) = \deg[\det(sE - A)]$ 의 조건을 만족

하면, 시스템 (1)은 임펄스 모드(impulse mode)를 가지지 않는다.

(iii) 시스템 (1)이 임펄스모드를 가지지 않을 때, 시스템 (1)이 가지는 모든 모드(mode)가 감소하는 지수 모드이면, 시스템 (1)은 안정하다. ■

정의 1에서 $\det(sE - A)$ 는 $sE - A$ 의 행렬식이 고, $\deg(f(x))$ 은 다항식 $f(x)$ 의 차수이다.

시스템 (1)을 안정화하기 위한 선형행렬부등식 조건은 보조정리 1과 같다.

보조정리 1^[7]: 연속시간 특이시스템 (1)에 대하여 행렬부등식

$$A(PE^T + VSU^T) + (PE^T + VSU^T)^T A^T < 0 \quad (2)$$

를 만족하는 양한정행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 행렬 $S \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}$ 가 존재하면, 시스템 (1)은 안정하다. 여기서, 행렬 $V, U \in \mathbb{R}^{n \times (n-r)}$ 은 각각 $\ker E, \ker E^T$ 의 완전열 계수(full column rank)를 가지는 기저(basis)행렬, $\ker E$ 는 행렬 E 의 영공간(null space), A^T 는 행렬 A 의 전치(transpose), $P > 0$ 는 대칭행렬 P 가 양한정(positive definite), $P < 0$ 는 대칭행렬 P 가 음한정(negative definite), $P \geq 0$ 는 대칭행렬 P 가 양반한정(positive semidefinite), $P \leq 0$ 는 대칭행렬 P 가 음반한정(negative semidefinite), I 는 적당한 차원을 가지는 단위행렬, 0 은 적당한 차원을 가지는 영행렬이다. ■

안정한 시스템 (1)에 대해서

$$\begin{aligned} & \| C_1(sE - A)^{-1}B_1 \|_2 \\ &= \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Trace} \{ (C_1(-j\omega E - A)^{-1}B_1)^T \right. \\ & \quad \left. \cdot (C_1(j\omega E - A)^{-1}B_1) \} d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3)$$

과 같이 정의된 H_2 노음이 유한(finite)하다는 것은

$$\lim_{s \rightarrow \infty} C_1(sE - A)^{-1}B_1 = 0 \quad (4)$$

와 등가의 조건이다. 여기서, A^{-1} 는 행렬 A 의 역치

(inverse)이고 $\text{Trace}(A)$ 는 행렬 A 의 대각성분의 합이다. 따라서, H_2 노음의 유한성을 보장하기 위해서는

$$\ker C_1 \supseteq \ker E \quad (5)$$

라는 가정이 필요하다.

보조정리 2에서는 시스템 (1)에 대한 H_2 노음 조건을 선형행렬부등식으로 제시한다.

보조정리 2^[7]: 시스템 (1)에 대해서 $\ker E \subseteq \ker C_1$ 라고 가정할 때, 시스템 (1)이 안정하고 $\| C_1(sE - A)^{-1}B_1 \|_2 < \gamma$ 를 만족할 필요충분조건은 행렬부등식

$$A(PE^T + VSU^T) + (PE^T + VSU^T)^T A^T + B_1 B_1^T < 0, \quad (6)$$

$$\text{Trace}(C_1 P C_1^T) < \gamma^2 \quad (7)$$

을 만족하는 양한정행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 행렬 $S \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}$ 가 존재하는 것이다. ■

보조정리 2으로부터 H_2 상태회환 제어기가 존재할 필요충분조건과 설계방법을 선형행렬부등식 접근방법으로 제시하기 위해 연속시간 특이시스템

$$\begin{aligned} E \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 u(t) + B_2 w(t), \\ z(t) &= C_1 x(t) \end{aligned} \quad (8)$$

을 고려한다. 여기서, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $w(t) \in \mathbb{R}^l$ 는 외부외란, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어될 출력이다. 계수행렬은 $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{n \times l}$, $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 이고, $\text{rank}(E) = r \leq n$ 이다.

시스템 (8)에 대해 제어입력 $u(t) = Kx(t)$, $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 를 고려하여 폐루프 시스템을 구성하면

$$\begin{aligned} E \dot{x}(t) &= (A + B_2 K)x(t) + B_1 w(t), \\ z(t) &= C_1 x(t) \end{aligned} \quad (9)$$

와 같다.

보조정리 3^[7]: 시스템 (9)에 대해서 $\ker E \subseteq \ker C_1$ 라고 가정할 때, 행렬부등식

minimize γ subject to

$$A(PE^T + VSU^T) + (PE^T + VSU^T)^T A^T + B_2(LE^T + HU^T) + (LE^T + HU^T)^T B_2^T + B_1 B_1^T < 0, \quad (10)$$

$$\text{Trace}(C_1 P C_1^T) < \gamma^2 \quad (11)$$

을 만족하는 양한정행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 행렬 $S \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}$, $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $H \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}$ 가 존재하면, 시스템 (9)는 안정하고 $\|C_1(sE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족한다. 여기서, 제어이득은

$$L = KP,$$

$$H = KVS,$$

$$K = (LE^T + HU^T)(PE^T + VSU^T)^{-1} \quad (12)$$

와 같다. ■

Ikeda 등^[7]은 보조정리 3에서 H_2 제어기 존재조건을 제시하였으나, 식 (12)와 같이 제어이득 K 를 세 개의 등식에서 중복적으로 치환시킴으로써, 식 (12)의 등식으로부터 세 가지의 제어이득 K 가 구해지는 문제를 가지고 있었다. 정리 1에서는 식 (15)와 같이 하나의 등식으로부터 해석적으로 제어이득 K 를 구할 수 있도록 다른 변수치환 방법을 이용하여 H_2 제어가 존재하기 위한 필요충분조건을 선형행렬부등식으로 제시한다.

정리 1: 시스템 (9)에 대해서 $\ker E \subseteq \ker C_1$ 라고 가정할 때, 행렬부등식

minimize γ subject to

$$A(PE^T + VSU^T) + (PE^T + VSU^T)^T A^T + B_2 F + F^T B_2^T + B_1 B_1^T < 0, \quad (13)$$

$$\text{Trace}(C_1 P C_1^T) < \gamma^2 \quad (14)$$

를 만족하는 양한정행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 행렬 $S \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}$, $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 가 존재하면, 시스템 (9)는 안정하고 $\|C_1(sE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족한다. 여기서, 제어입력은

$$u(t) = Kx(t) = F(PE^T + VSU^T)^{-1}x(t) \quad (15)$$

와 같다.

증명:(필요조건) 페루프 시스템 (9)가 안정하고 $\|C_1(sE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족하면, 보조정리 2로부터 행렬부등식

$$(A + B_2 K)(PE^T + VSU^T) + (PE^T + VSU^T)^T (A + B_2 K)^T + B_1 B_1^T < 0, \quad (16)$$

$$\text{Trace}(C_1 P C_1^T) < \gamma^2 \quad (17)$$

을 만족하는 양한정행렬 P 와 행렬 S 가 존재한다. 식 (16)에서 $K(PE^T + VSU^T)$ 를 F 로 치환함으로써 식 (13)을 얻을 수 있다.

(충분조건) 식 (13)과 식 (14)를 만족하는 양한정행렬 P 와 행렬 S , F 가 존재하면, $PE^T + VSU^T$ 는 비특이(nonsingular)행렬이므로 K 를 구할 수 있고, 식 (13)에 $F = K(PE^T + VSU^T)$ 를 대입하면 식 (16)을 얻을 수 있다. 식 (16)과 식 (17)이 만족되면 보조정리 2로부터 페루프 시스템 (9)는 안정하고 $\|C_1(sE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족한다. ■

정리 1에서는 연속시간 특이시스템 (8)을 안정화시키고, H_2 노음을 최소화하는 H_2 상태폐환 제어를 선형행렬부등식 (13)과 (14)를 만족하는 모든 변수들을 이용하여 제시하였다. 제시된 방법으로 H_2 상태폐환 제어를 설계하려면, 선형행렬부등식 (13)과 (14)를 만족하는 양한정행렬 P 와 행렬 S , F 를 구하고, 구해진 해들을 이용하여 식 (15)로부터 연속시간 특이시스템 (9)를 안정화시키고, H_2 노음을 최소화하는 H_2 상태폐환 제어이득 K 를 찾는다.

2.2. 견실 H_2 상태폐환 제어

본 절에서는 정리 1의 결과를 파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템에 대한 견실 H_2 제어문제로 확장한다. 본 절에서는 파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템

$$\begin{aligned} E \dot{x}(t) &= [A + \Delta A(t)]x(t) \\ &\quad + B_1 w(t) + [B_2 + \Delta B_2(t)]u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) \end{aligned} \quad (18)$$

을 고려한다. 여기서, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $w(t) \in \mathbb{R}^l$ 는 외부외란, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력, $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어될 출력이고, 불확실성 행렬들은

$$A_d = A + \Delta A(t), \quad B_{2d} = B_2 + \Delta B_2(t) \quad (19)$$

이다. 그리고, 파라미터 불확실성은

$$\Delta A(t) = H_1 G(t) J_1, \quad \Delta B_2(t) = H_2 G(t) J_2 \quad (20)$$

으로 정의된다. 여기서, H_i 와 J_i , $i = 1, 2$ 는 적절한 차원을 가지는 상수행렬이고 $G(t)$ 는

$$G(t) \in \Omega := \{ G(t) \mid G^T(t)G(t) \leq I, \\ G(t) \text{의 요소들은 Lebesgue 측정가능} \} \quad (21)$$

과 같이 크기가 제한된 미지의 행렬함수이다.

정리 2에서는 정리 1의 결과를 이용하여, 파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템 (18)에 대한 건실 H_2 제어기가 존재하기 위한 충분조건을 선형행렬 부등식으로 제시한다.

정리 2: 시스템 (15)에 대해서 $\ker E \subseteq \ker C_1$ 라고 가정할 때, 선형행렬부등식

minimize γ subject to

$$\begin{bmatrix} \Psi & (PE^T + VSU^T)^T J_1^T & F^T J_2^T \\ J_1(PE^T + VSU^T) & -\varepsilon_1 I & 0 \\ J_2 F & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (22)$$

$$\text{Trace}(C_1 P C_1^T) < \gamma^2 \quad (23)$$

을 만족하는 양한정행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 행렬 $S \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}$, $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 와 양의 실수 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 가 존재하면, 제어입력

$$u(t) = Kx(t) = F(PE^T + VSU^T)^{-1}x(t) \quad (24)$$

는 시스템 (18)을 안정화시키고, $\|C_1(sE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족시킨다. 여기서, 행렬 Ψ 는

$$\Psi = A(PE^T + VSU^T) + (PE^T + VSU^T)^T A^T \\ + B_2 F + F^T B_2^T + \varepsilon_1 H_1 H_1^T + \varepsilon_2 H_2 H_2^T + B_1 B_1^T \quad (25)$$

와 같다.

증명: 식 (22)와 식 (23)을 만족하는 양한정행렬 P 와

행렬 S, F 와 양의 실수 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 가 존재하면 $PE^T + VSU^T$ 는 비특이행렬이므로 식 (24)의 K 를 구할 수 있고, 식 (22)의 F 에 $K(PE^T + VSU^T)$ 를 대입하고, 부등식

$$2[H_1 G(t) J_1 (PE^T + VSU^T)] \leq \varepsilon_1 H_1 H_1^T + \frac{1}{\varepsilon_1} \\ (PE^T + VSU^T)^T J_1^T J_1 (PE^T + VSU^T), \quad (26)$$

$$2[H_2 G(t) J_2 F] \leq \varepsilon_2 H_2 H_2^T + \frac{1}{\varepsilon_2} F^T J_2^T J_2 F \quad (27)$$

과 슈어 여수(Schur complement)정리^[12]를 이용하면, 식 (22)는

$$(A + B_2 K + \Delta A(t) + \Delta B_2(t))(PE^T + VSU^T) \\ + (PE^T + VSU^T)^T (A + B_2 K + \Delta A(t) + \Delta B_2(t))^T \\ + B_1 B_1^T < 0 \quad (28)$$

과 같다. 식 (28)에 식 (19)를 적용하면,

$$(A_d + B_{2d} K)(PE^T + VSU^T) + (PE^T + VSU^T)^T \\ (A_d + B_{2d} K)^T + B_1 B_1^T < 0 \quad (29)$$

를 얻을 수 있다. 식 (29)와 식 (23)이 만족되면 보조정리 2로부터 페루프 시스템 (18)은 안정하고, $\|C_1(sE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족한다. ■

정리 2에서는 정리 1의 결과를 확장하여 파라미터 불확실성을 가지는 특이시스템 (18)을 안정화시키고, H_2 노음을 최소화하는 건실 H_2 상태궤환 제어기를 선형행렬부등식 (22)와 (23)을 만족하는 모든 변수들을 이용하여 제시하였다. 파라미터 불확실성을 가지는 특이시스템 (18)에 대한 건실 H_2 상태궤환 제어기를 설계 하려면, 선형행렬부등식으로 제시한 건실 H_2 상태궤환 제어기 존재를 위한 충분조건 (22)와 (23)을 만족하는 양한정행렬 P 와 행렬 S, F 와 양의 실수 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 를 구하고, 구해진 해들과 식 (24)를 이용하여 건실 H_2 상태궤환 제어기득 K 를 찾는다. 제어기득 K 를 이용하면 파라미터 불확실성을 가지는 특이시스템 (18)을 안정화시키고, H_2 노음을 최소화할 수 있다.

2.3. 예제

파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) &= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} G(t) [1 \ 1 \ 1] x(t) \\ &+ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} w(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} G(t) u(t), \\ z(t) &= [1 \ 1 \ 0] x(t) \end{aligned} \quad (30)$$

에서 정리 2의 조건 (22)와 (23)을 만족하는 해는

$$\begin{aligned} P &= 10^7 \times \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 1.4351 \end{bmatrix}, \\ S &= -6.4923, \\ \varepsilon_1 &= 6.4870, \\ \varepsilon_2 &= 11.9906, \\ F &= [-11.9905 \ -23.9810 \ -11.9905] \end{aligned} \quad (31)$$

과 같다. 식 (24)를 이용하여 제어입력을 구하면

$$\begin{aligned} u(t) &= Kx(t) = 10^5 \times \\ &[-4.3152 \ -2.3656 \ 0.0000] x(t) \end{aligned} \quad (32)$$

이고, H_2 노음의 최소값은 $\gamma = 0.2872$ 이다. 따라서, 제안한 H_2 제어기는 페루프 시스템의 H_2 노음을 최소화 하면서 안정성을 만족하게 한다. 하지만, 제안한 예제에서는 H_2 노음의 최소화에 초점을 두었음으로 상당히 큰 제어이득을 얻게 되었다. H_2 성능과 안정성의 상충 관계(trade-off)로부터 실제 시스템의 제어기 설계과정에서 원하는 성능을 만족하기 위해서는 H_2 노음의 γ 값을 미리 설정하여 제어기를 구할 수 있다. 예를 들어, $\gamma = 1$ 로 설정하면 정리 2로부터 모든 해와 제어입력은

$$\begin{aligned} P &= \begin{bmatrix} 0.7402 & -1.3217 & 0.5018 \\ -1.3217 & 2.6591 & -0.8831 \\ 0.5081 & -0.8831 & 4.9486 \end{bmatrix}, \\ S &= -2.1357, \\ \varepsilon_1 &= 5.0300, \end{aligned}$$

$$\varepsilon_2 = 4.4816,$$

$$F = [-1.3461 \ 0.3137 \ 0.1490],$$

$$u(t) = Kx(t) = [-14.2507 \ -6.9886 \ 0.0697] x(t) \quad (33)$$

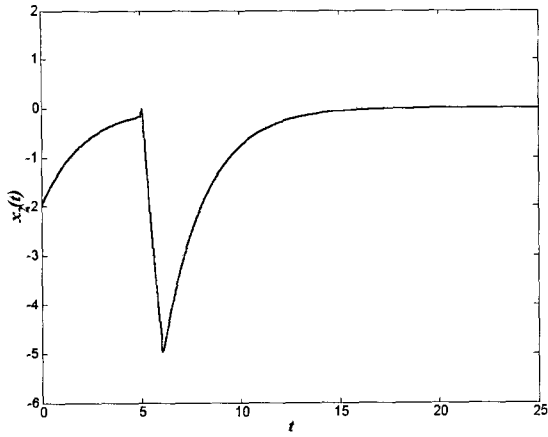
과 같다. 따라서, 주어진 γ 에 대해 원하는 성능을 만족하도록 제어기를 설계할 수 있다.

시스템 (30)에서 $G(t)$ 를 $\sin(t)$ 라고 주고 상태의 초기치를 각각 $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = -2$, $x_3(0) = 0$ 으로 가정한다. 그리고 <그림 2.1(a)>와 같은 외부란을 주었을 때, <그림 2.1(b)~(e)>는 각각 상태, 제어될 출력의 궤적을 나타낸다.

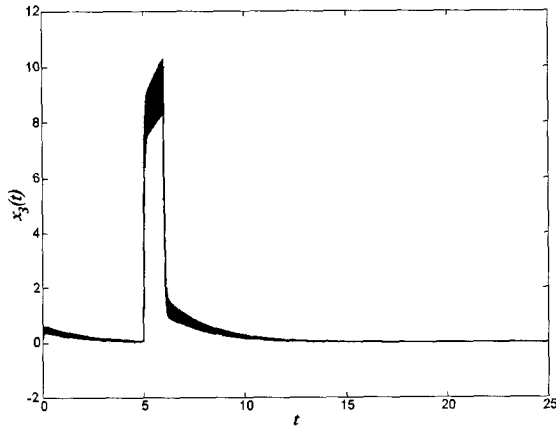
<그림 2.1(b)~(d)>에서 보는 바와 같이 상태가 영에 수렴하는 것을 통하여 식 (33)의 연속시간 견실 H_2 상태제어 제어기는 파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템 (30)을 자승적 안정화시킴을 알 수 있고,

(a) $w(t)$

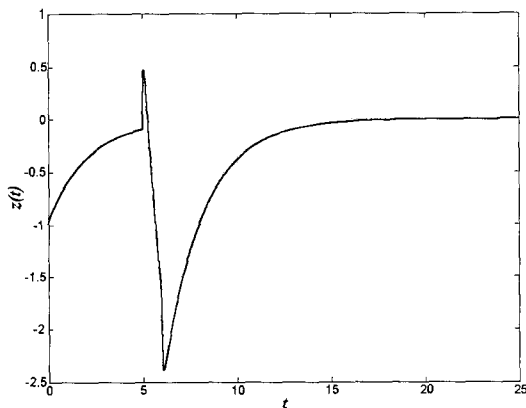
(b) $x_1(t)$



(c) $x_2(t)$



(d) $x_3(t)$



(e) $z(t)$

그림 2.1. 외부 외란, 상태, 제어될 출력의 궤적
Fig. 2.1. The trajectories of exogenous input, states, and controlled output.

<그림 2.1(a)>와 <그림 2.1(e)>로부터 구한 H_2 노음은 $\gamma = 0.24$ 이므로 페루프 시스템의 H_2 노음은 미리 설정한 $\gamma = 1$ 보다 작게 보장된다. 따라서 제시한 설계기법은 외부 외란과 파라미터 불확실성을 가지는 연속시간 특이시스템을 H_2 노음 한계를 가지면서 자승적 안정화시킴을 알 수 있다.

III. 이산시간 특이시스템의 H_2 제어

본 절에서는 이산시간 특이시스템에 대한 견실 H_2 문제를 다룬다. 이산시간 특이시스템에 대한 H_2 상태케환 제어기 설계방법을 제시하고, 이를 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템의 견실 H_2 제어문제로 확장하여 자승적 안정성을 논의하고, 견실 H_2 상태케환 제어가 존재하기 위한 충분조건을 제시한다.

3.1. H_2 상태케환 제어

이산시간 특이시스템

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= Ax(k) + B_1w(k), \\ z(k) &= C_1x(k) \end{aligned} \quad (34)$$

를 고려한다. 여기서, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $w(k) \in \mathbb{R}^r$ 는 외부외란, $z(k) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어될 출력이다. 계수행렬은 $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 이고, $\text{rank}(E) = r \leq n$ 이다.

정의 2에서는 이산시간 특이시스템 (34)의 기본적인 성질들을 설명한다.

정의 2^[9]: 시스템 (34)에 대해서

- (i) $\det(zE - A) \neq 0$ 일 때, 시스템 (34)는 정규적이다.
- (ii) $\text{rank}(E) = \text{deg}[\det(zE - A)]$ 를 만족하면, 시스템 (34)는 임펄스 모드를 가지지 않는다.
- (iii) 시스템 (34)가 임펄스 모드를 가지지 않는다고 가정할 때, 시스템 (34)가 가지는 모든 극점(pole)이 원점을 중심으로 하는 단위원 안에 존재하면, 시스템 (34)는 안정하다. ■

이산시간 특이시스템 (34)를 안정화하기 위한 행렬부동식 조건은 보조정리 4와 같다.

보조정리 4^[9]: 이산시간 특이시스템 (34)에 대하여 행렬부등식

$$E^T P E \geq 0, \quad (35)$$

$$A^T P A - E^T P E < 0 \quad (36)$$

을 만족하는 가역대칭행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 가 존재하면, 시스템 (34)는 안정하다. ■

보조정리 5에서는 시스템 (34)에 대한 H_2 노음 조건을 행렬부등식으로 제시한다.

보조정리 5^[8]: 시스템 (34)에 대해서 $\text{range } B_1 \subseteq \text{range } E$ 라고 가정할 때, 행렬부등식

$$E^T P E \geq 0, \quad (37)$$

$$A^T P A - E^T P E + E^T C_1^T C_1 E < 0, \quad (38)$$

$$\text{Trace}(B_1^T P B_1) < \gamma^2 \quad (39)$$

를 만족하는 가역대칭행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 가 존재하면, 시스템 (34)는 $\|C_1(zE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족하고 안정하다. 여기서, $\text{range } E$ 는 행렬 E 의 공변역(range space)이다.

증명: 시스템 (34)에 대한 리아프노프 함수를

$$V_k = x_k^T E^T P E x_k \quad (40)$$

으로 정의 하면, 식 (40)의 리아프노프 함수가 양반한 정하기 위해서는 식 (37)을 만족해야 한다. 식 (40)으로부터

$$\begin{aligned} V_{k+1} - V_k &= x_{k+1}^T E^T P E x_{k+1} - x_k^T E^T P E x_k \\ &= x_k^T A^T P A x_k - x_k^T E^T P E x_k \\ &= x_k^T (A^T P A - E^T P E) x_k < -x_k^T (E^T C^T C E) x_k \end{aligned} \quad (41)$$

을 유도할 수 있고, 식 (41)를 정리하면 식 (38)을 얻을 수 있다.

따라서, 식 (39)를 만족하면서 식 (40)의 리아프노프 함수로부터 얻어지는 식 (37)과 식 (38)을 만족하는 가역대칭행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 가 존재하면, 시스템 (34)는 $\|C_1(zE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족하고 안정하다. ■

보조정리 5으로부터 H_2 상태제환 제어기가 존재할 충분조건과 설계방법을 행렬부등식 접근방법으로 제시하기 위해 이산시간 특이시스템

$$\begin{aligned} E x(k+1) &= A x(k) + B_1 w(k) + B_2 u(k), \\ z(k) &= C_1 x(k) \end{aligned} \quad (42)$$

를 고려한다. 여기서, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $w(k) \in \mathbb{R}^q$ 는 외부 외란, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력, $z(k) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어될 출력이다. 계수행렬은 $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $B_2 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 이고, $\text{rank}(E) = r \leq n$ 이다.

시스템 (42)에서 제어입력 $u(k) = Kx(k)$, $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 를 고려하여 폐루프 시스템을 구성하면

$$\begin{aligned} E x(k+1) &= (A + B_2 K) x(k) + B_1 w(k), \\ z(k) &= C_1 x(k) \end{aligned} \quad (43)$$

과 같다.

보조정리 6에서는 기존에 Xu 등^[9]이 제안했던 이산시간 특이시스템을 안정화하기 위한 조건을 변형하여 행렬부등식으로 제시한다.

보조정리 6^[9]: 시스템 (43)이 정규적이라고 가정할 때, 행렬부등식

$$B_2^T P B_2 + X = \rho \Phi > 0, \quad (44)$$

$$E^T P E \geq 0, \quad (45)$$

$$A^T P A + (\rho - 2) A^T P B_2 \Phi^{-1} B_2^T P A - E^T P E < 0 \quad (46)$$

을 만족하는 가역대칭행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 양반정행렬 $X \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 와 양의 실수 ρ 가 존재하면, 상태제환 제어입력

$$u(k) = Kx(k) = -\Phi^{-1} B_2^T P A x(k) \quad (47)$$

은 폐루프 시스템 (42)를 안정화시킨다.

증명: Xu 등^[9]의 정리 2를 이용하면, 보조정리 6을 증명할 수 있다. ■

보조정리 6의 이산시간 특이시스템을 안정화하기 위한 조건에 보조정리 5의 H_2 노음 조건을 도입하여 정

리 3을 제안한다.

정리 3: 시스템 (42)가 정규적이고 $\text{range } B_1 \subseteq \text{range } E$ 를 만족한다고 가정할 때, 행렬부등식

$$\text{minimize } \gamma \text{ subject to}$$

$$B_2^T P B_2 + X = \rho \Phi > 0, \quad (48)$$

$$E^T P E \geq 0, \quad (49)$$

$$A^T P A + (\rho - 2) A^T P B_2 \Phi^{-1} B_2^T P A - E^T P E + E^T C_1^T C_1 E < 0, \quad (50)$$

$$\text{Trace}(B_1^T P B_1) < \gamma^2 \quad (51)$$

을 만족하는 가역대칭행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 양한정행렬 $X \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 와 양의 실수 ρ 가 존재하면, 상태제환 제어입력

$$u(k) = Kx(k) = -\Phi^{-1} B_2^T P A x(k) \quad (52)$$

는 시스템 (42)를 안정화시키고, $\|C_1(zE - A)^{-1} B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족시킨다.

증명: 식 (48)~식 (51)를 만족하는 가역대칭행렬 P , 양한정행렬 X , Φ 와 양의 실수 ρ 가 존재하면, 상태제환 제어입력은 식 (52)와 같고, 식 (50)은

$$(A + B_2 K)^T P (A + B_2 K) = A^T [P + (\rho - 2) P B_2 \Phi^{-1} B_2^T P - P B_2^T \Phi^{-1} X \Phi^{-1} B_2^T P] A < A^T [P + (\rho - 2) P B_2 \Phi^{-1} B_2^T P] A \quad (53)$$

과 같이 유도될 수 있다. 그러므로, 식 (48)~식 (51)을 만족하는 가역대칭행렬 P , 양한정행렬 X , Φ 와 양의 실수 ρ 는 행렬부등식

$$(A + B_2 K)^T P (A + B_2 K) - E^T P E + E^T C_1^T C_1 E < 0 \quad (54)$$

를 만족한다. 식 (48), 식 (49), 식 (51), 식 (54)를 만족하는 해가 존재하면 보조정리 5로부터 페루프 시스템 (43)은 안정하고, $\|C_1(zE - A)^{-1} B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족한다. ■

정리 3에서는 이산시간 특이시스템 (42)를 안정화시키고, H_2 노음을 최소화하는 H_2 상태제환 제어기를 행렬부등식 (48)~(51)을 만족하는 모든 변수들을 이용하

여 제안하였다. 제안된 방법으로 H_2 상태제환 제어기를 설계하려면, 행렬부등식 (48)~(51)을 만족하는 가역대칭행렬 P , 양한정행렬 X , Φ 와 양의 실수 ρ 를 구하고, 구해진 해들을 이용하여 식 (52)로부터 이산시간 특이시스템 (42)를 안정화시키고, H_2 노음을 최소화하는 H_2 상태제환 제어기득 K 를 찾는다.

식 (48)~식 (51)을 만족하는 P , X , Φ , ρ , γ 를 동시에 구하기 위해서는 새로운 알고리즘을 이용해야 한다. 즉, 식 (48)~식 (51)은 볼록 최적화 문제가 되지 않으므로, 최소의 해를 찾을 수 있는 최적화 알고리즘에 대한 연구가 요구된다.

3.2. 견실 H_2 상태제환 제어

본 절에서는 정리 3의 결과를 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템에 대한 견실 H_2 제어문제로 확장한다. 본 절에서는 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템

$$Ex(k) = [A + \Delta A(k)]x(k) + B_1 w(k) + B_2 u(k),$$

$$z(k) = C_1 x(k) \quad (55)$$

를 고려한다. 여기서, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태, $w(k) \in \mathbb{R}^p$ 는 외부의란, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력, $z(k) \in \mathbb{R}^p$ 는 제어될 출력이고, 불확실성 행렬은

$$\Delta A = A + \Delta A(k) \quad (56)$$

이고, 파라미터 불확실성은

$$\Delta A(k) = H G(k) J \quad (57)$$

로 정의된다. 여기서, H 와 J 는 적절한 차원을 가지는 상수행렬이고 $G(k)$ 는

$$G(k) \in \Omega := \{G(k) \mid G^T(k)G(k) \leq I, G(k) \text{의 요소들은 Lebesgue 측정가능}\} \quad (58)$$

과 같이 크기가 제한된 미지의 행렬함수이다.

정리 4에서는 정리 3의 결과를 이용하여, 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템 (55)에 대한 견실 H_2 제어기가 존재하기 위한 충분조건을 행렬부등식으로 제시한다.

정리 4: 시스템 (55)가 정규적이고 $\text{range } B_1 \subseteq \text{range } E$

를 만족한다고 가정할 때, 행렬부등식

minimize γ subject to

$$B_2^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}B_2 + X = \rho \Phi > 0, \quad (59)$$

$$E^TPE \geq 0, \quad (60)$$

$$A^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}A + (\rho - 2)A^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}$$

$$B_2^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}A + \frac{1}{\epsilon}J^TJ - E^TPE \\ + E^TC_1^TC_1E < 0, \quad (61)$$

$$\text{Trace}(B_1^TPB_1) < \gamma^2 \quad (62)$$

를 만족하는 가역대칭행렬 $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 양한정행렬 $X \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 와 양의 실수 ρ , ϵ 이 존재하면, 상태 제한 제어입력

$$u(k) = Kx(k) = -\Phi^{-1}B_2^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}Ax(k) \quad (63)$$

은 시스템 (55)를 안정화시키고 $\|C_1(zE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족시킨다.

증명: 식 (59)~식 (62)를 만족하는 가역대칭행렬 P , 양한정행렬 X , Φ 와 양의 실수 ρ , ϵ 이 존재하면, 상태제한 제어입력은 식 (63)과 같고, 행렬부등식

$$(A + B_2K + HG(k)J)^TP(A + B_2K + HG(k)J) \\ \leq (A + B_2K)^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}(A + B_2K) + \frac{1}{\epsilon}J^TJ \quad (64)$$

와 식 (63)의 상태제한 제어입력을 이용하면 식 (61)은

$$(A_d + B_2K)^TP(A_d + B_2K) = (A + B_2K \\ + HG(k)J)^TP(A + B_2K + HG(k)J) \leq (A + B_2K)^T \\ (P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}(A + B_2K) + \frac{1}{\epsilon}J^TJ \\ = A^T[(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1} + (\rho - 2)(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1} \\ B_2^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1} - (P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}B_2^T\Phi^{-1}X\Phi^{-1} \\ B_2^T\Phi^{-1}X\Phi^{-1}B_2^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}]A + \frac{1}{\epsilon}J^TJ \quad (65)$$

$$< A^T[(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1} + (\rho - 2)(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1} \\ B_2\Phi^{-1}B_2^T(P^{-1} - \epsilon HH^T)^{-1}]A + \frac{1}{\epsilon}J^TJ$$

와 같이 유도될 수 있다. 그러므로 식 (59)~식 (62)를 만족하는 가역대칭행렬 P , 양한정행렬 X , Φ 와 양

의 실수 ρ , ϵ 은 행렬부등식

$$(A_d + B_2K)^TP(A_d + B_2K) - E^TPE + E^TC_1^TC_1E < 0 \quad (66)$$

을 만족한다. 식 (59), 식 (60), 식 (62), 식 (66)을 만족하는 해가 존재하면 보조정리 5로부터 시스템 (55)는 안정하고, $\|C_1(zE - A)^{-1}B_1\|_2 < \gamma$ 를 만족한다. ■

정리 4에서는 정리 3의 결과를 확장하여 파라미터 불확실성을 가지는 특이시스템 (55)를 안정화시키고, H_2 노음을 최소화하는 견실 H_2 상태제한 제어를 행렬부등식 (59)~(62)를 만족하는 모든 변수들을 이용하여 제시하였다. 파라미터 불확실성을 가지는 특이시스템 (55)에 대한 견실 H_2 상태제한 제어를 설계하려면, 행렬부등식으로 제시되어진 견실 H_2 상태제한 제어기 존재를 위한 충분조건 (59)~(62)를 만족하는 가역대칭행렬 P , 양한정행렬 X , Φ 와 양의 실수 ρ , ϵ 을 구하고, 구해진 해들과 식 (63)을 이용하여 견실 H_2 상태제한 제어이득 K 를 찾는다. 제어이득 K 를 이용하면 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템 (55)를 안정화시키고, H_2 노음을 최소화할 수 있다.

3.3. 예제

파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(k+1) = \left\{ \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} G(k) [1 \ 1] \right\} \\ x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(k),$$

$$z(k) = [1 \ 2] x(k) \quad (67)$$

를 고려한다. 예제에서는 부분 최소화 알고리즘을 이용하여 해를 구해본다. 먼저, 초기치를

$$P_0 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \\ \Phi_0 = 0.1, \\ \rho_0 = 0.1, \\ \epsilon_0 = 0.1, \\ \gamma_0^2 = 0.1 \quad (68)$$

과 같이 두었을 때, 정리 4의 조건 (59)~(62)를 만족하

는 해를 구하면

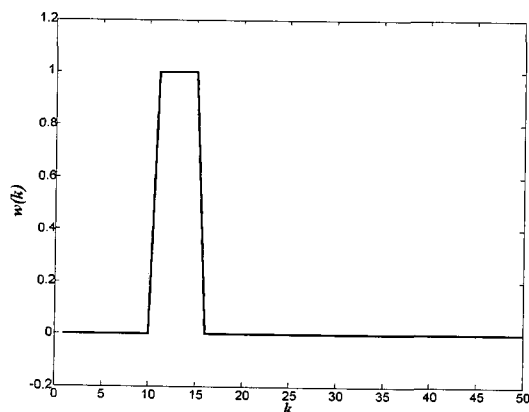
$$\begin{aligned}
 P &= \begin{bmatrix} 1.9713 & 0.9011 \\ 0.9011 & -1.4091 \end{bmatrix}, \\
 \phi &= 0.1, \\
 \rho &= 0.3530, \\
 \epsilon &= 0.4294
 \end{aligned} \tag{69}$$

와 같다. 식 (63)을 이용하여 제어입력을 구하면

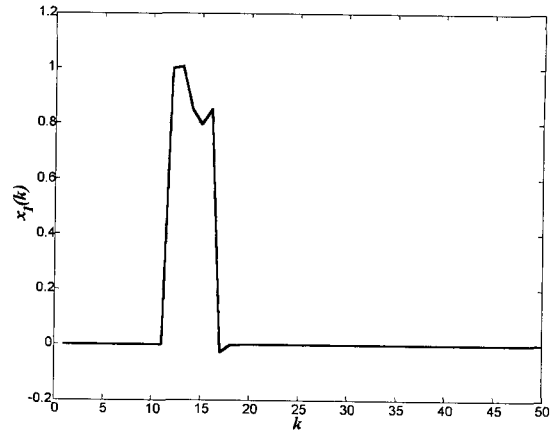
$$u(k) = Kx(k) = [-75.9372 \quad -18.7561] x(k) \tag{70}$$

이고 H_2 노음의 값은 $\gamma = 3.8729$ 이다.

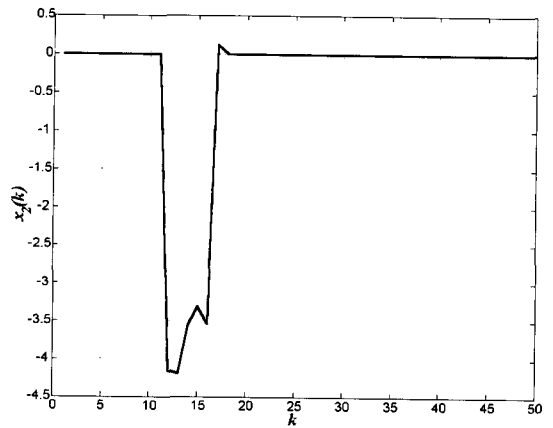
시스템 (67)의 $G(k)$ 를 $\sin(k)$ 로 주고 상태의 초기치를 $x_1(1) = 0, x_2(1) = 0$ 으로 가정한다. 그리고 <그림 4.1(a)>와 같은 외부 외란을 주었을 때, <그림 4.1(b)~(d)>는 각각 상태, 제어될 출력의 궤적을 나타낸다. <그림 3.1(b)~(c)>에서 보는 바와 같이 상태가 영에 수렴하는 것을 통하여 식 (70)의 이산시간 전실 H_2 상태제환 제어기는 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템 식 (67)을 지승적 안정화시킴을 알 수 있고, <그림 3.1(a)>와 <그림 3.1(d)>로부터 구한 H_2 노음은 $\gamma = 3.2646$ 이므로 페루프 시스템의 H_2 노음은 미리 설정한 $\gamma = 3.8729$ 보다 작게 보장된다. 따라서 제시한 설계기법은 외부 외란과 파라미터 불확실성을 가지는 이산시간 특이시스템을 H_2 노음 한계를 가지면서 지승적 안정화시킴을 알 수 있다.



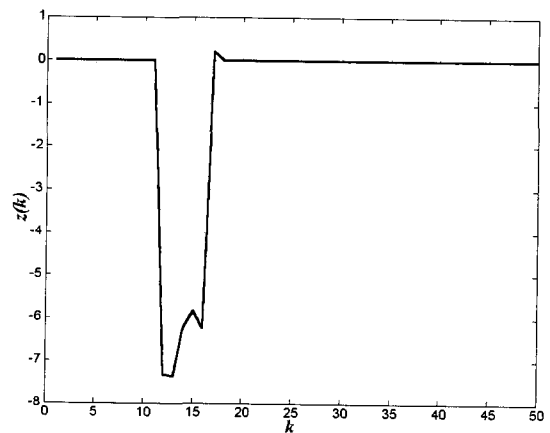
(a) $w(k)$



(b) $x_1(k)$



(c) $x_2(k)$



(d) $z(k)$

그림 3.1. 외부 외란, 상태, 제어될 출력의 궤적
Fig. 3.1. The trajectories of exogenous input, states, and controlled output.

IV. 결론

본 논문에서는 연속시간과 이산시간에서 파라미터 불확실성을 가지는 특이시스템을 리아푸노프 방법으로 해석하여 안정화시키고, H_2 노음을 최소화시키는 H_2 제어기 설계 방법을 제안하였다. 연속시간에서는 기존의 선형행렬부등식 전개방법으로 구해진 H_2 제어기 존재조건과는 다른 변수치환 방법을 이용하여 새로운 필요충분조건을 제시하고 만족하는 해로부터 해석적으로 제어이득을 구해보았으며, 파라미터 불확실성을 고려하여 견실 H_2 제어기 설계방법으로 확장하였다. 이산시간에서는 기존의 행렬부등식 접근방법으로 얻어진 안정화 조건을 변형하고, H_2 노음 조건을 도입하여 이산시간 특이시스템의 H_2 제어기가 존재하기 위한 충분조건을 구하였고, 파라미터 불확실성을 고려하여 견실 H_2 제어기 설계방법을 제시하였다. 그리고, 연속시간과 이산시간 각각의 경우에 대한 예제를 통해 본 논문에서 제안한 견실 H_2 제어기를 설계하였다.

참 고 문 헌

- [1] J. D. Cobb, "Controllability, observability and duality in singular systems," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 29, no. 12, pp. 1076~1082, Dec. 1984.
- [2] D. J. Bender and A. J. Laub, "The linear-quadratic optimal regulator for descriptor systems," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 32, no. 8, pp. 672~688, Aug. 1987.
- [3] K. Takaba, N. Morihira, and T. Katayama, "A generalized Lyapunov theorem for descriptor system," Systems & Control Letters, vol. 24, pp. 49~51, 1995.
- [4] I. Masubuchi, Y. Kamitane, A. Ohara, and N. Suda, " H_∞ control for descriptor systems: A matrix inequalities approach," Automatica, vol. 33, no. 4, pp. 669~673, 1997.
- [5] K. Takaba and T. Katayama, "Robust H_2 control of descriptor system with time-varying uncertainty," American Control Conf., Philadelphia, Pennsylvania, USA, pp. 2421~2426, June 1998.
- [6] E. Uezato and M. Ikeda, "Strict LMI condition for stability, robust stabilization, and H_∞ control of descriptor systems," Proc. 38th IEEE Conf. on Decision and Control, Phoenix, Arizona, USA, pp. 4092~4097, Dec. 1999.
- [7] M. Ikeda, T. Lee, and E. Uezato, "A strict LMI condition for H_2 control of descriptor systems," Proc. 39th IEEE Conf. on Decision and Control, Sydney, Australia, pp. 601~604, Dec. 2000.
- [8] V. L. Syrmos, P. Misra, and R. Aripirala, "On the discrete generalized Lyapunov equation," Automatica, vol. 31, no. 2, pp. 297~301, 1995.
- [9] S. Xu and C. Yang, "Stabilization of discrete-time singular systems: a matrix inequalities approach," Automatica, vol. 35, no. 9, pp. 1613~1617, 1999.
- [10] S. Xu and C. Yang, " H_∞ state feedback control for discrete singular systems," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 45, no. 7, pp. 1045~1049, July 2000.
- [11] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory, SIAM, 1994.
- [12] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, LMI Control Toolbox: for Use with MATLAB, The Math Works Inc., 1995.
- [13] A. Grace, A. J. Laub, J. N. Little, and C. M. Thompson, Optimization Toolbox: for Use with MATLAB, The Math Works Inc., 1992.

저 자 소 개



李 鍾 河(正會員)
2000년~2002년 : 경북대학교 전자공학과 공학사 및 공학석사. 2002년 1월~현재 : LG 전자 디지털 영상 사업부 주임 연구원. <주관심분야 : 견실(robust) H_2/H_∞ 제어, 특이시스템(singular system) 해석

및 제어기 설계>



金 鍾 海(正會員)
1993년 : 경북대학교 전자공학과 공학사. 1995년~년 : 공학석사 및 공학박사. 1998년 11월~2002년 2월 : 경북대학교 센서기술연구소 전임연구원. 2000년 3월~2001년 3월 : 오사카대학 기계공학부 컴퓨

터제어기계공학과 객원연구원. 2002년 3월~현재 : 선문대학교 전자정보통신공학부 전임강사. <주관심분야 : 견실(robust) H_∞ 제어, 시간지연시스템 해석 및 제어기 설계, 특이시스템(singular system) 해석 및 제어기 설계, 산업응용제어 및 자동항법제어, 비약성(non-fragile) 및 신뢰성(reliable) 제어 등.>

朴 烘 培(正會員) 第36卷 S編 5號 參照
현재 : 경북대학교 전자전기컴퓨터학부 교수