

## Taylor Vortex의 구조에 대한 연구

황종연\* · 양경수†

(2002년 12월 16일 접수, 2003년 5월 23일 심사완료)

### On the Structures of Taylor Vortices

Jong-Yeon Hwang and Kyung-Soo Yang

**Key Words:** Taylor Vortex, Laminar Vortex, Wavy Vortex, Helical Vortex, Helical Wavy Vortex, Random Wavy Vortex, Taylor Number( $Ta$ , 테일러 수), Axial Flow(축방향 유동)

#### Abstract

Numerical investigation on the structures of various Taylor vortices induced in the flow between two concentric cylinders, with the inner one rotating and with a pressure-driven axial flow imposed, is carried out, and compared with the experiments of Wereley and Lueptow [Phys. fluid, 11(12), 1999] who studied the Taylor vortices using PIV in detail. Especially, the properties of helical vortices and random wavy vortices are discussed, and their three-dimensional structures are visualized using the numerical data. Our simulation also predicts that random wavy vortices have quasi-periodic movement which can be explained by traveling waves formed in the azimuthal direction. The numerical results are well consistent with the experimental findings of Wereley and Lueptow.

#### 1. 서론

중심축이 동일하고 반경이 다른 두 실린더 사이에서 안쪽 실린더가 회전할 때 발생하는 유동(Taylor-Couette 유동)은 상당히 고전적인 유체역학의 주제로서, 안쪽 실린더의 회전속도와 관련되는 무차원 수인 테일러 수( $Ta$ )의 변화에 따라서 유동장에 분기(bifurcation)가 발생하여 테일러 와류라고 불리는 여러 형태의 다양한 와류들이 발견된다는 것은 널리 알려진 사실이다. 이렇게 복잡하고 다양한 와류의 형태나 구조는  $Ta$ , 실린더의 반경비, 축방향 유동의 레이놀즈수( $Re$ ), 양쪽 축의 경계 조건 등, 여러 가지 유동 변수에 상당히 민감하게 의존한다.<sup>(1)</sup> 그중 축방향 유동이

없는 경우에 대해서 최근 Wereley and Lueptow<sup>(2)</sup>에 의하여 PIV(Particle Image Velocimetry)를 이용한 실험이 수행되었고 그 실험과 동일한 기하학적 및 유동 조건에서 수치적 연구 또한 이루어져 실험치와 비교되었고 테일러 와류의 움직임에 대하여 자세히 보고되었다.<sup>(3)</sup>  $Ta$ 가 비교적 낮을 때 나타나는 테일러 와류는 와류의 중심축에 대해서 대칭(axisymmetric)이지만,  $Ta$ 가 어느 임계 값에 이르면 회전방향으로 진행파(traveling wave)가 발생하여 테일러 와류의 대칭성이 깨어지면서 시간에 따라 진동하는 파동와류(wavy vortex)가 형성된다.<sup>(2,3)</sup> Wereley and Lueptow<sup>(4)</sup>는 또한 축방향 유동이 있는 경우에 대해서 PIV 실험을 수행하여 유동장의 정보를 보다 정교하게 보고하였고 이 경우 수행된 전산해석적 연구는 실험과 일관성 있는 일치를 보였고 더욱 자세한 와류의 거동과 유동 분기를 보고 하였다.<sup>(5)</sup> 축방향  $Re$ 가 어느 값 이상으로 증가하게 되면 유동장 내에서 생성된 테일러 와류는 축방향에 대하여 기울어 지며 나선의 형태를 보이는 나선와류(helical vortex)가 된다. 이러한 파동와류나 나선와류는 유체역학적 메카니즘 면에서 흥미로운 주제일 뿐 아니라 회

\* 회원, 인하대학교 대학원

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학부

E-mail : ksyang@inha.ac.kr

TEL : (032)860-7322 FAX : (032)863-3997

전 기계류의 안정성이나 회전에 필요한 토크에 직접적인 영향을 미치므로 공학적인 측면에서도 이러한 와류의 구조와 거동에 대한 정확한 이해가 필요하다. 특히 축방향 유동이 존재할 경우에 생성되는 나선와류의 경우, 축방향 유동 때문에 실험적으로 그 형태를 가시화하여 시각적인 이해를 도모하기가 상당히 힘들다. 그러한 실험적인 난해함을 보완하는 방법으로서 전산해석적 연구를 들 수 있는데 현재까지 나선와류에 대하여 완전한 수치적 모사가 수행되어 그 형태를 보고한 논문은 저자가 아는 한 전무하다. Lueptow 등<sup>(6)</sup>은 여러 범위의  $Ta$ ,  $Re$ 에서 실험을 수행하여 나선와류의 나선각(helix angle)을 정확히 구하였고 Chung and Astill<sup>(7)</sup>은 축방향 유동이 있는 경우에 대하여 반경비를 다양하게 변화시키는 실험을 수행하여 와류의 구조를 개략적으로 나타내어 그에 대한 이해를 도모하고자 시도하였다.

본 연구에서는 Taylor-Couette 유동에서 발견되는 다양한 와류의 형태 및 구조와 움직임에 대해서 자세한 정보를 얻고자 전산 해석적 연구를 수행하였다. 선행되어 발표된 연구 결과<sup>(3,5)</sup>와는 달리 본 연구에서는 축방향의 계산 영역을 선행 연구의 약 8배로 확장하여 와류의 움직임을 최대한 실험과 가깝게 하였다. 또한 회전방향으로 형성되는 진행파와 그에 따른 파동와류의 거동에 대한 자세한 연구가 이루어졌고 나선와류의 보다 정확한 이해를 위하여 3차원적 유동 가시화 작업을 수행하였다. 그리고 임의파동와류(Random Wavy Vortex)의 시간적 및 공간적 거동에 대해서도 심도있는 연구를 수행하여 Wereley and Lueptow의 실험결과와 비교하였다.

## 2. 수식전개 및 수치해석법

본 연구에서는 비압축성 유체에 대해 다음과 같은 연속방정식과 모멘텀 방정식이 사용되었다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{u}$ ,  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $p$ 는 각각 유체의 속도, 밀도, 동점성계수, 압력을 의미하며 위의 지배방정식들

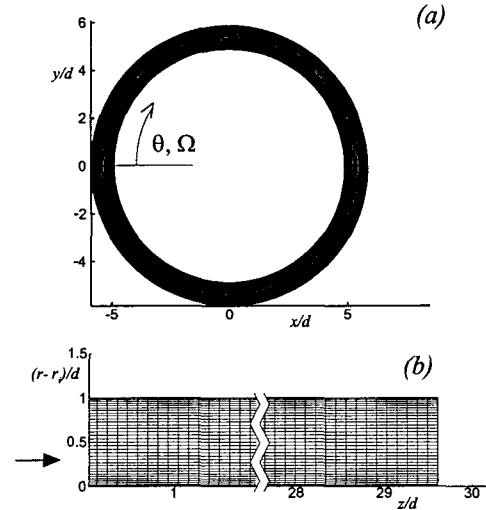


Fig. 1 Computational domain and grid system ; (a) cylinder cross-section, (b) meridional section

은 일반좌표계에서 유한체적법을 사용하여 차분되었다. 본 코드에 사용된 수치해석 기법의 상세한 사항들은 Rosenfeld 등<sup>(8)</sup>의 논문을 참고하기 바란다.

## 3. 유동 파라미터 및 경계조건

$Ta$ 는 본 연구에서는  $Ta = r_i \Omega d / \nu$ 로 정의하였다. 여기서  $r_i$ 는 안쪽 실린더의 반경이고  $\Omega$ 는 회전하는 안쪽 실린더의 각속도,  $d$ 는 바깥 실린더와 안쪽 실린더의 반경의 차이를 의미한다. 바깥 실린더 반경에 대한 안쪽 실린더 반경의 비( $\eta$ )는 Wereley 등의 실험과 동일하게 0.83을 사용하였으며 선행되어 발표된 연구 결과<sup>(3,5)</sup>에서 엄밀한 비교가 이루어졌다. 축방향 유동이 있는 경우의  $Re$ 는  $Re = \bar{w} d / \nu$ 로 정의하였는데 여기서  $\bar{w}$ 는 축방향으로의 평균 속도이다. 횡방향 영역의 크기(H)의 결정은 세심한 주의가 요구된다. 본 연구에서는  $Ta$ 와  $Re$ 에 따라 약간의 변화를 주어서  $H=27d \sim 32d$ 의 비교적 큰 횡방향 계산영역을 사용하였다.(Fig. 1) 이는 축방향으로 형성되는 와류쌍의 파장(wavelength)에 제한을 두지 않는데 목적이 있을 뿐 아니라 축방향으로 다양한 모드(mode), 특히 고주파수의 모드가 생성 될 수 있

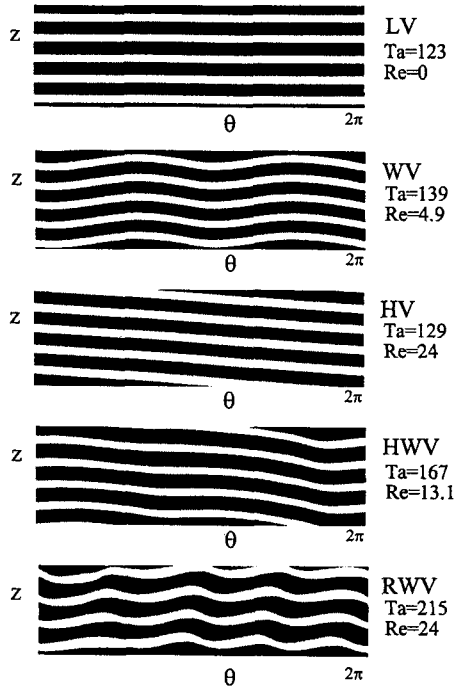


Fig. 2 Instantaneous contours of azimuthal velocity component on the center surface of the annulus; laminar vortex (LV) at  $Ta=123$  and  $Re=0$ , wavy vortex (WV) at  $Ta=139$  and  $Re=4.9$ , laminar helical vortex (HV) at  $Ta=129$  and  $Re=24$ , helical wavy vortex (HWV) at  $Ta=167$  and  $Re=13.1$ , random wavy vortex (RWV) at  $Ta=215$  and  $Re=24$ . The regions of higher (lower) azimuthal velocity than the median is marked by black (white)

는 가능성을 배제하지 않기 위해서이다. 본 연구에서는 비교적 작은  $Re$ 의 축방향 유동이 고려되었으며 이러한  $Re$  범위에서는 실험에서 축방향 대부분의 영역이 완전 발달된 유동을 형성하므로 축방향으로 본 연구에서는 주기조건을 적용하였다. 사용된 격자수는 격자 세분화 연구를 통하여 결정하였는데 회전방향, 반경방향, 축방향으로 각각 128, 32, 256개를 사용하였다. 적용된 다른 경계조건이나 초기조건은 앞서 발표된 논문에서 기술된 내용과 같다.

Table 1 Properties of azimuthal waves for various cases of  $Ta$  and  $Re$

$Ta$	$Re$	azimuthal wave number	azimuthal wavelength	vortex type
129	0	1	$2\pi$	WV
139	0	2	$\pi$	WV
139	4.9	2	$\pi$	WV
139	13.1	2	$\pi$	HWV
167	0	2	$\pi$	WV
167	13.1	2	$\pi$	HWV
215	24.0	4	$\pi/2$	RWV

#### 4. 결과 및 토론

##### 4.1 테일러 와류의 특성

$Ta$ ,  $Re$  에 따라서 다양한 형태의 테일러 와류들이 발견되었다. Figure 2는 본 연구에서 얻어진 여러 종류의 테일러 와류들의 형태를 가시화 하고자 반경 방향으로 중앙인 위치에서 원주방향( $\theta$ )-축방향( $z$ ) 곡면에서의 순간적인 원주방향 속도 등고선을 보여준다.  $\theta$ - $z$  면에서 유동장을 관찰하면 와류의 회전형태는 알 수 없으나 공간적으로 형성된 진행파의 형태나 나선와류를 관찰하기가 용이하다. 실험에서는 이러한 여러 종류의 와류의 형태를 효과적으로 제시하기가 난해한 반면에 수치해석적 연구인 경우 정성적인 와류의 표현이 수월하다. 첫 번째 그림은  $Ta=123$ ,  $Re=0$ 인 경우로서 비나선(non-helical), 비파동(non-wavy), 층류와류(laminar vortex, LV)에 해당한다. 진행파가 발견되지 않으며 시간에 대해서는 정상상태이다. 두 번째 그림은  $Ta=139$ ,  $Re=4.9$ 인 경우로서 비나선 파동와류(WV)에 해당한다.  $\theta$  방향으로 형성된 두 파장의 진행파가 뚜렷이 보인다. 이 진행파는  $\theta$  방향으로 시간에 따라 이 형태를 유지하며 전파된다.  $Ta$ 와  $Re$ 에 따른 원주방향 방향으로 형성되는 파(wave)의 특성을 Table 1에 제시하였다. 여기서 원주방향 파장은 생성된 파장의 평균된 개수로 계산된 것인데 이는 두개 이상의 지배적인 파가 존재하는 경우 각각의 파장이 정확히 일치하지 않기 때문이다. 특히 이러한 현상은 임의파동와류(Random wavy vortex, RWV)의 경우 더욱

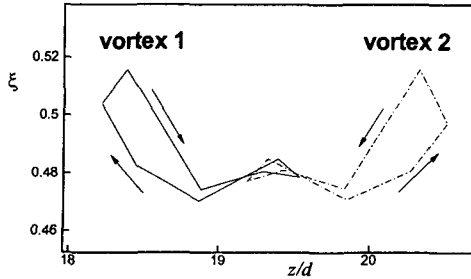


Fig. 3 Movement of the vortex center during passage of one traveling wave at a given r-z plane,  $\xi = (r - r_i)/d$ ,  $Ta=129$ ,  $Re=0$

두드러지며 이에 대한 자세한 설명은 뒤에서 다룬다. 세 번째 그림은  $Ta=129$ ,  $Re=24$ 인 경우로서 비파동나선와류(non-wavy helical vortex, HV)에 해당한다. 약  $2.9^\circ$ 의 나선각을 갖는 나선와가 형성이 되며 진행파는 발견되지 않는 정상상태를 보인다. 네 번째 그림은  $Ta=167$ ,  $Re=13.1$ 인 경우로서 나선파동와류(helical wavy vortex, HWV)에 해당한다. 나선 형태와 동시에 두 파장을 갖는 진행파를 볼 수 있다. 다섯 번째 그림은  $Ta=215$ ,  $Re=24$ 인 경우로서 임의파동와류에 해당한다. 네 파장의 진행파가 원주 방향으로 형성되고 있으며 각 파의 형태나 파장이 서로 정확히 일치하지는 않을 뿐만 아니라 축방향으로도 파의 형태가 동일하지 않음을 볼 수 있다.

파동와류의 경우 진행파에 의해 축방향으로의 주기적 운동 뿐만 아니라 반경 방향으로도 미약한 움직임이 발견된다. Figure 3은  $Ta=129$ ,  $Re=0$ 인 경우에 대하여 황종연, 양경수(3)에 의해서 계산된 결과에서 와류1과 와류2의 움직임을 정량적으로 나타낸 것이다. (Ref. 3의 Fig. 4 참조) 여기서 와류 중심의 위치를 반경방향의 위치( $r$ )와 축방향의 위치( $z$ )로 나타내었다. 반경 방향으로의 미약한 움직임이 발견되며 그 형태는 Wereley and Lueptow의 실험(2)과 매우 유사하다. 특히 축방향의 움직임을 보면 와류1의 자취와 와류2의 자취가 서로 교차함을 볼 수 있다. 이 현상은 Wereley and Lueptow의 실험에서는 찾아볼 수 없는 현상으로 본 연구에서 축방향으로 주기조건을 사용한 것에 비롯된 것으로 판단된다. 한편

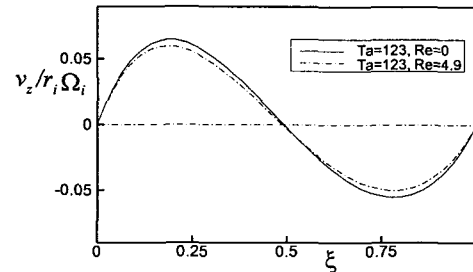


Fig. 4 Distribution of the axial velocity component along a radial line ( $\xi$ ) through a Taylor vortex center; without an axial flow ( $Ta=123$  and  $Re=0$ ) and with the exact laminar axial velocity profile subtracted ( $Ta=123$  and  $Re=4.9$ )

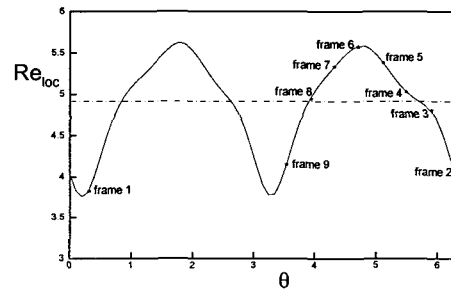


Fig. 5 Local Reynolds number along the azimuthal direction, at  $Ta=139$ ,  $Re=4.9$

Wereley and Lueptow는 축방향 유동이 있는 경우의 Taylor-Couette 유동은 환형 Poiseuille 유동과 축방향 유동이 없는 경우의 Taylor-Couette 유동이 중첩된 것으로 볼 수 있다고 제안하였다.<sup>(4)</sup> Figure 4는 이러한 선형 중첩의 타당성의 정도를 보여주기 위하여 와류 중심을 지나는 위치에서 반경방향에 따른 축방향 속도를 보여준다. 여기서 실선은  $Ta=123$ ,  $Re=0$ 인 경우이고 점선은  $Ta=123$ ,  $Re=4.9$ 인 경우의 유동장에서 환형 Poiseuille 해를 빼준 나머지의 속도 성분을 표시한 것이다. 두 경우가 정확히 일치하지는 않지만 대략적으로 근사함을 볼 수 있으며 축방향 유동이 있는 경우의 축방향 속도의 최대값이 축방향 유동이 없는 경우의 축방향 속도의 최대값보다

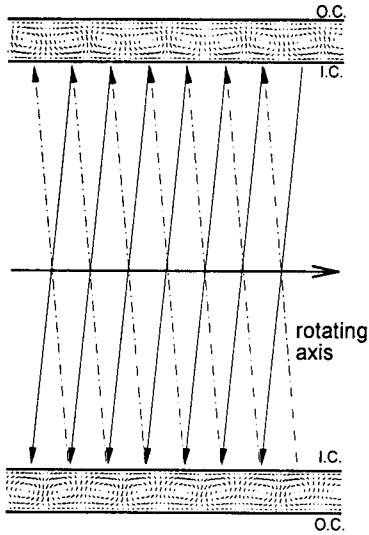
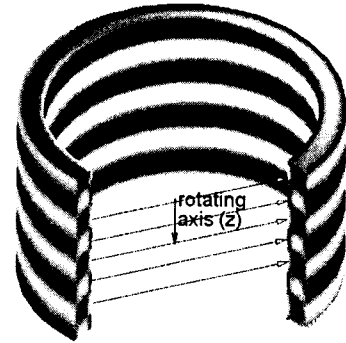
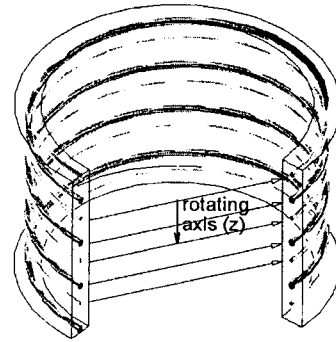


Fig. 6 Instantaneous velocity vectors of helical vortices on a portion of an  $r$ - $z$  plane in the flow domain along with arrows pointing the corresponding vortex on the other side;  $Ta=129$  and  $Re=24$  (HV) with the axial velocity profile removed. Solid and dotted lines represent foreground and background pointers, respectively. O.C. and I.C. denote 'outer cylinder' and 'inner cylinder', respectively



(a)



(b)

Fig. 7 Three-dimensional structures of helical vortices,  $Ta=129$ ,  $Re=24$ , with the axial velocity profile removed; (a) contours of azimuthal component of vorticity ( $\omega_\theta$ ) in a portion of the flow domain, dark color: positive  $\omega_\theta$ , bright color: negative  $\omega_\theta$ , (b) contours of  $J - 0.25\Delta^2 > 0$  where  $J$  represents Jacobian of shear-stress vectors and  $\Delta$  denotes divergence of shear-stresses

다소 작다. 이는 두 경우의 와류의 형태는 상당히 유사하지만 축방향 유동이 있는 경우의 와류의 회전이 축방향 유동이 없는 경우보다 약간 작음을 의미한다. 이는 축방향 유동이 유동장을 안정화 시킨다는 사실을 뒷받침해주고 있으므로 물리적으로 타당하다고 볼 수 있다.

과동와류에서 진행과의 위상에 따른 축방향 평균속도의 변화를 살펴보기 위하여  $Ta=139$ ,  $Re=4.9$ 인 경우에 대하여 원주방향에 따른 국소 레이놀즈 수 ( $Re_{loc}$ )를 Fig. 5에 나타내었다. 여기서 국소 레이놀즈 수는 특성 속도로서 원주방향의 주어진 지점에서 축방향 속도를 축방향과 반경방향으로 평균된 속도로 사용한 것이다. Figure 5에 제시된 그림들은 황중연, 양경수<sup>(5)</sup>에 의해서 계산된 결과에 해당되며 이를 부록에 제시하였다. 원주방향으로 두 과장의 파가 존재함을 볼 수 있고 (Fig. 2 참조)  $Re_{loc}$ 가 최대인 지점은 와류가 축방향 유동방향으로 움직인 후 반대방향으로 방향이 바뀌는 지점이고  $Re_{loc}$ 가 최소인 지점은 반대로 와류가 축방향 유동의 반대

방향으로 움직인 후 다시 축방향으로 방향이 바뀌는 지점이다.

#### 4.2 나선와류의 구조

축방향 유동이 어느 임계  $Re$  이상으로 증가할 경우 형성되는 나선와류의 구조를 관찰하기 위하여 Fig. 6에  $Ta=129$ ,  $Re=24$ 인 경우 (HW)에 대하여 축방향-반경 방향에서 회전방향으로  $180^\circ$ 의

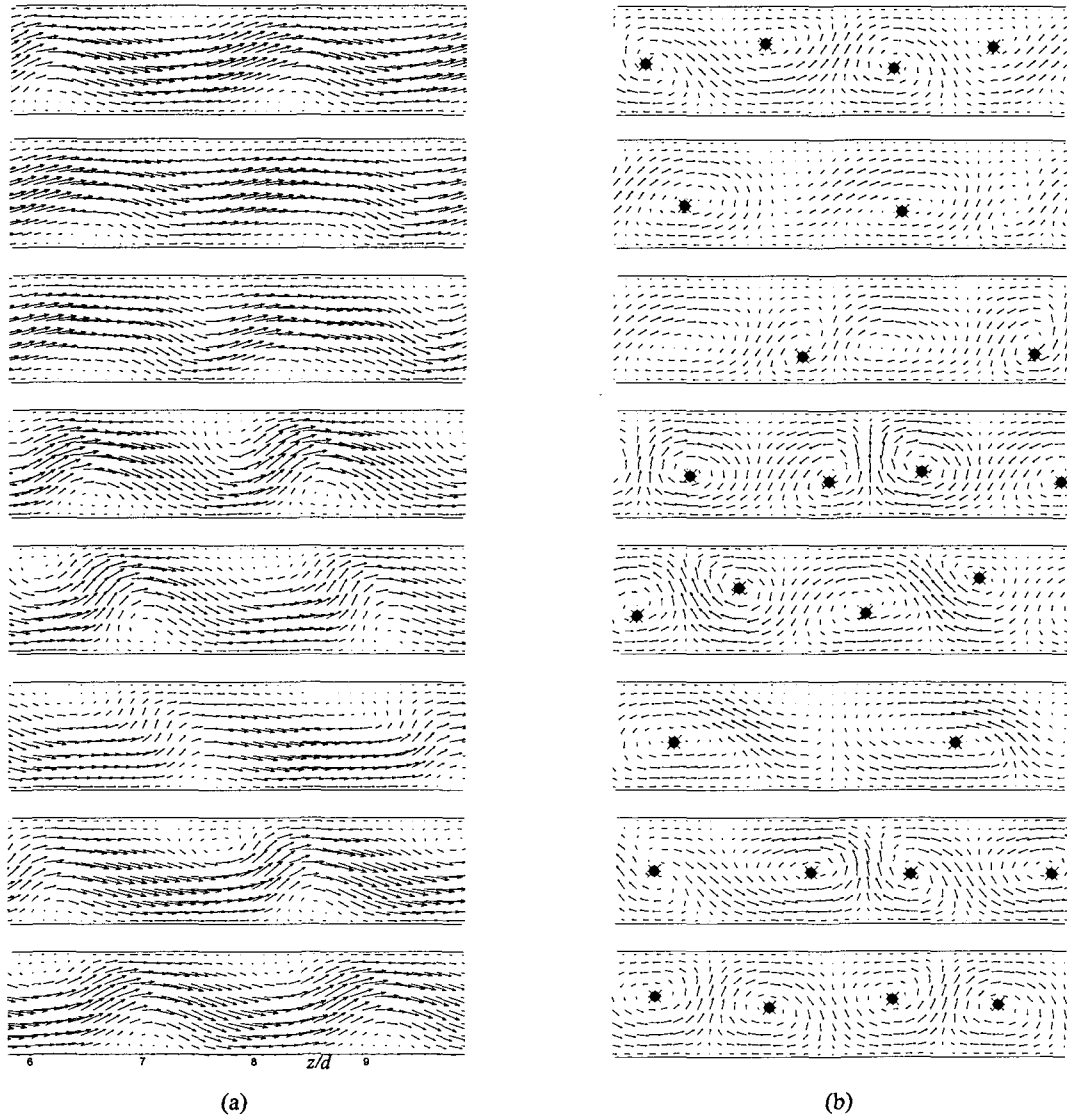


Fig. 8 Velocity vectors for RWV on a radial-axial plane at  $Ta=215$ ,  $Re=24.0$ . Each frame is taken on a typical azimuthal plane during passage of one wavelength of the travelling wave (from top to bottom); (a) including the axial velocity profile, (b)with the axial velocity profile removed

다른 위상에서 순간적인 속도 벡터를 보여준다. 여기서 실선은 지면 앞에서의 와류의 위상이동을, 점선은 지면 뒤에서 와류의 위상이동을 각각 의미하며 I.C.는 안쪽 실린더를 O.C.는 바깥 실린더를 각각 의미한다. 그림에서 보듯이 나선와류는 축방향 유동 방향에 대하여 음의 나선각을

형성하며 한 바퀴 위상주기에 따라서 한 개의 와류쌍 만큼 축방향으로 이동됨을 알 수 있다.<sup>(6)</sup>

Figure 7(a)는  $Ta=129$ ,  $Re=24$  (HW)인 경우에 대하여 와도 등고선을 3차원으로 보여준다. 와도 등고선의 경우 회전방향이 다른 두 와류로 구성되는 한 개의 와류쌍이 뚜렷이 구분되어 나타내

어 질 수 있다는 장점이 있는 반면에 양쪽 벽면에서 와류 중심 부근과 반대 부호를 갖는 와류가 형성되므로 3차원적으로 관찰하기가 다소 모호한 단점이 있다. Figure 7(b)는 와류 중심 부근을 좀더 확실히 나타내기 위하여  $J=0.25\Delta^2$ 의 값 중 0보다 큰 값만 표시 하였다. 여기서  $J$ 는 전단응력 벡터로 구성되는 자코비안을 의미하고  $\Delta$ 는 전단응력 벡터의 divergence를 의미한다. 형성되는 와류 중심은 특이점으로서 포커스(focus)를 의미하고 포커스(focus)의 경우  $J-0.25\Delta^2 > 0$ 을 만족한다는 위상학적 규칙에 근거를 두고 있다.<sup>(9)</sup> 이 방법을 이용하면 와류 중심을 뚜렷이 관찰할 수 있으나 와류의 회전 방향을 분간할 수 없다는 단점이 있다. 즉 Fig. 7(b)만으로 와류쌍을 구분하기는 다소 힘들다. 하지만 상대적인 보완 관계에 있는 Fig. 7(a)와 Fig. 7(b) 두 그림을 함께 관찰하면 3차원적으로 형성되는 나선와류의 구조를 관찰하기가 수월해진다. 그림에서 보듯이 와류 중심의 공간적 형태를 파악할 수 있고 위에서 설명한 나선 구조를 뚜렷이 볼 수 있다. 또한 이런 3차원적인 구조를 실험에서는 적절히 보여줄 수 없다는 점에서 수치해석의 유용성을 잘 나타낸다.

#### 4.3 임의파동와류의 움직임

Figure 8은  $Ta=215$ ,  $Re=24$ 인 경우에(RWV) 대하여 속도 벡터장을 보여준다. 각 그림은 Wereley and Lueptow의 결과와 직접적인 비교가 가능하게 하기 위하여 주어진 원주방향 평면에서 진행파의 한 파장이 지나간 시간 동안에 제시된 것이다. 여기서 한 진행파의 전파시간은 바깥실린더의 0.4회전에 걸리는 시간에 상당한다. 그림에서 보듯이 와류들의 거동이 매우 무작위함을 알 수 있으며 어떤 와류들은 완전히 사라지기도 한다. (두번째와 여섯번째 그림 참조) 이러한 모든 현상들은 Wereley and Lueptow의 실험결과와 매우 일관성 있게 일치하였는데 그 이유는 RWV인 경우 준주기적(quasi-periodic) 거동을 하기 때문이다. 즉 공간적으로 원주방향으로 진행파가 존재하며 본 연구의 경우 4개의 파장이 발견되었다. (Fig. 2 참조) 따라서 진행파의 전파에 의하여 시간적으로도 준주기적 거동을 하게

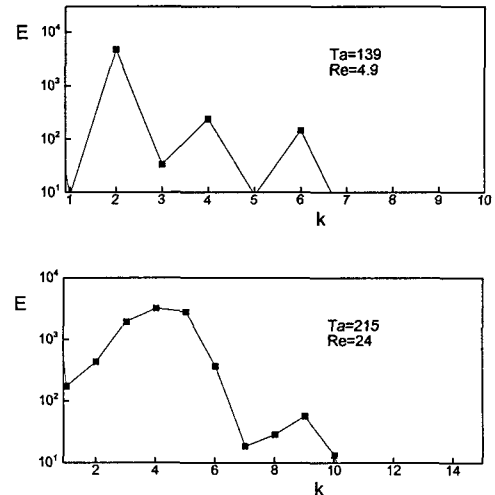


Fig. 9 Energy spectrum of  $Re_{loc}$

되는 것이다. 뿐만 아니라 축방향으로도 와류의 형태가 완전히 주기적이지 않음을 Fig. 2에 의해서 알 수 있다. Figure 9는 원주방향으로 두 파장이 존재하는  $Ta=139$ ,  $Re=4.9$ 인 경우(WV)와 네 파장이 존재하는  $Ta=215$ ,  $Re=24.0$ 의 경우(RWV)에 대하여  $Re_{loc}$ 을 원주방향에 대하여 Fourier 변환을 수행한 결과이다. 여기서  $k$ 는 파수(wave number),  $E$ 는 각 모드의 에너지를 의미한다. 두 번째 모드가 지배적인 WV와는 달리, RWV인 경우는 여러 개의 (3,4,5번째) 모드가 지배적임을 볼 수 있고 이 때문에 RWV는 준주기적인 거동을 보이게 된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 Taylor-Couette 유동에서 발견되는 여러 가지 와류들의 움직임과 구조를 명확히 규명하기 위한 전산 해석을 수행하였다.  $Ta$ , 축방향  $Re$ 에 따라서 회전방향으로 진행파가 발생하고 그 모드의 형태를 확인할 수 있었다. 특히 나선와류의 묘사에 있어서 이전의 다른 실험에서의 제약에서 벗어나 3차원적인 구조를 성공적으로 보여줄 수 있었다. 축방향에 대하여 음의 나선각을 갖는 와류의 구조를 정확히 확인할 수 있었다. 또한 임의파동와류의 움직임을 관찰한 결과

회전방향에 형성되는 진행파에 의하여 시간에 따라 준주기적 거동을 취하고 있음이 발견되었고 축방향으로도 준주기적 형태로 형성된 와류쌍을 발견할 수 있었다.

### 참고문헌

- (1) Mullin, T. and Blohm, C., 2001, "Bifurcation Phenomena in a Taylor-Couette Flow with Asymmetric Boundary Conditions," *Phys. Fluids*, Vol. 13, No. 1, pp. 136~140.
- (2) Wereley, S. T. and Lueptow, R. M., 1998, "Spatio-Temporal Character of Non-wavy and Wavy Taylor-Couette Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 364, pp. 59~80.
- (3) Hwang, J. Y. and Yang, K. S., 2001, "Numerical Study of Wavy Taylor-Couette Flow (I), without an Axial Flow," *KSME B*, Vol. 25, No. 5, pp. 697~704.
- (4) Wereley, S. T. and Lueptow, R. M., 1999, "Velocity Field for Taylor-Couette Flow with an Axial Flow," *Phys. Fluids*, Vol. 11, No. 12, pp. 3637~3649.
- (5) Hwang, J. Y. and Yang, K. S., 2001, "Numerical Study of Wavy Taylor-Couette Flow (II), without an Axial Flow," *KSME B*, Vol. 25, No. 5, pp. 705~712.
- (6) Lueptow, R. M., Docter, A. and Min, K., 1992, "Stability of Axial Flow in Annulus with a Rotating Inner Cylinder," *Phys. Fluids*, Vol. 4, No. 11, pp. 2446~2455.
- (7) Chung, K. C. and Astill, K. N., 1977, "Hydrodynamic Instability of Viscous Flow between Rotating Coaxial Cylinders with Fully Developed Axial Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 81, pp. 641~655.
- (8) Rosenfeld, M., Kwak, D., and Vinokur, M., 1994, "A Fractional Step Solution Method for the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations in Generalized Coordinate Systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 94, pp. 102~137.
- (9) Hunt, J. C. R., Abell, C. J., Peterka, J. A., and Woo, H., 1978, "Kinematical Studies of the Flows Around Free or Surface-Mounted Obstacles; Applying Topology to Flow Visualization," *J. Fluid Mech.*, vol. 86. part 1. pp. 179~200.

### 부 록

다음 그림은 황종연, 양경수<sup>(5)</sup>의 논문내용중 Fig. 5의 (b)에 해당되는 그림이다.

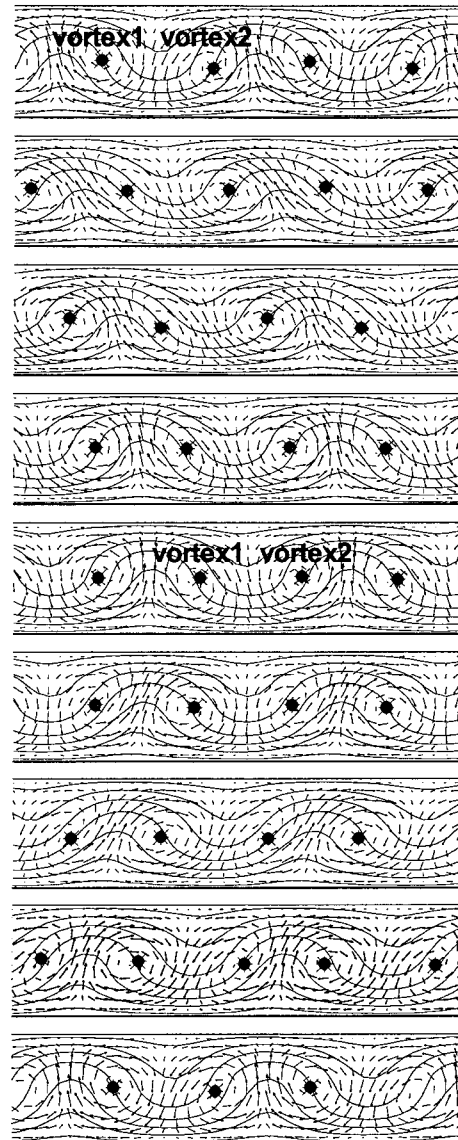


Fig. A.1 Velocity vectors and magnitude contours of azimuthal velocity component in a radial-axial plane at  $Ta=139$ ,  $Re=4.9$  during passage of one travelling wave (from top to bottom) with the axial velocity profile removed