

순환 구조물의 진동 국부화에 미치는 강성 불균일 및 가진력 위상차의 효과

강민규† · 유홍희*

(2003년 1월 16일 접수, 2003년 6월 20일 심사완료)

The Effects of the Stiffness Mistuning and the Excitation Force Phase Difference on the Vibration Localization of Cyclic Structures

Min Kyoo Kang and Hong Hee Yoo

Key Words : Stiffness Mistuning(강성 불균일), Excitation Force Phase Difference(가진력 위상차), Vibration Localization(진동 국부화), Cyclic Structure(순환 구조물), Multi-pendulum System(다진자 계)

Abstract

In periodic cyclic structures, small property irregularity of their substructures often causes significant difference in their dynamic responses, which results in unpredicted premature failures. The small irregularity and the resulting phenomenon are called the mistuning and the vibration localization, respectively. In this paper, a simple coupled multi-pendulum system is employed to investigate the effects of the stiffness mistuning and the phase difference in excitation force on the vibration localization of periodic cyclic structures.

1. 서론

주기적 순환 형태를 갖는 구조물들은 종종 각종 기계류에서 관찰될 수 있다. 그 대표적인 예로는 Fig. 1이 보여주는 터빈이나 헬리콥터의 블레이드, 그리고 고정익 항공기나 선박용 프로펠러가 있다. 이러한 주기적 순환 구조물들을 구성하고 있는 각 부구조물들은 거의 동일한 형상과 특성들을 갖고 있으나 가공오차나 마모 등에 의해 각 부구조물간 기하학적 형상이나 물성의 차이가 항상 작으나마 존재하게 된다. 그러나 이러한 미소한 특성 차이에 도 불구하고 그로 인해 야기되는 각 부구조물의 동적반응은 커다란 차이를 보일 수 있다. 특별히 진동 에너지가 부구조물들에 균일하게 분포하지 않고 특정한 부구조물에 집중됨으로 인해 파괴가 일어나서(혹은 예상 수명보다 더 일찍 발생하여) 전체 시스템의 정상 기능이 마비되는 경우도 종종

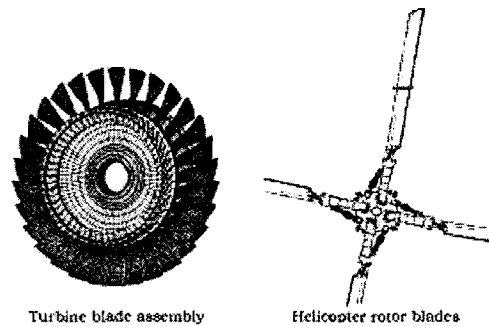


Fig. 1 Periodic structures

발생한다. 따라서 이러한 주기적 순환 구조물의 설계 시에는 이러한 진동 국부화 현상을 고려하는 것이 필수적이다.

주기적 구조물의 작은 물성치의 차이가 예기치 않은 큰 변형과 응력을 초래할 수 있다는 사실은 오래동안 연구의 주제가 되어 왔다. Ewins 는⁽¹⁻⁴⁾ 간단히 이상화한 블레이드 모델에 대해서 해석을 수행하여, 구조물에 존재하는 작은 물성치 불균일성이(균일하게 해석했을 때와 비교하여) 커다란

† 책임저자, The University of Texas at Austin 대학원
E-mail : minkyu0909@hanmail.net

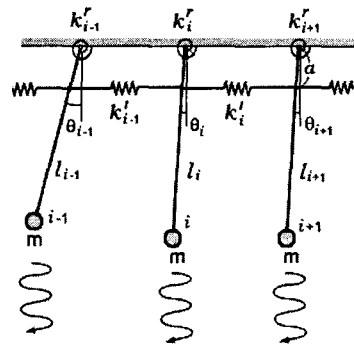
* 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0446 FAX : (02)2293-5070

동적 반응의 차이를 (이를 진동 국부화라고 부름) 초래함을 보였으며 물성치의 차이가 어느 이상이 되면 이러한 진동 국부화 현상은 다시 감소하는 것을 밝혀냈다. 이러한 진동 국부화가 일어날 때, 어느 부구조물이 가장 큰 변형을 받게 될 것인가 하는 문제에 대해서 Afolabi⁽⁵⁾는 주변과 물성치의 차이가 가장 큰 부구조물에 가장 큰 변형이 일어난다고 주장하였고, Griffin 과 Hoosac⁽⁶⁾은 이와는 다르게 일정수준의 물성치 차이에서 가장 큰 동적 변형이 발생한다고 주장하였다. 이에 대해서 Pierre^(7,8)는 이 두 연구간의 서로 상이한 결론의 원인은 사용된 모델링과 변수의 차이 때문이라는 결론을 내렸으며 아울러 인위적인 물성치 조작을 통해 그 동적응답을 최소화할 수 있음을 보였다. 한편 좀 더 최근에는 동적 응답의 크기에 초점을 맞춘 연구가 이루어졌다. Happawana⁽⁹⁾는 특이 섭동법을 (singular perturbation method) 사용하여 강한 연성을 갖는 구조물의 동적응답을 해석적으로 구하였고, Pierre 와 Castanier⁽¹⁰⁾는 축약 차수 모델링을 제시하여 터빈 블레이드의 진동 국부화 현상을 효율적으로 해석하였다. 이 연구들에서는 그러나 어떠한 조건에서 동적응답 국부화 현상이 가장 현저하게 되는지를 명확하게 규명하지 못하였다. 이에 Kim 등⁽¹¹⁾은 연성된 다중진자시스템을 이용해 주기적 순환 구조물 진동 국부화 현상이 현격하게 되는 조건을 연구하였다. 이 연구에서는 각 진자 길이의 불균일성을 고려하였으나 연성된 스프링이나 감쇠 특성 등은 모두 일정하게 보고 모델링을 하였으며 감쇠크기 및 연성정도에 따른 진동 국부화 현상의 변화를 분석하여 그 현상이 현격하게 되는 조건을 찾아내었다.

본 논문에서는 참고문헌 (11)의 연구에 사용된 진자 모델을 확장해 (Fig. 2를 참조할 것) 강성의 (진자와 베이스간 회전강성과 진자들간 연성강성) 불균일성을 추가 고려하고 동시에 가진력간 위상차가 주기적 순환 구조물의 진동 국부화 현상에 미치는 영향을 규명하고자 한다.

2. 주기적 순환 구조물의 이상화 및 운동 방정식

본 장에서는 Fig. 2에 보여주는 시스템에 대해서 운동방정식을 유도하고 이의 정상상태 동적응답을 구하였다. 여기서 진자의 질량은 동일하며 i 번째 진자의 길이를 l_i 로, 그 진자와 베이스간의 회전 강성을 k_i^r 로, i 번째와 $i+1$ 번째 진자 사이에 연성된 스프링을 k_i' 로 정의하고, 모든 진자는 동일한 비례 감쇠 c 의 영향을 받고 있다고 가정한다. 각



$$F_{i-1} = F_0 \sin(\Omega t + \phi_{i-1}) \quad F_i = F_0 \sin(\Omega t + \phi_i) \quad F_{i+1} = F_0 \sin(\Omega t + \phi_{i+1})$$

Fig. 2 Multiple coupled pendulum system

진자에 가해지는 가진력 주파수는 Ω 로 동일하나 그 위상각은 ϕ_i 로 서로 다른 가진력을 받는다고 가정한다. 이 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$m \begin{bmatrix} I_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} cI_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & cI_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & cI_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1^r + a^2(k_1' + k_n') & -k_1' a^2 & \dots & -k_n' a^2 \\ -k_1' a^2 & k_2^r + a^2(k_1' + k_2') & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_n' a^2 & 0 & \dots & k_n^r + a^2(k_{n-1}' + k_n') \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} l_1 \cdot F \cos(\Omega t + \phi_1) \\ l_2 \cdot F \cos(\Omega t + \phi_2) \\ \vdots \\ l_n \cdot F \cos(\Omega t + \phi_n) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

해석 결과의 일반성을 확보하기 위해 다음과 같은 무차원 매개변수 및 변수들을 도입한다.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \frac{l_i}{l} & \beta_i &= \frac{k_i' a^2 T}{ml^2} & \delta_i &= \frac{k_i^r T^2}{ml^2} \\ \gamma &= \frac{Tc}{m} & \tau &= \frac{t}{T} & \omega &= T\Omega \\ f &= \frac{F_0 T^2}{ml} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서,

$$T = \sqrt{\frac{ml^2}{k^r}} \quad (3)$$

α_i 는 부구조물의 길이를, β_i 는 부구조물간 연성 강성을, δ_i 는 부구조물과 베이스간 회전 강성을 나타내는 매개변수이며, γ 는 모든 진자에 동일하게

작용하는 감쇠를 나타내는 매개변수이다. 이상의 무차원 변수 및 매개변수들을 사용하여 식 (1)의 운동방정식을 다음과 같이 무차원화 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma\alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma\alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma\alpha_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 + \beta_1 + \beta_n & -\beta_1 & \dots & -\beta_n \\ -\beta_1 & \delta_2 + \beta_1 + \beta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_n & 0 & \dots & \delta_n + \beta_{n-1} + \beta_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 f \cos(\omega\tau + \phi_1) \\ \alpha_2 f \cos(\omega\tau + \phi_2) \\ \vdots \\ \alpha_n f \cos(\omega\tau + \phi_n) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

이 무차원 방정식의 정상상태 동적응답은 다음과 같은 형태로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_i &= a_i \cos(\omega\tau + \phi_i) + b_i \sin(\omega\tau + \phi_i) \\ &= (a_i \cos \phi_i + b_i \sin \phi_i) \cos \omega\tau \\ &\quad + (-a_i \sin \phi_i + b_i \cos \phi_i) \sin \omega\tau \\ &= A_i \cos \omega\tau + B_i \sin \omega\tau \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} A_i &= (a_i \cos \phi_i + b_i \sin \phi_i) \\ B_i &= (-a_i \sin \phi_i + b_i \cos \phi_i) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (4)의 우변 항을 위와 동일한 방법으로 다음과 같이 변환한다.

$$\begin{aligned} \alpha_i f \sin(\omega\tau + \phi_i) &= \alpha_i f \cos \phi_i \sin \omega\tau \\ &\quad + \alpha_i f \sin \phi_i \cos \omega\tau \\ &= C_{2i} \sin \omega\tau + C_{1i} \cos \omega\tau \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$\begin{aligned} C_{1i} &= \alpha_i f \sin \phi_i \\ C_{2i} &= \alpha_i f \cos \phi_i \end{aligned} \quad (8)$$

식 (5)와 (7)을 식 (4)에 대입하여 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (-\omega^2[M] + [K])\{A\} + \omega[C]\{B\} &= \{C_1\} \\ -\omega[C]\{A\} + (-\omega^2[M] + [K])\{B\} &= \{C_2\} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서

$$[M] = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \gamma\alpha_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma\alpha_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma\alpha_n^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \delta_1 + \beta_1 + \beta_n & -\beta_1 & \dots & -\beta_n \\ -\beta_1 & \delta_2 + \beta_1 + \beta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_n & 0 & \dots & \delta_n + \beta_{n-1} + \beta_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (9)를 하나의 행렬식으로 바꾸면

$$\begin{bmatrix} -\omega^2[M] + [K] & \omega[C] \\ -\omega[C] & -\omega^2[M] + [K] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \{B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{C_1\} \\ \{C_2\} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

식 (13)으로부터 A_i 와 B_i 를 구한다. 식 (6)을 행렬식으로 정리하여 기술하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \cos \phi_1 & 0 & 0 & \sin \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi_n & 0 & 0 & \sin \phi_n \\ -\sin \phi_1 & 0 & 0 & \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \phi_n & 0 & 0 & \cos \phi_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_n \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{Bmatrix} \quad (14)$$

위 식에서 A_i 와 B_i 를 대입하여 정상상태의 동적응답의 크기를 결정하는 a_i 와 b_i 를 구하고 확대계수(Magnification Factor)를 다음과 같이 정의하여 구한다.

$$\kappa_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} / f \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

3. 수치 해석 결과

3.1 가진력 위상차의 변화에 따른 진동 국부화

본 연구에서는 주기적 순환 구조물에 작용하는 가진력을 두가지로 나누어 고려하였다. 첫번째는 모든 진자에 조화외력이 위상차없이 동시에 작용하는 경우이며 두번째는 각 진자에 조화 외력이

$$\Delta\phi = \phi_i - \phi_{i-1} = \frac{2\pi}{n}$$

(여기서 n 은 진자의 개수)

만큼의 위상차를 가지고 작용하는 경우이다. 첫번째의 경우는 외력이 구조를 통하여 각 부구조물에 전달되는 경우이고 두 번째는 로터나 블레이드가 회전하며 노즐에 의해 분사 외력을 받는 경우이다.

먼저 가진력의 위상차가 없는 경우, 회전 강성 (δ_i) 변화에 따른 진동국부화 현상을 조사하였다. 이 때 회전 강성은 1.05 까지 변화시켰으며 무차원 길이 α_i 는 1, 무차원 감쇠 γ 는 0.01을 사용하였다. 또 가진력 f 의 무차원 크기는 1로 설정하였다. Table에서 기준값은 모든 진자의 물성치가 균일하고 아무런 불균일성이 없다고 가정할 때에 얻어지는 값으로 감쇠 크기에 따라 결정되는데 이 경우는 100이 된다.

Table1과 Table2는 진자의 수를 2 개부터 5 개까지 변화시키며 동적 응답이 가장 크게 발생하는 δ_i 의 값을 구한 것이다. Table1은 각 진자간 연성 강성들 β_i 가 모두 일정한 값 0.005로 고정된 경우이고 Table2는 모든 β_i 값들이 β 로 동일하나 β 의 값이 변화될 수 있는 경우이다. 여기에서 n 은 진자의 개수를 나타낸 것이고 각 경우, 위쪽 행은 최대 동적응답을 발생시키는 n 개 진자들의 회전강성 δ_i 값들을 보여주고 그 아래의 행은 그 때의 각 진자들의 동적응답에 의해 계산된 확대계수의 값들이다. Table2에 진자 개수 밑에 나타나는 β 의 값은 각 경우 가장 큰 동적 반응을 발생시키는 연성강성의 크기를 보여주는 것이다.

연성강성이 0.005로 고정된 경우의 해석결과인 Table1을 살펴보면 모든 진자 개수의 경우에 있어서 임의의 한 부구조물에 대해 나머지 부구조물들이 약 2%정도 큰 회전 강성을 가지고 있을 때 그중 한 부구조물에서 20 내지 30% 더 큰 동적응답이 발생하며 나머지 부 구조물들은 25 내지 40%까지 오히려 동적응답이 감소하는 것을 관찰

Table 1 Maximum responses with respect to number of coupled elements when β is fixed at 0.005

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5
	$\kappa_{1, \max}$	$\kappa_{2, \max}$	$\kappa_{3, \max}$	$\kappa_{4, \max}$	$\kappa_{5, \max}$
n=2	1.000	1.024			
	118.3	61.28			
n=3	1.000	1.019	1.019		
	128.9	69.46	69.46		
n=4	1.000	1.015	1.024	1.015	
	133.2	76.47	73.23	76.47	
n=5	1.000	1.015	1.022	1.022	1.015
	134.5	76.55	86.90	86.90	76.55

Table 2 Maximum responses with respect to number of coupled elements when β is varied

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5
	$\kappa_{1, \max}$	$\kappa_{2, \max}$	$\kappa_{3, \max}$	$\kappa_{4, \max}$	$\kappa_{5, \max}$
n=2 ($\beta=0.011$)	1.000	1.044			
	119.5	51.99			
n=3 ($\beta=0.016$)	1.000	1.049	1.050		
	134.3	53.16	53.05		
n=4 ($\beta=0.019$)	1.000	1.050	1.036	1.050	
	145.5	58.76	76.65	58.76	
n=5 ($\beta=0.021$)	1.000	1.050	1.037	1.037	1.050
	153.7	64.58	72.95	72.95	64.58

할 수 있다. 또한 최대 동적응답이 발생하는 부구조물보다 회전강성이 더 큰 부구조물일수록 동적응답 크기가 감소하는 것도 알 수 있다. 마지막으로 최대 동적응답은 부구조물의 개수가 증가할수록 증가하나 그 증가율은 점차 줄어드는 것을 관찰할 수 있다.

Table2는 각 진자개수의 경우마다 특정 β 값에서 최대 동적응답이 더 증가할 수 있음을 보여 주는데 Table1에 비해서 그 차이는 진자 수가 증가할수록 더 커지는 것을 알 수 있다. Table2의 결과는 또한 진자 수가 늘어날수록 최대 동적응답이 발생하는 β 값도 증가함을 알 수 있다. 이는 다시말해서 부구조물의 수가 많을수록 더 큰 연성에서 진동 국부화 현상이 더 잘 일어난다는 것을 의미한다. 참고로 Table2에서 진자 수가 3 개 이상인 경우는 δ_i 의 변화양을 5%보다 크게하면 최대 동적응답량은 더 증가할 수 있다.

Table3과 Table4는 가진력에 위상차가 있을 경우에, 진자수를 변화시키면서 동적응답 국부화 조건을 구한 것이다. Table3은 β 를 임의의 값인 0.005에 고정시킨 결과이고, Table4는 β 를 변화시키며 결과를 구했다. 이 경우도 Table1과

Table 3 Maximum responses with respect to number of coupled elements when β is fixed at 0.005

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5
	$K_{1,max}$	$K_{2,max}$	$K_{3,max}$	$K_{4,max}$	$K_{5,max}$
n=2	1.000	1.021			
	59.28	116.7			
n=3	1.000	1.025	1.023		
	73.81	123.7	70.82		
n=4	1.000	1.050	1.001	1.000	
	69.19	93.60	130.9	73.94	
n=5	1.000	1.002	1.003	1.000	1.050
	136.1	79.74	91.71	70.98	88.43

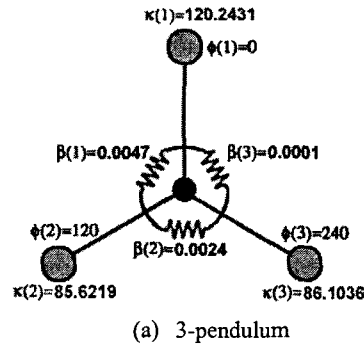
Table 4 Maximum responses with respect to number of coupled elements when β is varied

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5
	$K_{1,max}$	$K_{2,max}$	$K_{3,max}$	$K_{4,max}$	$K_{5,max}$
n=2 ($\beta=0.006$)	1.000	1.024			
	56.25	116.9			
n=3 ($\beta=0.007$)	1.000	1.024	1.022		
	61.59	124.8	67.34		
n=4 ($\beta=0.007$)	1.000	1.050	1.002	1.000	
	68.32	90.21	132.6	69.34	
n=5 ($\beta=0.010$)	1.000	1.050	1.001	1.005	1.001
	56.16	75.66	142.9	70.36	92.72

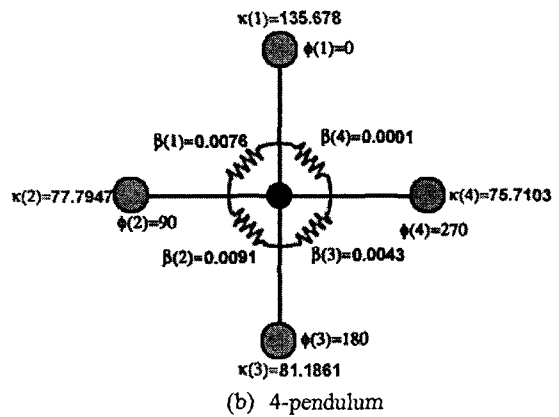
Table 2의 경우와 마찬가지로 진자수가 증가할수록 최대 동적응답이 증가하고 β 값까지 변화시키면 더 큰 최대 동적 응답을 얻을 수 있음을 관찰할 수 있다. 그러나 최대 동적 응답량은 가진력에 위상차가 없는 경우보다 대체로 작은 값을 가지며 이러한 현상들은 β 도 같이 변화시킬 때 더 두드러진다. 위상차가 없는 가진력을 받는 경우와 비교할 때에 한가지 뚜렷이 변하는 사실은 최대 동적응답이 발생하는 조건이 달라진다는 사실이다. 가진력에 위상차가 없는 경우에는 최대 동적응답이 항상 가장 회전 강성이 약한 진자에 발생하였으나 위상차를 갖게 됨에 따라 그러한 규칙성이 사라지게 되는 것을 관찰할 수 있다.

3.2 연성 강성의 변화에 따른 진동 국부화

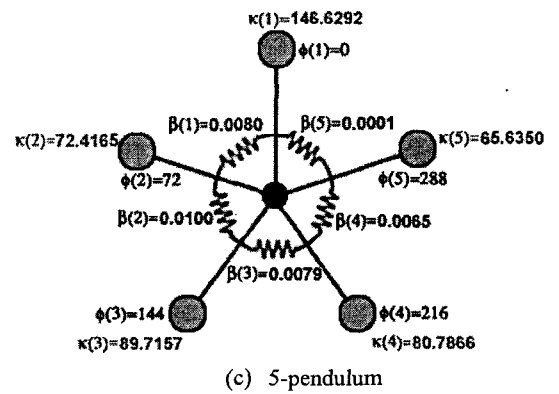
다음으로 각 진자들을 서로 연결시켜주는 연성 스프링 강성의 불균일성이 동적 응답의 국부화에 미치는 영향에 대해 살펴보려한다. 이 경우, 다른 모든 물성치는 앞에서 다룬 회전 강성의 경우와 동일하게 고정하고 다만 진자들 사이에 연성되어 있는 강성을 의미하는 β_i 값만을 0.0001에서 0.01까지 변화시켰다. 연성 강성만을 변화시킬 때에



(a) 3-pendulum



(b) 4-pendulum



(c) 5-pendulum

Fig. 3 Maximum response with respect to β_i

만일 가진력에 위상차가 없다면 모든 진자는 동일한 크기의 진폭과 주파수 및 위상차로 움직이게 된다. 결국 각 진자들 간의 상호 운동은 없어지게 되며, 따라서 연성 스프링이 마치 없는 것과 같은 결과가 되어서 연성 스프링의 불균일성의 영향을 분석할 수 없게 된다. 그러므로 연성 강성 β_i 의 영향은 가진력에 위상차가 있는 경우만 한정해서 살펴 보도록 한다.

Fig. 3은 진자의 개수가 변화함에 따라서 최대

동적응답을 발생하게 하는 조건을 보여준다. $\kappa(i)$ 는 그 때의 각 진자의 동적 응답을 의미하고 $\beta(i)$ 는 이 때 $i+1$ 번째 진자와 i 번째 진자사이의 무차원 연성 강성을 의미한다. $\phi(i)$ 는 360 도를 진자수로 나누어 얻어지는 각 진자의 위상각들을 의미한다. 진자가 2 개일 경우는 두 연성 스프링이 하나의 스프링으로 대체될 수 있기 때문에 연성 스프링의 불균일성의 의미가 없어지므로 고려되지 않았다. Fig. 3의 결과는 진자 수가 증가할수록 최대 동적응답이 더 커지는 것과 이 때 $\beta(i)$ 의 최대 값도 증가하는 것을 보여준다. 최대 응답이 발생하는 진자는 최소 값을 갖는 연성 스프링에 접해 있으며 이때 그 진자를 접하고 있는 두 연성 강성값의 차가 다른 진자들을 접하고 있는 연성 강성값들의 차보다 더 큰 것을 알 수 있다. 또한 최소 값을 갖는 연성 스프링은 최대 값을 갖는 연성 스프링으로부터 가장 먼 곳에 위치해 있다.

4. 결론

본 연구는 미소한 강성의 차이를 갖는 주기적 순환 구조물의 동적응답 국부화 현상을 규명하기 위해서 간단한 연성된 진자들로 구성된 시스템을 이용하여 강성을 변화시키면서 해석을 수행하였다. 그 결과 회전 강성 및 연성 강성의 변화가 최대 동적 응답이 발생하는 양태에 영향을 미치는 것을 확인할 수 있었다. 회전 강성의 경우, 부구조물에 작용하는 가진력 위상차가 있을 경우와 없을 경우 각각 결과가 다르며 위상차가 없을 경우는 강성이 가장 작은 진자에서 최대 동적응답이 나타남을 알 수 있었다. 그러나 외부 가진력에 위상차가 존재하면 그러한 조건이 더 이상 성립하지 않게 되는 것을 알 수 있었다. 연성 강성의 경우는, 주기적 순환 구조물의 연성이 가장 작은 스프링에 접한 부구조물에서 동적 응답이 최대화 되는 것을 알 수 있었으며 연성 강성이 가장 큰 스프링이 가장 작은 스프링으로부터 가장 멀리 떨어져 있을 때 최대 동적 응답이 발생하는 것을 알 수 있었다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적 설계신기술연구센터의 연구비지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Ewins, D. J., 1970, "A Study of Resonance Coincidence in Bladed Disks," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 12, pp. 305~312.
- (2) Ewins, D. J., 1973, "Vibration Characteristics of Bladed Disk Assemblies," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 15, pp. 165~186.
- (3) Ewins, D. J., 1969, "The Effect of Detuning upon the Forced Vibrations of Bladed Disks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 9, pp. 65~79.
- (4) Pierre, C., and Dowell, E. H., 1987, "Localization of Vibrations by Structural Irregularity," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 114, pp. 549~564.
- (5) Afolabi, D., 1985, "The Frequency Response of Mistuned Bladed Disk Assemblies," *Vibration of Blades and Bladed Disk Assemblies, Proceedings of Tenth Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Cincinnati, Ohio, USA*.
- (6) Griffin, J. H., and Hoosac, T. M., 1984, "Model Development and Statistical Investigation of Turbine Blade Mistuning," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 106, pp. 204~210.
- (7) Wei, S. T., and Pierre, C., 1988, "Localization Phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry [Part I] Free Vibrations, [Part II] Forced Vibrations," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 429~449.
- (8) Castanier, P., and Pierre, C., 1997, "Consideration on the Benefits of Intentional Blade Mistuning for the Forced Response of Turbomachinery Rotors," *Analysis and Design Issues for Modern Aerospace Vehicles*, Vol. 55, pp. 419~425.
- (9) Happawana, G. S., Nwokah, O. D. I., Bajaj, A. K., Azene, M., 1998, "Free and Forced Response of Mistuned Linear Cyclic Systems: A Singular Perturbation Approach," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 211, pp. 761~789.
- (10) Castanier, P., and Pierre, C., 1997, "A Reduced Order Modeling Technique for Mistuned Bladed Disks," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, pp. 439~447.
- (11) Kim, J., Yoo, H., and Inman, D., 2003, "Vibration Localization of Mistuned Cyclic Structures Undertaking External Harmonic Force," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, pp. 859~870.