

임의의 자세를 갖는 외팔평판의 진동해석

김성균[†] · 유흥희^{*}

(2002년 12월 6일 접수, 2003년 6월 27일 심사완료)

Vibration Analysis of Rotating Cantilever Plates with Arbitrary Orientation Angle

Sung-Kyun Kim and Hong-Hee Yoo

Key Words: Vibration Analysis(진동해석), Cantilever Plate(외팔평판), Arbitrary Orientation Angle(임의의 자세각), Natural Frequency(고유진동수), Mode Shape Variation(모드 형상 변화), Natural Frequency Loci Veering(고유진동수 궤적 휨)

Abstract

Linearized equations of motion for the vibration analysis of rotating cantilever plates with arbitrary orientation angle are derived in the present work. Two in-plane stretch variables are introduced to be approximated. The use of the two in-plane stretch variables enables one to derive the equations of motion which include proper motion-induced stiffness variation terms. The equations of motion are transformed into dimensionless forms in which dimensionless parameters are identified. The effects of the dimensionless parameters on the modal characteristics of rotating cantilever plates are investigated through numerical study. The natural frequency loci veering along with the associated mode shape variations, which occur while the rotating speed increases, are also presented and discussed.

1. 서론

회전 시 구조물은 회전하지 않는 경우와 비교해 종종 상당한 동적 특성의 변화를 일으킨다. 자신의 축에 수직방향으로 회전운동을 하는 외팔보는 좋은 예인데, 이 때 회전에 의한 원심력은 시스템의 굽힘 강성을 변화시켜서 고유진동수를 변화시키게 된다. 운동에 의한 강성변화효과라고(Motion Induced Stiffness Variation Effect) 불리는 이 현상은 터빈 블레이드나 항공기 회전의 등과

같은 공학적 예제의 설계에서 실제적인 중요성을 갖는다. 따라서 이러한 구조물의 적절한 설계를 위해서는 이와 같은 시스템의 진동특성 변화를 정확히 예측할 수 있어야 한다.

회전구조물의 진동에 관한 본격적 연구는 1920년경 Southwell과 Gough⁽¹⁾에 의해 시작되었다. 그들은 외팔보의 회전에 따른 고유진동수변화를 해석적으로 예측할 수 있는 간단한 대수방정식을 제시하였으며 이 연구 후 많은 해석적 연구들이(참고문헌^(2,3) 참조) 뒤따랐다. 초기의 해석적인 연구들은 1970년대 이후 컴퓨터를 이용한 계산이 가능해지면서 수치해석 방법에 근거한 연구들로 이어지며 주로 보 구조물에 대한 연구결과들이(참고문헌⁽⁴⁻⁷⁾ 참조) 많이 발표되었다. 이러한 연구는 평판 연구까지(참고문헌^(8,9) 참조) 확장되었는데 여기서 이들은 정상상태에서 원심력과 평형을 이루는 인장방향 응력들을 먼저 구하고 이를 사용해서 정방향 탄성에너지를 구하고 이에

[†] 책임저자, 회원, 한국원자력연구소

E-mail : sungkyun@kaeri.re.kr

TEL : (042)868-8210 FAX : (042)868-2499

^{*} 회원, 한양대학교 기계공학부

근거하여 강성행렬을 구함으로써 회전으로 의한 진동특성 변화를 예측하였다. 그러나 이 방법은 정상 상태의 인장 응력을 먼저 구하고 이를 탄성 에너지에 대입하는 2단계 과정으로 되어 있어 그 실제적 적용이 매우 복잡하다. 근래 들어 Yoo와 Chung⁽⁹⁾은 복합변형변수를 사용한 강체운동을 하는 외팔평판의 선형 운동방정식을 유도하였다. 이 방법은 앞서 소개된 방법과 동일하게 효과적이나 유도과정 및 수치해석 적용의 간명성에서 훨씬 더 효율적임을 보여 주었다. 본 논문에서는 따라서 이 방법을 이용 진동해석을 실시하였다.

본 논문의 목적은 임의의 자세각을 갖는 외팔평판의 동적 모델링을 개발하고 이에 근거하여 진동 해석을 수행하는데 있다. 본 연구는 특별히 시스템 특성들을 결정하는 무차원 매개변수들의 변화에 따른 고유진동수 변화와 그에 수반되는 모드형상의 변화에 연구의 초점을 맞추고 있다.

서론에 이어서 2장에는 임의의 자세각을 갖는 평판의 진동방정식을 제시하고, 무차원화 과정을 보여주었다. 3장에서는 2장에서 제시된 진동방정식에 근거하여 Rayleigh-Ritz 가상모드법을 사용해 수치해석을 실시하고 결과를 설명하였다. 마지막으로 4장에서는 본 논문의 결론을 수록하였다.

2. 진동방정식

2.1 외팔평판의 진동방정식

Fig. 1은 반경 R인 허브에 가로길이 a, 세로길이 b, 두께 h, 단위면적 당 질량 ρ, 포와송비 ν, 굽힘강성 D, 인장강성 E₁, 전단강성 E₂인 외팔평판이 부착된 모습을 보여준다. 평판은 허브에 대해서 장착각(Setting angle θ₁), 엇각(Stagger angle θ₂), 경사각(Taper angle θ₃)에 의해 주어지는 임의의 자세를 갖고 있으므로 허브와 평판에 부착된 두 좌표계는 ($\hat{s}_1, \hat{s}_2, \hat{s}_3$ 와 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ 로 위의 각들이 없으면 서로 일치) 다음의 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} \hat{s}_1 &= c_{11}\hat{a}_1 + c_{12}\hat{a}_2 + c_{13}\hat{a}_3 \\ \hat{s}_2 &= c_{21}\hat{a}_1 + c_{22}\hat{a}_2 + c_{23}\hat{a}_3 \\ \hat{s}_3 &= c_{31}\hat{a}_1 + c_{32}\hat{a}_2 + c_{33}\hat{a}_3 \end{aligned}$$

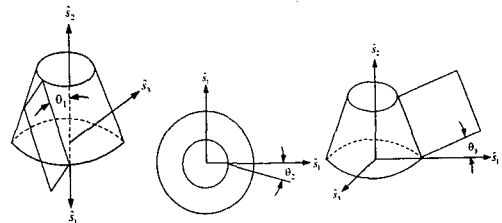
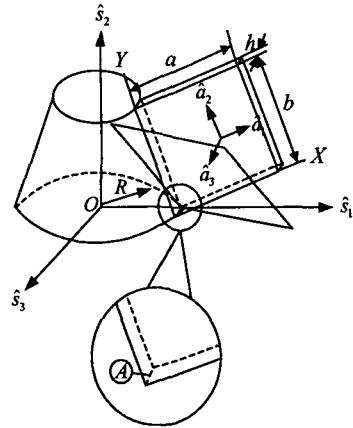


Fig. 1 Configuration of a cantilever plate attached to a rigid hub with arbitrary orientation

위식에서 c_{ij} 는 \hat{s}_i 와 \hat{a}_j 사이의 방향코사인인 나타내며 본 논문에서는 이들을 계산하기 위해 Space 1-2-3 Euler angle을 사용하였다.

Rayleigh-Ritz 가상모드법을 사용하면 평판의 X 방향 인장, Y방향 인장, 그리고 굽힘방향 변위는 각각 다음과 같이 모드함수와 일반좌표 q_i 를 이용하여 나타낼 수 있다(참고문헌⁽¹³⁾ 참조).

$$s(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{1i}(x, y)q_i(t) \quad (1)$$

$$r(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{2i}(x, y)q_i(t) \quad (2)$$

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\mu} \phi_{3i}(x, y)q_i(t) \quad (3)$$

여기서 μ 는 총 사용된 모드의 개수이다.

참고문헌⁽⁹⁾에 근거해서 운동방정식을 구한 후 이를 무차원화 하기 위해 무차원 변수, 매개변수, 그리고 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \tau &\equiv \frac{t}{T}, & \zeta &\equiv \frac{x}{a}, & \eta &\equiv \frac{y}{b} \\ z_j &\equiv \frac{q_j}{a}, & \delta &\equiv \frac{a}{b}, & \sigma &\equiv \frac{R}{a} \\ \gamma &= \Omega T \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 Ω 는 평판의 일정한회전각속도이며 δ 는 평판의 가로세로비를 나타낸다. 그리고 T 는 다음과 같은 식으로 정의한다.

$$T \equiv \sqrt{\frac{\rho a^4}{D}} \quad (5)$$

이상에서 정의된 무차원 변수 및 매개변수들을 이용하고 참고문헌⁽⁹⁾에 제시된 운동방정식 유도 과정을 따르면 다음과 같은 무차원 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n_1} [M_{ij}^{11} \dot{z}_{1j} - \gamma^2 (c_{32}^2 + c_{33}^2) M_{ij}^{11} z_{1j} + K_{ij}^{S1} z_{1j}] \\ &+ \sum_{j=1}^{n_2} [-2\gamma c_{33} M_{ij}^{12} \dot{z}_{2j} + (\gamma^2 c_{32} c_{31} M_{ij}^{12} + K_{ij}^{S2}) z_{2j}] \quad (6) \\ &+ \sum_{j=1}^{n_3} [2\gamma c_{32} M_{ij}^{13} \dot{z}_{3j} + \gamma^2 c_{33} c_{31} M_{ij}^{13} z_{3j}] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n_1} [M_{ij}^{22} \dot{z}_{2j} - \gamma^2 (c_{31}^2 + c_{33}^2) M_{ij}^{22} z_{2j} + K_{ij}^{S3} z_{2j}] \\ &+ \sum_{j=1}^{n_2} [-2\gamma c_{31} M_{ij}^{23} \dot{z}_{3j} + \gamma^2 c_{33} c_{32} M_{ij}^{23} z_{3j}] \quad (7) \\ &+ \sum_{j=1}^{n_3} [2\gamma c_{33} M_{ij}^{21} \dot{z}_{1j} + (\gamma^2 c_{31} c_{32} M_{ij}^{21} + K_{ij}^{S4}) z_{1j}] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n_1} [M_{ij}^{33} \dot{z}_{3j} - \gamma^2 (c_{31}^2 + c_{32}^2) M_{ij}^{33} z_{3j} + K_{ij}^B z_{3j} \\ &+ \gamma^2 \alpha (c_{33} c_{22} - c_{32} c_{23}) K_{ij}^{GX1} z_{3j}] \\ &+ \gamma^2 (c_{32}^2 + c_{33}^2) K_{ij}^{GX2} z_{3j} + \gamma^2 \frac{R}{b} (c_{31} c_{23} - c_{33} c_{21}) \\ &K_{ij}^{GN} z_{3j} + \gamma^2 (c_{31}^2 + c_{33}^2) K_{ij}^{GY2} z_{3j} \quad (8) \\ &- \frac{1}{\delta} \gamma^2 c_{32} c_{31} K_{ij}^{GXN} z_{3j} - \delta \gamma^2 c_{31} c_{32} K_{ij}^{GXY2} z_{3j}] \\ &+ \sum_{j=1}^{n_2} [-2\gamma c_{32} M_{ij}^{31} \dot{z}_{1j} + \gamma^2 c_{31} c_{33} M_{ij}^{31} z_{1j}] \\ &+ \sum_{j=1}^{n_3} [2\gamma c_{31} M_{ij}^{32} \dot{z}_{2j} + \gamma^2 c_{32} c_{33} M_{ij}^{32} z_{2j}] = 0 \end{aligned}$$

여기서 요소행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} M_{ij}^{ab} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \varphi_{ai} \varphi_{bj} d\xi d\eta \\ K_{ij}^{S1} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \left(\frac{E_1 T^2}{\rho_p a^2} \varphi_{1i, \xi} \varphi_{1j, \xi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{E_2 T^2}{\rho_p b^2} \varphi_{1i, \eta} \varphi_{1j, \eta} \right) d\xi d\eta \\ K_{ij}^{S2} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \left(\frac{E_1 T^2}{\rho_p ab} \nu \varphi_{1i, \xi} \varphi_{2j, \eta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{E_2 T^2}{\rho_p ab} \varphi_{1i, \eta} \varphi_{2j, \xi} \right) d\xi d\eta \\ K_{ij}^{S3} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \left(\frac{E_1 T^2}{\rho_p b^2} \varphi_{2i, \eta} \varphi_{2j, \eta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{E_2 T^2}{\rho_p a^2} \varphi_{2i, \xi} \varphi_{2j, \xi} \right) d\xi d\eta \\ K_{ij}^{S4} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \left(\frac{E_1 T^2}{\rho_p ab} \nu \varphi_{2i, \eta} \varphi_{1j, \xi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{E_2 T^2}{\rho_p ab} \varphi_{2i, \xi} \varphi_{1j, \eta} \right) d\xi d\eta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{ij}^B &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 (\varphi_{3i, \xi\xi} \varphi_{3j, \xi\xi} + \delta^4 \varphi_{3i, \eta\eta} \varphi_{3j, \eta\eta} \\ &\quad + \nu \delta^2 \varphi_{3i, \xi\xi} \varphi_{3j, \eta\eta} + \nu \delta^2 \varphi_{3i, \eta\eta} \varphi_{3j, \xi\xi} \\ &\quad + 2(1-\nu) \delta^2 \varphi_{3i, \xi\eta} \varphi_{3j, \eta\xi}) d\xi d\eta \\ K_{ij}^{GX1} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 (1-\xi) \varphi_{3i, \xi} \varphi_{3j, \xi} d\xi d\eta \\ K_{ij}^{GX2} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \frac{1}{2} (1-\xi^2) \varphi_{3i, \xi} \varphi_{3j, \xi} d\xi d\eta \\ K_{ij}^{GN} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 (\frac{1}{2} - \eta) \varphi_{3i, \eta} \varphi_{3j, \eta} d\xi d\eta \\ K_{ij}^{GY2} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \frac{1}{2} (\frac{1}{4} - \eta^2) \varphi_{3i, \eta} \varphi_{3j, \eta} d\xi d\eta \\ K_{ij}^{GXN} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \eta (1-\xi) \varphi_{3i, \xi} \varphi_{3j, \xi} d\xi d\eta \\ K_{ij}^{GXY2} &= \int_{-1/2}^{1/2} \int_0^1 \xi (\frac{1}{2} - \eta) \varphi_{3i, \eta} \varphi_{3j, \eta} d\xi d\eta \end{aligned}$$

φ_{ij} 는 x, y 의 함수인 ϕ_{ij} 를 무차원변수 ζ 와 η 로 무차원화한 함수이다. 위식에서 함수의 아래첨자 중 쉼마 뒤에 나타나는 것들은 이들에 대한 편미분을 나타내는데 예를 들어 $\varphi_{i, \xi\xi}$ 는 φ_i 를 ξ 로 두번 편미분한 것이다.

식 (6)~(8)은 하나의 행렬 방정식 형태로 다음과 같이 표기 할 수 있다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K} \mathbf{z} = \mathbf{0} \quad (9)$$

여기서

$$M = \begin{bmatrix} M_{ij}^{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{ij}^{22} & 0 \\ 0 & 0 & M_{ij}^{33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -2\gamma c_{33} M_{ij}^{12} & 2\gamma c_{32} M_{ij}^{13} \\ 2\gamma c_{33} M_{ij}^{21} & 0 & -2\gamma c_{31} M_{ij}^{23} \\ -2\gamma c_{32} M_{ij}^{31} & 2\gamma c_{31} M_{ij}^{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 Matrix K 는 대칭이며, 각 요소행렬의 값들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_{ij}^{11} &= -\gamma^2 (c_{32}^2 + c_{33}^2) M_{ij}^{11} + K_{ij}^{S1} \\ K_{ij}^{12} &= K_{ij}^{21} = \gamma^2 c_{32} c_{31} M_{ij}^{12} + K_{ij}^{S2} \\ K_{ij}^{13} &= K_{ij}^{31} = \gamma^2 c_{33} c_{31} M_{ij}^{13} \\ K_{ij}^{22} &= -\gamma^2 (c_{31}^2 + c_{33}^2) M_{ij}^{22} + K_{ij}^{S3} \\ K_{ij}^{23} &= \gamma^2 c_{33} c_{32} M_{ij}^{23} \\ K_{ij}^{33} &= -\gamma^2 (c_{31}^2 + c_{32}^2) M_{ij}^{33} + K_{ij}^B + \gamma^2 \sigma (c_{33} c_{22} - \\ & c_{32} c_{23}) K_{ij}^{GX1} + \gamma^2 (c_{32}^2 + c_{33}^2) K_{ij}^{GX2} + \gamma^2 \frac{R}{b} (c_{31} c_{23} \\ & - c_{33} c_{21}) K_{ij}^{GY1} + \gamma^2 (c_{31}^2 + c_{33}^2) K_{ij}^{GY2} - \frac{1}{\delta} \gamma^2 c_{32} c_{31} \\ & K_{ij}^{GXY1} - \delta \gamma^2 c_{31} c_{32} K_{ij}^{GXY2} \end{aligned}$$

복소 모드해석을 위해 위 식을 다음과 같이 변환한다.

$$M^* \dot{\eta} + K^* \eta = 0 \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned} M^* &= \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \\ K^* &= \begin{bmatrix} C & K \\ -I & 0 \end{bmatrix} \\ \eta &= \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

모드 해석을 위해 열행렬 η 를 다음과 같이 변수 분리 한다.

$$\eta = e^{\lambda t} \Theta \quad (14)$$

여기서 λ 는 복소수 값의 고유치이고, Θ 는 모드 형상을 나타내는 열행렬이다. 이 식을 식 (13)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 고유치 문제를 위한 방정식이 얻어진다.

$$\lambda M^* \Theta + K^* \Theta = 0 \quad (15)$$

본 논문에서는 식 (15)에 근거하여 복소모드 해석 방법을 이용해 수치해석을 수행하였다.

3. 수치해석

본 장에서는 앞의 2장에 유도된 진동방정식에 가상모드법을 사용하여 수치해석을 수행하였다. 모드함수들은 가로 및 세로 방향 보함수들을 (beam function) 이용하여 구성하였으며 그 상세한 과정은 참고문헌⁽¹¹⁻¹³⁾을 참조할 수 있다. 본 논문과 관련되어 사용된 보함수의 개수는 가로방향 5개, 세로방향 (강체운동 2개 포함) 7개이며 따라서 총 35개의 자유도를 갖는다.

평판의 회전 시 고유진동수에 대한 검증비교는 적절한 문헌이 없어 수행할 수 없었으나 사용된 평판 모델링의 적정성은 회전이 없는 상태의 경우에 대해서는 참고문헌⁽¹⁰⁾을 통하여 이미 검증되었다. Table 1은 면내방향 굽힘진동의 대표적인 경우로 $\delta = 1$, $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -30^\circ$, $\theta_3 = 30^\circ$ 일 때의 결과이며, 사용된 모드수의 증가에 따라서 무차원화된 가장 낮은 5개의 고유진동수들의 수렴과정을 보여주고 있다. 모드수를 X방향 5개, Y방향 7개(2개는 강체모드임) 사용할 때 수치해석 값들은 거의 수렴에 도달한 것을 알 수 있으며, 모드수를 X방향 7개, Y방향 9개를 사용한 결과 들과 비교하면 미소한 차이만 보인다. 따라서, 본 논문에서는 평판의 가장 낮은 5개의 고유진동수 및 모드형상만을 관찰하려 하므로 여기서 사용된 자유도 35개는 수치해석결과 해의 수렴에 충분한 것이라 판단된다. 해석에 사용된 포아송 비 $\nu = 0.3$ 이다.

Table 1 Convergence of dimensionless natural frequencies ($\gamma=5$)

Total No. of modes (No. of X modes \times No. of Y modes)	1st Freq.	2nd Freq.	3rd Freq.	4th Freq.	5th Freq.
15 (3 \times 5)	7.227	11.186	26.360	29.334	35.568
24 (4 \times 6)	7.223	11.149	26.300	29.291	35.507
35 (5 \times 7)	7.220	11.148	26.271	29.243	35.459
42 (6 \times 7)	7.219	11.144	26.258	29.233	35.456
49 (7 \times 7)	7.219	11.143	26.252	29.218	35.447
63 (7 \times 9)	7.219	11.143	21.252	29.210	35.438

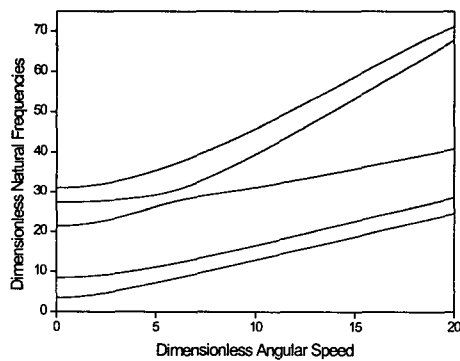
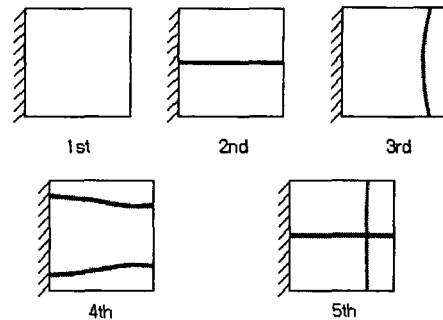


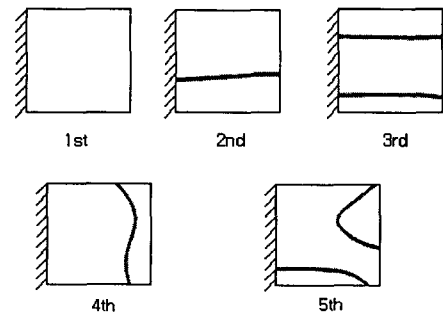
Fig. 2 Lowest five natural frequencies versus angular speed for the value of $\delta=1$

Fig. 2 는 종횡비 δ 가 1인 평판이 $\theta_1=30^\circ$, $\theta_2=30^\circ$, $\theta_3=30^\circ$ 의 자세를 가질 때 회전 각속도의 증가에 따른 가장 낮은 5개의 고유진동수 변화를 보여주고 있다. 위 그림에서 3번째 고유진동수와 4번째 고유진동수가 서로 일정간격으로 접근하였다가 멀어지는 고유진동수 궤적 횡현상(Natural Frequency Loci Veering)을 일으키는 것을 볼 수 있다.

Fig. 3(a)는 평판이 회전하기 전 모드 절선을 나타낸 것이고 (b)는 무차원 회전 각속도 $\gamma=20$ 일 때의 모드 절선을 나타낸다. Fig. 3 (a)에서 첫 번째 모드는 1st Bending, 둘째 모드는 1st Torsion, 세 번째 모드는 2nd Bending, 네 번째 모드는 Chordwise Bending 그리고 다섯 번째 모드는 Bending과 Torsion의 조합모드이다. 여기서 관찰



(a) Lowest five mode shapes without rotation



(b) Lowest five mode shapes with rotation

Fig. 3 Nodal line patterns of lowest five mode shapes with and without rotation

할 수 있는 사실은 3번째와 4번째 모드들이 서로 거의 뒤바뀐 모습을 하고 있다는 것이다. 또한 회전하지 않은 상태의 각각 모드들은 대칭형태를 띠고 있는 반면 회전하고 있는 모드들의 모습은 모두 비대칭 형태를 띠고 있다. 이것은 임의의 자세를 갖고 있는 평판에 회전운동에 의한 원심력이 비대칭적으로 작용하여 발생하는 현상이다.

Fig. 4는 정사각 평판에 ($\delta=1$, $\theta_1=0^\circ$, $\theta_3=0^\circ$), 엇각이 회전 각속도의 증가에 따라서 가장 낮은 5개의 고유진동수 변화에 어떤 영향을 미치는지 보여주고 있다. 여기서 실선은 엇각 $\theta_2=20^\circ$, 일점 쇄선은 $\theta_2=40^\circ$, 점선은 $\theta_2=60^\circ$ 의 결과를 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 엇각이 증가할수록 고유진동수들 모두가 점차 낮아지는 것을 관찰할 수 있다. 이는 엇각을 갖는 경우에 원심력이 좌굴을 일으키는 힘으로 작용하기 때문이다.

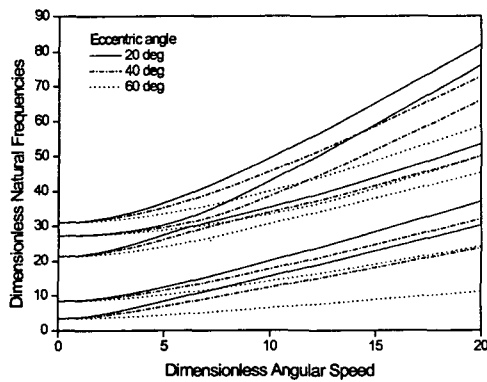


Fig. 4 Lowest five natural frequencies versus angular speed for eccentric angle

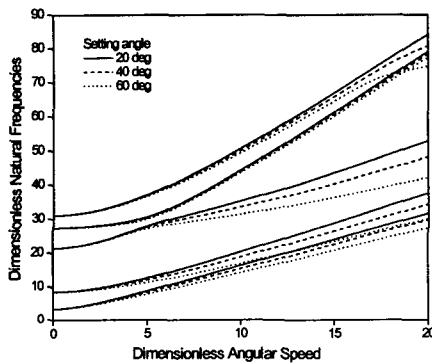


Fig. 5 Lowest five natural frequencies versus angular speed for setting angle

Fig. 5는 Fig. 4와 마찬가지로 정사각 평판에 ($\delta=1$, $\theta_1=0$ 도, $\theta_2=0$ 도) 회전 각속도의 증가에 따라 경사각이 가장 낮은 5개 고유진동수 변화에 어떤 영향을 미치는지를 보여주고 있다. 여기서 실선은 경사각 $\theta_3=20$ 도, 일점쇄선은 40도, 점선은 60도의 결과를 각각 보여준다. Fig. 4와 유사하게 경사각이 증가할수록 고유진동수 모두가 점차로 낮아지는 것을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 임의의 자세를 갖는 회전하는 외팔평판의 인장과 굽힘방향 운동간 연성효과를 고려한 진동해석 모델링을 제시하고 수치해석을

수행하였다. 그 결과 경사가 및 엇각이 증가할수록 고유진동수의 값은 회전수의 증가에 따라 값이 떨어지는 것을 알 수 있었다. 또한 관련 모드들은 각도의 증가에 따라 점차 대칭모드 형태에서 비대칭 모드 형태로 변화됨을 알 수 있었다. 그리고 회전에 따른 고유진동수의 휨현상은 경사각 및 엇각에 상관없이 발생함을 확인할 수 있었다.

본 연구를 통해 제시된 이상의 결과들은 임의의 자세를 갖는 평판형태 구조물의 설계에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

- (1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," *British A.R.C. Reports and Memoranda*, No. 766.
- (2) Theodorsen, T., 1935, "Propeller Vibrations and the Effect of Centrifugal Force," *NASA TN*, No. 516.
- (3) Schilhansl, M., 1958, "Bending Frequency of a Rotating Cantilever Beam," *Transaction of ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 25, pp. 28~30.
- (4) Putter, S. and Manor, H., 1978, "Natural Frequencies of Radial Rotating Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 56, pp. 175~185.
- (5) Bhat, R., 1986, "Transverse Vibrations of a Rotating Uniform Cantilever Beam with Tip Mass as Predicted by Using Beam Characteristic Orthogonal Polynomials in the Rayleigh-Ritz Method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 105, No. 2, pp. 199~210.
- (6) Ryan, R.R. and Yoo, H.H., 1989, "Element Specific Linear and Nonlinear Modeling," *SDIO NASA Conference Proceedings*, San Diego, California, January.
- (7) Dokainish, M. and Rawtani, S., 1971, "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Plates," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 3, pp. 233~248.
- (8) Ramamurti, V. and Kielb, R., 1984, "Natural Frequencies of Twisted Rotating Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 97, No. 3, pp.

- 429~449.
- (9) Yoo, H. H. and Chung, J., 2001, "Dynamics of Rectangular Plates Undergoing Prescribed Overall Motion," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 1, pp. 123~137.
- (10) Yoo, H. H., 1993, "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Plates," *Transactions of the KSME*, Vol. 17, No. 3, pp. 652~657.
- (11) Young, D., 1950, "Vibration of Rectangular Plates by the Ritz Method," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, No. 4, pp. 448~453.
- (12) Barton, M. V., 1951, "Vibration of Rectangular and Skew Cantilever Plates," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 18, No. 1, pp. 129~134.
- (13) Leissa, A. W., 1969, *Vibration of Plates*, NASA SP-160.