

레터논문-03-08-2-11

웨이브릿 변환을 이용한 공간주파수 적응적 영상복원

우 현 배*, 기 현 중*, 정 정 훈*, 신 정 호*, 백 준 기*

Spatial Frequency Adaptive Image Restoration Using Wavelet Transform

Hunbae Woo*, Hyunjong Ki*, Junghoon Jung*, Jeongho Shin*, and Joonki Paik*

요 약

웨이브릿 변환 기반의 부대역(subband) 분해과정을 새로운 수학적 모델로 표현한다. 제안된 모델은 많은 계층의 분해과정에 거쳐 정규적인 다해상도 해석을 수행할 수 있다. 이러한 접근방식은 단일채널 선형 공간불변 필터링문제를 다채널로 확장할 수 있게 해주는 동시에 선형 공간불변 영상복원문제와 주파수상에서 적응적 제약최소제곱(Constrained Least Square:CLS) 필터에 적용될 수 있다. 제안된 필터에서 우리는 부대역의 특징에 따라 적응적으로 다른 변수를 사용할 수 있다. 본 논문에서 제안한 주파수상의 적응적 CLS 필터를 S/W로 구현하였으며, 이 실험을 통해 부대역의 특징을 정확하게 측정할 경우 제안된 주파수상 적응적 CLS 필터는 기존의 단채널 필터에서 벗어나 현저히 화질을 개선할 수 있음을 보여준다.

Abstract

In this paper, a new matrix vector formulation for a wavelet-based subband decomposition is introduced. This formulation provides a means to compute a regular multi-resolution analysis over many levels of decomposition. With this approach, any single channel linear space-invariant filtering problem can be cast into a multi-channel framework. This decomposition is applied to the linear space-invariant image restoration problem and propose a frequency-adaptive constrained least squares(CLS) filter. In the proposed filter, we use different parameters adaptively according to subband characteristics. Experimental results are presented for the proposed frequency-adaptive CLS filter. These experiments show that if accurate estimates of the subband characteristics are available, the proposed frequency adaptive CLS filter provides significant improvements over the traditional single channel filter.

I. 서 론

영상열화(image degraation) 시스템에 관해 사전 정보(a priori)를 사용하는 모델에 근거하여 많은 형태의 공간불변 영상복원 알고리즘이 제안되어 왔다. 본 논문에서는 제약적

최소제곱(constrained least square:CLS) 필터를 주파수 적응적으로 확장하여 화질 개선을 추구하는 문제를 다룬다. 오류를 최소화한다는 관점에서 위너 필터가 최적의 해를 제공하지만 제안된 주파수상 CLS필터는 상당히 줄어든 계산량에 대해 비슷한 성능을 보인다.

공간영역에서 CLS 복원은 영상의 주파수정보를 이용할 수 없다. 웨이브릿 변환은 하나의 영상을 여러 하위대역의 영상으로 분해하며, 이 분해된 신호를 가지고 주파수상7 적응적 CLS 필터를 수행한다. 따라서 가장 최적화된 복원 필터를 분해된 영상에 적용할 수 있다.

* 중앙대학교 첨단영상대학원 영상공학과 시각 및 지능시스템 연구실
Image Processing and Intelligent System Laboratory Department of
Image Engineering Graduate School of Advanced Image Science,
Multimedia, and Film, Chung-Ang University

※ 이 논문은 1999학년도 중앙대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.

본 논문에서는 우선 2절에서 신호분할과 웨이브릿변환 영역에서 2차원 복원에 관한 수학적 배경을 소개하고, 3절에서는 웨이브릿 기반의 CLS필터를 제안한다. 그리고 4절, 5절에서는 실험적인 결과와 결론을 각각 제시한다.

II. 수학적 배경

1. 1차원 신호의 2 대역 분할

길이 N 의 유한한 1차원신호 $x(n)$ 이 주어질 때 저주파 통과필터, $f(n)$, 그리고 고주파 통과 필터, $g(n)$ 을 이용한 2대역 분할과정을 그림 1에 보인다. $n = 0, 1, \dots, N-1$ 에 대해 복구된 신호 $\hat{x}(n)$ 은 2개의 대역 분할된 신호 $x_L(n)$ 과 $x_H(n)$ 을 적절하게 혼합하여 얻을 수 있다.

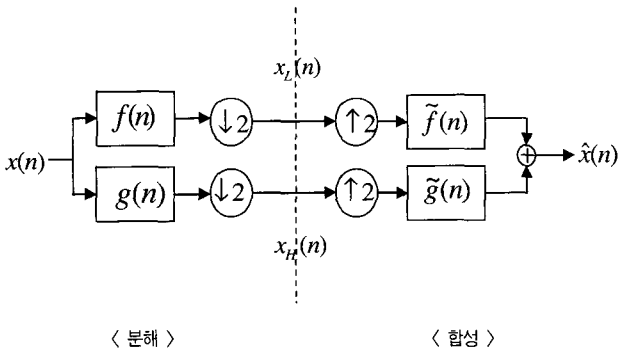


그림 1. 일차원 신호상에 대한 2대역 분할 과정
Fig. 1. Two-subband decomposition of one-dimensional signal

2. 2차원 신호의 4대역 분할

2차원 신호의 4대역 분할은 1차원 결과를 확장시킴으로써 유도할 수 있다. 1차원에서 정의된 F 와 G 로써 2차원 신호의 대역 분할을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{LL} &= (F \otimes F)x, & x_{LH} &= (G \otimes F)x, \\ x_{HL} &= (F \otimes G)x, & x_{HH} &= (G \otimes G)x. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 \otimes 는 두 매트릭스 간의 크로네퍼(kronecker) 곱을 의미한다. 그리고 각각의 합성과정은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\hat{x} = (F^T \otimes F^T)x_{LL} + (G^T \otimes F^T)x_{LH} + (F^T \otimes G^T)x_{HL} + (G^T \otimes G^T)x_{HH}. \quad (2)$$

3. 웨이브릿 영역에서의 분리형 2차원 필터링

공간 불변 분리형 2차원 필터링의 입출력 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = Ax. \quad (3)$$

식 (3)에서 필터링을 수행하기 위한 y_{LL} 은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} y_{LL} &= (F \otimes F)(Ax) \\ &= (F \otimes F)(A_1 \otimes A_1)(F^T \otimes F^T)x_{LL} \\ &\quad + (F \otimes F)(A_1 \otimes A_1)(G^T \otimes F^T)x_{LH} \\ &\quad + (F \otimes F)(A_1 \otimes A_1)(F^T \otimes G^T)x_{HL} \\ &\quad + (F \otimes F)(A_1 \otimes A_1)(G^T \otimes G^T)x_{HH} \\ &= A_{LLLL}x_{LL} + A_{LLHH}x_{LH} + A_{LLHL}x_{HL} + A_{LLHH}x_{HH}. \end{aligned} \quad (4)$$

비슷한 방법으로 y_{LH} , y_{HL} 그리고 y_{HH} 도 유도할 수 있다.

III. 영상 열화-복원 모델과 CLS 복원 필터

1. 영상 열화-복원 모델과 CLS 복원 필터

영상 열화-복원 과정은 2차원 선형공간 불변시스템으로 모델링할 수 있다. 즉 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$y = Hx + \eta \quad (5)$$

와

$$\hat{x} = Qy \quad (6)$$

여기서 벡터 y , x , η , 그리고 \hat{x} 은 차례로 열화 영상, 원 영상, 부가적 잡음, 복원 영상을 나타낸다. 그리고 행렬 H

는 첫 번째 열이 영상시스템의 점확산함수(point spread function: PSF)의 샘플과 같은 블록 토이플리츠(block-toeplitz) 행렬을 나타낸다. 행렬 Q 는 복원 필터를 나타낸다. 원영상 x 를 추정하기 위한 가장 일반적인 접근방식은 정칙화 방법이다. 이 정칙화 방법을 적용함으로써 CLS 복원 필터의 주파수 응답을 다음과 같이 구할 수 있다^[6].

$$Q_{CLS}(k, l) = \frac{H^*(k, l)}{|H(k, l)|^2 + \lambda |C(k, l)|^2}. \quad (7)$$

여기서 (k, l) 은 이산 주파수의 변수를 나타내고 C 는 선형 고주파통과 필터를 나타낸다. λ 는 고주파통과 필터 C 가 복원 과정에 미치는 영향력을 조절하는 라그랑제 승수(Lagrange multiplier)이다.

2. 웨이브릿 변환 영역에서의 분리형 2차원 CLS 필터

식 (5)의 2차원 분리형 영상 복원 모델을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = (H_1 \otimes H_1)x + \eta. \quad (8)$$

여기서 H_1 은 1차원 임펄스 응답 함수를 나타낸다.

같은 방법으로 식 (6)의 복원 과정은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{x} = (Q_1 \otimes Q_1)y. \quad (9)$$

여기서 Q_1 은 1차원 CLS 복원 필터를 나타낸다.

식 (1)과 마찬가지로 열화된 영상을 나타내는 2차원 신호의 4대역 분할은 아래의 행렬-벡터 표현으로 나타낼 수 있고,

$$\begin{aligned} y_{LL} &= (F \otimes F)y, & y_{LH} &= (G \otimes F)y, \\ y_{HL} &= (F \otimes G)y, & y_{HH} &= (G \otimes G)y, \end{aligned} \quad (10)$$

웨이브릿 변환영역의 복원은 다음과 같이 수행될 수 있다.

$$\hat{x}_{LL} = Q_{LL}y_{LL} + Q_{LL}y_{LH} + Q_{LL}y_{HL} + Q_{LL}y_{HH}. \quad (11)$$

여기서 $Q_{LLLL} = (FQ_1F^T) \otimes (FQ_1F^T)$ 을 나타내고, \hat{x}_{LH} , \hat{x}_{HL} , 그리고 \hat{x}_{HH} 도 같은 방법으로 구할 수 있다.

최적의 \hat{x}_{LL} , \hat{x}_{LH} , \hat{x}_{HL} 그리고 \hat{x}_{HH} 을 구하기 위해서는 식 (11)에 다른 λ 를 적용해야한다. 그 결과로 우리는 분할영상을 위해 최적의 복원 필터를 적용할 수 있다.

IV. 실험 결과

표 1은 11×11 균일흐림(uniform blur)으로 열화시키고 40dB의 잡음을 첨가한 Lena 영상을 공간 주파수 영역에서, 그리고 웨이브릿 변환 영역에서 실험한 결과를 보여주고 있다. 또한, 표 2는 똑같은 균일흐림 열화와 20dB의 잡음을 첨가한 결과를 보여주고 있는데, 웨이브릿 변환 영역을 구성할 때 1-레벨부터 3-레벨까지 차례로 분할하였다. 원영상은 Daubechies-4 기저를 사용하여 대역분할하였고, 이 때 λ 는 0.1을 적용하였다. 웨이브릿 영역에 사용된 λ 는 LL 밴드에서는 0.1을 사용하였으며, 나머지 고주파 밴드에서는 잡음 억제에 위해 보다 큰 값, 즉 1-레벨 분할에서는 0.15, 2-레벨에서는 0.11, 3-레벨에서는 0.101를 사용하였다. CLS에 사용된 고주파 필터는 라플라시안(Laplacian)을 사용하였다.

표 1. 4-대역과 복원된 영상의 PSNR

Table 1. The PSNRs of four subbands and reconstructed image

	열화된 영상	공간 주파수 영역	웨이브릿 변환 영역
LL대역	16.0784	25.9936	26.0325
LH대역	25.0089	27.7021	28.3208
HL대역	29.6180	31.6725	31.8620
HH대역	32.2391	32.8753	32.9284
전체영상	21.3203	28.6893	28.9232

표 2. 분해 레벨에 따른 결과

Table 2. The PSNRs by the decomposition level

열화된 영상	공간 주파수 영역	웨이브릿 변환 영역		
		1-레벨	2-레벨	3-레벨
21.2658	26.0236	26.0950	26.1087	26.1091

그림 2는 열화된 영상을, 그림 3은 공간주파수 영역에서 복원된 영상을 보여주고 있다. 그림 4는 복원된 1-레벨 웨이브릿 변환 영역을, 그림 5는 그림 4의 복원된 결과를 보

여주고 있으며, 그림 6과 7은 2-레벨 웨이브릿 변환을, 그림 8과 9는 3-레벨 웨이브릿 변환을 사용한 결과를 보여주고 있다.



그림 2. 11×11 균일흐림 처리 후 20dB 부가적 잡음이 첨가된 영상
Fig. 2. The degraded "Lena" image by 11×11 uniform blur with 20dB additive noise



그림 3. 공간 주파수 영역에서 CLS 필터에 의해 얻어진 복원영상
Fig. 3. The restored image obtained by using CLS filter in the spatial frequency domain



그림 4. 1-레벨 웨이브릿 변환 영역에서 복원된 대역분할 영상
Fig. 4. Subbands of the restored image in the 1-level wavelet transform domain



그림 5. 1-레벨 웨이브릿 변환 영역에서 복원된 영상
Fig. 5. The restored image in the 1-level wavelet transform domain

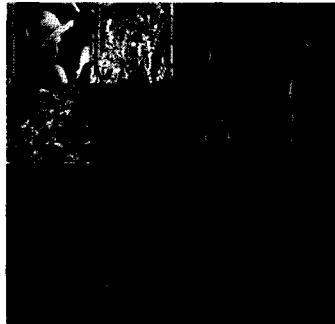


그림 6. 2-레벨 웨이브릿 변환 영역에서 복원된 대역분할 영상
Fig. 6. Subbands of the restored image in the 2-level wavelet transform domain



그림 7. 2-레벨 웨이브릿 변환 영역에서 복원된 영상
Fig. 7. The restored image in the 2-level wavelet transform domain

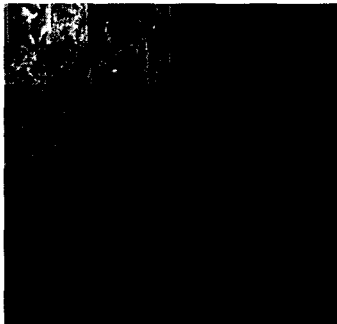


그림 8. 3-레벨 웨이브릿 변환 영역에서 복원된 대역분할 영상
Fig. 8. Subbands of the restored image in the 3-level wavelet transform domain



그림 9. 3-레벨 웨이브릿 변환 영역에서 복원된 영상
Fig. 9. The restored image in the 3-level wavelet transform domain

V. 결 론

본 연구에서 웨이브릿 변환에 근거한 대역분할의 새로운 수학적 표현방식을 제안하였고, 이를 사용하여 웨이브릿 변환영역에서 공간 주파수 적응적 CLS필터를 제안하였다. 기존의 공간적응적(spatially adaptive) 영상복원 기술이 영상개선에 큰 역할을 수행하였지만, 주로 실험적이고 경험적인 제약조건을 지역적으로 변화시켜 적용하는 수준을 크게 벗어나지 못하였다. 따라서 수렴의 해석 및 최적해의 보장 등이 해결되지 못한 과제로 남아 있는데, 본 논문은 주파수 적응적 영상복원의 구조를 제안함으로써 이와 같은 문제를 해결할 수 있는 수학적 기초를 마련하였다.

참 고 문 헌

- [1] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, Numerical Recipes in C, Cambridge University Press, pp. 591-606, 1988.
- [2] M. R. Banham, N. P. Galatsanos, H. L. Gonzalez, and A. K. Katsaggelos, "Multichannel Restoration of Single Channel Images Using a Wavelet-Based Subband Decomposition," IEEE Trans. Image Processing, vol. 3, no. 6, pp. 821-833, November 1994.
- [3] M. R. Banham, H. L. Gonzalez, N. P. Galatsanos, and A. K. Katsaggelos, "Multichannel Restoration of Single Channel Images Using a Wavelet Decomposition," IEEE Proc. Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, vol 5, pp. 281-284, Apr. 1993
- [4] M. G. Kang and A. K. Katsaggelos, "General choice of the regularization functional in regularized image restoration," IEEE Trans. Image Processing, vol.4, no. 5, pp. 594-602, May 1995.
- [5] Mark R. Banham, Aggelos K. Katsaggelos, "Spatially adaptive wavelet-based multiscale image restoration," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 5, no. 4, pp. 619-634, April 1996.
- [6] A. K. Jain, Fundamental of Digital Image Processing, Prentice-Hall, 1999.