압축수의 임계유량에 관한 해석적 연구

김희동* • 김재형* • 한민교** • 박경암***

An Analytical Study for Critical Mass Flowrate of Compressed Water

Heuy-Dong Kim* • Jae-Hyung Kim* • Min-Kyo Han* and Kyung-Am Park**

Abstract

As a compressed water is rapidly expanded through a nozzle, two-phase flow of vapor and liquid is formed in the nozzle due to the flash evaporation. In the present study, critical flow of two-phase fluids is analysized using an Isentropic-Homogeneous-Equilibrium model and a Leung model. Calculation results show that the choke of the two-phase flow can be two different types of continuous and discontinuous chokings. For the stagnation pressure below 10 Mpa it is found that the continuous choking, which is similar to the choking phenomenon of single-phase gas flow, is possible only when the degree of subcooling is less than 10K.

초 록

본 연구에서는 압축수가 노즐을 통해 급격히 팽창될 때 기액이상류가 플래싱 증발하게 되는 이상류의 임계유동을 Isentropic-Homogeneous-Equilibrium model과 Leung model을 사용해 해석하였다. 그 결과 이상유동은 연속/불연속적 초크로 될 수 있으며, 정체점의 압력이 10Mpa일 경우에는 단상류 유동의 초크현상과 유사한 연속적인 초크현상이 정체점의 아냉각도가 10K이하일 경우에만 발생한다는 것을 알았다.

Keyword : Compressed water(압축수), Two-phase flow(이상류), Flaching(플래싱), Choke(초크), Degree of subcooling(아냉각도)

1. 서 론

기체와 같은 단상(single-phase)의 압축성유체가 노즐을 통하여 방출될 때, 노즐입구의 압력을 일정하게 하고 출구의 압력을 서서히 낮추게 되면 어떤 출구압력값 이하에서는 더 이상 유량이 증가하지 않고 일정하게 된다. 이와 같이 노즐을 통하는 유동의 초크(choke)현상은 압축성유체공학의 대표적 유동현상으로 잘 알려

◇ 2002년 12월 22일 접수 ~ 2003년 1월 5일 심사완료

* 안동대학교 기계공학부

** (주)쌍용자동차

*** 한국표준과학연구원

져 있다[1]. 일반적으로 물과 같은 액체가 노즐이나 오리피스를 통하여 유동하는 경우 노즐 전후단에 주어지는 압력차의 제곱근에 의하여 유량이 결정된다. 그러나 액체의 공급압력이 큰 경우, 즉 압축수(compressed water)가 노즐을 통하여 유동하는 경우에 노즐내에서 발생하는 압력강하로 인하여, 압축수의 일부는 노즐 출구부근에서 플래싱(flashing)증발하게 된다. 이 경우 노즐을 통하는 유동은 기액 이상류(two-phase flow of vapor and liquid)로 되어, 유동은 유로의 최소 단면적 부분에서 초크하게 된다. 따라서 노즐을 통하는 유량은 노즐 전후단에 주어지는 압력차에 더 이상 의존하지 않게 되며, 기체유동에서와 유사한 임계현상이 발생하게 된다. 이와 같은 기액이상류(two-phase flow of vapor and liquid)에 있어서도 유동이 초크하는 임계현상이 발생되리라 예상되지만 기액이상유동의 초크현상[2,3]에 관한 물리적 이해 및 상세한 메커니즘에 대해서는 이상(two-phase)간의 복잡한 상호작용으로 인해 현재까지 거의 밝혀지지 않았다.

기액이상류의 임계현상은 최근에 중요한 문제로 대두되고 있는 원자로 배관계의 파단사고 발생시 안전해석[4], 섬유의 플래싱 방직법[5]과 열펌프(heat pump)의 팽창밸브 등 공업상 다양한 분야에서 발생되고 있지만, 이에 대한 구체적인 연구사례는 극히 드물다. 따라서 이러한 기액이상류의 임계현상에 대하여 체계적인 연구가 절실히 요망되고 있다.

종래의 기액이상류의 임계유량에 관하여, Isentropic-Homogeneous-Equilibrium (I.H.E)모델과 Leung 등의 모델이 제안되어 있다. 그러나 이들 모델은 현재까지 구체적으로 해석되지 않았으며, 실험값과의 비교가 행해지지 않아 이들 모델에 대한 상세한 검증 및 체계적인 연구가 필요하다.

본 연구에서는 노즐을 통하여 압축수가 노즐출구부근에서 플래싱 증발하고 초크 할 때의 임계유량에 관하여 종래에 제안되었던 I.H.E모델[6]과 Leung모델[7]을 사용하여 이론계산을 수행하였다. 그 결과 기액이상의 유동은 정체점 상태의 아냉각도(degree of subcooling)의 정도[8]에 따라 연속적인 초크와 불연속적인 초크현상이 발생하였으며, 본 연구에서는 두 경우에 대하여 각각 다른 임계유량의 계산식을 제안하였다. 또한 플래싱 초크 현상을 두 가지 형태로 분류하여, 그의 물리적 기구를 고찰하였다.

2. 해석방법

본 연구에서는 기액이상류의 초크 현상을 해석하기 위하여, 정체실에 저장되어 있는 고온고압의 압축수가 노즐을 통하여 대기로 방출된다고 가정한다. 이때 노즐내에서 발생하는 급격한 압력강하로 인해 압축수의 일부가 노즐출구부근에서 플래싱 증발하여 기액이상류로 된다. 이 경우 유동의 음속이 불연속적으로 감소하여 유동은 초크하게 된다. 이와 같은 이상류의 임계유량에 관하여 본 연구에서는 다음에 기술하는 I.H.E모델과 Leung모델의 두 종류를 적용하였다.

2.1 I.H.E 모델

I.H.E모델은 기액이상의 유동모델로, 노즐내에서 유동은 등엔트로피적으로 변화한다고 가정한다. 또 노즐내에서 유동이 플래싱 증발할 때 기상(vapor phase)과 액상(Liquid phase)은 유로의 단면적에 대해 균일하고 두 상간의 유속은 서로 같으며, 더욱이 두 상 사이에는 열적 평형상태를 유지한다고 가정한다. 이 모델은 유동의 마하수 M 이 $M \geq 1$ 범위에 대해서 유효한 것으로, Fig.1에는 이러한 유동을 설명하기 위하여 T-S선도를 나타내었다. 그림에서 기액이상류의 변화를 용이하게 파악할 수 있으며, 초크하는 유동은 두 형태로 분리하여 나타난다. 참고로 그림의 A, B, C 및 A', B', C'는 그림의 윗부부에 나타낸 바와 같이 노즐을 통하는 유동의 상태를 나타낸다. 만일 정체실에서의 압력과 온도가 알려진다면, 이들로부터 정체점 엔트로피 S_o를 구할 수 있다. 또 유동상태를 등엔

트로피라고 가정한다면, 임의의 점에서 유속 u는 에너지식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$u = \sqrt{2(h_o - h)} \tag{1}$$

여기에서 h_o와 h는 각각 정체점 엔탈피와 국소엔탈피이다. 한편 유동의 질량유속 G는 위의 식으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$G = \frac{u}{v}(kg/m^2/s) \tag{2}$$

여기에서 v는 비체적이며, G는 질량유량을 단면적 A로 나눈 값이다. 본 연구에서는 임계유량을 나타내기 위해 질량유속 G를 사용하였다.

한편 노즐출구에서 유동의 압력이 압축수 영역에 있는 경우, 출구에서 유속은 음속에 비해 작고 유동은 초크하지 않는다. 그러나 출구압력이 포화압력 이하로 되면 유동은 포화압력에 도달하는 곳에서 플래싱 증발하고 기액이상류로 된다. 이때 음속은 유동의 압축성의 영향으로 불연속적으로 감소한다.

본 연구에서는 습증기 영역내에서 음속의 식을 구하기 위해 일정 엔트로피 유동에 이상기체로 가정하고 Clapeyron의 관계식을 도입하여 다음과 같은 음속 a의 식[9]을 구하였다.

$$a = \sqrt{Pv}\left[k\left(1 - 2\frac{Pv_{fg}}{h_{fg}}\right) + \frac{C_{pf}TP}{v}\left(\frac{v_{fg}}{h_{fg}}\right)^2\right]^{-1/2} \tag{3}$$

여기에서 $k = \frac{xv_g}{v}$이다. 또 상태량 p, x, C_p 및 T는 각각 압력, 건도(qality), 정압비열 및 온도이며, 하첨자 f, g, fg는 각각 액상, 기상 및 기상과 액상의 상태량 차를 의미한다. 위의 식으로부터 포화압력에 대한 음속을 구하여, 그 값이 동일한 포화 압력에 대한 유속값보다 작으면 ($a_{sat} < u_{sat}$), 유동은 포화액선상에서 초크한다. 이 경우에 발생하는 유동의 초크를 본 연구에서는 Type1이라 정하였다.

Fig.1에는Type1의 초크현상을 T-S선도와 유동장의 모식도로 나타내었으며, 유동은 노즐출구면에서 플래싱 증발하고 초크한다. 한편 이러한 기액이상류의 초크 현상은 기체 등 단상류의 초크와는 다르다. 이것을 설명하기 위해 배압 p_b를 정체점압력 p_o로 나눈 무차원량과 임계유량의 관계를 Fig.2에 나타내었다.

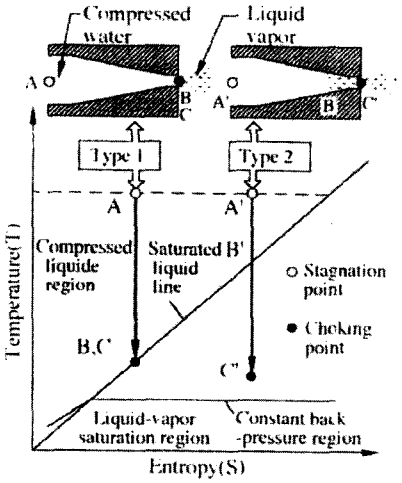

Fig. 1 Schematic of flow field and *T-S* diagram for expansion process

Fig. 2에서 ×는 주어진 정체점 상태에 대한 포화점을 나타내며, ●는 초크점을 나타낸다. 그림으로부터 Type1의 경우 유량은 배압이 낮아짐에 따라 증가하다가 포화점에서 초크가 발생한 후 일정값으로 되지만, 초크점에서 불연속적으로 임계상태에 도달한다. 본 연구에서는 이러한 초크현상을 불연속 초크(discontinuous choke)라 한다. 이와 같은 불연속 초크현상은 기체의 초크와는 다른 이상류(two-phase)특유의 초크현상이다.

한편 Type2의 유동은 Fig. 1에서 나타낸 바와 같이 포화액선상에서 음속이 유속보다 크게 되어 ($a_{sat} > u_{sat}$)유동이 초크하지 않으면, 유

동은 유량이 최대가 될 때까지 가속팽창한 후 초크한다. 이 경우 노즐 내 유동은 Fig. 1의 모식도에 나타낸 바와 같이 유로내에서 플래싱 증발하여 기액이상류로 되어 초크가 발생한다. 이러한 초크현상은 기체의 초크현상과 같이 유량은 초크점에서 연속적으로 임계상태에 도달하게 되며, 이때 음속과 유속은 같게 된다 ($a_c = u_c$). 본 연구에서는 이러한 초크현상을 연속적인 초크(continuous choke)라 정의한다.

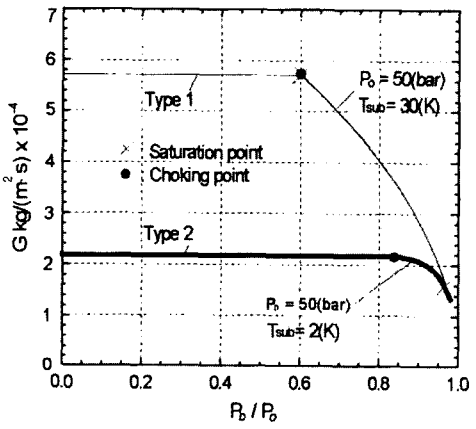

Fig. 2 Relation between critical mass flow rate and pressure ratio

2.2 Leung 모델

I.H.E모델에 적용된 가정을 사용하여, 노즐 입구에서의 초기상태량으로부터 포화상태량을 계산한다. 이들의 계산으로부터 유량 G의 식을 다음과 같이 열역학 1법칙과 2법칙으로부터 얻을 수 있다.

$$G = \frac{1}{v}\left(2\int_{P_o}^{P} -vdP\right)^{1/2} \tag{4}$$

윗식의 우변을 압축수 영역 I과 습증기 영역 II로 나누면 각각 다음의 식으로 변형된다.

$$\frac{1}{2}(Gv)^2 = -\underbrace{\frac{\int_{P_o}^{P_{sat}} v_{fo}dP}{\mathrm{I}}} - \underbrace{\frac{\int_{P_{sat}}^{P} vdP}{\mathrm{II}}} \tag{5}$$

여기에서 I는 압축수 영역으로, 상태량 변화에 따른 압축수의 비체적 v_{fo}의 변화는 무시할 정도로 작다고 할 수 있다. 따라서 유동을 비압축성으로 간주하여 적분하면 다음과 같은 식으로 변형된다.

$$I = v_{fo}(P_o - P_{sat}) \tag{6}$$

한편 II는 습증기 영역으로, 적분을 수행하기 위해서는 v와 P의 관계가 알려질 필요가 있다. 따라서 다음과 같은 습증기 영역에 대한 관계식을 사용한다.

$$v = v_{fo}\left\{\omega\left(\frac{P_{sat}}{P} - 1\right) + 1\right\} \tag{7}$$

여기에서 $w = \frac{C_{fo}T_oP_{sat}}{\nu_{fo}}\left(\frac{\nu_{go}-\nu_{fo}}{h_{go}-h_{fo}}\right)^2$ 이다.

위의 식(7)을 사용하여 II를 적분하면 다음과 같이 쓰여진다.

$$\mathrm{II} = v_{f0}\left\{\omega P_{sat}\ln(\frac{P_{sat}}{P}) - (\omega - 1)(P_{sat} - P)\right\} \tag{8}$$

따라서 식(6)과 식(8)로부터 유량을 계산하는 식이 구해진다. 본 연구에서는 임계유량을 해석하기 위하여 다음과 같은 무차원 변수를 정의하였다.

$$\eta = \frac{P}{P_0},\ G^* = \frac{G}{\sqrt{P_0/v_0}} \tag{9}$$

위의 식(5), (8), (9)로부터 G^*는 다음과 같이 η와 ω의 함수가 된다.

$$G^* = \sqrt{2(1-\eta_{sat}) + 2\left\{\omega\eta_{sat}\ln\left(\frac{\eta_{sat}}{\eta}\right) - (\omega-1)(\eta_{sat}-\eta)\right\}} \Bigg/ \left[\omega\left(\frac{\eta_{sat}}{\eta}-1\right)+1\right] \quad (10)$$

또 식(10)에서 G^*가 최대로 될 때 유량은 최대가 된다. 따라서 유량의 압력미분이 0이 되는 조건을 적용하면 다음 식이 쓰여진다.

$$\frac{dG}{dP}=0\ ,\ \frac{dG^*}{d\eta}=0 \quad (11)$$

따라서 식(10)은 다음식으로 쓰여진다.

$$\frac{\left(\omega+\frac{1}{\omega}-2\right)}{2\eta_{sat}}\eta_c^2 - 2(\omega-1)\eta_c + \omega\eta_{sat}\ln\left(\frac{\eta_c}{\eta_{sat}}\right) + \frac{3}{2}\omega\eta_{sat} - 1 = 0 \quad (12)$$

윗식의 셋째항에 포함되어 있는 대수항을 Taylor 급수전개하여 2차항까지 취하며, η_c는 다음과 같이 쓰여진다.

$$\eta_c = \eta_{sat}\left(\frac{2}{2\omega-1}\right)\left\{1-\sqrt{1-\frac{1}{\eta_{sat}}\left(\frac{2\omega-1}{2\omega}\right)}\right\} \quad (13)$$

따라서 임계유량 G_c는 위의 식(9), (10) 및 (12)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_c = \eta_c\left(\frac{P_0\rho_{f0}}{\omega\eta_{sat}}\right)^{1/2} \quad (14)$$

식(13)이 근을 갖기 위해서는 다음과 같은 조건식이 요구된다.

$$\eta_{sat} \geq \frac{2\omega-1}{2\omega} \quad (15)$$

위의 식(15)가 만족될 때 유동은 Type2로 되며, 노즐내에서 플래싱 증발하여 초크한다. 반대로 식(15)가 만족되지 않는 경우, 임계유량은 식(5)의 둘째항만으로 계산되어 다음과 같이 된다.

$$G_c = \sqrt{2\rho_{f0}(P_0 - P_{sat})} \quad (16)$$

이 경우의 유동은 Type1로 되며, 노즐 출구에서 플래싱 증발하고 초크한다. 이상의 식들로부터 이론계산을 수행하여, 임계유량에 관한 두 형태의 유동을 해석하였다.

2. 결과 및 고찰

2.1 임계유량에 대한 I.H.E모델과 Leung모델의 비교

Fig.3은 I.H.E모델과 Leung모델로 계산한 임계유량과 아냉각도의 관계를 나타내었다. 여기에서 아냉각도는 초기압력 P_0의 등압선이 포화액선과 만나는 온도 T_1과 초기온도 T_0의 차를 나타낸다. 그림에서 Type1의 유동에 대해서, 두 모델의 임계유량의 계산값은 거의 같다. 이것은 유동이 노즐출구에서 플래싱 증발하여 초크하기 때문에 노즐내에서의 유동은 압축수만의 단상류로 임계유량에 대한 계산식이 같아지기 때문이다. 또 Type2의 유동에 대해서는 I.H.E모델에 의한 계산값이 약간 크다. 이것은 노즐의 유로내에서 유동이 플래싱 증발하기 때문이다. 그러나 전체적으로 두 모델의 계산값은 큰 차이를 보이지 않는다. 따라서 본 연구에서는 Leung모델을 이용하여 해석하였으며, 종래의 연구결과와 비교하였다.

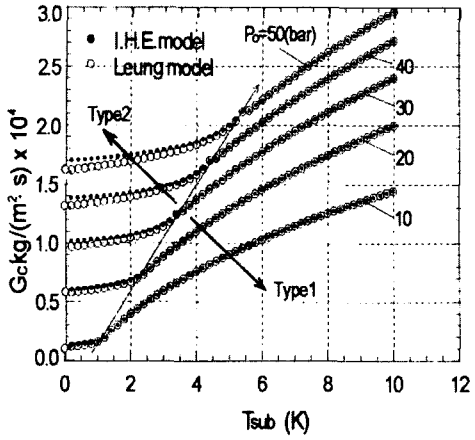

Fig. 3 Comparion of critical mass flow rate in I.H.E and Leung models

3.2 초기상태량이 임계유속과 임계음속에 미치는 영향

임계상태에서 발생하는 유속과 음속을 각각 임계유속 및 임계음속이라 하고 이들과 초기 상태량과의 관계를 고찰한다. Fig.4에는 압력이 일정한 상태에서 아냉각도와 임계유속 및 임계음속의 관계를 나타내었다. 임계유속은 최초 낮은 아냉각도의 범위에서는 아냉각도가 증가함에 따라 급격히 감소하다가 최소점에 도달한 후 아냉각도의 증가에 따라 급격히 증가한다. 이때 최소점은 불연속점이 된다. 한편 임계음속은 임계유속의 최소점까지는 일치하며, 아냉각도가 증가할수록 감소한다. 이 범위에서의 유동은 Type2로 초크한다. 그러나 최소점 이후에는 아냉각도가 증가함에 따라 임계유속은 증가하고 임계음속은 완만하게 감소하므로 서로 일치하지 않는 Type1의 유동장으로 불연속 초크한다.

한편 일정압력에 대하여 초기온도와 임계유속 및 임계음속의 관계를 Fig.5에 나타내었다. Fig.4에서와 같이 불연속적으로 유동의 초크형태가 변하는 임계유량의 최소점이 발생하며, 임계유속은 최소점 이전의 낮은 초기온도의 범위에서는 초기온도의 증가에 따라 완만하게 감소하다가 최소점 부근에서는 급격히 감소하며 임계음속은 완만하게 증가한다. 그러나 최소점 이후에서는 임계유속과 임계유량은 초기온도의 증가에 따라 서로 일치된 값으로 급격히 증가함을 알 수 있다. 그리고 임계음속이 임계유속과 일치하지 않고 Type1로 초크하는 최소점 이전의 범위에서, 임계음속은 초기압력값에는 그다지 영향을 받지 않고 초기온도에 의해 결정됨을 알 수 있다. 이것은 T-S선도에서 등압선이 포화선 근방에 상당히 밀집되어 있기 때문에 압력이 달라도 초기온도는 거의 같아지므로 포화액선상에서의 초크점은 거의 같아지는 것으로 사료된다.

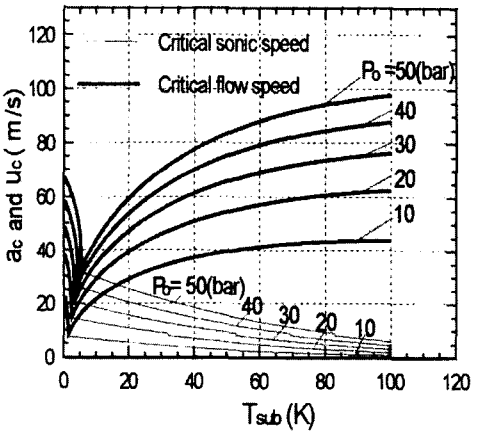

Fig. 4 Relationship among a_c, u_c and T_{sub}

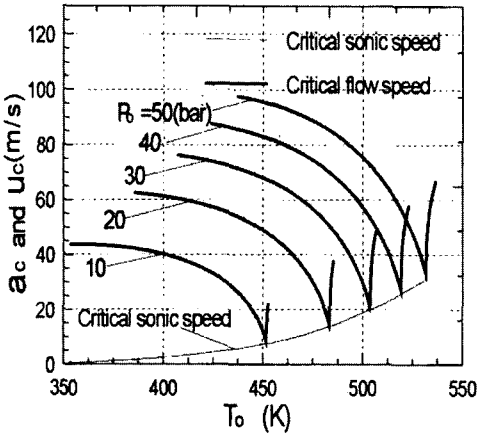

Fig. 5 variation of a_c and u_c with T_0

Fig.6 에는 초기온도가 일정한 상태에서 초기압력이 임계음속과 임계유속에 미치는 영향을 나타내었다. Fig.4에서와 같이 임계유속과 임계음속은 Type2의 영역 즉, 최소점 이전까지는 초기압력이 높아짐에 따라 서로 일치하면서 급격히 감소한다. 그러나 Type1의 영역 즉 최소점 이후에는 초기압력이 높아짐에 따라 임계유속은 급격히 증가하지만 임계음속은 일정함을 알 수 있다.

Fig.7 에서는 초기온도가 일정한 상태에서 아냉각도가 임계음속과 임계유속에 미치는 영향을 나타내었다. Fig.6과 유사하게 Type2의 영역에서 임계유속과 임계음속은 아냉각도가 높아짐에 따라 서로 일치하여 감소한다. 그러나 Type1의 영역에서는 임계유속은 아냉각도가 증가함에 선형적으로 증가한다. 그러나 임계음속은 초기압력에 관계없이 대략 일정하며 초기압력 및 아냉각도에 그다지 관계하지 않고 초기온도에 의해서만 결정됨을 알 수 있다.

3.3 초기온도가 임계유량에 미치는 영향

Fig.8에는 아냉각도가 일정한 상태에서 임계유량과 초기온도의 관계를 나타내었다. 임계유량은 초기온도가 높아짐에 따라 증가하고 임계유량의 증가율은 초기온도가 증가함에 따라 점차 커진다.

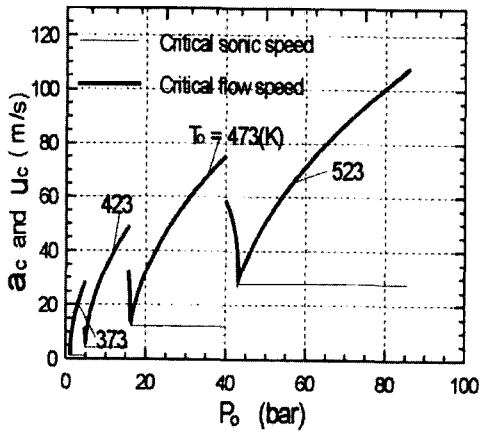

Fig. 6 Variation a_c and u_c with P_0

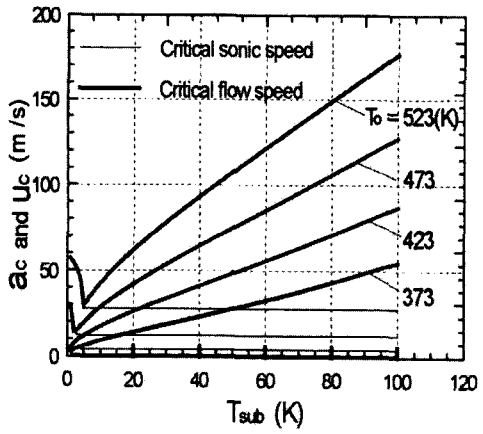

Fig. 7 Variation a_c and u_c with T_0

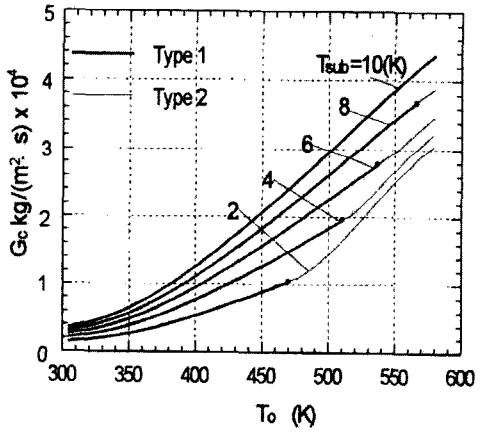

Fig. 8 Variation in G_c with T_0

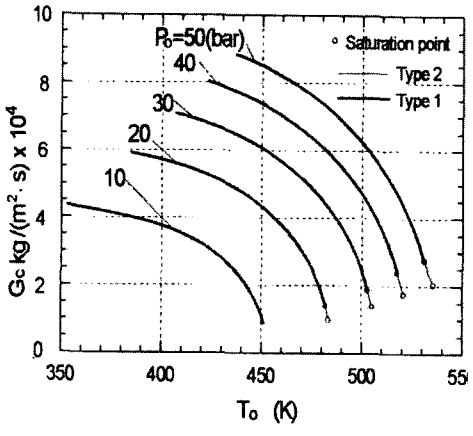

Fig. 9 Variation of G_c with T_0

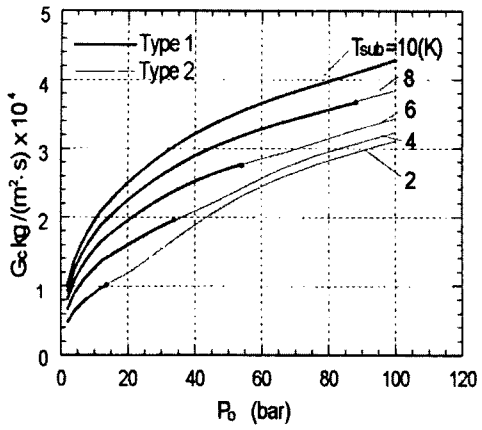

Fig. 10 Relationship between G_c and P_0

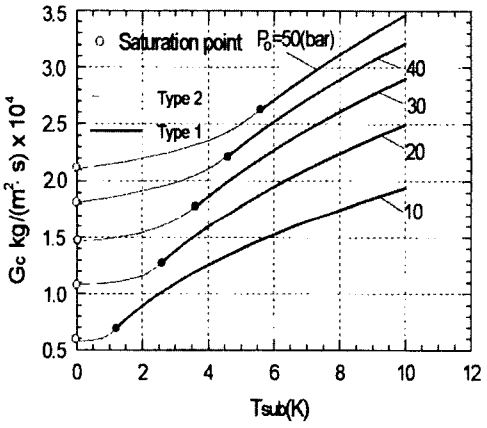

Fig. 11 Effect of T_{sub} on G_c

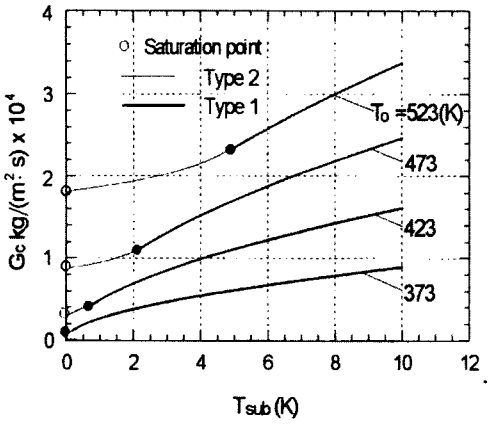

Fig. 12 Effect of T_{sub} on G_c

3.4 초기압력이 임계유량에 미치는 영향

Fig.10 에는 아냉각도가 일정한 상태에서 임계유량과 초기압력의 관계를 나타내었다. 임계유량은 초기압력이 높아짐에 따라 증가한다. 그리고 아냉각도가 높을수록 Type1이 되는 영역이 커지게 되며 대략 아냉각도가 10K이상의 범위에서는 항상 Type1의 초크가 발생한다.

3.5 아냉각도가 임계유량에 미치는 영향

Fig.11에는 초기압력이 일정한 상태에서 임계유량과 아냉각도의 관계를 나타내었다. 그림에서 아냉각도가 낮은 Type2의 영역에서는 아냉각도가 높아짐에 따라 임계유량은 완만하게 증가하고 Type의 변화점 부근에서부터 급격히 증가하게 된다. 또 Type1의 영역에서는 아냉각도가 높아짐에 따라 선형적으로 증가한다.

Fig.12에는 초기온도가 일정한 상태에서 임계유량과 아냉각도의 관계를 나타내었다. 임계유량은 아냉각도가 높아짐에 따라 증가하며, 특히 아냉각도가 높은 범위에서는 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

3. 후 기

본 연구는 2003년도 두뇌한국 21사업으로 지원되었으며, 이에 감사드립니다.

3. 결 론

본 연구에서는 압축수가 노즐을 통하여 방출될 때 발생하는 임계유량을 해석하기 위하여, 기액이상유동의 모델을 이론적으로 계산하였다. 그 해석 결과를 요약하면 아래와 같다.

(1) I.H.E모델과 Leung모델로 계산한 임계유량은 거의 차이가 없었다. 또한 계산결과의 특징으로서 유동이 포화액선상에서 초크 하는 Type1의 경우는 불연속적으로 초크하고, 유동이

습증기영역에서 초크하는 Type2의 경우는 연속적으로 초크한다.

(2) 임계유량은 초기온도가 일정할 경우 초기압력이 높을수록 크고, 초기압력이 일정한 경우 반대로 초기온도가 낮을수록 커졌다. 또한 초기온도가 일정하면 임계유량은 아냉각도가 증가함에 따라 거의 선형적으로 증가했다.

(3)Type2의 유동장은 초기압력이 100(bar)인 경우 아냉각도가 상당히 낮은 10(K)이하의 범위에 대해서만 발생하고, 대부분의 경우에는 Type1의 유동장이 된다.

참 고 문 헌

1. Shapiro, A. H., 1953, "Thermodynamics of Compressible Fluid Flow," Vol. 1, Ronald Press, New York, pp. 101～105.
2. Elias, E. and Lellouche, G. S., 1994, "Two phase Critical Flow, International Journal of Multiphase Flow," Vol. 20, pp. 91～168.
3. Henry, R. E. and Fauske, H. K., 1971, "The Two-Phase Critical Flow of One-Component Mixture in Nozzles, Orifices, and Short Tubes," J. of Heat Transfer, pp. 179～187.
4. Boure, J. A., 1977, "The Critical Flow Phenomenon with Reference to Two-Thase Flow and Nuclear Reactor Systems," ASME Symp. Thermal Hydraulic Aspects Nuclear Reactor Safety, Vol. 1, pp. 195～216.
5. 中村, 1989., "機能性不織布の開發と應用," シ-エムシ-, pp. 103.
6. Collins, R. L., 1978, "Choked Expansion of Subcooled Water and the I.H.E. Flow Model," J. of Heat Transfer, Vol. 100, pp. 275.
7. Leung, J. C., 1986, "A Generalized Correlation for One-component Homogeneous Equilibrium Flashing Choked Flow," J. of AIChE, Vol. 32, No. 10, PP. 1743～1746.
8. 西川, 1982, 傳熱學, 理工學社, pp. 210.
9. Leung, J. C., 1996. "On the Application of the Method of Landau and Lifshitz to Sonic Velocities in Homogeneous Two-Phase Mixtures," Transaction of the ASME, Vol. 118, pp. 186～188.