

Decanter형 원심분리기의 동력 계산 (II)

- 총동력과 동력전달 기구 -

서용권[†] · 한근조^{*}
(2003년 2월 4일 접수, 2003년 5월 13일 심사완료)

Analysis of the Power for a Decanter-Type Centrifuge (II)

- Total Power and the Power-Transmission Mechanism -

Yong Kweon Suh and Geunjo Han

Key Words: Decanter, Centrifuge(원심분리기), Starting Power(기동 동력), Sludge-Removal Power(슬러지 제거 동력), Bearing Friction(베어링 마찰), Main Motor(메인 모터), Differential-Speed Control Motor(차동 모터)

Abstract

In this paper, we derived the formula for estimating the power of the electric motors needed to operate the Decanter-type centrifuge. In the derivation of the formula the sludge-removal torque is to be supplied from the formula derived in the first paper. The intricate nature of the transmission mechanism in the planetary gear trains of the sludge-removal power and torque has been clarified in this second paper. In particular we considered two-motor system, where the main motor drives the machine while the differential-speed control motor plays the role of braking in adjusting the differential speed. Sample calculation for the specific design treated in the first paper showed that the selection criterion for the main motor depends on the lower limit of the differential speed; when the lower limit is set low, it should be selected based on the steadily operating power, while it should be selected based on the starting power when the lower limit is set high. The total power required by both the main motor and the differential-speed control motor increases as the differential speed is decreased. It is suggested that the power loss in the differential-speed control motor could be minimized by attaching an electric generator to it.

1. 서론

원심분리기는 액체 중에 혼합된 액체와 비중이 거의 같은 고체(즉 슬러지; sludge)를 원심력으로 분리해내는 기계장치이다. 수천 rpm의 회전속도로 회전하는 보울(bowl)과 스크류 축(screw shaft)에 의해 원심력은 증력의 수백 혹은 수천 배나 된다(제1보 및 본보의 Fig. 1 참조). Decanter형 원심분리기의 기본 구조 혹은 다양하게 변화된 구조에 대해서는 최근 출간된 핸드북을 참고할 수

있다.⁽¹⁾

제 1보에서는 Decanter형 원심분리기의 운전동력 중에서 중요하면서도 가장 어려운 슬러지 제거동력에 대한 수식을 유도하여 현장에서 바로 설계에 적용할 수 있도록 하였다. 제1보에서도 언급한 바와 같이 Decanter형 원심분리기와 관련한 연구는 대부분 실험적이거나 경험적인 것으로서 동력 계산을 위한 수식의 유도를 위해 역학적으로 깊이있게 분석한 연구결과는 없다. 최근의 관련 자료로서는, Leung 등,⁽²⁾ Leung과 Shapiro,⁽³⁾ 및 Corner-Walker와 Laval⁽⁴⁾ 정도이나, 이들의 연구결과는 다분히 경험적이거나 실험적인 것으로서 Decanter형 원심분리기의 제품개발에 큰 도움

[†] 책임저자, 회원, 동아대학교 기계산업시스템공학부
E-mail : yksuh@mail.donga.ac.kr
TEL : (051)200-7648 FAX : (051)200-7656

^{*} 회원, 동아대학교 기계산업시스템공학부

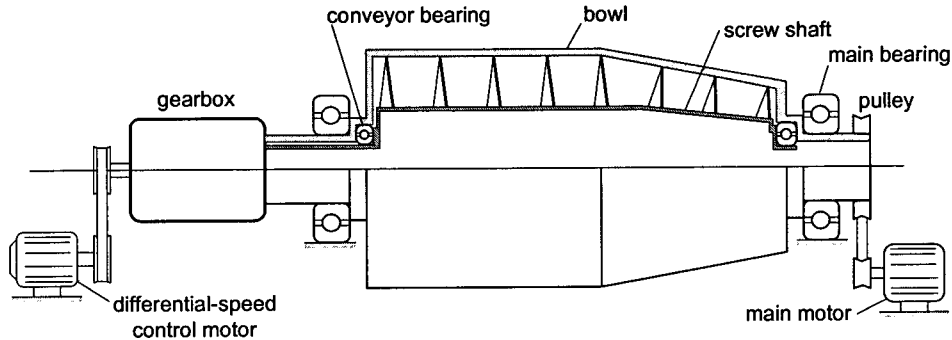


Fig. 1 Schematic illustration for the power transfer in a Decanter centrifuge

이 되지 못한다. 또한 원심분리기의 동력을 위한 계산 공식은 Cheremisinoff⁽⁵⁾에 제시되어 있긴 하나 특히 슬러지 제거 동력의 공식에 대한 근거가 없으며, 더구나 원심분리기의 구동원으로서 메인 모터 하나만 있는 경우에 대해서만 소개하고 있다.

국내의 Decanter 원심분리기 제작 업체는 대부분 중기업 혹은 소기업 위주이며 또한 소비자의 다양한 요구에 즉시 대응해야 하는 추세이므로 제품개발기간의 단축이 무엇보다 절실하다. 다시 말해 제품개발의 과정에서 시제품 제작 및 시험으로 구성되는 일련의 과정이 길어지는 경쟁력이 떨어질 수밖에 없다. 따라서, 시제품을 제작하지 않고도 설계단계에서 제품의 여러 가지 특성과 성능을 정확히 예측할 수 있는 계산도구가 필요하다.

본 연구는 제1보에 이어 Decanter형 원심분리기의 운전시 요구되는 동력을 운전단계별로 나누어서 계산할 수 있는 공식을 정리함과 동시에, 이들 동력이 유성치차 시스템(planetary-gear system)을 통해 어떻게 전달되는지 그리고 전동기의 선택을 위해 어떠한 점을 고려해야 하는지를 밝히고자 한다. Decanter형 원심분리기의 기본 구조와 작동 원리 및 중요 구성품의 명칭에 대해서는 제1보에서 설명하였으므로 여기서는 생략한다.

Fig. 1은 Decanter형 원심분리기의 동력전달 기구와 그 경로를 설명하기 위한 스케치이다. 가장 먼저 우측의 메인 모터(main motor)로부터 회전력은 보울에 전달된다. 보울의 좌측 축은 기어 박스로 연결되고 기어 박스 내에서 원하는 차속만큼 회전속도가 감소되어 스크류 축에 전달된다. 이 때 액체에 포함된 슬러지의 양에 따라 차속을 무단으로 조절하기 위해 그림에서처럼 기어 박스

에 차속 제어 모터(differential-speed control motor) 또는 차동 모터를 연결하여 사용하기도 한다.

원심분리기의 구동에 필요한 동력은 운전단계별로 두 가지로 나누어서 고려할 필요가 있다. 정지 상태에서부터 시작하여 일정한 속도까지 회전체(보울, 스크류 축 및 기어박스)를 가속시키는 과정에서 필요한 동력 즉 기동동력(starting power)이 그 첫 번째이고, 일정한 속도로 회전하는 상태에서 슬러지 혼합물이 투입되는 과정에서 필요한 동력 즉 정상운전 동력이 두 번째 동력이다. 기동동력의 계산에 필요한 관성동력은 제2절에서, 베어링 마찰동력은 제3절에서, 그리고 정상운전 동력의 핵심인 슬러지 제거동력의 전달 및 배분에 대해서는 제4절에서 다루며, 제5절에서는 특정한 제품에 대한 계산 예를 보여주기로 한다.

2. 관성동력

관성동력은 원심분리기를 정지상태에서부터 출발하여 정상 회전속도까지 가속하는 과정에서 소요되는 동력 즉 기동 동력의 가장 큰 비중을 차지한다. 이 외에 기동 동력에는 베어링에서의 마찰 동력이 포함되나 이에 대해서는 다음 절에서 논하기로 한다. 기동의 과정에서는 일반적으로 슬러지 혼합액은 투입되지 않으므로 슬러지 제거 동력은 고려할 필요가 없다. 여기서 고려해야 할 동력에는 보울, 스크류 축, 기어 박스(gearbox) 등의 회전체를 가속시키는 데 필요한 관성동력이다.

원심분리기의 주 회전체는 보울, 스크류 축, 기어 박스 등이다. 이들 부품의 회전속도는 서로 같지 않고 약간씩 다르다. 그러나 그 차이가 크지 않기 때문에 서로 같은 것으로 가정한다. 또

한 원심분리기가 정지 상태에서부터 회전을 시작하여 정상 운전속도에 도달하기까지 각가속도는 일반적으로 일정하지 않다. 만약 속도 가변형 전동기를 사용한다고 할 때 전동기가 속도에 따라 토크가 일정하게 유지되면 대체로 각가속도가 일정하고 따라서 회전속도는 시간에 비례하여 증가한다. 반면, 속도에 따라 동력이 일정하게 유지되는 전동기이면 각가속도는 초기에 가장 크며, 시간과 더불어 점점 감소하는 양상을 보인다.

관성 모멘트(moment of inertia)가 I [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]인 물체가 순간 각가속도 $d\tilde{\omega}/dt$ 를 가질 때 소요되는 순간 토크는

$$T = I \frac{d\tilde{\omega}}{dt}$$

이다. 여기서 $\tilde{\omega}$ 는 순간 각속도이다. 따라서 토크가 일정하게 유지되는 경우 각속도 $\tilde{\omega}$ 는 일정한 비율로 증가하고 가속이 완료되는 t_{st} 의 시간 후에 동력은 최대가 된다. 이 때 동력은

$$P_I = \frac{I\omega^2}{t_{st}} \text{ [W]} \quad (1)$$

이다. 여기서 ω 는 최종 각속도이다. 만약 동력이 일정하게 유지되는 경우에는 $T\tilde{\omega} = \text{const.}$ 에 의해

$$P_I = \frac{I\omega^2}{2t_{st}} \text{ [W]} \quad (2)$$

가 된다. 여기서는 동력이 일정하게 공급되는 것으로 가정하여 식 (2)를 사용하도록 한다.

각종 회전체의 가속에 소요되는 관성 동력은 따라서 아래 식으로 구할 수 있다.

$$P_I = (I_{cy} + I_{co} + I_{ss} + I_{sb} + I_g) \frac{\omega^2}{2t_{st}} \text{ [W]} \quad (3)$$

여기서, I_{cy} , I_{co} , I_{ss} , I_{sb} , I_g 는 각각 실린더, 콘, 스크류 축, 스크류 날개 및 기어 박스의 관성 모멘트를 나타낸다. 외경이 r_o , 내경이 r_i , 길이가 L , 밀도가 ρ 인 중공 축의 경우 관성 모멘트 I 는

$$I = \frac{\pi\rho L}{2} (r_o^4 - r_i^4) \quad (4)$$

이다. 실린더와 스크류 축은 바로 중공 축의 형태로 가정할 수 있기 때문에 실린더의 외측 반경을 r_o , 내측 반경을 r_i 로 하여 식 (4)를 그대로 사용하여 관성 모멘트를 구할 수 있다. 콘(cone)은 콘의 중심부에서의 외측 반경을 r_o , 내측 반경을 r_i 로 하여 역시 식 (4)를 사용하면 된다. 기어 박스는 외측 반경의 1/2 혹은 2/3을 r_o 로 하고 r_i 는 0으로 두어 계산하면 된다. 스크류 날개는 날개를 모두 축방향으로 접었을 때의 두께를 L 로 하여 역시 식 (4)를 적용하면 된다. 단, 스크류 외경이 실린더와 콘에서 다르기 때문에 정확한 계산을 위해서는 이 점을 고려해야 할 것이다.

다음에서 설명하겠지만 차동 모터는 정상 운전 시에는 일반적으로 제동의 형태로 사용된다. 즉, 음의 부하를 받으며 회전한다. 그러나 기동 시에는 메인 모터와 동일하게 양의 부하를 가하도록 하면 기동 시간을 단축시킬 수 있다.

3. 베어링 마찰 동력

원심분리기의 회전체는 모두 메인 베어링(main bearing; Fig. 1 참조)에 의해 지지된다. 이 베어링이 지지하는 회전체의 질량을 M_B [kg]라 하고 마찰이 작용하는 부분의 반경을 r_B [m], 마찰계수를 μ_B 라 할 때 베어링 마찰에 따른 동력은

$$P_B = \mu_B r_B \omega g M_B \text{ [W]} \quad (5)$$

가 된다. 여기서, $g=9.8$ [m/s^2]이다. 이 동력은 모두 메인 모터가 부담한다.

4. 슬러지 동력의 배분

정상운전 동력은 원심분리기가 일정한 속도로 회전하며 슬러지가 포함된 혼합액이 투입되는 과정에서 발생하는 동력이다. 여기에는 슬러지 제거 동력과 베어링 마찰 동력이 포함된다. 베어링 마찰 동력은 앞에서 제시한 식으로 계산하면 된다. 슬러지 제거 동력 또한 제1보에서 제시한 공

식을 사용하여 계산하면 된다. 여기서는 슬러지 제거 동력이 기어 박스를 통해 어떻게 메인 모터와 차동 모터에 배분되는지를 분석하고자 한다.

4.1 유성치차열의 속도 관계

Fig. 2는 하나의 유성치차열에서 접촉점의 선속도 관계를 보여주고 있다. 유성기어(planetary gear 앞으로는 p-치차라 부름)는 강체이므로

$$V_c = \frac{1}{2}(V_s + V_r)$$

의 관계가 있다. 여기서 하첨자 c는 캐리어(carrier; 앞으로는 c-기구), s는 선 기어(sun gear; 앞으로는 s-치차), 그리고 r은 링 기어(ring gear; 앞으로는 r-치차)를 나타낸다. 각속도를 사용해서 나타내면 이 식은 다음과 같이 된다.

$$r_c \omega_c = \frac{1}{2}(r_s \omega_s + r_r \omega_r) \quad (6)$$

위 식은 두 치차 요소의 각속도가 주어지면 나머지 요소의 각속도를 계산할 수 있게 한다. 그런데, r_c , r_s , r_r 사이의 관계는 다음과 같다.

$$2r_c = r_s + r_r$$

그러면, 식 (6)은 아래와 같이 된다.

$$\omega_c = a_s \omega_s + a_r \omega_r \quad (7)$$

여기서 상수 a_s , a_r 은 반경비로서 다음과 같다.

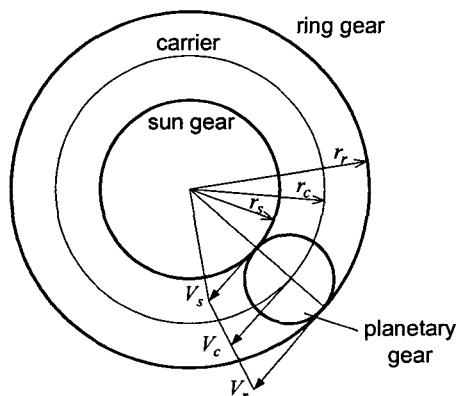


Fig. 2 Schematic of a planetary-gear train within the gearbox and instantaneous velocity vectors

$$a_s = \frac{r_s}{r_s + r_r} = \frac{z_s}{z_s + z_r} \quad (8a)$$

$$a_r = \frac{r_r}{r_s + r_r} = \frac{z_r}{z_s + z_r} \quad (8b)$$

여기서, z 는 해당 요소의 치수(齒數)를 나타낸다.

$a_s + a_r = 1$ 을 이용하면 식 (7)은 다시

$$\omega_c = a_s \omega_s + (1 - a_s) \omega_r \quad (9)$$

으로 된다. 참고로, $\omega_s = \omega_r$ 의 경우(s-치차와 r-치차가 동일 회전속도로 회전하는 경우)에는 ω_c 도 이것과 같다. $\omega_s = 0$ (s-치차 고정)의 경우에는 $\omega_c = (1 - a_s) \omega_r$ 로 결정된다.

4.2 유성치차열의 토크, 동력 관계

치차를 통한 동력전달 과정에서 각종 마찰과 치차 요소들의 관성 효과를 무시한다면, 토크 관계식은 아래와 같이 된다.

$$\frac{T_c}{2r_c} = \frac{T_s}{r_s} = \frac{T_r}{r_r} \quad (10)$$

또는 식 (8a), (8b)를 적용함으로써

$$T_s = a_s T_c, \quad T_r = (1 - a_s) T_c \quad (11)$$

의 관계를 유도할 수 있다. $0 < a_s < 1$ 이므로, T_s 와 T_r 은 같은 부호를 가진다. 예로서, c-기구가 시계 방향으로 torque를 가한다면, 이에 대해 s-치차와 r-치차는 모두 반시계 방향으로 토크를 가하면서 이에 저항한다. 또한 이 식을 통해

$$T_c = T_s + T_r$$

의 사실 즉 토크 보존 법칙을 알 수 있다; s-치차와 r-치차로 분배된 토크의 합은 c-기구에서 발생된 토크와 같다.

각 요소에서 발생하는 동력의 관계는 $P = \omega T$ 의 정의로부터 유도할 수 있다. 식 (11)에 ω_s 와 ω_r 을 각각 곱하면,

$$P_s = a_s \omega_s T_c, \quad P_r = (1 - a_s) \omega_r T_c \quad (12)$$

이 된다. 속도비

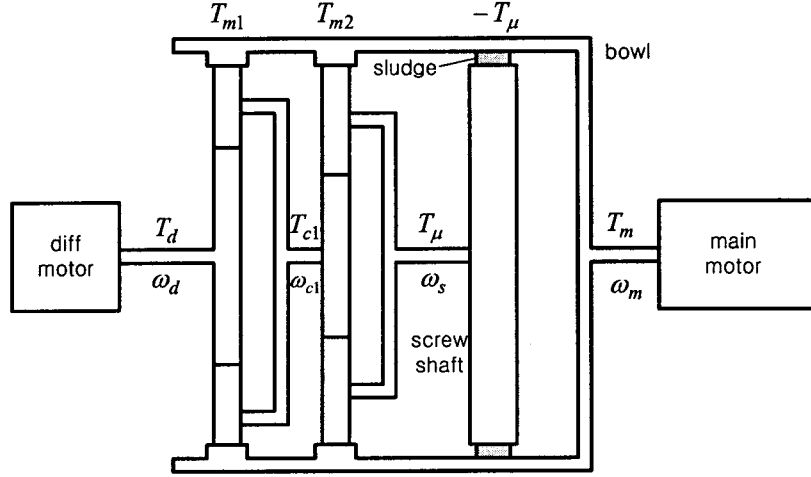


Fig. 3 The power-transfer elements and notations for torques and angular velocities in each element

$$\beta_s = \frac{\omega_s}{\omega_c}, \quad \beta_r = \frac{\omega_r}{\omega_c} \quad (13)$$

을 도입하고, c-기구의 동력을 $P_c = \omega_c T_c$ 라 하면, 식 (12)는

$$P_s = \alpha_s \beta_s P_c, \quad P_r = (1 - \alpha_s) \beta_r P_c \quad (14)$$

이 된다. 참고로, 위 두 식을 더하면 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$P_s + P_r = P_c \quad (15)$$

이는 다름 아닌 에너지 보존법칙이다. 즉 c-기구 상에서 나타난 동력은 s-치차와 r-치차에 분산되어 전달될 따름이다.

4.3 기어박스를 통한 회전속도 전달

Fig. 3은 2단 기어박스에서, 보울, 스크류 축, 기어 박스, 메인 모터, 차동 모터를 연결한 동력 전달 기구를 보여준 것이다. 이 그림에서 보울과 스크류 축은 단순화를 위해 r-치차와 같은 크기로 그렸다. 먼저, 메인 모터의 회전속도 ω_m 과 차동 모터의 회전속도 ω_d 가 결정되어 있을 때 스크류 축의 회전속도 ω_s 를 구하는 식을 유도한다. 차동 모터에 연결된 1단 치차열에서는, 식 (7)에 의 해

$$\omega_{c1} = \alpha_{s1} \omega_d + (1 - \alpha_{s1}) \omega_m \quad (16)$$

이 된다. 2단 치차열에서는,

$$\omega_s = \alpha_{s2} \omega_{c1} + (1 - \alpha_{s2}) \omega_m \quad (17)$$

이 된다. 식 (16)의 ω_{c1} 을 이 식에 대입하면,

$$\omega_s = \alpha_{s1} \alpha_{s2} \omega_d + [(1 - \alpha_{s2}) + \alpha_{s2}(1 - \alpha_{s1})] \omega_m \quad (18)$$

이 되고, 차속 $\Delta\omega = \omega_m - \omega_s$ 를 구하면,

$$\Delta\omega = \alpha_{s1} \alpha_{s2} (\omega_m - \omega_d) \quad (19)$$

이 된다.

이 식을 보면, 차속은 치차열에 의한 감속비 α_{s1} , α_{s2} 뿐만 아니라 메인 모터와 차동 모터의 속도 차이 $\omega_m - \omega_d$ 에 의해서도 조정될 수 있음을 알 수 있다. 즉, 이것이 차동 모터를 사용하는 이유가 된다.

4.4 기어박스를 통한 토크, 동력 전달

정상운전시 메인 모터와 차동 모터가 동력을 발생해야 하는 근본 이유 중의 하나는 슬러지 제거 토크 T_μ 때문이다. 보울을 자유체로 보고 이 요소에 작용되는 토크를 합하면 0이 된다는 원리 (토크 균형)를 적용하면 다음과 같다(Fig. 3 참조).

$$T_m + T_{m1} + T_{m2} - T_\mu = 0 \quad (20)$$

이 식에서 + 토크는 Fig. 3을 우측에서 보았을 때

보울 요소에 대해 반시계 방향으로 작용하는 토크를 의미한다. T_μ 앞에 - 부호가 붙은 것은 스크류 축의 회전속도가 보울의 회전속도보다 작기 때문에 슬러지의 마찰력이 보울에 대해 시계 방향으로 작용하기 때문이다(보울과 스크류 축은 모두 반시계 방향으로 회전한다). 그리고 T_{m1} , T_{m2} 는 각각 유성치차의 제1단 r-치차 및 제2단 r-치차로부터 작용되는 토크를 각각 의미한다.

다음으로, 슬러지 토크가 제2단 유성치차의 c-기구를 통해 보울과 제2단 s-치차에 전달하는 토크는 식 (11)로부터

$$T_{c1} = \alpha_{s2} T_\mu, \quad (21)$$

$$T_{m2} = (1 - \alpha_{s2}) T_\mu \quad (22)$$

이다. 마찬가지로, T_{c1} 이 제1단 유성치차의 c-기구를 통해 전달하는 토크는

$$T_d = \alpha_{s1} T_{c1},$$

$$T_{m1} = (1 - \alpha_{s1}) T_{c1}$$

이다. 식 (21)을 사용하여 T_{c1} 을 소거하면 이 식들은

$$T_d = \alpha_{s1} \alpha_{s2} T_\mu, \quad (23)$$

$$T_{m1} = (1 - \alpha_{s1}) \alpha_{s2} T_\mu \quad (24)$$

이 된다. 식 (22), (24)를 식 (20)에 대입하면,

$$T_m = \alpha_{s1} \alpha_{s2} T_\mu \quad (25)$$

이 된다.

위 식과 식 (23)에 의해 다음 사실을 알 수 있다.

$$T_m = T_d \quad (26)$$

즉, 메인 모터에 걸리는 토크와 차동 모터에 걸리는 토크는 서로 같다. 이는 물리적으로 타당하다. 왜냐하면, Fig. 3의 동력전달 기구를 통해 알 수 있는 바와 같이, 메인 모터와 차동 모터 사이에는 외부로부터 작용되는 토크는 아무 것도 없으며, 따라서 작용-반작용 원리에 의해 두 토크는

서로 같아야 하는 것이다.

메인 모터와 차동 모터에 각각 작용되는 동력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{sm} = \omega_m T_m = \alpha_{s1} \alpha_{s2} \omega_m T_\mu \quad (27)$$

$$P_{sd} = \omega_d T_d = \alpha_{s1} \alpha_{s2} \omega_d T_\mu \quad (28)$$

식 (19)를 사용하여 이 두 식에서 나타나는 $\alpha_{s1} \alpha_{s2}$ 를 소거하면,

$$P_{sm} = \frac{\omega_m}{\omega_m - \omega_d} \Delta\omega T_\mu = \frac{\omega_m}{\omega_m - \omega_d} P_{sludge} \quad (29)$$

$$P_{sd} = \frac{\omega_d}{\omega_m - \omega_d} \Delta\omega T_\mu = \frac{\omega_d}{\omega_m - \omega_d} P_{sludge} \quad (30)$$

이 된다. 여기서 슬러지 동력 P_{sludge} 는

$$P_{sludge} = \Delta\omega T_\mu \quad (31)$$

으로서, 결국 두 모터가 슬러지 제거를 위해 부담해야 하는 동력이다. 식 (29), (30)은 슬러지 동력이 주어졌을 때 메인 모터 동력과 차동 모터 동력을 구할 수 있게 하는 식이다. 만약, P_{sludge} 가 ω_m 및 ω_d 의 변화에 무관하게 일정하게 유지된다면 두 동력은 $\omega_m - \omega_d$ 에 반비례한다. 즉, 차속이 낮을수록 두 동력은 동시에 증가한다.

식 (29)에서 (30)을 빼면 그 결과는

$$P_{sm} = P_{sd} + P_{sludge} \quad (32)$$

이다. 물리적으로 이 결과를 설명한다면, 메인 모터는 슬러지 동력 뿐만 아니라 일종의 브레이크 역할을 하는 차동 모터의 동력까지도 부담해야 한다는 것이다. 즉, 메인 모터가 구동을 하고 차동 모터가 이에 저항하는 형태로 이해할 수 있다.

만약 슬러지가 거의 없어서 $P_{sludge} \cong 0$ 이라면, 위 식은

$$P_{sm} \cong P_{sd}$$

이 되어, 메인 모터와 차동 모터에 걸리는 토크는 거의 같다. 이 또한 물리적으로 타당하다. 왜냐하면, 메인 모터와 차동 모터 사이에는 아무런

동력소비 또는 동력생성 기구가 없기 때문에 에너지 보존의 원리에 의해 같아야 하기 때문이다. 원심분리기 운전자의 입장에서는 두 동력의 합이 관심이 된다;

$$P_{sm} + P_{sd} = \frac{\omega_m + \omega_d}{\omega_m - \omega_d} P_{sludge} \quad (33)$$

이 결과는, 슬러지 동력이 일정하다 하더라도 차동 모터의 회전속도에 따라 총 동력은 달라진다는 것을 의미한다. 또한, 총 동력은 차동 모터의 회전속도가 메인 모터의 회전속도에 근접할수록 더늘어서 증가함을 알 수 있다.

5. 계산 예

제1보에서 계산 예의 대상으로 삼았던 원심분리기 사양에 대해 계산 예를 제시하기로 한다.

5.1 관성동력

실린더, 콘 및 스크류 축의 관성 계산을 위해 필요한 사양으로 아래와 같이 가정한다.

- 실린더 내경; 0.40[m], 실린더 외경; 0.42[m]
- 실린더 길이; 0.4[m], 콘 각도; 10°
- 콘 길이; 0.4[m], 콘 부분 두께; 0.01[m]
- 스크류 축 외경; 0.22[m]
- 스크류 축 내경; 0.19[m]
- 스크류 축 길이; 0.8[m]
- 스크류 날개 피치; 0.15[m], 날개 두께; 0.005[m]
- 회전속도; 2000[rpm], 회전체의 밀도; 7900[kg/m³]

우선, 회전 각속도를 계산하면 아래와 같다.

$$\omega = 2\pi \times \frac{2000}{60} = 209 \text{ [rad/s]}$$

실린더와 스크류 축의 관성 모멘트는 식 (4)를 사용함으로써

$$I_{cv} = \frac{\pi \times 7900 \times 0.4}{2} (0.21^4 - 0.2^4) = 1.71 \text{ [kg-m}^2\text{]}$$

$$I_{ss} = \frac{\pi \times 7900 \times 0.8}{2} (0.11^4 - 0.095^4) = 0.65 \text{ [kg-m}^2\text{]}$$

을 얻는다. 콘의 관성모멘트는 콘의 중심부에서의 치수를 사용하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$I_{\omega} = \frac{\pi \times 7900 \times 0.4}{2} (0.165^4 - 0.155^4) = 0.81 \text{ [kg-m}^2\text{]}$$

스크류 날개를 접으면 $0.005 \times 0.8 / 0.15 = 0.027$

[m]의 두께가 되므로 관성모멘트는

$$I_{sb} = \frac{\pi \times 7900 \times 0.027}{2} (0.2^4 - 0.11^4) = 0.49 \text{ [kg-m}^2\text{]}$$

으로 계산할 수 있다. 기어 박스는 외경 0.25[m], 길이 0.2[m]의 중실 축 형태로 가정하여 아래와 같이 계산한다.

$$I_g = \frac{\pi \times 7900 \times 0.2}{2} (0.125^4 - 0) = 0.61 \text{ [kg-m}^2\text{]}$$

그리고 기동 시간을 30초로 잡으면, 관성 동력은 식 (3)에 의해

$$P_I = (1.71 + 0.65 + 0.81 + 0.49 + 0.61) \frac{209^2}{2 \times 30} = 3.1 \text{ [kW]}$$

이 된다.

5.2 베어링 마찰 동력

베어링 마찰 동력을 구하기 위해 회전체의 질량을 구하면 약 230[kg]이 된다. 마찰 계수를 0.06으로 가정하고 베어링 마찰 부의 반경을 0.07[m]로 잡으면 베어링 마찰 동력은

$$P_B = 0.06 \times 0.07 \times 209 \times 9.8 \times 230 = 2.0 \text{ [kW]}$$

이 된다.

5.3 슬러지 제거동력

사용된 기어 박스 내부는 2단의 유성치차열로 구성되어 있으며 각 단에서의 치수(齒數)는 Table 1과 같다. 이에 따라 식 (8a)에 의해 α_{s1} , α_{s2} 를 구하면 다음과 같다.

$$\alpha_{s1} = \frac{17}{109 + 17} = 0.135$$

$$\alpha_{s2} = \frac{19}{89 + 19} = 0.176$$

우선, 차속 $\Delta\omega$ 에 따른 차동 모터의 회전속도 ω_d 를 구해보자. 식 (19)는

Table 1 Number of gear tooth for a sample, two-stage gearbox used in a centrifuge

	stage 1	stage 2
z_s	17	19
z_r	109	89

Table 2 Revolution speed of the main motor N_m and that of the differential-speed control motor N_d for each differential speed ΔN

ΔN [rpm]	5	10	25	47.6
N_m [rpm]	2000	2000	2000	2000
N_d [rpm]	1790	1580	950	0

Table 3 Sludge-removal torque T_μ and the corresponding torque in the shaft of the main motor T_m and that in the differential-speed control motor T_d

ΔN [rpm]	5	10	25	47.6
T_μ [N-m]	1550	770	520	165
T_m [N-m]	37	18	7.4	3.9
T_d [N-m]	37	18	7.4	3.9

$$\Delta\omega = 0.135 \times 0.176(\omega_m - \omega_d) = 0.0238(\omega_m - \omega_d)$$

이 되므로, ω_d 는

$$\omega_d = \omega_m - \Delta\omega/0.0238$$

의 식에 의해 구하면 된다. Table 2는 네 가지 차속에 따른 차동 모터의 회전속도를 계산한 결과이다.

다음으로, 토크는 식 (23) 및 (25)에 의해

$$T_m = T_d = 0.0238 T_\mu$$

가 된다. 각 차속별로 토크를 계산한 결과는 Table 3과 같다. 여기서, 슬러지 토크는 제1보의 수식 (14a) 또는 (14b)를 사용하여 구한 결과이다. 낮은 차속에서 슬러지 토크가 증가하는 것은 일정한 투입 유량에서 원심분리기 내에 존재하는 슬러지 양은 차속이 작을수록 증가하기 때문이다. 위의 슬러지 토크의 정보는 기어박스 내 치차 강도 설계에 사용될 수 있다.

마지막으로, 동력은 식 (29), (30), 및 (31)에 의해 결정된다. 계산결과는 Table 4와 같다. Table 3에서는 낮은 차속에서 슬러지 토크가 증가하였지만 이 표에서는 슬러지 동력이 차속과 무관하게

Table 4 Sludge-removal power P_{sludge} , and the corresponding power required in the main motor P_{sm} and that required in the differential-speed control motor P_{dm}

ΔN [rpm]	5	10	25	47.6
N_m [rpm]	2000	2000	2000	2000
N_d [rpm]	1790	1580	950	0
P_{sludge} [kW]	0.81	0.81	0.81	0.82
P_{sm} [kW]	7.7	3.8	1.5	0.82
P_{sd} [kW]	6.9	3.0	0.7	0

거의 일정하다. 그 이유는 제1보의 식 (16) 혹은 (17)에서 보는 바와 같이 슬러지 동력은 슬러지 토크에 차속을 곱한 것이기 때문이다. 위 결과를 보면, 차동 모터의 회전속도가 메인 모터의 회전속도에 근접할수록 동력은 전반적으로 증가한다. 특히, 차속 5[rpm]의 경우는 차동 모터를 사용하지 않은 차속 47.6[rpm]의 경우에 대해 거의 10배의 동력을 필요로 한다. 또한 이 동력의 약 9 할은 차동 모터의 브레이크 작용에 소비되어 결과적으로 에너지의 손실이 상당하다.

위 결과는 슬러지의 양이 일정한 상태에서도 차속을 달리 하였을 때의 결과이다. 실제로는 낮은 차속은 슬러지 양이 적은 경우에 대해 적용된다. 만약 슬러지의 양이 적은 경우에 차속을 작게 한다면 슬러지 동력 및 모터 동력은 더욱 줄어든다.

5.4 기동 동력과 정상운전 동력

기동시에 소요되는 동력 P_{st} 는 앞에서 구한 관성 동력과 마찰 동력과의 합으로서 정상 속도에 도달한 시점에서 최대가 되며 그 크기는

$$P_{st} = P_I + P_B = 5.1 \text{ [kW]}$$

이다. 이 중에서 관성 동력과 베어링 마찰 동력이 차지하는 비율은 각각 약 60%, 40% 정도이다. 만약 기동시에 차동 모터가 정지해 있다면 이 동력은 모두 메인 모터가 부담해야 한다. 그러나, 기동 시간의 단축을 위해 이 동력을 차동 모터와 메인 모터가 나누어서 부담하는 경우에는 두 모터의 회전 속도에 따라 분담하는 비율이 달라질 것이다.

Table 5 Power for the main motor P_m and that for the differential-speed control motor P_d required in the steadily operating state

ΔN [rpm]	5	10	25	47.6
P_B [kW]	2.0	2.0	2.0	2.0
P_{sm} [kW]	7.7	3.8	1.5	0.82
P_{sd} [kW]	6.9	3.0	0.7	0
P_m [kW]	9.7	5.8	3.5	2.8
P_d [kW]	6.9	3.0	0.7	0

메인 모터에 소요되는 정상 운전 동력 P_m 은 베어링 마찰 동력과 슬러지 제거 동력을 합한 것이며, 차동 모터에 소요되는 정상 운전 동력 P_d 는 슬러지 제거 동력과 같으며 계산결과는 Table 5와 같다. 결과를 보면, 메인 모터는 차동 모터보다 항상 2.8[kW]만큼 더 많은데, 이 양은 베어링 마찰 동력과 슬러지 동력의 합에 해당한다.

5.5 추가 검토

지금까지 원심분리기의 운전에 필요한 기동 동력과 정상 운전 동력을 산정하기 위해 관성 동력, 베어링 마찰 동력, 슬러지 제거 동력의 계산 공식을 유도하고 제시하였으며 구체적인 설계사양에 대해 공식들을 적용하여 결과를 제시함으로써 실제 제품의 설계에 직접 사용될 수 있도록 하였다.

이 공식을 실제 제품의 설계에 적용하기 위해서는 그러나 몇 가지 점에 대해 유의할 것이 있다. 첫 째, 슬러지 제거 동력의 공식을 제1보에서 제시한 바 있지만 이 공식에 사용되는 마찰계수는 또 다른 기초실험이나 경험에 의해 설정해야 한다. 둘째, 베어링 마찰 동력의 공식에 나타나는 마찰 계수도 다분히 경험적이다. 이러한 계수도 베어링 메이커로부터의 데이터나 별도의 실험을 통해 결정되어야 한다.

다음으로 차동 모터에 관해 검토하면, 차동 모터의 목적은 투입되는 슬러지의 양에 따라 그리고 비치에서의 원하는 탈수효과에 따라 차속을 달리 설정하여 운전하기 위함이다. 그러나, 차동

모터를 사용함에 따라 동력의 손실은 상당하며 이에 따라 운전비용도 상당히 증가할 것이다. 차동 모터에서의 에너지 손실을 감소시키기 위해서는 예를 들어 차동 모터에서는 전력을 생성할 수 있도록 발전기를 설치하는 것도 하나의 방법이 될 수 있다. 만약 차동 모터를 사용하지 않으려면 적절한 감속비를 설정해야 하며 이를 위해서는 2단 유성치차로는 부족하고 3단 치차로 설계해야 할 수도 있다. 예를 들면, 위의 계산 예에서 사용된 2단 치차로 하면 차속은 47.6[rpm]으로 결정되며 이보다 낮은 차속을 위해서는 s-치차의 치수를 작게 하거나 혹은 r-치차의 치수를 크게 하는 방법이 가능하며, 아니면 3단으로 해야 한다.

위 계산 예에서 결과적으로 메인 모터의 사양은 차속을 얼마까지 낮추느냐에 따라 다르다. 만약 최저 차속을 10[rpm]으로 한다면 메인 모터의 동력은 정상 운전동력을 기준으로 하여 5.8[kW]보다 약간 더 큰 전동기로, 차동 모터는 3.0[kW]보다 약간 더 큰 것으로 선정하면 되겠고, 만약 최저 차속을 25[rpm]으로 한다면 기동 동력을 기준으로 하여 메인 모터는 5.1[kW]보다 더 큰 것으로, 차동 모터는 0.7[kW]보다 더 큰 것으로 선정하면 될 것이다.

6. 검토 및 결론

본 연구를 통해 알려진 중요 결과를 정리하면 아래와 같다.

(1) 구체적인 설계 사양에 대해 동력계산 공식을 적용한 결과, 기동시에 소요되는 동력 중 관성 동력은 약 60% 정도이며 나머지는 베어링 마찰 동력이다.

(2) 차동 모터를 사용함에 따라 메인 모터와 차동 모터에서 요구되는 동력은 동일한 슬러지 동력에서 동시에 증가한다.

(3) 차동 모터는 메인 모터의 회전을 방해하는 브레이크 역할을 하기 때문에 에너지의 손실이 항상 발생한다.

(4) 이와 같은 동력 손실을 줄이기 위해서는 차동 모터의 회전속도를 줄여야 하며 이를 위해서는 제2단의 감속비를 더욱 크게 하든지(즉 r-치차의 齒數를 증가) 혹은 3단 기어박스를 사용해야 한다.

참고문헌

- (1) Records, A. and Sutherland, K., 2001, *Decanter Centrifuge Handbook*, Elsevier Advanced Technology.
- (2) Leung, W.W.-F., Shapiro, A.H. and Yarnell, R., 1999, "Improvements in the Clarification of Finite-Particle Slurries Using Decanter Centrifuges," *Filtration & Separation*, November, 1999, pp. 32~37.
- (3) Leung, W.W.-F. and Shapiro, A.H., 1999, "Dewatering of Finite-Particle Slurries Using a Compound-Beach Decanter with Cake-Flow Control," *Filtration & Separation*, December, 1999, pp. 49~56.
- (4) Corner-Walker, N. and Laval, A., 2000, "The Dry Solids Decanter Centrifuge: Capacity Scaling," *Filtration & Separation*, May, 2000, pp. 28~32.
- (5) Cheremisinoff, N.P., 1986, "Industrial Centrifuging Practices," in *Encyclopedia of Fluid Mech.*, Vol. 5-2 *Slurry Flow Technology* (ed. by Cheremisinoff, N.P.), Gulf Publishing Co., pp. 1231~1245.