

Decanter형 원심분리기의 동력 계산 (I)

- 슬러지 제거동력 -

서 용 권*

(2003년 2월 4일 접수, 2003년 5월 13일 심사완료)

Analysis of the Power for a Decanter-Type Centrifuge (I)

- Sludge-Removal Power -

Yong Kweon Suh

Key Words: Decanter, Centrifuge(원심분리기), Sludge-Removal Power(슬러지 제거 동력), Cone Beach(콘 비치)

Abstract

In general, the electric motor for driving the centrifuge of Decanter type is selected based on the power(starting power) necessary to start the bowl and the screw shaft. However the operation cost of the machine is dependent on the power needed at a steadily operating condition, including the power against the bearing friction and that for the sludge removal. In this paper, the formulation for the sludge-removal power is presented. Sample calculation for a specific design shows that the sludge-removal power is increased with the friction coefficient. It also reveals that the power is mainly dependent on the length of the screw blade rather than the beach angle. Further it is shown that the power increases in square of the rotational speed of the machine.

1. 서 론

환경에 대한 인식이 고조되면서 폐기물 처리 기술에 대한 관심이 점차 높아지고 있다. 순수한 액체에 액체보다 비중이 큰 고체 이물질(슬러지, sludge라 부름)이 혼합된 경우 고체를 혼합액으로부터 분리시키는 방법 중 가장 손쉬운 방법은 중력을 이용하여 고체를 침전시키는 방법이다. 그러나 비중의 차이가 미소할 때는 고체의 침전에 많은 시간이 걸리기 때문에 동일한 처리용량에서는 넓은 공간을 사용해야 하는 문제가 발생한다. 이 경우 중력의 몇 백 혹은 몇 천 배 되는 원심력을 이용하여 슬러지를 강제적으로 침전시키는 방법을 사용하면 처리시간은 현격히 단축되고 이에 따라 처리시설이 차지하는 공간을 대폭 줄일 수가 있는 것이다. Decanter 형 원심분리기는 이러한 원심력을 이용하여 슬러지를 액체로부터 분

리시키는 장치이다.⁽¹⁾

Fig. 1은 Decanter 형 원심분리기의 구조를 스케치한 것이다. 기본 구조와 동시에 작동원리를 간단히 설명하면 다음과 같다. 가장 안 쪽에 있는 피드 파이프(feed pipe)는 고정되어 있으며 이를 통해 혼합액이 공급된다. 공급된 혼합액은 중공형의 스크류 축(screw shaft) 내로 떨어져 모이고 스크류 축 표면에 있는 구멍을 통해 밖으로 분출된다. 한편, 스크류 표면에는 날개가 스크류 모양으로 심어져 있기 때문에 분출된 혼합액은 날개와 날개 사이의 공간에 갇힌다. 거의 같은 속도로 회전하는 스크류 축, 스크류 날개, 및 보울(bowl)은 이렇게 갇힌 혼합액을 회전시킨다. 그러면 혼합액은 원심력을 받아서 그림과 같이 동심원 모양의 자유표면을 가진 환형(annular shape)의 풀(pool)을 형성한다. 풀 내에서는 액체보다 비중이 큰 고체 슬러지가 역시 원심력을 받아 보울 내면에 모이고, 보울보다 속도가 약간 낮은 스크류가 보울에 대한 상대운동을 하면서 모인 슬러지들을 우측으로 보내어 배출시킨다. 이 과

* 회원, 동아대학교 기계산업시스템공학부
E-mail : yksuh@mail.donga.ac.kr
TEL : (051)200-7648 FAX : (051)200-7656

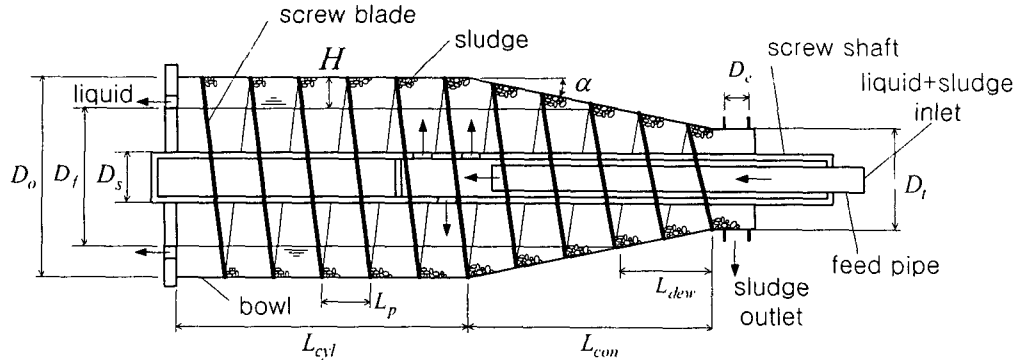


Fig. 1 Schematic illustration of the structure of a Decanter centrifuge

정에서 액체는 좌측에 있는 액체 배출구를 통해 배출되므로 고액 분리과정이 형성되는 것이다. 풀의 높이는 배출구의 반경방향 위치를 조정함으로써 바꿀 수가 있다.

보울은 슬러지의 침전을 목적으로 하는 실린더(cylinder) 부분과 모여진 슬러지를 풀 밖으로 끌어 올리는 기능을 가진 콘(cone)의 두 부분으로 나누어진다. 혼합액 유입구는 보통 이 둘 사이에 있고 유입된 물질 중에서 액체는 모두 좌측의 배출구를 통해 배출된다. 따라서 실린더 부분에서만 액체의 흐름(구체적으로는, 스크류 날개와 날개 사이의 채널 흐름)이 있으며 콘 부분에서는 재순환 흐름 외에는 거의 정체 상태에 있다. 한편 유입된 혼합액 내의 슬러지는 원심력에 의해 침전되는데 가장 무거운 것부터 침전되고 또 바닥에 모인 슬러지는 보울과 스크류 날개와의 차속(differential speed)에 의해 우측으로 운반되므로 슬러지의 분포는 그림과 같이 좌측 끝에서부터 시작하여 유입구까지 점차 많아지는 모양을 보인다.

콘 부분은 혼합액이 투입되는 유입구 지점에서 우측에 있는 부분이며, 이 부분에서는 슬러지의 추가적인 침전이 없으므로 슬러지 양은 거의 일정하게 분포된다. 콘은 다시 풀이 있는 부분과 그렇지 않은 비치(beach) 부분으로 나누어진다. 비치에서는 끌어 올린 슬러지가 비치의 경사면을 따라 오르는 동안 슬러지에 함유된 액체가 원심력 작용에 의해 슬러지로부터 스며 나온 뒤 경사면을 타고 흘러 내려와 다시 풀에 모이도록 한다. 이것을 탈수작용(dewatering)이라 부른다.

원심분리기의 설계에서 중요한 기술 중의 하나는 적절한 전동기의 선택에 필요한 여러 형태의

동력을 계산하는 능력이다. 원심분리기의 구동에 필요한 동력은 운전단계별로 나누어서 고려할 필요가 있다. 정지 상태에서부터 시작하여 일정한 속도까지 회전체(보울, 스크류 축 등)를 가속시키는 과정에서 필요한 동력 즉 기동동력(starting power)은 회전체의 관성을 이기는 데 필요한 관성 동력과 베어링에서의 마찰 동력이 포함된다. 이 동력은 따라서 회전이 시작될 때는 0이고 정상운전 속도에 도달할 때 최대가 된다. 한편, 회전체의 속도가 정상적으로 되면 슬러지가 포함된 혼합액이 공급되며 이 때는 슬러지를 이송시키는 데 필요한 동력(앞으로는 슬러지 제거 동력이라 부름)과 베어링에서의 마찰 동력이 요구된다(이 둘을 합하여 정상운전 동력이라 부름). 만약 짧은 기동시간이 설계에서 우선적으로 고려되어야 한다면 모터의 사양은 기동 동력을 기준으로 선정해야 하며, 기동시간은 다소 길더라도 정상운전시의 운전 비용이 우선적으로 고려되어야 한다면 정상운전 동력을 기준으로 모터가 선정되어야 한다.

본 논문에서는 정상운전 동력의 상당한 비율을 차지하는 슬러지 제거 동력의 계산방법을 제시하고자 한다. 저자가 검색한 바로는 현재 이 동력에 대한 자세한 해석을 수행하여 발표한 연구사례는 찾아볼 수 없다. 그 이유로서는 첫째, 회전하는 원심분리기 내의 유동이나 슬러지의 분포를 관찰하는 일이 아직까지는 불가능하여 실험에 의한 데이터가 거의 전무한 상태이기 때문이며, 둘째는 슬러지의 운동이 보울 내면과 스크류 날개 사이에서 복잡한 3차원적 특성을 보이며 더구나 보울과 스크류가 유성치차로 연결되어 수십 rpm의 차속으로 회전하고 있어 토크나 동력의 전달

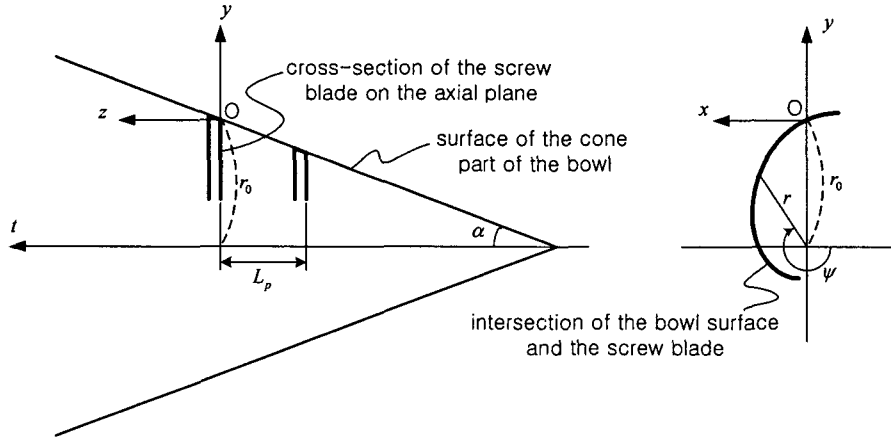


Fig. 2 Two coordinate-systems (x, y, z) and (r, ϕ, t) used in the formulation for estimating the sludge-removal power

개념에 있어서 모호한 점이 있기 때문이다. 국제 학술지에 등장하는 관련 연구결과도 다분히 실험적이거나 경험적이다. Leung과 Shapiro⁽²⁾는 미세한 슬러지가 비치 부분에서 액체와 상호 작용하면서 형성되는 유체유동을 개략적인 방법으로 분석한 결과를 보고한 바 있으며, Leung 등⁽³⁾은 스크류 축으로부터 혼합액을 쉽게 배출해 내는 방법에 대해 특허를 중심으로 개념만 설명하고 있을 뿐이다. Comer-Walker와 Laval⁽⁴⁾은 Decanter형 원심분리기의 설계와 관련하여 스케일 해석을 수행한 바 있으나 다분히 경험적이다. 그 외 물론 Decanter형 원심분리기에 대한 많은 특허가 있지만 그 내용들이 슬러지 제거를 위해 필요한 동력의 계산과는 거리가 멀다.

실제 산업현장에서는 아마도 이러한 어려운 점 때문에 슬러지의 제거에 필요한 동력을 별도로 계산하는 일은 없으며, 시제품을 제작한 뒤 실제로 측정하는 시행착오적 방법으로 개발에 임하고 있는 실정이다. 본 연구에서는 이러한 어려운 점을 덜어주기 위한 목적으로, 슬러지 제거에 필요한 동력을 계산하는 식을 유도하며, 아울러 계산예를 들어서 계산공식의 사용방법을 설명하고자 한다. 이 동력의 전달 및 배분에 대해서는 제2보에서 다룬다.

2. 슬러지 제거 동력

슬러지는 보울 내면과 스크류 날개 전면(스크류가 축방향으로 진행하는 쪽)이 만나는 구석 주위에 모인다. 이 슬러지는 매우 큰 원심력을 받

기 때문에 특히 보울 내면에 가하는 힘이 상당하다. 따라서 이 슬러지를 슬러지 배출구 쪽으로 이동시키기 위해서는 이 슬러지와 보울 내면 사이의 마찰력을 이길 필요가 있다. 이 마찰력은 다시 스크류 날개로 전달되고, 이 힘을 이기기 위한 토크 및 동력이 전동기에서 제공되어야 한다.

Fig. 2는 관련 수식의 유도를 위해 콘의 내면과 스크류 날개의 단면이 접촉하는 상황을 보여주고 있다. 그림에서 α 는 콘의 원추각, r 은 반경방향 좌표, t 는 축방향 좌표, 그리고 ϕ 는 원주방향 각, 그리고 L_p 는 스크류 피치이다. 이 그림은 외관상 콘에 대한 것이나, $\alpha=0$ 이면 실린더가 되므로 두 경우를 다 포함한다고 볼 수 있다. 스크류 날개 표면의 곡면방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi = \left(\frac{2\pi}{L_p} \right) t \quad (1)$$

이어서 콘 내면의 곡면(원추면)은

$$r = (\tan \alpha) t \quad (2)$$

으로 나타낼 수 있다. 두 곡면이 만나는 곡선 즉 스크류 날개의 팁(tip)은 위 두 함수 $\phi = \phi(t)$, $r = r(t)$ 의 교집합이다. Fig. 2의 점 O에서 이 곡선에 접하는 벡터를 국소 좌표계 (x, y, z) 의 단위벡터 i, j, k 로 나타내면 아래와 같다.

$$v = -r_0 \psi' i + r' j + k$$

여기서 ' (prime)은 t 에 대한 미분이다. 식 (1), (2)를 대입하면 이것은

$$v = (-2\pi r_0/L_p) i + (\tan \alpha) j + k \quad (3)$$

이 된다. 이 곡선의 $-x$ 축에 대한 방향여현 $\cos \theta$ 는

$$\cos \theta = \frac{2\pi r_0/L_p}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha + (2\pi r_0/L_p)^2}}$$

이다. 위 식의 분자를 $1/\tan \theta_0$, 즉

$$\tan \theta_0 = \frac{L_p}{2\pi r_0} \quad (4)$$

으로 두면, 방향여현은

$$\cos \theta = \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha \sin^2 \theta_0}} \quad (5a)$$

가 된다. 이것을 다르게 표현하면

$$\tan \theta = \frac{\tan \theta_0}{\cos \alpha} \quad (5b)$$

또는

$$\sin \theta = \frac{\sin \theta_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \theta_0}} \quad (5c)$$

이 된다. 실제로 θ_0 는 스크류 날개 표면과 $r=r_0$ 의 원통 표면이 만나는 곡선이 $-x$ 축과 이루는 각이다.

Fig. 2에서 (x, y, z) 좌표계를 x -축을 중심으로 각 α 만큼 회전시킨 새로운 좌표계를 (x_1, y_1, z_1) 라 두자. 그러면, z_1 -축은 콘 표면에 놓이게 된다(Fig. 3). 이 때, 단위 벡터 i, j, k 로부터 i_1, j_1, k_1 을 구하는 식은

$$i_1 = i \quad (6a)$$

$$j_1 = \cos \alpha j - \sin \alpha k \quad (6b)$$

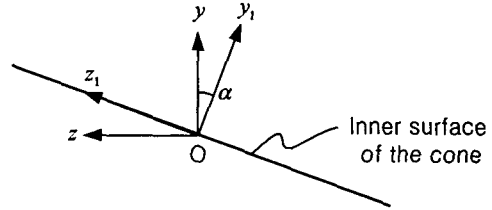


Fig. 3 Relation between the local coordinates (x, y, z) and (x_1, y_1, z_1) . The coordinates x and x_1 are coincident.

$$k_1 = \sin \alpha j + \cos \alpha k \quad (6c)$$

이며, 반대로 j_1, k_1 으로부터 j, k 를 구하는 식은

$$j = \cos \alpha j_1 + \sin \alpha k_1 \quad (7a)$$

$$k = -\sin \alpha j_1 + \cos \alpha k_1 \quad (7b)$$

와 같다.

이제, 슬러지 제거에 필요한 힘 및 이에 따른 동력의 식을 유도해 보자. Fig. 4는 미소질량 Δm 의 슬러지에 가해지는 힘들을 나타낸 것으로서, (a)는 콘 내면에 대해 수직방향으로 본 그림, (b)는 원주방향, 그리고 (c)는 반경방향으로 본 그림이다. 앞으로의 해석에서 슬러지는 자유체(free body)로 취급될 것이다. 이 그림에서 슬러지의 이동 방향은 보울 내면에 대해 상대적으로 나타낸 것이다. 체적력 F_B 는 원심력과 부력의 차이로서, 슬러지의 비중을 S 라 할 때

$$F_B = \Delta m(1 - 1/S)r_0 \omega^2 (\cos \alpha j_1 + \sin \alpha k_1) \quad (8a)$$

으로 나타낼 수 있다. 이 식은 슬러지가 액체 속에 잠긴 경우에 해당한다. 슬러지가 비치로 올라온 경우에는 부력의 효과가 없으므로

$$F_B = \Delta m r_0 \omega^2 (\cos \alpha j_1 + \sin \alpha k_1) \quad (8b)$$

가 된다. 위 두 식에서 보는 바와 같이 슬러지 비중 S 가 1에 가까울수록 두 힘의 차이는 크다.

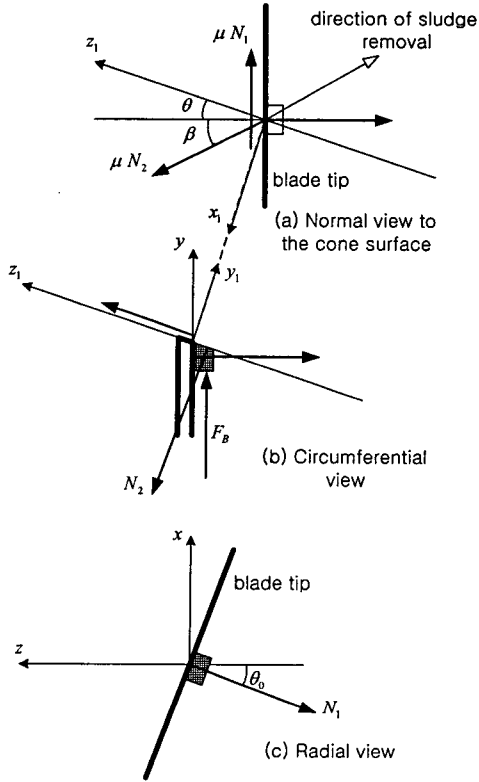


Fig. 4 External forces acting on the infinitesimal sludge material attached to the inner surface of the cone and the frontal surface of the screw blade

콘 표면이 슬러지에 가하는 힘 F_h 에는 $-j_1$ 방향으로 작용하는 수직 항력 N_2 (Fig. 4(b)에 표시)와 이로 인한 마찰력이 포함되고, 스크류 날개가 슬러지에 가하는 힘 F_s 에는, (x, z) 평면 상에 있고 $-k$ 와 θ_0 의 각도를 이루는 수직 항력 N_1 (Fig. 4(c)에 표시)과 이로 인한 마찰력이 포함되며, 각각 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_h = -N_2 j_1 + \mu N_2 [\sin(\beta + \theta) i_1 + \cos(\beta + \theta) k_1] \quad (9a)$$

$$F_s = -N_1 (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta) i_1 + N_1 \sin \alpha \cos \theta_0 j_1 + N_1 (-\cos \alpha \cos \theta_0 + \mu \sin \theta) k_1 \quad (9b)$$

여기서, μ 는 마찰계수를 나타내며, β 는 콘 면에

대해 수직인 방향으로 보았을 때 슬러지의 운동(콘에 대한 상대운동)방향과 스크류 끝단의 접선에 수직인 방향이 이루는 각이다(Fig. 4(a) 참조).

슬러지에 대해 힘의 평형 원리

$$F_h + F_s + F_B = 0 \quad (10)$$

을 적용하면 아래와 같이 N_1 , N_2 , 및 β 를 구하는 식을 얻을 수 있다:

$$N_1 = \Delta m R_1, \quad N_2 = \Delta m R_2, \quad (11)$$

$$R_1 = \frac{\mu b_s r_0 \omega^2 \cos \alpha \sin(\beta + \theta)}{\sin \theta_0 + \mu \cos \theta - \mu \sin \alpha \sin(\beta + \theta) \cos \theta_0}$$

$$R_2 = \frac{b_s r_0 \omega^2 \cos \alpha (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta)}{\sin \theta_0 + \mu \cos \theta - \mu \sin \alpha \sin(\beta + \theta) \cos \theta_0}$$

$$K_1 \sin(\beta + \theta) - K_2 \cos(\beta + \theta) = K_3 \quad (12)$$

여기서, 상수 K_1 , K_2 , K_3 는

$$K_1 = \mu \cos \alpha (\cos \alpha \cos \theta_0 - \mu \sin \theta) + \mu \sin^2 \alpha \cos \theta_0$$

$$K_2 = \mu \cos \alpha (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta)$$

$$K_3 = \sin \alpha (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta)$$

이며, b_s 는 부력 효과의 유무를 나타내는 상수로서

$$b_s = \begin{cases} (1 - 1/S) & \text{within the pool} \\ 1 & \text{on the beach} \end{cases}$$

이다. 식 (12)에서 β 는 Newton-Raphson과 같은 반복법으로 구할 수도 있고, 직접법도 가능하다. 식 (12)의 해를 직접 구하는 식은 아래와 같다.

$$\gamma = \tan^{-1}(K_1/K_2)$$

$$\beta = -\theta - \gamma + \cos^{-1}(-K_3/\sqrt{K_1^2 + K_2^2})$$

위 관계식들은 콘 부분에 해당하지만, 이 식들에서 $\alpha = 0$ 으로 두면 바로 실린더 부분에 해당하는 식들을 얻을 수 있다. 이 경우, 식 (5a)에 의해 $\theta_0 = \theta$ 이므로 식 (12)는 간단히

$$\tan \beta = \mu \quad (13)$$

가 된다.

슬러지가 보울과 스크류 날개에 가하는 힘은 각각 \mathbf{F}_h , \mathbf{F}_s 와 크기가 같으며 방향이 반대이다. 그리고 이 힘들에 의한 토크는 각각

$$T_h = r_0(\mathbf{F}_h \cdot \mathbf{i}_1) = \mu r_0 R_2 \Delta m \sin(\beta + \theta) \quad (14a)$$

$$T_s = r_0(\mathbf{F}_s \cdot \mathbf{i}_1) = -r_0 R_1 \Delta m (\sin \theta_0 + \mu \cos \theta) \quad (14b)$$

이다.

각각의 토크에 의한 동력은

$$\Delta P_h = \omega_h T_h, \quad \Delta P_s = \omega_s T_s \quad (15)$$

에 의해 구한다. 여기서 ω_h , ω_s 는 각각 보울과 스크류 축의 회전 각속도이다. 전체 동력은 이 둘을 합한 것이다:

$$\begin{aligned} \Delta P &= \Delta P_h + \Delta P_s = \omega_h T_h + (\omega_h - \omega_d) T_s \\ &= \omega_h (T_h + T_s) - \omega_d T_s \\ &= r_0 \omega_h (\mathbf{F}_h + \mathbf{F}_s) \cdot \mathbf{i}_1 - \omega_d T_s \end{aligned}$$

여기서 $\omega_d = \omega_h - \omega_s$ 는 차속(差速)이다. 그리고, 이 식에서 $(\mathbf{F}_h + \mathbf{F}_s)$ 는 (10)에 의해 $-\mathbf{F}_B$ 이며 따라서 $(\mathbf{F}_h + \mathbf{F}_s) \cdot \mathbf{i}_1$ 은 0이 된다. 이것은

$$T_h = -T_s$$

즉, 보울에서 발생하는 토크와 스크류 축에서 발생하는 토크는 같음을 의미한다. 이는 보울과 스크류 사이에 존재하는 슬러지가 토크를 전달할 뿐 추가적인 토크를 발생시키지 않는다는 사실로부터도 이해할 수 있다. 그러면 전체 동력의 식은 간단히

$$\Delta P = -\omega_d T_s \quad (16)$$

혹은

$$\Delta P = \omega_d T_h \quad (17)$$

가 된다.

지금까지의 식은 모두 슬러지의 미소질량 Δm 에 대한 것이다. 기계 내의 모든 슬러지 질량에 대한 동력의 식은 아래와 같다.

$$P = \omega_d \int_m T_h dm = \omega_d \mu \int_m R_2 r_0 \sin(\beta + \theta) dm \quad (18)$$

보울을 실린더와 콘으로 나누어서 위 동력을 구체적으로 구하는 식을 유도한다. 실린더 부분에서는 식 (18)의 적분 내 변수들이 모두 상수이고 $\alpha_2 = 0$ 이다. 그러면 실린더 부의 동력은

$$P_{cy} = m_{cy}(1 - 1/S)\mu\omega_d\omega^2 r_{cy}^2 \sin(\beta_{cy} + \theta_{cy}) \quad (19)$$

이 된다. 여기서 m_{cy} 는 실린더 부에 존재하는 슬러지의 전체 질량이다.

한편, 콘 부에서의 소요 동력을 구하기 위해서는 우선 식 (18)의 R_2 에 있는 상수 b_s 는 슬러지가 액체 속에 잠긴 부분과 그렇지 않은 비치의 두 부분에 대해서 서로 다르다는 사실을 상기할 필요가 있다. 또한 식 (18)의 적분 내 변수들이 위치에 따라 다르다는 사실도 고려할 필요가 있다. 그러나 실제로 콘 각도 α 는 충분히 작으므로 각각의 영역 내에서 변수들이 변하는 문제는 무시해도 좋다. 즉 적분 (18) 내의 모든 변수들은 각 적분 영역의 중심에서의 값으로 산정한다. 즉, 콘의 각 영역에서의 소요 동력은

$$P_{co} = m_{co}\mu\omega_d r_{cm} R_{2cm} \sin(\beta_{cm} + \theta_{cm}) \quad (20)$$

과 같이 근사화할 수 있다. 여기서 하첨자 cm은 콘의 각 영역의 중심부에서의 값을 의미하고, m_{co} 는 콘의 각 영역에 있는 슬러지의 전체 질량이다.

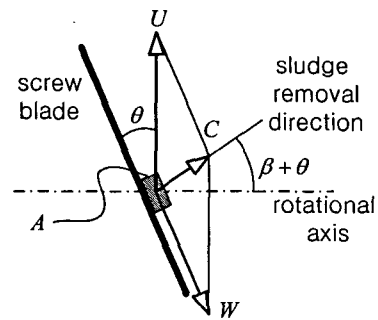


Fig. 5 Velocity triangle for derivation of the mass of the sludge moving along the corner between the screw blade and the bowl surface. (This is a normal view to the cone surface as in Fig. 4(a).)

질량 m_{cy} 와 m_{co} 는 슬러지 뭉치가 스크류 날개에 대해 가지는 상대속도에 의해 결정된다. 이 해석에서 보울은 상대적으로 고정되어 있는 것으로 가정한다. Fig. 5는 이를 위한 속도삼각형을 보여주고 있다. 여기서 U 는 스크류 날개의 원주 속도, W 는 슬러지의 스크류에 대한 상대 속도, C 는 슬러지의 절대 속도이며, A 는 스크류 날개 톱에 대해 수직인 단면에서의 슬러지 단면적이다. 슬러지의 배출 질량 유량을 M 이라 하면 연속 방정식에 의해

$$M = \rho AW \quad (21)$$

가 된다. 여기서 ρ 는 슬러지의 밀도이다. 이로부터 슬러지의 단면적 A 는

$$A = \frac{M}{\rho W} = \frac{M}{S\rho_w W} \quad (22)$$

로 계산된다. ρ_w 는 물의 밀도이다. 슬러지의 배출 질량유량 M 은 혼합액의 처리유량을 Q , 슬러지 함유 비율(질량 비율)을 ϕ 라 할 때

$$M = \phi \bar{\rho} Q \quad (23)$$

이다. 여기서 $\bar{\rho}$ 는 혼합액의 평균 밀도로서,

$$\bar{\rho} = (1-\phi)\rho_w + \phi\rho = \rho_w[1+(S-1)\phi] \quad (24)$$

이다. 상대속도 W 를 구하는 식은 속도 삼각형에 대해 sine 법칙을 적용함으로써

$$W = \frac{U \cos(\beta + \theta)}{\cos \beta} = \frac{r\omega_d \cos(\beta + \theta)}{\cos \beta} \quad (25)$$

이 된다.

콘의 각 영역에서의 슬러지 질량은 각 영역의 중심에서 스크류 톱의 단위 길이당 슬러지 질량인 ρA 에 각 영역에서의 스크류 톱의 길이 L_{sco} 를 곱한 것으로 하여 계산한다.

$$m_{co} = \rho A L_{sco} \quad (26)$$

이 식에서 ρA 를 식 (21), (23)에 의해 처리하고 $L_{sco} = L_{co}/\sin \theta_{cm}$ 을 대입하면,

$$m_{co} = \frac{\phi \bar{\rho} Q L_{co}}{W_{cm} \sin \theta_{cm}} \quad (27)$$

가 된다. 여기서 L_{co} 는 콘의 각 영역의 축방향 길이이고, W_{cm} 은 식 (25)에 의해

$$W_{cm} = \frac{r_{cm} \omega_d \cos(\beta_{cm} + \theta_{cm})}{\cos \beta_{cm}} \quad (28)$$

이다.

실린더 부에서 침전된 슬러지의 양은 균일한 분포로 되어 있지 않다. 액체 배출구 쪽 끝에서는 침전된 슬러지가 없고 콘 부와의 접촉 지점에서는 최대가 된다. 여기서는 이 분포가 직선적이라고 가정하고 실린더와 콘의 접촉지점에서의 밀도 ρA 에 $L_{scy}/2$ 를 곱하여 계산하도록 한다.

$$m_{cy} = \frac{\phi \bar{\rho} Q L_{cy}}{2W_{cy} \sin \theta_{cy}} \quad (29)$$

여기서 L_{cy} 는 실린더 부의 길이이고, W_{cy} 는 식 (25)에 의해

$$W_{cy} = \frac{r_{cy} \omega_d \cos(\beta_{cy} + \theta_{cy})}{\cos \beta_{cy}} \quad (30)$$

이다.

지금까지 유도한 공식들을 사용하여 슬러지 제거 동력 및 슬러지 단면의 크기를 계산하는 과정은 다음과 같다.

(1) 원심분리기의 기하학적 사양 즉 r_{cy} , L_{cy} , L_{co} , L_p , a 와 더불어 수심 H 를 입력한다. 또한 혼합액의 물성치 S , ϕ 및 액체의 물성치 ρ_w , 투입유량 Q 를 입력하고, 동시에 보울의 회전 각속도 ω 및 각속도 차이 ω_d 를 정한다. 그리고 슬러지와 접촉면과의 운동 마찰 계수 μ 를 정한다. 그리고 식 (24)로 혼합액의 평균 밀도 $\bar{\rho}$ 를 계산해 둔다.

(2) 식 (5a) (혹은 5b, 혹은 5c)에 의해 세 영역(실린더, 콘의 액체접촉 부분, 및 콘의 비치 부분)에서의 θ 를 계산한다.

- (3) 방정식 (12)를 풀어서 각 영역의 β 를 구한다.
- (4) 각 영역의 W 를 식 (25)에 의해 계산한다.
- (5) 실린더 부에 있는 슬러지 질량을 식 (29)로 계산하고, 콘의 두 영역에서의 질량을 (27)로 각각 계산한다.
- (6) 식 (19)로 실린더 영역에서 소요되는 슬러지 제거동력을 계산한다. 그리고 콘의 두 영역에서의 소요동력은 식 (20)으로 계산한다.

3. 계산 예

아래와 같은 기본 사양을 갖는 원심분리기에 대해 지금까지 유도한 공식을 적용하여 계산한 결과를 제시한다:

$$r_{cy} = 0.2 [m], L_{cy} = 0.4 [m], L_{co} = 0.4 [m],$$

$$L_p = 0.15 [m], \alpha = 10^\circ, H = 0.03 [m],$$

$$S = 2.5, \phi = 0.025, \rho_w = 1000 [kg/m^3],$$

$$Q = 30 [m^3/h], N = 2000 [rpm], N_d = 40 [rpm],$$

$$\mu = 0.3$$

혼합액은 물 속에 비중이 2.5인 모래가 질량비 2.5%의 비율로 포함된 형태이다.

우선, 마찰 계수의 영향을 살펴보기 위해 μ 를 0.2 간격으로 0.9까지 변화시켜 계산한 결과는 Table 1과 같다. 여기서 P_{cow} 와 P_{cob} 는 각각 콘의 액체접촉 부분과 비치에서의 소요동력을, P_{to} 는 실린더와 콘에서 소요되는 모든 동력의 합을 나타낸다. 이 결과에 의하면, 당연히 예측되는 바이지만 마찰계수의 증가에 따라 슬러지 제거 동력은 증가한다. 또한 실린더와 콘의 축방향 길이

Table 1 Computational result for the case when the friction coefficient μ is varied. Powers are in [kW]

μ	P_{cy}	P_{cow}	P_{cob}	P_{to}
.10	.042	.090	.093	.225
.30	.239	.290	.280	.810
.50	.564	.590	.562	1.716
.70	.981	.968	.919	2.868
.90	1.462	1.404	1.337	4.203

가 같지만 콘에서의 동력이 전체적으로 실린더 동력의 약 두 배가 된다는 것을 알 수 있다.

다음으로, 마찰계수를 $\mu = 0.3$ 으로 고정하고 콘 각도를 변화시켜 계산한 결과는 Table 2와 같다. 표를 보면, 콘 각도의 증가와 더불어 실린더 동력은 변함없다. 그러나, 콘의 액체접촉 부분의 동력은 감소하는 반면 비치에서는 오히려 증가함으로써 전체 동력은 조금씩 증가하다가 감소하는 경향을 보인다. 이는 동일한 수심 H 와 동일한 콘 길이 L_{co} 에서 콘 각도가 증가하면 액체접촉 부분의 스크류 날개 길이는 감소하고 비치 부분에서는 증가함으로써 그에 비례하여 슬러지의 양이 달라지기 때문이다. 즉 콘의 각도가 커지면 경사면을 따라 슬러지를 끌어 올리는데 더 많은 힘이 필요하지만 그것보다는 오히려 스크류 날개가 짧아짐에 따른 효과가 더 크다는 사실을 알 수 있다.

Table 2 Computational result for the case when the cone angle α is varied

α [deg]	P_{cy}	P_{cow}	P_{cob}	P_{to}
6.	.239	.412	.136	.787
8.	.239	.336	.225	.800
10.	.239	.290	.280	.810
12.	.239	.260	.316	.815
14.	.239	.238	.340	.816
16.	.239	.221	.355	.815

Table 3 Computational result for the case when the rotational speed N is varied

N [rpm]	P_{cy}	P_{cow}	P_{cob}	P_{to}
1000	.060	.073	.070	.202
1500	.135	.163	.158	.455
2000	.239	.290	.280	.810
2500	.374	.454	.438	1.265
3000	.538	.653	.631	1.822
3500	.733	.889	.858	2.480
4000	.957	1.161	1.121	3.239

Table 4 Computational result for the case when the screw pitch L_p is varied

L_p [m]	P_{cy}	P_{cow}	P_{cob}	P_{to}
.10	.320	.383	.360	1.064
.12	.279	.336	.320	.935
.14	.251	.303	.291	.845
.16	.229	.279	.271	.779
.18	.213	.260	.255	.728
.20	.200	.246	.244	.689

이제, 회전속도의 영향을 살펴본다. Table 3은 N 을 1500에서 4000[rpm]까지 변화시킨 경우의 결과를 보여주고 있다. 회전속도의 증가와 더불어 원심력이 증가하기 때문에 모든 영역에서 동력은 증가한다. 또한 동력은 영역에 무관하게 회전속도의 제곱에 거의 비례한다. 실린더 부분에 대해서는 식 (19)를 통해 확인할 수 있으며, 콘 부분에 대해서는 식 (20)과 식 (11)의 R_2 의 식으로부터 확인할 수 있다.

실린더 길이 L_{cy} 혹은 콘의 길이 L_{co} 를 증가시키면 기계 내에 존재하는 슬러지 질량이 증가하여 동력이 증가한다는 것은 이제 쉽사리 짐작할 수 있다. 그러나 스크류 피치 L_p 의 변화가 동력에 미치는 영향은 쉽게 짐작할 수 없다. Table 4는 L_p 의 변화에 따른 계산 결과이다. 결과를 보면 L_p 의 증가와 더불어 동력은 감소한다. 이는 스크류 피치가 증가할수록 스크류 나선 각 θ 가 증가하고 스크류 길이는 감소하기 때문에 기계 내의 누적된 슬러지 질량이 감소하기 때문이라 생각된다.

4. 결론

본 연구에서는 Decanter형 원심분리기의 운전비

용 산출에 중요한 역할을 하는 슬러지 제거시의 소요 동력을 예측하는 수식들을 유도하였다. 본 연구에서 제시한 수식들은 그 자체로서 산업현장에 바로 적용될 수 있는 매우 유용한 것들이다.

실제 설계에 매우 가까운 원심분리기의 데이터에 대해 본 수식을 적용하여 계산한 결과를 간단히 정리하면 아래와 같다.

(1) 슬러지와 접촉면 사이의 마찰계수의 증가와 더불어 슬러지 제거 동력은 증가한다.

(2) 콘 각도의 증가와 더불어 실린더 동력은 변함없으며, 콘의 액체 접촉부분에서는 스크류 날개가 짧아짐에 따라 동력이 감소하며, 또한 콘의 비치에서는 스크류 날개가 길어짐에 따라 동력이 증가한다.

(3) 회전속도의 증가와 더불어 동력은 영역에 무관하게 속도의 제곱에 비례하여 증가한다.

(4) 스크류 피치가 증가하면 스크류 날개 길이가 감소함으로써 기계 내의 슬러지 질량이 감소하기 때문에 동력은 감소한다.

참고문헌

- (1) Records, A. and Sutherland, K., 2001, *Decanter Centrifuge Handbook*, Elsevier Advanced Technology.
- (2) Leung, W.W.-F. and Shapiro, A.H., 1999, "Dewatering of Finite-Particle Slurries Using a Compound-Beach Decanter with Cake-Flow Control," *Filtration & Separation*, December, 1999, pp. 49~56.
- (3) Leung, W.W.-F., Shapiro, A.H. and Yarnell, R., 1999, "Improvements in the Clarification of Finite-Particle Slurries Using Decanter Centrifuges," *Filtration & Separation*, November, 1999, pp. 32~37.
- (4) Corner-Walker, N. and Laval, A., 2000, "The Dry Solids Decanter Centrifuge: Capacity Scaling," *Filtration & Separation*, May, 2000, pp. 28~32.