

# Test Filter 너비의 추정을 통한 난류 채널 유동의 Large Eddy Simulation

최 호 중<sup>†</sup> · 이 상 환<sup>\*</sup>  
(2002년 9월 2일 접수, 2003년 5월 9일 심사완료)

## Large Eddy Simulation of Turbulent Channel Flow Through Estimation of Test Filter Width

Hojong Choi and Sanghwan Lee

**Key Words:** Dynamic Eddy Viscosity Model(Dynamic 에디 점성 모델), Channel Flow(채널 유동),  
Filter Width Ratio(필터 너비의 비), Explicit Test Filter(명시적 Test 필터)

### Abstract

The suitable estimation of the filter width in the dynamic eddy viscosity model were investigated in high Reynolds number channel flow. In this study, the improvement on matters by optimizing the test filter shape was attempted through the numerical experiment. The way that select optimum test filter width is recommended. Some test filters, one is based on a discrete representation of the top-hat filter and another are based on a high-order filtering operation, are evaluated in simulations of the turbulent channel flow at Reynolds number 1020, based on friction velocity and channel half width. It appears that the estimation of test filter width practically can decrease the dissipative nature of dynamic eddy viscosity model with explicit test filter. It shows that the value of the filter width ratio used in the dynamic procedure must match the properties of the test filter actually used in the calculation.

---

기호설명

---

$C$	: 모델계수
$u_\tau$	: 마찰속도
$h$	: 채널의 반폭
$\nu, \nu_t$	: 점성계수
$L_{ij}$	: Leonard 응력
$p, \rho$	: 압력, 밀도
$S_{ij}$	: 변형텐서

---

$t, x, y, z$	: 시간 및 위치좌표
$U_c$	: 중심속도
$u, v, w$	: 속도
$f$	: 필터 함수
$W$	: 필터의 weight factor
$\Delta$	: 필터 폭
$\tau_{ij}$	: 아격자 응력
$V$	: 채널의 체적
$L_x, L_z$	: 주기 길이
$\tilde{\cdot}$	: grid 필터, test 필터
$+$	: 벽좌표
$\langle \cdot \rangle$	: 수평면상 공간평균

---

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, JATCO Korea Engineering Corp.  
E-mail : islurry@jatco.co.kr  
TEL : (02)3770-1616 FAX : (02)3770-1628  
<sup>\*</sup> 회원, 한양대학교 기계공학부

---

### 1. 서론

대기의 유동 현상을 예측하여 날씨를 예보하는

데 사용되었던 LES(large eddy simulation)는 최근에 높은 레이놀즈 수이고 공학적으로 복잡한 난류 유동을 해석하는데 많이 사용되고 있다. LES는 필터를 이용하여 대부분의 에너지를 포함하는 큰 에디와 주로 확산과 소산을 담당하는 작은 에디로 분리한다. 큰 에디의 운동은 필터과정이 수행된 Navier-Stokes 방정식으로 직접 계산하고, 작은 에디의 운동은 아격자 모델(subgrid-scale model)을 통하여 방정식에 포함된다. 이것은 격자가 충분히 작은 것이라면 격자 이하의 난류 구조는 등방성(isotropy)을 보이므로 보편적인 모델을 구성하기 쉬운 특성을 갖고 있기 때문이다.

Boussinesq 근사에 기초하고 있는 초창기의 Smagorinsky 모델은 현재에도 가장 많이 사용되고 있으나 모델 상수의 적절한 양과 관련하여 불확실성이 존재한다는 한계가 있다. 벽 근처의 정확한 예측을 위한 인위적인 함수를 첨가해야 했으며 작은 에디로부터 큰 에디로의 에너지전달(backscatter)현상을 나타낼 수 없었다. 그 이후로 개선하고자 하는 연구들이 많았으나 사전지정(ad hoc)으로 결과를 만회하는데 그쳤다.

Germano, Piomelli, Moin and Cabot<sup>(1)</sup>의 dynamic 모델은 난류 유동에 존재하는 다양한 동작의 에디 사이에는 상사관계가 존재한다는 가정에 기초하여 어떠한 조건 없이 시간과 지점의 함수로 모델 상수 값을 이끌어 낼 수 있었으며 backscatter의 현상도 나타낼 수 있었다. 결과적으로 이 방법은 매우 발전가능성이 있는 모델로 인정되었고 현재에도 많은 연구를 통해서 다양한 형태로 변형된 dynamic 모델이 등장하고 있고 그 결과는 개선되고 있다.

dynamic 모델은 필터의 너비가 다른 두 개의 필터를 사용하는 특성이 있다. 너비가 작은 grid 필터와 그보다 큰 test 필터로 나뉘는데, 직접 계산되는 동작(motions), 즉 필터링이 되어 걸러진 것 중 가장 작은 에디의 응력을 분리시키는 역할을 하는 test 필터는 모델 상수를 결정짓는 중요한 역할을 한다. 보통 2의 값이 사용되어 왔던 grid 필터와 test 필터의 비는 이 모델의 유일한 상수 값이다. 하지만 실제적으로 사용되는 test 필터의 성질과 필터 너비의 비의 값은 서로 필적해야 하는 것은 당연하다. 결국 잘못된 필터 너비의 판단은 어떤 error를 만들 수 있고 해에 부

정적인 효과를 나타낼 수 있다. 이와 관련하여 test 필터 너비의 최적화에 관한 실험적 연구<sup>(2)</sup>가 있었으나 Lund<sup>(3)</sup>에 의해 이것은 모순된 우연한 결과임이 증명되었다.

본 연구에서는 실제적으로 사용되는 명시적 필터에 적절한 필터 너비의 비에 관한 식을 도입하였고, 난류 채널 유동의 모사를 위한 dynamic 에디 점성 모델에 적용하였으며, 실험 결과와 비교를 통하여 dynamic 에디 점성 모델의 LES에서 명시적 test 필터와 필터 너비의 비가 해에 미치는 영향에 대해서 연구하였다.

## 2. 아격자 모델과 test 필터

### 2.1 Dynamic 에디 점성 모델

LES에서 큰 에디의 유동장  $\overline{u}_i(x, t)$ 는 필터링된 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식으로 이루어진다.

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u}_i \overline{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \overline{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

여기서 아격자 scale Reynolds 응력은  $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}$ 으로 정의하며 큰 scale의 유동장에 대한 작은 scale의 유동장의 영향을 의미한다. 이 항은 직접 계산되지 않는 작은 에디에 대한 영향을 첨가하기 위해 모델링 되어야 한다.

아격자 scale Reynolds 응력은 Smagorinsky 에디 점성 모델을 사용하면 다음과 같다.

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -2\nu_i \overline{S_{ij}} \quad (3)$$

이 모델에서는 에디 점성(eddy viscosity)을 아격자 scale의 특성길이에 해당하는  $(C\Delta)^2$ 와 필터링된 scale의 변형률 텐서  $\overline{S_{ij}}$ 의 함수로 다음과 같이 정의한다.

$$\nu_i = (C\Delta)^2 |\overline{S_{ij}}| \quad (4)$$

여기서  $\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2}(\partial \overline{u_i} / \partial x_j + \partial \overline{u_j} / \partial x_i)$ 는 필터링 된 큰 에디의 변형을 텐서이며,  $|\overline{S_{ij}}| = (2 \overline{S_{kl}} \overline{S_{kl}})^{1/2}$ 는 큰 에디의 변형을 텐서의 양이다. 여기서  $C$ 는 Smagorinsky 상수로서 적용될 유동 형상에 따라 다르게 적용된다.

Germano, Piomelli, Moin and Cabot<sup>(1)</sup>은 (4)의 모델 상수  $C$ 를 계산하는 동적인 과정을 제안하였다. 여기서는 일반적인 필터  $G$ (grid 필터)뿐만 아니라  $\tilde{G}$ (test 필터)로 표현되는 또 다른 필터가 사용된다. test 필터와 grid 필터 사이의 에너지에 상당하는 난류 응력  $L_{ij}$ 은 Germano의 일치(identity)에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$L_{ij} = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} \quad (5)$$

여기서  $L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ 이고,  $T_{ij} = \overline{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ 이다.

아격자 scale과 sub-test scale 응력의 이방성 부분은 다음과 같은 에디 점성 모델의 항으로 표현된다. 그리고  $C$ 는 필터링이 적용되지 않는 방향의 지점과 시간의 함수로 간소화 할 수 있다.

$$\tau_{ij}^a = -2C \overline{\Delta^2} |\overline{S}| \overline{S_{ij}} = -2C \beta_{ij} \quad (6a)$$

$$T_{ij}^a = -2C \tilde{\Delta^2} |\tilde{S}| \tilde{S}_{ij} = -2C \alpha_{ij} \quad (6b)$$

$$C(y, t) = -\frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij}^a (\alpha_{ij} - \beta_{ij}) \rangle_{yz}}{\langle (\alpha_{mn} - \beta_{mn})(\alpha_{mn} - \beta_{mn}) \rangle_{xz}} \quad (7)$$

### 2.2 Test 필터와 필터 너비의 비

Zang, Street and Koseff<sup>(4)</sup>에서 소개되어 많이 사용되었던 Trapezoidal 법을 사용한 test 필터(기호 A)는 grid 필터와 test 필터의 너비의 비( $\alpha$ )로서 보통 2의 값이 사용되어 왔다.

Lund<sup>(3)</sup>가 제안한 top-hat 필터에 적용되는 필터 너비의 비에 관한 추정식은 아래와 같다.

$$\alpha = \sqrt{12 \frac{\sum_{j=-\frac{(N-1)}{2}}^{\frac{(N-1)}{2}} j^2 W_j}{\sum_{j=-\frac{(N-1)}{2}}^{\frac{(N-1)}{2}} j^2 W_j}} \quad (8)$$

또한 높은 차수의 명시적 test 필터인 경우에는 그 너비가 필터 변환 함수의 2차 모멘트와 관계한다는 추정식을 제안하였다.

$$\alpha = \left[ W_0 + \frac{12}{\pi^2} \sum_{j=1}^{(N-1)/2} \frac{(-1)^j}{j^2} W_j \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (9)$$

본 연구에 사용될 높은 차수의 필터<sup>(5)</sup>는 아래와 같고(B와 C), 그에 상응하는 필터 너비의 비와 필터를 dynamic 모델에 비교할 여러 경우를 Table 1에 나타내었다. Case 1을 제외하고 모두 Lund가 제안한 근사식을 사용하여 너비의 비를 구하였다.

$$A : \tilde{f}_j = \frac{1}{4} (\tilde{f}_{j-1} + 2 \tilde{f}_j + \tilde{f}_{j+1})$$

$$B : \tilde{f}_j = \frac{1}{16} (-\tilde{f}_{j-2} + 4 \tilde{f}_{j-1} + 10 \tilde{f}_j + 4 \tilde{f}_{j+1} - \tilde{f}_{j+2})$$

$$C : \tilde{f}_j = \frac{1}{64} (\tilde{f}_{j-3} - 6 \tilde{f}_{j-2} + 15 \tilde{f}_{j-1} + 44 \tilde{f}_j + 15 \tilde{f}_{j+1} - 6 \tilde{f}_{j+2} + \tilde{f}_{j+3})$$

### 3. 수치기법

큰 에디 모사를 위한 필터링이 수행된 Navier-Stokes 방정식은 Fourier-Chebyshev 준 스펙트럴 법(pseudo-spectral method)<sup>(6)</sup>을 사용하여 균일 방향은 Fourier 급수를 사용하였고, 벽에 수직인 방향은 Chebyshev 다항식이 적용될 수 있는 좌표변환을 사용하여 이산화 하였다. 시간 이산화 과정은 분할 단계법(Fractional step method)<sup>(6,7)</sup>을 사용하여 적분되며 비선형 항과 아격자 모델로 인해서 생기는 항은 명시적 3rd order Runge-Kutta 방법을 사용하였고, 선형항은 암시적인 Crank-Nicholson 방법을 사용하였다. 이를 적용

Table 1 Summary of the test case investigated at  $Re_\tau = 1020$

Case	Test filter	$\alpha$	Grid No.
1	A	2	65×96×65
2	A	$\sqrt{6}$	65×96×65
3	B	1.598	65×96×65
4	C	1.548	65×96×65
5	A	2	48×78×48
6	A	$\sqrt{6}$	48×78×48
7	B	1.598	48×78×48
8	C	1.548	48×78×48

하여 각 단계별로 나타낸 식은 Table 2와 함께 다음과 같다.

$$\frac{u_i^{*(l)} - u_i^{*(l-1)}}{\Delta t} = \gamma_l H_i^l + \rho_l H_i^{l-1} + \frac{\lambda_l}{Re} L_{ij} (u_i^{*(l)} + u_i^{*(l-1)}) - \lambda_l \frac{\delta p^l}{\delta x_j} \quad (10)$$

$$L_{ij} \phi = \frac{1}{\lambda_l \Delta t} D_i u_i^* \quad (11)$$

$$\frac{u_i^{*(l+1)} - u_i^{*(l)}}{\Delta t} = -\lambda_l \frac{\delta \phi}{\delta x_i} \quad (12)$$

$$p^{l+1} = p^l + \phi - \frac{\Delta t \lambda^l}{Re} \phi \quad (13)$$

여기서  $H_i$ 는 비선형 항과 외부에서 작용하는 힘을 포함하고,  $L_{ij} = \left( \frac{\delta}{\delta x_1^2} + \frac{\delta}{\delta x_2^2} + \frac{\delta}{\delta x_3^2} \right)$ 이다.  $D_i$ 는 중앙 차분의 디버전스 연산자이다. (10)식의 왼쪽 항에서 만들어지는 matrix 행렬은 3개의 삼각 대각행렬로 분할하여 계산하였다.

층류 유동의 형상을 갖는 포물선형 속도 분포와 이 속도 분포의 체적 속도의 약 10%에 해당하는 값을 최대 값으로 하는 난동 성분을 더하여 초기 속도 분포를 나타내었다. 무차원 시간  $tU_0/h = 150$ 까지 모델 없이 계산을 진행하여 성긴 격자의 DNS결과라 볼 수 있는 속도장을 초기 조건으로 하여 모든 Case에 사용되었다.

경계조건은 균일 방향인  $x$ 축과  $z$ 축에는 순환 경계조건을 사용하였으며, 벽면에서는 no-slip 경계조건을 사용하였다.

유동방향에서 순환조건을 사용하여 정상상태로 도달하기 위해서는 평균 압력 구배가 외부의 힘으로 작용해야 한다. 벽면에 작용하는 마찰 손실과 압력 구배와의 관계를 이용하여 평균 압력 구배의 항  $\left( \int_A \tau_w dA = -V(dp/dx) \right)$ 이  $x$  모멘텀 방정식에 추가된다.

계산상의 도메인은 두 평판 사이의 거리  $2h$ 인

Table 2 Coefficient of Fractional step method used in this study

$l$	$\gamma_l$	$\rho_l$	$\lambda_l$
1	8/15	0	8/15
2	5/12	-17/60	2/15
3	3/4	-5/12	1/3

경우 streamwise방향은  $L_x = 2\pi h$ 이고 spanwise방향은  $L_x = 0.75\pi h$ 이다. 격자의 수는 미세한 격자 ( $65 \times 96 \times 65$ )의 경우 각 방향의 격자간의 거리는  $\Delta x^+ = 103$ 과  $\Delta z^+ = 26$ 이고 가장 가까운 단위 격자  $\Delta y^+_{\min}$ 가 0.5가 되도록 밀집시켰다. 성긴 격자 ( $48 \times 78 \times 48$ )의 경우 약  $\Delta x^+ = 137$ ,  $\Delta z^+ = 34.7$  그리고  $\Delta y^+_{\min} = 0.9$ 가 되도록 하였다.

#### 4. 결과

채널의 반폭  $h$ 와 마찰속도를 기준으로 한  $Re_\tau = u_\tau h / \nu$ 는 약 1020이며, 중심속도  $U_c$ 를 기준으로 한  $Re_c = U_c h / \nu$ 는 약 23000인 높은 레이놀즈 수의 난류 채널 유동에 본 연구를 수행하였으며, LDA(Laser-Doppler anemometer)를 사용하여 채널 난류 유동에 관한 실험 연구를 수행했던 Wei and Willmarth<sup>(8)</sup>의 연구 결과 중  $Re_c = 22776$ 인 결과와 비교하였다.

필터 과정은 commutation error<sup>(5)</sup>를 피하기 위해서 균일한 방향에만 사용되며 비 균일한 방향에는 어떠한 필터 과정도 사용되지 않는다.

Fig. 1에서는 시간에 따른 압력구배 변화 과정을 나타낸다. 모델 없이 계산한 무차원 시간 150 초동안에 층류와 천이구간이 지나고 그 이후 약  $tU_0/h = 180$ 을 지나면서 비교적 일정한 압력구배로 수렴하며 정상상태에 도달하였다.

Fig. 2는 각 필터와 그에 상응하는 필터 너비의 비에 따라 각각의 경우에 대한 평균 속도 분포를 보여주고 있다. 대체적으로 높은 무차원 속도의 값을 보이는 것은, 명시적 필터가 사용된

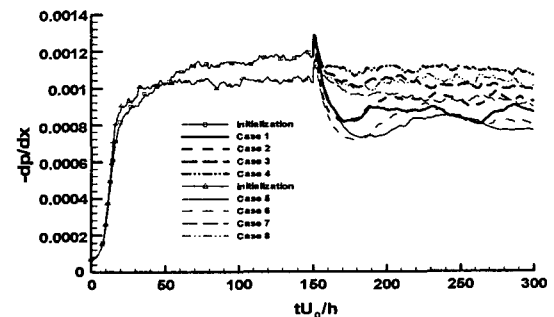


Fig. 1 Time history of pressure gradient to drive a fixed flow rate

dynamic 모델인 경우 모델의 소산이 증가하면서 낮은 벽면 전단응력을 예측했던 다른 연구의 결과들<sup>(2)(9)</sup>과 일치한다. Trapezoidal법에 근거한 top-hat filter를 사용한 Case 1과 Case 5의 평균 속도 값은 실험치와는 상당한 차이를 나타내고 있으나 대체로 높은 차수의 명시적 필터와 Lund<sup>(3)</sup>의 식 (8),(9)으로 얻은 추정된 필터 너비의 비를 사용한 것들이 실험 결과와 가깝게 근접하였다. 또한 높은 차수의 필터일수록 그 결과가 더욱 개선되는 것으로 나타났다. 명확히 추정된 필터 너비 없이 명시적 필터를 test 필터로 사용한 경우 dynamic 모델이 보여주었던 낮은 벽면 전단응력을 예측했던 한계는 적절한 필터 너비의 추정으로 개선될 수 있었다.

Fig. 3과 Fig. 4는 마찰속도에 기초하여 각 Case와 각 방향의 난류 강도와 레이놀즈 응력 분포를 나타낸다.  $u$ 의(streamwise 방향) 난류 강도의 경우 모두  $y^+$ 가 11의 위치에서 극대값을 갖는 것은 실험 결과와 일치한다. 하지만 그 양은 실험 값에 비해 약 30%정도 높게 예측하고 있다. 이는 명시적 필터와 임의의 필터 너비의 비 2가 사용된 이전의 논문<sup>(9)</sup>에서 나타났던 높은 난류 강도의 결과와 일치한다.  $v$ 의 난류 강도의 경우는 대체적으로 극대값의 위치는 실험 결과와 차이를 나타내고 있으나 전반적으로 난류 강도의 양은 비교적 잘 예측하고 있다. 그러나 높은 차수의 명시적 필터와 함께 추정된 필터의 비를 사용한 것일수록  $u$ 의 난류강도의 양과  $v$ 의 난류 강도의 극대값의 위치의 차이가 줄어들고 있는 것으로 나타났다.  $w$ 의 난류 강도는 각각의 Case의 차이가 매우 작게 나타나는 것으로 보아 spanwise방향에서는 필터 너비의 영향이 크지 않은 것으로 나타났다. 레이놀즈 응력도 이와 마찬가지로 적절히 추정된 너비를 사용한 경우가

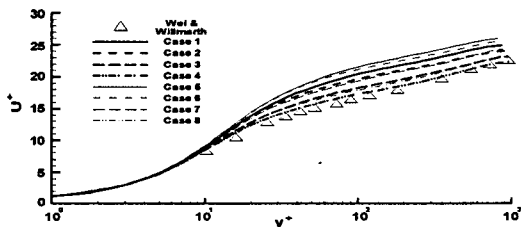


Fig. 2 Mean velocity profile in wall units;

$$\log \text{ law} : U^+ = \frac{1}{0.41} \log y^+ + 5.5$$

실험 결과에 더욱 근접하는 것으로 나타났다. 또한 Fig. 1 ~ 4 까지의 성긴격자의 결과로 보아 미소한 차이지만 추정된 너비를 사용한 경우가 grid의 영향이 적은 것으로 나타났다.

Fig. 5은 벽면에서 약  $y^+ = 45$  인 지점인 곳에서  $x-z$  평면의 순간적인  $u'$  contour를 나타내고 있다. Case 1에서는 순간적으로 높은 속도의 유동이 밀집하는 국부적인 영역이 비교적 약한 것을 볼 수 있다. 또한 이러한 구조는 더 넓게 분포하고 있다. 하지만 Case 2~4의 경우는  $u'$ 의 높고 낮음이 조밀하게 분포되어 있으며 비

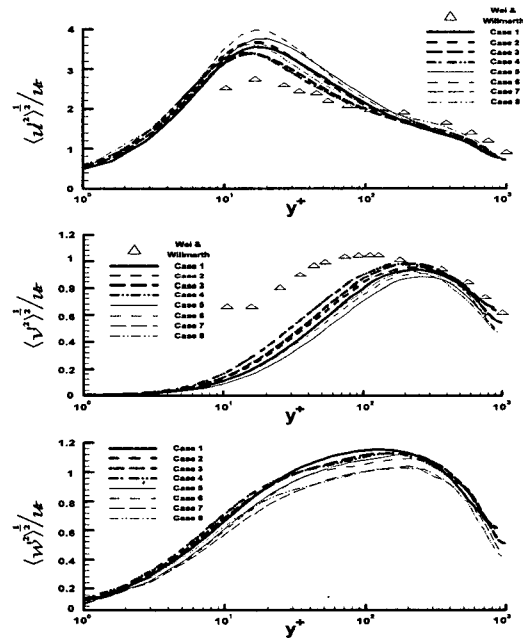


Fig. 3 Turbulent intensity profile based on friction velocity at each cases

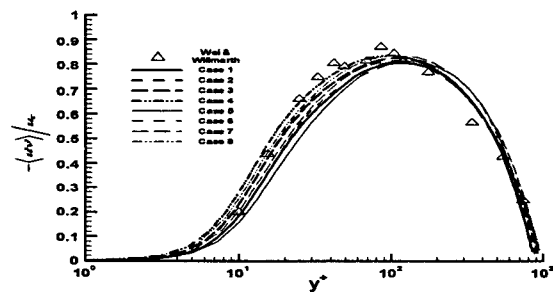
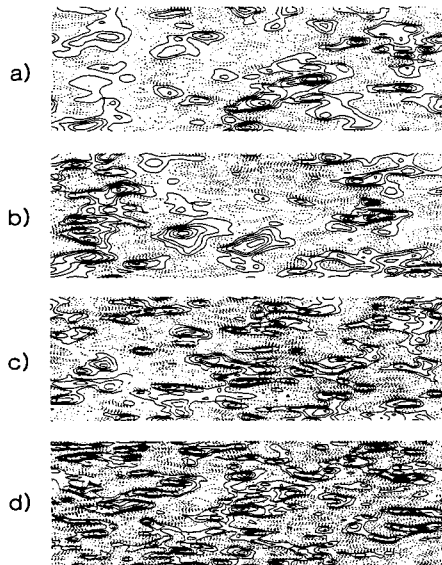


Fig. 4 Reynolds stress profile at each cases in wall units



**Fig. 5** Contours of instantaneous streamwise velocity fluctuations  $u'$  in the  $x-z$  plane at  $y^+ = 45$ ; increment 0.015; - : positive; ... : negative; a) Case 1; b) Case 2; c) Case 3; d) Case 4

교적 유동방향으로 늘어진 모습을 하고 있다. 이는 또 높은 차수의 명시적 필터의 경우일 수록 강해지고 있다. 이러한 현상은 Case 1로 갈수록 큰 레이놀즈 응력이 일어나는 사건(event)이 더욱 적게 일어난다는 것을 의미하는 것이며 확산과 소산이 빠르게 이루어진다는 것이다. 이런 이유로 벽법칙 위로 그려지는 평균 속도 분포는 필요 이상의 소산과정에서 비롯된다고 볼 수 있다. 높은 차수의 필터와 함께 추정된 필터의 비를 사용한 것은 이러한 소산과정을 적게 일으키게 함으로써 dynamic 에디 점성 모델에 명시적 필터를 적용한 경우 대두되었던 필요이상의 소산현상의 문제점을 개선시키는 것으로 나타났다.

## 5. 결 론

여러 가지 명시적 필터와 추정된 필터 너비의 비를 사용한 dynamic 모델을 난류 채널 유동에서 비교하였고 비 균일 유동에 있어서의 그 효과

를 연구하였다. 또한 이전에 연구에서 결점으로 지적되었던 과도한 소산 현상은 사용된 필터에 필적하는 필터 너비의 비를 적용하면서 간단히 개선되었고 이에 상응하는 난류 현상의 결과도 실험결과와 비교를 통해서 더욱 정확한 예측이 가능하게 되었다. 궁극적으로 공학적인 측면에서 3차원 비 균일 유동에 이러한 시도가 요구된다.

## 참고문헌

- (1) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., and Cabot, W. H., 1991, "A Dynamic Subgrid-Scale Eddy Viscosity Model," *Phys. Fluids*, Vol. 3, pp. 1760~1765.
- (2) Najjar, F. M., and Tafti, D. K., 1996, "Study of Discrete Test Filters and Finite Difference Approximations for the Dynamic Subgrid-Scale Stress Model," *Phys. Fluids*, Vol. 8, pp. 1076~1088.
- (3) Lund, T. S., 1997, "On the Use of Discrete Filter for Large Eddy Simulation," *Annual Research Briefs*, pp. 1~13.
- (4) Zang, Y., Street, R. L., and Koseff, J. R., 1993, "A Dynamic Mixed Subgrid-Scale Model to Turbulent Recirculating Flows," *Phys. Fluids*, A, Vol. 5, pp. 3186~3196.
- (5) Vasilyev, O. V., and Lund, T. S., 1997, "A General Theory of Discrete Filtering for LES in Complex Geometry," *Annual Research Briefs*, pp. 67~82.
- (6) Orlandi, P. 1998, *Fluid Flow Phenomena*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 145~230.
- (7) Kim, J., and Moin, P., 1985, "Application of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equation," *J. Fluid Mech.*, Vol. 50, pp. 133~160.
- (8) Wei, T., and Willmarth, W. W., 1989, "Reynolds Number Effects on the Structures of Turbulent Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 204, pp. 57~95.
- (9) Piomelli, U., 1993, "High Reynolds Number Calculations Using the Dynamic Subgrid-Scale Stress Model," *Phys. Fluids*, Vol. 5, pp. 1484~1490.