

주어진 고유주파수를 갖는 구조물의 위상최적설계

이 종 환* · 민 승 재†

(2003년 2월 21일 접수, 2003년 5월 23일 심사완료)

Topology Design of a Structure with a Specified Eigenfrequency

Jong-Hwan Lee and Seungjae Min

Key Words : Topology Optimization(위상최적설계), Eigenfrequency(고유주파수), Homogenization Design Method(균질화설계법), Optimality Criteria Method(최적화기준법)

Abstract

Topology optimization is applied to determine the layout of a structural component with a specified frequency by minimizing the difference between the specified structural frequency and a given frequency. The homogenization design method is employed and the topology design problem is solved by the optimality criteria method. The value of a weighting factor in the optimality criteria plays an important role in this topology design problem. The modified optimality criteria method approximated by using the binomial expansion is suggested to determine the suitable value of the weighting factor, which makes convergence stable. If a given frequency is set as an excited frequency, it is possible to avoid resonance by moving away the specified structural frequency from the given frequency. The results of several test problems are compared with previous works and show the validity of the proposed algorithm.

1. 서론

구조물의 최적설계문제는 설계변수에 따라 치수(size), 형상(shape), 위상(topology)의 세가지 문제로 구분할 수 있다. 구조최적설계의 대부분은 치수문제를 중심으로 최적설계이론이 형성되어 왔다. 골조구조를 형성하는 트러스나 보의 단면형상을 정의하는 치수, 평판이나 셸의 두께 등이 치수문제에서 설계변수로 사용되며, 구조물의 형태 자체는 최적설계과정에서 변하지 않고 역학모델이 그대로 유지된다. 형상문제는 최적화과정에서 구조물의 형상이 변하기 때문에 역학모델을 설정하는 영역이 변수가 되고, 유한요소법 등의 이산화모델의 기하학적 부분이 변수가 된다. 설계경계를 적은 수의 매개변수로 표시하여 유한요소모델 등의 이산화모델의 자동생성이 가능한 자동 유한요소망생성법이 최적설계과정내에 포함될 필요가 있다. 위상최적설계(topology optimization)는 1960년대

Rozvany와 Prager⁽¹⁾에 의해 레이아웃(layout) 최적설계라는 이름으로 시작되었는데, 유한요소의 모든 절점을 연결하는 트러스 구조물의 단면계수를 조정하는 것이었다. 이후 1988년에 Bendsoe와 Kikuch⁽²⁾가 연속체 구조물에 적용할 수 있는 이론을 발표하면서 주목을 받기 시작했으며 그들의 이론은 복합재료의 강성계수 계산법을 응용한 것이었다. 위상최적설계방법이 제안되기 이전에는 주로 구조물의 단면계수를 다루는 치수최적설계나 외형을 변경시키는 형상최적설계가 주류였다. 그러나 전자의 경우 주어진 형상 내에서만 최적설계를 수행한다는 단점이 있고, 후자는 최적설계과정 중에 유한요소가 찌그러지면 그 상태에서 다시 요소를 생성시켜야만 한다. 이에 반해 위상 최적설계는 이러한 단점들을 보완하고, 초기 설계가 없이도 적용시킬 수 있으므로 제품의 개념설계단계에서 유용하게 사용되고 있다.⁽²⁻⁵⁾

현재 진동하는 탄성구조체의 위상최적설계에 대한 연구는 치수최적설계와 형상최적설계에 비해 상대적으로 적고 Ma와 Kikuchi⁽⁶⁻⁸⁾ (1995), Xie와 Steven⁽⁹⁾ (1996), Kim과 Kim⁽¹⁰⁾ (1999), Lim과 Lee⁽¹¹⁾ (2000)에 의해서 연구가 진행되어 왔다. 기존의 연구는 구조물의 고유주파수를 최대화를 목적으로

* 현대중공업 선박해양연구소 구조연구실

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : seungjae@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0457 FAX : (02)2298-4634

구조의 레이아웃 도출에 있었지만, 본 연구의 목적은 위상최적설계 알고리즘을 사용하여 구조물의 지정된 고유주파수와 주어진 주파수의 차이를 최소화하여 우리가 원하는 진동수를 갖도록 구조의 레이아웃을 얻는 데 중점을 두고 있다.

위상최적설계방법으로는 균질화법에 기초한 균질화설계법^(2-4,8,12) (Homogenization design method)을 사용하였는데 좀더 빠르고 안정적인 해에 수렴하기 위해서 변형된 최적화 기준법을 제안했으며, 최적화 과정 중 고려되는 설계변수의 구간을 적절히 조절하기 위하여 가중치를 자동적으로 선정하여 정확한 해의 수렴을 유도하였다.

2. 균질화설계법

균질화설계법은 구조의 치수, 형상, 위상문제를 포함할 수 있는 일반화된 구조최적설계법을 말하며, 설계영역에 무수히 많은 미세한 구멍을 분포시켜 구조물을 생성하는 방법을 말한다. 즉, 구조최적설계문제를 최적재료분포문제로 전환하여 문제를 해결한다.

고정된 설계영역에 무수히 많은 직사각형 미세구조의 다공질체를 형성한 후 그 미세구조의 구멍 크기를 변화시켜서 다공질의 정도를 결정하고, 회전까지 고려하여 자유도가 큰 다공질을 고려한다. 따라서 미세구조를 결정하는 직사각형의 크기 a , b 와 회전각 θ 가 설계변수가 되고, 직사각형 공동을 갖는 미세구조로 이루어진 다공질체를 해석하기 위하여 균질화법이 도입되었다. 단위길이의 기본셀 미세구조에서 직사각형의 구멍 크기 a , b 의 함수인 탄성계수행렬 E^H 을 결정하고 좌표변환 규칙에 따라 변환행렬 $R(\theta)$ 를 이용하여 탄성계수행렬은 다음과 같이 정의한다.

$$E = E(a, b, \theta) = R(\theta)E^H(a, b)R(\theta) \quad (1)$$

이 결과를 이용하여 설계영역 내의 밀도와 재료상수의 함수관계를 표현하고, 최적화알고리즘을 이용하여 기본셀 내의 밀도와 회전각을 갱신한다. 종료조건을 만족할 때까지 위의 과정을 반복해서 최종재료분포로부터 구조의 크기, 형상, 위상을 도출한다.

3. 문제 정식화

구조물의 지정된 고유주파수가 주어진 주파수로 안정적으로 수렴하기 위하여 구조물의 지정된 고유주파수의 고유값 Λ 와 주어진 주파수의 고유값

Λ_{given} 차이를 제공하여 지정된 고유주파수가 주어진 주파수보다 크거나 또는 작은 쪽에 위치하더라도 발산하지 않고 주어진 주파수로 수렴할 수 있도록 목적함수를 다음과 같이 구성하였다.

최대화 또는 최소화 :

$$f = \frac{1}{(\Lambda - \Lambda_{given})^2} \quad (2)$$

구속조건: $g(X) = \int_{\Omega} \rho, d\Omega - \Omega, \leq 0 \quad (3)$

$$x_i \leq x_i \leq x_u \quad (i = 1, \dots, 2N)$$

3.1

여기서 f 는 목적함수, g 는 총 질량구속조건, x_i 는 유한요소모델의 미세구조크기에 해당하는 i 번째 크기설계변수, Λ 는 구조의 지정된 주파수의 고유값, Λ_{given} 은 주어진 주파수의 고유값, ρ 는 밀도, Ω , 구조의 총질량, x_i 와 x_u 는 각각 크기설계변수 x_i 의 최소값과 최대값, N 은 유한요소의 수를 표시한다. 식 (2)에서 목적함수가 최대화되면 지정된 주파수의 고유값과 주어진 주파수의 고유값 차이가 최소화되어 원하는 주파수를 갖는 구조물을 설계할 수 있고, 역으로 목적함수를 최소화하면 주어진 주파수의 고유값과 지정된 주파수의 고유값 차이가 최대화되어 주어진 주파수로부터 멀어진 주파수를 얻을 수 있다. 여기서 목적함수를 지정된 고유주파수와 주어진 주파수의 차이의 역수 형태를 취한 것은 설계변수의 역근사(reciprocal approximation)를 통하여 최적화알고리즘을 유도하였기 때문이다.

위상최적설계는 구조최적설계문제를 최적재료분포문제로 전환하여 레이아웃을 생성하므로 구조물을 구성하는 고체부분의 체적을 지정하여 이것이 설계영역의 체적보다 적어야 한다. 따라서 설계영역의 고체부분의 질량 상한값 Ω_s 를 지정하여 식 (3)과 같이 구속조건을 고려한다.

최적화과정에서 유한요소들은 고정되어 있으나 요소의 물질밀도는 설계변수 값에 따라서 변한다. 주어진 주파수를 얻기 위하여 목적함수를 최대화하는 식 (2)를 일반적인 최소화문제로 구성하면, 임의의 설계변수 x 에 대한 목적함수의 감도는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{2}{(\Lambda - \Lambda_{given})^3} \frac{\partial \Lambda}{\partial x_i} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial x} = \phi_n^T \left(\frac{\partial K}{\partial x} - \Lambda_n \frac{\partial M}{\partial x} \right) \phi_n = \phi_{n,e}^T \left(\frac{\partial k_e}{\partial x} - \Lambda_n \frac{\partial m_e}{\partial x} \right) \phi_{n,e} \quad (5)$$

여기서 감도해석은 Direct Frequency Response (DFR) method⁽¹⁴⁾를 사용하였으며, $\phi_{n,e}$ 는 구조의 e 번째 유한요소에 대한 n_i 번째 고유벡터를 나타내고, $\frac{\partial k_e}{\partial x}$ 과 $\frac{\partial m_e}{\partial x}$ 은 다음과 같이 계산된다

$$\frac{\partial k_e}{\partial x} = \int_{\Omega_e} B_e^T \frac{\partial E_e}{\partial x} B_e d\Omega \quad (6)$$

$$\frac{\partial m_e}{\partial x} = \int_{\Omega_e} \frac{\partial \rho_e}{\partial x} N_e^T N_e d\Omega \quad (7)$$

여기서 B_e 와 N_e 는 각각 변형률 형상함수와 형상함수이다. 2차원 문제의 경우, 설계변수에 대한 구속조건의 감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial g}{\partial a_e} = \rho_0 (1 - b_e) \Omega_e \quad (8)$$

$$\frac{\partial g}{\partial b_e} = \rho_0 (1 - a_e) \Omega_e \quad (9)$$

진동문제에서 항상 양수가 되는 적절한 설계변수를 갱신하기 위하여 라그랑지 승수에 해당하는 이동상수 μ 를 도입하여 다음과 같은 최적화기준식^(6,7,12)을 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial g}{\partial x_i} \right) + \lambda^* \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0 \quad (10)$$

여기서 λ^* ($\lambda^* = \lambda + \mu$)는 이동된 라그랑지 승수를 나타내고, 따라서 기준함수 D_i 는 다음과 같다.

$$D_i = \frac{1}{\lambda^*} \left(\mu - \frac{\partial f}{\partial x_i} / \frac{\partial g}{\partial x_i} \right) = 1 \quad (11)$$

여기서 μ 를 다음과 같이 설정하면, 기준함수 D_i 는 항상 양수가 된다.

$$\mu \geq \max_{1 \leq i \leq N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} / \frac{\partial g}{\partial x_i} \right) \quad (12)$$

따라서 최적화기준법에 의한 설계변수 갱신알고리즘은 다음과 같다.

$$x_i^{k+1} = (D_i^k)^\eta x_i^k \quad (13)$$

여기서 η 는 수렴속도를 조절하는 가중치이다. 즉,

구조의 지정된 고유주파수를 주어진 주파수로 수렴하기 위하여 가중치를 크게 설정해 주면 고려되는 설계변수의 구간이 커져서 라그랑지 승수를 찾지 못할 수 있고, 반면에 너무 작게 설정하면 원하는 주파수로 수렴하지만 수렴속도가 너무 늦어 짐을 알 수 있었다. 가중치는 경험적으로 설정하는 값이기 때문에 최적화 과정 중 라그랑지 승수를 찾으면서 수렴속도가 빠른 가중치를 설정한다는 것이 쉽지 않다. 이러한 가중치를 찾기 위하여 가중치를 변화시켰을 때 고려되는 설계변수의 구간을 자유롭게 조정할 수 있어야 한다. 기존의 최적화기준식은 식 (13)에서와 같이 가중치가 기준함수의 지수로서 표현되므로 가중치의 변화에 따른 고려되는 설계변수의 구간의 조정이 용이하지 못하고 주파수의 증가량 조정 또한 어렵다. 따라서 가중치의 설정이 최적화과정 중에서 중요한 문제가 됨을 알 수 있다. 본 연구에서는 원하는 주파수를 갖는 구조물의 위상을 빠르면서도 안정적으로 얻기 위하여 원하는 주파수근처까지 빠르게 접근시킨 후 안정적으로 수렴하는 가중치를 찾아 수렴하는 방법을 제안하였으며 가중치를 사용하여 고려되는 설계변수의 구간을 자유롭게 조정하기 위하여 다음과 같이 변형된 갱신방법을 제안한다. 앞서 언급한 변형된 최적화 기준식 (10)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\lambda^*}{\left(\mu - \frac{\partial f}{\partial x_i} / \frac{\partial g}{\partial x_i} \right)} = \frac{\lambda^*}{C_i} = 1 \quad (14)$$

변형된 최적화기준법에 의한 설계변수의 갱신방법은 다음과 같다.

$$x_i^{new} = x_i \left(\frac{\lambda^*}{C_i} \right)^{1/\eta} \quad (15)$$

식 (15)를 이항정리로 전개시킨 후 일차까지 근사하면 다음과 같다.

$$x_i^{new} = x_i + \frac{1}{\eta} \left(\frac{\lambda^*}{C_i} - 1 \right) x_i = x_i + \Delta x_i \quad (16)$$

$$\Delta x_i = \frac{1}{\eta} \left(\frac{\lambda^*}{C_i} - 1 \right) x_i \quad (17)$$

식 (16)은 각 설계 변수들의 갱신되는 양을 Δx_i 로 표현할 수 있으며, Δx_i 를 가중치로 조절하기가 쉬워서 전체적으로 최적화 과정 중에서 고려되는 설계변수의 구간을 정밀하게 조절할 수 있다. 따라서 주파수 증가량의 조정이 기존의 설계변수 갱신

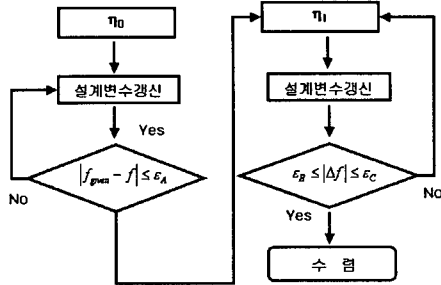


Fig. 1 Flowchart of the optimization procedure

방법보다 용이해졌다. 식 (16)에서 라그랑지 승수는 갱신된 설계변수가 구속조건을 활성화시켜야 한다는 조건 하에서 다음과 같이 구한다.

$$g(x_i^{new}) = 0 \quad (18)$$

$$g(x_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Delta x_i = g(x_i) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{1}{\eta} \left(\frac{\lambda^*}{C_i} - 1 \right) x_i = 0 \quad (19)$$

$$\lambda^* = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} x_i - \eta g(x_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \left(\frac{1}{C_i} \right) x_i} \quad (20)$$

지금까지 설명한 과정을 순서대로 나타내면 Fig. 2와 같다. 여기서 초기 가중치는 통상 최적화기준법⁽¹²⁾에서 사용하는 0.7~0.85을 사용하고, 구조의 지정된 고유주파수와 주어진 주파수의 차이가 일정 수준(ϵ_A)으로 가까워지면 새로운 가중치를 사용한다. 안정적인 수렴을 유도하는 가중치를 찾기 위하여 일정 구간 안에서 그 값을 조금씩 증가시키거나 감소시키면서 주파수 증가량(ϵ_B, ϵ_C)을 이용하여 설계변수 구간을 설정한다. 주어진 주파수로부터 너무 먼 곳에서 가중치를 변화시키면 이 또한 수렴속도가 너무 늦어지므로 본 연구에서는 ϵ_A 를 구조의 지정된 주파수와 주어진 주파수의 차이가 주어진 주파수의 2~3%로 설정하였고, 주어진 주파수로 안정적으로 수렴하기 위하여 고려되는 설계변수구간을 조정하여 수렴 가능한 주파수 증가량(ϵ_B, ϵ_C)을 10^2 정도로 설정하였다.

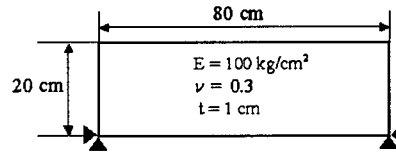


Fig. 2 Design domain for 2D problem

4. 수치 해석 결과 및 고찰

4.1 양하단 지지 이차원 구조설계

4.1.1 기존 알고리즘과 비교

Fig. 3과 같이 가로 80cm, 세로 20cm인 설계영역을 두께 1cm인 평판으로 가정한다. 주어진 설계영역을 256(32x8)개의 일정한 4절점 유한요소와 297개의 절점으로 나누고 설계영역의 양쪽 하단을 완전히 고정한 후 전체 설계영역의 30%에 해당하는 재료를 사용하여 구조물을 생성하였다. 분포시킬 재료의 성질은 Young을 100kg/cm², Poisson비 ν 0.3, 질량밀도 ρ_0 10⁻⁶kg/cm³으로 가정하였다.

구조물의 첫번째 주파수를 최대화하는 기존 알고리즘에서 얻은 18.8Hz를 주어진 주파수로 설정하여 f_1 이 18.8Hz로 수렴하는 과정과 레이아웃을 살펴보았다. 가중치를 일정하게 하고 주어진 주파수로 수렴시킨 경우, Fig. 4에서 보면 가중치를 0.08으로 작은 값으로 설정했음에도 불구하고 f_1 이 심하게 진동하며 증가하지만 150회의 반복과정을 거쳐도 주어진 주파수에 접근하지 못함을 알 수 있다. 반면 f_1 과 주어진 주파수 차이가 주어진 주파수 2%안에 들어왔을 때 가중치를 변화시킨 경우, f_1 증가량이 10⁻² 정도를 나타내는 가중치로 1.5가 설정되어 최적화 과정 중에 고려되는 설계변수 구간을 작게 설정함으로써 60회의 반복과정을 거쳐 안정되게 수렴함을 볼 수 있다. 기존의 알고리즘에서도 가중치를 더 작은 값으로 설정하여 고려되는 설계변수 구간을 작게 설정하면 안정적인 수렴이 예상되지만 수렴시간이 너무 길어져서 가중치를 변화시키는 것과 비교할 때 비효율적임을 알 수 있다. Fig. 5(a)는 가중치를 변화시킨 경우, 구조물의 첫번째 고유주파수가 지정된 18.8Hz로 수렴된 구조의 레이아웃이다. 첫번째 고유주파수를 최대화한 문제에서 얻은 구조 Fig. 5(b)와 비교해 보면 거의 일치함을 알 수 있다.

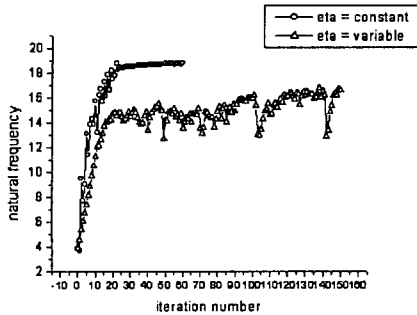


Fig. 3 Convergence history of the 1st eigenfrequency for constant η and varying η

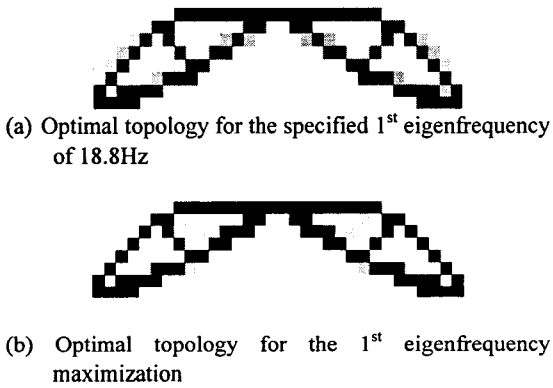


Fig. 4 Optimal topologies of 2D problem

4.1.2 SLP 알고리즘과 비교

4.1.1절과 동일한 설계영역과 재료성질을 사용하고, 최적화기준법이 아닌 SLP (Sequential Linear Programming) 알고리즘을 사용하여 구조물의 지정된 주파수 f_1 을 주어진 주파수 18.8Hz로 수렴시켜서 두 알고리즘을 비교하였다. SLP 이동한계값을 1.0에서 최적화과정이 지날 때 마다 1/2씩 감소시킨 후 0.028로 일정하게 적용시켰을 때, Fig. 6과 같이 구조의 지정된 주파수 f_1 이 최적화기준법을 사용할 때와 다르게 심하게 진동하며 900회의 반복과정을 거쳐 주어진 주파수 18.8Hz로 접근 후 18.83Hz로 수렴하였다. Fig. 7은 구조의 지정된 주파수 f_1 이 18.83Hz일 때 밀도가 0.3 이상인 부분만 나타낸 구조의 레이아웃이다. 최적화기준법을 사용한 Fig. 5의 레이아웃과 비교했을 때 유사함을 알 수 있다. 따라서 주어진 고유주파수를 갖는 구조물의 위상최적설계문제에 있어서 가중치를 변경시키는 제안된 알고리즘이 기존의 최적화기준법 및 SLP알고리즘보다 효율적임을 알 수 있다.

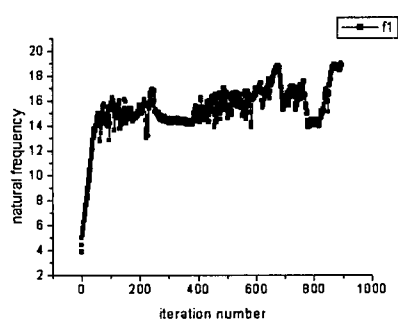


Fig. 5 Convergence history of the 1st eigenfrequency with SLP



Fig. 6 Optimal topology for the specified 1st eigenfrequency as 18.8Hz with SLP

4.2 삼차원 구조설계

기존의 고유주파수 최대화문제⁽¹¹⁾와 비교하기 위하여 Fig. 8과 같이 가로 7m, 세로 1m, 높이 1m인 삼차원 설계영역을 가정한다. 설계영역을 1280(32x8x5)개의 일정한 육면체 유한요소와 1782개의 절점으로 나누고 분포시킬 재료의 성질은 Young을 207GPa, Poisson비 ν 0.3, 질량밀도 ρ_0 7700kg/m³으로 가정하였다. 이러한 설계영역 양쪽 면의 중간지점을 완전히 고정하고 전체설계영역의 40%에 해당하는 재료를 사용하여 구조물을 생성하고자 한다. 구조물의 첫번째 고유주파수를 최대화한 결과 $f_1 = 58\text{Hz}$ 를 주어진 고유주파수로 설정하여 본 연구에서 제안된 방법으로 수렴시킨 구조의 형태를 검토하였다.

구조의 지정된 주파수 f_1 과 주어진 주파수 58Hz의 차이가 주어진 주파수 58Hz의 3% 이내에 들어왔을 때 가중치를 0.8에서 0.048로 변화시킴으로써 23회의 반복과정을 거쳐 Fig. 9와 같이 58.0Hz로 수렴하였다. 이때 f_1, f_2, f_3 는 각각 구조의 첫번째, 두번째, 세번째 고유주파수를 나타낸다. Fig. 9에서 f_1 이 처음에는 급하게 상승하여 주어진 주파수 근처로 접근한 후 변형된 최적화기준법을 사용하여 천천히 안정적으로 수렴하고, f_1 이 58Hz로 수렴하는 과정에서 f_2 와 f_3 는 초기에는 가까워지다가 어느 정도의 간격을 유지하며 f_2 는 77.56Hz, f_3 는 81.05Hz로 수렴하였다. Fig. 10(a)는 f_1 이 58Hz를 갖는 변형된 최적화기준법을 사용하여 얻은 레이아웃으로 밀도가 0.3이상인 부분만 나타낸 레이아웃

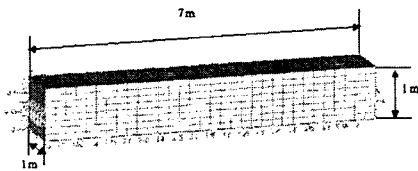


Fig. 7 Design domain for 3D problem

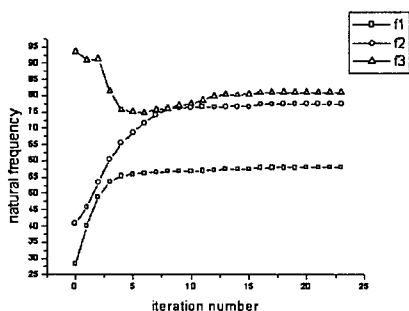


Fig. 8 Convergence history of the 1st eigenfrequency



(a) Optimal topology for the specified 1st eigenfrequency of 58Hz



(b) Optimal topology for the 1st eigenfrequency maximization⁽¹¹⁾

Fig. 9 Optimal topologies of 3D problem

으로 첫번째 고유주파수를 최대화해서 얻은 레이아웃 Fig. 10(b)와 비교하여 그 형상이 서로 유사함을 알 수 있다.

4.3 주어진 주파수를 최대한 피하는 구조설계

Fig. 11과 같이 4.2절에서 언급한 설계영역과 재료성질을 동일하게 사용하고 같은 구속조건 하에서 설계영역을 256(32x8)개의 일정한 4절점 유한요소와 297개의 절점으로 나누었다. 전체 질량의 60%만 사용하여 레이아웃을 생성하도록 설정하여 60%의 질량이 설계영역에 균일하게 분포되었을 때의 고유주파수를 가진주파수로 생각하고 이 보

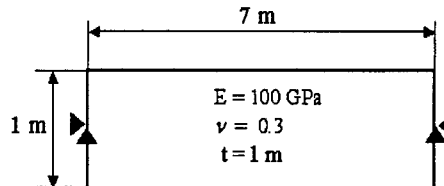


Fig. 10 Design domain for the problem of avoiding the specified eigenfrequency

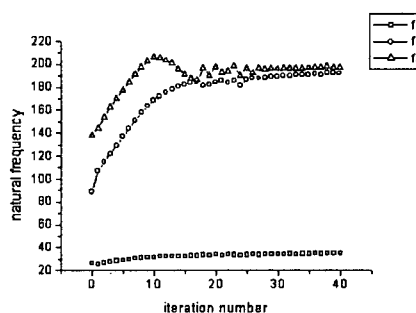


Fig. 11 Convergence history of the 2nd eigenfrequency



Fig. 12 Optimal topology for the maximum separation from 88.0Hz

다 높은 주파수를 가진 레이아웃을 생성함으로써 공진을 피하는 안정적인 설계를 하려고 한다. 전체 질량의 60%가 균일하게 분포하였을 때 주어진 두번째 고유주파수 $f_{2, given}$ 은 88.0Hz이고, 지정된 주파수 f_2 가 88.0Hz에서 최대로 멀어지는 레이아웃을 구해보았다.

Fig. 12는 고유주파수의 수렴과정을 나타내며 f_2 가 88.0Hz로부터 192.78Hz로 멀어짐을 알 수 있다 이때 f_1 은 26.34Hz에서 35.05Hz, f_3 는 138.53Hz에서 198.02Hz로 변화했으며, Fig. 13는 구조의 최종 레이아웃을 보여준다. 공진을 피하는 다른 방법으로 고유진동수 f_2 의 최대화를 통해서 얻은 200Hz를 갖는 레이아웃⁽¹¹⁾인 Fig. 14와 비교해 보면 유사함을 알 수 있으며, 외부로부터 가진되는 주파수를 모르는 상태에서 막연히 주파수를 증가시켜 공진을 피하기보다는 외부로부터 가진되는 주파수를 고려하여 그곳으로부터 멀어지는 레이아웃을 구함으로써 보다 현실적인 구조물 설계가 가능하다.



Fig. 13 Optimal topology for maximizing 2nd eigenfrequency⁽¹¹⁾

5. 결론

구조물의 고유주파수가 주어진 주파수를 갖도록 구조의 위상최적설계를 수행하였다. 주어진 주파수와 구조물의 지정된 주파수와의 차이를 최소화하는 방법으로 최적화문제를 구성하였고, 설계영역에 무수히 많은 미세한 구멍을 분포시켜 최적구조설계문제를 최적재료분포문제로 전환한 균질화설계법을 사용하였다.

기존의 최적화기준법으로 주어진 주파수로 수렴하기 위해서는 가중치의 설정이 중요한 문제로 대두되었다. 가중치를 작게 설정하면 주어진 주파수로 수렴하지만 수렴속도가 너무 느리고, 크게 설정하면 수렴속도는 빠르지만 라그랑지 승수를 못 찾는 경우가 발생하였다. 이러한 문제를 해결하고 빠르고 안정적인 수렴을 하기 위해서 최적화기준법으로 주어진 주파수까지 빠르게 접근시킨 후 이항정리를 사용한 변형된 최적화기준법을 사용하였다. 이때 고려되는 설계변수의 구간을 조정하여 적절한 가중치를 자동으로 찾아 안정적으로 수렴시켰다. 또한 같은 개념으로 주어진 주파수와 구조의 지정된 주파수의 차이를 최대화하여 외부로부터 가진되는 주파수를 주어진 주파수로 설정하고 이로부터 멀어지는 주파수를 갖는 레이아웃을 구함으로써 가진주파수를 고려하면서 공진을 피하는 구조물 설계를 할 수 있었으며, 구조물의 고유주파수를 최대화하는 문제에서 얻은 레이아웃과 비교하여 검증하였다.

후 기

이 논문은 1999년도 한양대학교 교내연구비로 연구되었음.

참고문헌

- (1) Prager, W. and Taylor, J.E., 1968, "Problems of Optimal Structural Design," *J. of Applied Mechanics*, Vol. 35, No. 1, pp. 102~106.
- (2) Bendsoe, M. P., and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies for Structural Design Using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197~224.
- (3) Koh, B. -C., 1995, "Topology Optimization in the Process of Conceptual Design," *Journal of the KSME*, Vol. 35, No. 8, pp. 716~724.
- (4) Park, S. H. and Yoon, S. K., 1997, "A Study on the Topology Optimization of Structures," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 21, No. 8, pp. 1241~1249.
- (5) Kim, B. S. and Suh, M. W., 1999, "Topology Optimization using an Optimality Criteria Method," *Transactions of the KSAE*, Vol. 7, No. 8, pp. 224~232.
- (6) Ma, Z. -D., Kikuchi, N., and Hagiwara, I., 1993, "Structural Topology and Shape Optimization for a Frequency Response Problem," *Computational Mechanics*, Vol. 13, pp. 157~174.
- (7) Ma, Z. -D., Kikuchi, N., Cheng, H. -C., and Hagiwara, I., 1995, "Topology Optimization Technique for Free Vibration Problems," *J. of Applied Mechanics*, Vol. 62, pp. 200~207.
- (8) Ma, Z. -D., Kikuchi, N., Cheng, H. -C., and Hagiwara, I., 1995, "Topological Design for Vibrating Structures," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 121, pp. 259~280.
- (9) Xie, Y. M. and Steven, G. P., 1966, "Evolutionary Structural Optimization for Dynamic Problem," *Computers & Structures*, Vol. 53, No. 6, pp. 1067~1073.
- (10) Kim, T. S. and Kim, Y. Y., 1999, "MAC-Based Mode Tracking in Structural Topology Optimization," *Computers & Structures*, Vol. 74, No. 3, pp. 375~383.
- (11) Lim, O. K. and Lee, J. S., 2000, "Structural Topology Optimization for the Natural Frequency of a Designated Mode," *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 3, pp. 306~313.
- (12) Song, Y. J., Min, S. and Kikuchi, N., 1999, *Finite Element Method and Structural Optimization CAE*, Sungandang, pp. 323~358.
- (13) Haftka, R. T. and Gurdal, Z., 1992, *Elements of structural optimization (3rd Ed.)*, Kluwer, Dordrecht.
- (14) Ma, Z. -D., Hagiwara, I., 1991, "Sensitivity Analysis Methods for Coupled Acoustic Structural Systems, Part 1: Modal Sensitivities," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 11, pp. 1787~1795.