냉매순환을 고려한 왕복동형 압축기의 피스톤 슬랩현상에 대한 유한요소 해석

문승주*·조진래†·김현옥*

(2002년 8월 14일 접수, 2003년 5월 30일 심사완료)

Finite Element Analysis of Piston Slap Phenomenon in Reciprocating Compressors Considering Coolant Circulation

Seung-Ju Moon, Jin-Rae Cho and Hyun-Ok Kim

Key Words: Reciprocating Compressor(왕복동형 압축기), Coolant Circulation(냉매순환), Piston Slap(피스톤 슬랩), Suction Valve(흡입밸브), Discharge Valve(토출밸브), 중앙차분법(Central Differential Method), Finite Element Analysis(유한요소 해석)

Abstract

The piston slap phenomenon occurs when the piston collides with the internal wall of the cylinder. Impact force caused by piston slap is one of the major mechanical noise sources in reciprocating compressors. In response to public demand, strict regulations are increasingly being imposed on the allowable noise level which is caused mostly by household electric appliances. In this paper, forces acting on piston by considering the dynamic behavior of suction and discharge valves are analytically calculated and the piston slap caused by the piston secondary motion is investigated by the finite element method.

1. 서 론

가전제품에 쓰이는 냉각용 압축기의 대부분은 기체를 둘러싼 체적을 줄여서 압력을 얻는 용적형(positive displacement type) 압축기이다. 특히 냉장고나 냉방기 같은 가전제품의 경우에는 냉매를 반영구적으로 보충할 필요가 없도록 용접형 셸을 가진 밀폐형(hermetic type)이 주로 사용되는데 구조적으로 보수가 사실상 불가능하기 때문에 거의 무한 수명을 감안한 설계를 요하게 된다.

* 부산대학교 대학원 기계설계공학과
† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부
E-mail : jrcho@hyowon.pusan.ac.kr
TEL : (051)510-2467 FAX : (051)514-7640

용적형 압축기 중 가장 오랫동안 사용되어 온 왕복동형 압축기의 경우 구동용 모터가 3600rpm의 고속 영역에서 작동을 하기 때문에 밸브의 파손이나 구동 부분의 마모 및 손실, 높아진 주파수 대역에 따른 소음 문제 등이 중요한 연구 부문이라고 볼 수 있다. 실제로 구미에서는 국제 압축기 학회(International Compressor Engineering Conference)를 중심으로 이에 관한 많은 연구가 이루어져 왔다.[1]

이러한 왕복동형 압축기에서 커넥팅로드의 기울어짐에 의해 발생하는 측력과 피스톤 간극에 의한 피스톤과 실린더의 충돌 현상을 슬랩현상이라고 하는데, 이는 실린더 벽면을 마모시켜 압축기의 전체적인 효율의 저하를 가져오고 진동, 소음의 원인이 되는 중요한 인자중 하나이다.[2]

피스톤 슬랩현상은 내연기관과 관련되어 이론적, 해석적으로나 실험적으로 많은 연구[3~6]가 진

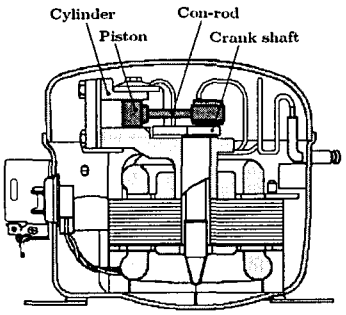

Fig. 1 Reciprocating compressor

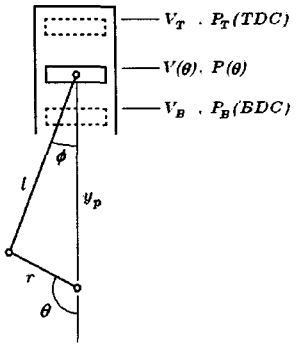

Fig. 2 Kinematic diagram of reciprocating compressor

행되어 왔지만, 왕복동형 압축기에 대해서는 연구논문이 그리 많지 않은 편이다.

본 논문에서는 냉매의 순환을 고려하여 흡입, 토출밸브의 거동을 동역학적으로 기술한 후 피스톤에 작용하는 힘을 이론적으로 계산하였다. 그리고 ANSYS/LS-DYNA를 기반으로 한 유한요소법을 적용하여 피스톤의 운동궤적을 해석적으로 구하고자 하였다.

2. 동역학적 모델링

Fig. 1에 현재 가정용 냉장고의 주로 사용되고 있는 왕복동형 압축기의 대략적인 구조가 나타나 있다. Fig. 1을 보면 왕복동형 압축기는 크랭크샤프트와 커넥팅로드에 의해 모터의 회전운동을 피스톤의 왕복운동으로 바꾸어주는 구조를 하고 있음을 알 수 있다.

2.1 피스톤 기구부의 동역학적 모델링

Fig. 2에 피스톤 기구부의 동역학적 해석 모델이 나타나 있는데, 여기서 V_T, P_T는 상사점에서의 압축실 내의 체적과 압력이며 V_B, P_B는 하사점에서의 체적과 압력이다. 그리고 $V(\theta)$, $P(\theta)$는 크랭크샤프트의 임의의 각도 θ에서의 체적과 압력이다.

크랭크샤프트와 커넥팅로드의 관계는 기구학적 관계의 의해서 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$r\sin\theta = l\sin\phi \tag{1}$$

그리고 크랭크샤프트의 회전각도 θ에 따른 피스톤의 변위는 식 (2)와 같다.

$$y_p(\theta) = l\cos\phi - r\cos\theta = r\left(\sqrt{\frac{l^2}{r^2} - \sin^2\theta} - \cos\theta\right) \tag{2}$$

상사점에서의 압축실 체적은 미리 정해진 압축기의 사양에 따라 정해지며 하사점에서와 크랭크샤프트의 회전각도에 따른 체적은 식 (3)과 식 (4)와 같이 계산할 수 있다.

$$V_B = V_T + 2Ar \tag{3}$$

$$V(\theta) = V_T + A[l + r - y_p(\theta)] \tag{4}$$

2.2 압축실 내부 압력

2.2.1 흡입밸브의 수학적 모델링

Fig. 3은 흡입밸브를 1자유도계의 질량-스프링-감쇠계로 이상화하여 나타낸 것[7,8]으로써 P_1과 P_2는 흡입부와 실린더 내에서의 압력, m은 밸브의 질량, c는 감쇠계수, k는 스프링 상수, y_v는 흡입밸브의 변위이고 w_1과 w_2는 각각 밸브 전후에서의 냉매의 속도를 나타낸다. 이러한 변수들로 흡입밸브의 거동을 표현할 수 있으며, 식 (5)와 같은 운동방정식으로 나타낼 수 있다.

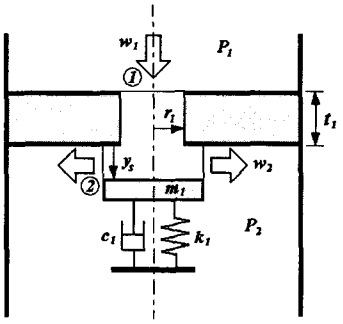

Fig. 3 Modeling of suction port

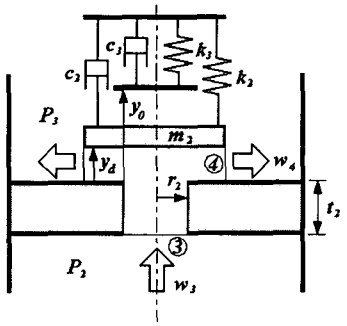

Fig. 4 Modeling of discharge port

$$m_1\ddot{y}_s+c_1\dot{y}_s+k_1y_s=\pi r_1^2(P_1-P_2(t)) \quad (5)$$

유선에 따른 비정상(unsteady) 무마찰 유체흐름에 대한 베르누이 방정식은 식 (6)과 같다.

$$\frac{\partial w}{\partial t}ds+\frac{\partial P}{\rho}+w\,dw+g\,dz=0 \quad (6)$$

여기서 w는 유선을 따른 유체의 속도이고, P는 유체의 압력, g는 중력가속도, 그리고 z는 유체 상승을 나타낸다.

Fig. 3의 검사표면 ①과 ② 사이에 손실이 없고, 유체상승을 무시하면 식 (6)은 다음과 같은 적분형태로 나타낼 수 있다.

$$\int_1^2\frac{\partial w(s,t)}{\partial t}ds+\frac{P_2(t)-P_1}{\rho_s}+\frac{w_2(t)^2-w_1(t)^2}{2}=0 \quad (7)$$

여기에서 $w(s,t)$는 유체의 유동속도로써 식 (8)과 같고 ρ_s는 흡입 밸브를 통과하는 냉매의 밀도로써 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$w(s,t)=\frac{A_2(t)w_2(t)}{A(s)} \quad (8)$$

$$\rho_s=\begin{cases}\dfrac{P_1}{RT_1} & (w_2>0)\\ \dfrac{m_g(t)}{V(t)} & (w_2<0)\end{cases} \quad (9)$$

식 (8)에서 $A(s)$는 평균유선에 따른 유동의 단면적이며 식 (9)에서 R은 냉매의 기체상수, T_1은 흡입부에서의 냉매온도이고 $m_g(t)$와 $V(t)$는 실린더 내부에 있는 냉매의 질량과 체적이다.

식 (8)을 식 (7)에 대입하면 다음과 같이 압력과 유속에 대한 지배방정식을 얻을 수 있다. 여기에서 r_{vs}는 흡입밸브의 반경을 나타낸다

$$\frac{2r_{vs}t_1}{r_1^2}\{\dot{y}_s(t)w_2(t)+y_s(t)\dot{w}_2(t)\}+\left(\ln r_{vs}-\ln\frac{r_1}{3}\right)r_{vs}\dot{w}_2(t)+\frac{P_2(t)-P_1}{\rho_s}+\frac{w_2(t)^2-w_1(t)^2}{2}=0 \quad (10)$$

2.2.2 토출밸브의 수학적 모델링

Fig. 4에 토출밸브를 1자유도계의 질량-스프링-감쇠계로 이상화한 모델이 나타나 있다. 전체적으로 흡입부와 유사한 구조이지만 토출밸브의 변위를 제한하기 위한 멈추개(stopper)가 추가되어 있으며 밸브판과 멈추개 사이의 거리는 y_0이다. 토출밸브의 운동방정식은 식 (11)과 같다.

$$m_2\ddot{y}_d+G(y)\dot{y}_d+kH(y)y_d=\pi r_2^2(P_2(t)-P_3) \quad (11)$$

여기에서 $G(y)$와 $H(y)$는 다음과 같다.

$$G(y)=\begin{cases}c_2 & (y_d\le y_0)\\ c_2+c_3 & (y>y_0)\end{cases}$$
$$H(y)=\begin{cases}k_2 & (y_d\le y_0)\\ k_2+k_3 & (y>y_0)\end{cases} \quad (12)$$

흡입부와 동일하게 베르누이의 방정식을 적용하면 식 (13)과 같이 토출부에서의 압력과 유속에 대한 지배방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{2r_{vd}t_1}{r_2^2}\{\dot{y}_d(t)w_4(t)+y_d(t)\dot{w}_4(t)\}+\left(\ln r_{vd}-\ln\frac{r_2}{3}\right)r_{vd}\dot{w}_4(t)+\frac{P_3-P_2(t)}{\rho_d}+\frac{w_4(t)^2-w_3(t)^2}{2}=0 \quad (13)$$

여기에서 ρ_d는 토출밸브를 통과하는 냉매의 밀도로써 다음과 같다.

$$\rho_d=\begin{cases}\dfrac{P_3}{RT_3} & (w_4>0)\\ \dfrac{m_g(t)}{V(t)} & (w_4<0)\end{cases} \quad (14)$$

2.3 피스톤에 작용하는 힘

먼저 Fig. 2에 나타나 있는 크랭크축과 커넥팅로드의 기구학적 관계에 의해 피스톤의 속도를 식 (15)와 같이 구할 수 있다.

$$v_p(\theta)=rw\sin\theta\left(\frac{\cos\theta}{c}-1\right) \quad (15)$$

식 (15)에서 c는 다음과 같다.

$$c=\left(\frac{l^2}{r^2}-\sin^2\theta\right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

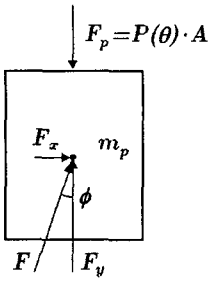

Fig. 5 Forces acting on piston

그리고 식 (15)에서 구한 피스톤의 속도를 5점 중점 공식(five-point midpoint formula)에 적용시키면 피스톤의 가속도를 식 (17)과 같이 구할 수 있다.

$$a_p(\theta)=\frac{1}{12\Delta t}[v_p(\theta-2\Delta\theta)-8v_p(\theta-\Delta\theta)+8v_p(\theta+\Delta\theta)-v_p(\theta+2\Delta\theta)] \quad (17)$$

식 (17)에서 Δt는 크랭크축이 $\Delta\theta$만큼 회전할 때 소요되는 시간이다.

Fig. 5에 피스톤에 작용하는 힘들이 나타나 있는데 커넥팅로드로부터 전달되는 F_x와 F_y는 피스톤핀이 위치한 부분에 작용하고, 압축실의 압력에 의한 힘 F_p는 피스톤의 상부 면에 작용하게 된다.

앞에서 구한 압축실의 압력과 피스톤 상부의 면적을 곱하여 F_p를 구하고 나면 식 (18)에서와 같이 F_y를 구할 수 있다.

$$F_y(\theta)=F_p(\theta)+m_pa_p(\theta) \quad (18)$$

그리고 F_x는 식 (19)와 같게 된다.

$$F_x(\theta)=F_y(\theta)\tan\phi=F_y(\theta)\frac{\sin\theta}{c} \quad (19)$$

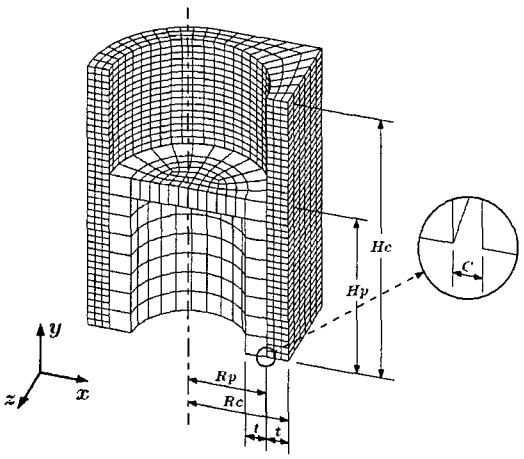

Fig. 6 Analysis model and FEM mesh

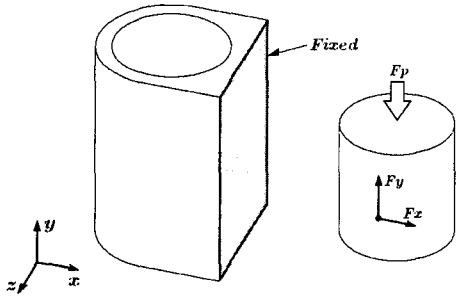

Fig. 7 Boundary conditions

3. 수치해석 근사화

3.1 해석 대상

Fig. 6에 해석에 사용된 모델의 반단면 형상과 요소들이 나타나 있다. 피스톤의 주운동 방향은 y방향이며 슬랩현상은 x방향으로 나타나게 된다.

3.2 경계 조건

Fig. 7에 보이는 실린더는 우측면이 압축기 모터의 상부와 결합되는 부분이므로 모든 방향으로의 변위와 회전이 구속된다. 그리고 피스톤은 z방향으로의 움직임이 구속된 상태에서 커넥팅로드에서 주어지는 힘과 압축실의 압력에 의한 힘

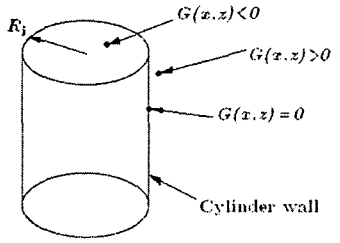

Fig. 8 Geometric contact with cylinder wall

을 받으며 실린더 내에서 x, y방향으로 운동을 하게 된다.

피스톤 운동해석시 고려되어야할 가장 중요한 사항 중 하나가 피스톤과 실린더 사이의 접촉문제이다. 본 논문에서는 기하학적으로 피스톤과 실린더의 접촉을 판별하는 방법을 사용하였다. 이를 위하여 먼저 실린더 내벽의 함수를 식 (20)과 같이 정의하였다.

$$G(x,z)=x^2+z^2-R_i^2 \tag{20}$$

식 (20)의 x와 z에 피스톤의 절점값을 대입하면 Fig. 8에서 보는 바와 같이 피스톤과 실린더의 접촉 여부를 결정할 수 있다. $G(x,z)>0$인 경우에 접촉이 발생하였다고 볼 수 있으며 이때의 접촉 깊이(penetration distance)는 식 (21)과 같다.

$$\delta=|\overrightarrow{X_n}-\overrightarrow{X_n}'| \tag{21}$$

여기에서 $\overrightarrow{X_n}$은 접촉이 발생한 피스톤의 절점벡터이며 $\overrightarrow{X_n}'$은 $\overrightarrow{X_n}$과 가장 가까이 있는 실린더의 좌표벡터이다.

접촉반력(restoring force)은 식 (22)와 같이 구할 수 있다.

$$\vec{f}=k\delta\vec{N}(\overrightarrow{X_n}') \tag{22}$$

식 (22)에서 k는 벌칙계수(penalty factor)이며 $\vec{N}(\overrightarrow{X_n}')$는 접촉이 발생한 실린더의 좌표

$\overrightarrow{X_n}$에서 실린더 벽면과 수직한 방향의 단위벡터이다.

3.3 압축실 압력

압축실 내부에서의 압력을 구하기 위해 식 (23)과 같은 중앙차분법(central differential method)을 적용하였다.

$$\dot{u}^n = \frac{1}{2\Delta t}(u^{n+1} - u^{n-1})$$
$$\ddot{u}^n = \frac{1}{\Delta t^2}(u^{n+1} - 2u^n + u^{n-1}) \tag{23}$$

흡입부의 지배방정식에 중앙차분법을 적용해보면 식 (5)와 식 (6)은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\left(\frac{m_1}{\Delta t^2} + \frac{c_1}{2\Delta t}\right) y_s^{n+1} = \pi r_1^2 (P_1 - P_2^n)$$
$$-\left(k_1 - \frac{2m_1}{\Delta t^2}\right) y_s^n - \left(\frac{m_1}{\Delta t^2} - \frac{c_1}{2\Delta t}\right) y_s^{n-1} \tag{24}$$

$$\alpha w_2^{n+1} = \beta w_2^{n2} - \gamma w_2^n + \alpha w_2^{n-1} + \frac{P_1 - P_2^n}{\rho_s^n} \tag{25}$$

식 (25)에서 α, β, γ는 다음 식과 같다.

$$\alpha = \frac{r_{vs} t_1 y_s^n}{r_1^2 \Delta t} + \frac{\left(\ln r_{vs} - \ln \frac{r_1}{3}\right) r_{vs}}{2\Delta t}$$
$$\beta = \frac{2r_{vs}^2 y_s^{n2}}{r_1^4} - \frac{1}{2}, \quad \gamma = \frac{2r_{vs} t_1 \dot{y}_s^n}{r_1^2} \tag{26}$$

4. 해석 결과 및 고찰

Fig. 9에 피스톤 상부에 작용하는 압력이 나타나 있다. 흡입부에서의 압력(P_1)은 101,325Pa, 토출부에서의 압력(P_3)은 0.8MPa로 가정하였다. Fig. 10을 보면 크랭크샤프트의 회전각도가 150°에서 토출밸브가 열리며 260°에서 흡입밸브가 열리기 시작하는 것을 볼 수 있다. 일단 밸브가 열리기 시작하였으며 밸브의 개폐가 반복적으로 발생하는 것을 볼 수 있는데 이러한 밸브의 진동(chattering)현상은 압축기의 진동, 소음을 유발하는 원인이 되기도 한다. Fig. 11에는 밸브에서의 냉매의 유속이 나타나 있는데, 토출행정시 회전각도가 180° 부근에서 유속이 음의 값을 가지는

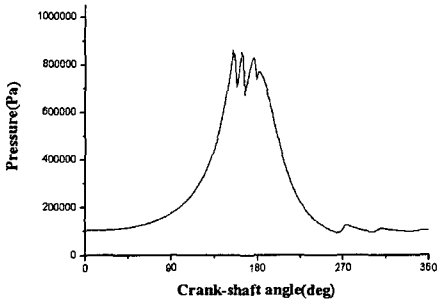

Fig. 9 Pressure on the piston top

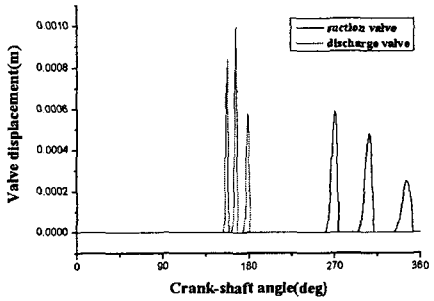

Fig. 10 Displacement of the valve

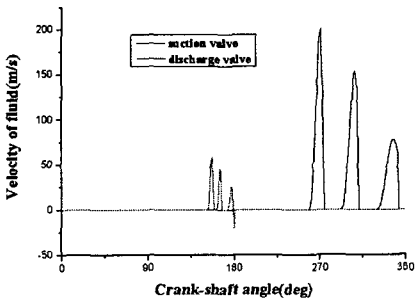

Fig. 11 Velocity of the fluid

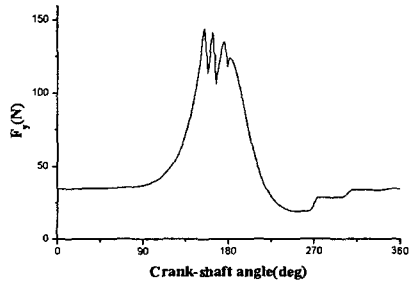

Fig. 12 The y-direction force

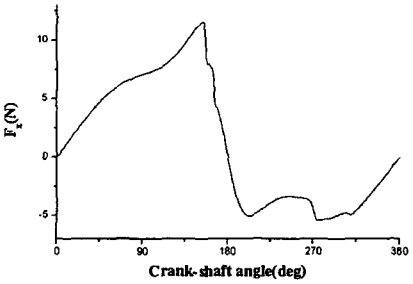

Fig. 13 The x-direction force

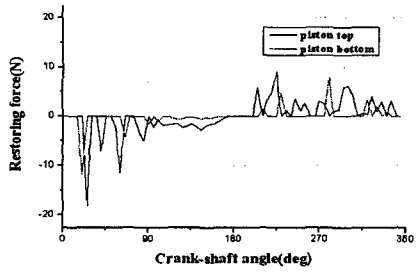

Fig. 14 The restoring force

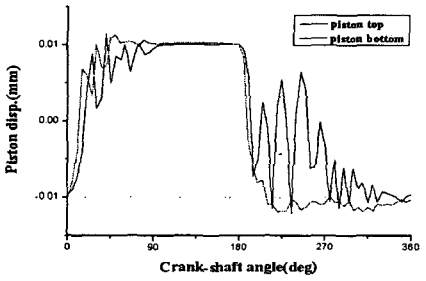

Fig. 15 Piston displacement in the x-direction

결과가 나왔다. 이는 실린더 내부의 압력변화와 함께 피스톤의 운동방향이 전환됨으로 인해 냉매의 역류가 발생함을 의미한다.

Fig. 12와 13에는 피스톤핀의 작용하는 힘을 나타내었는데 y방향의 힘은 토출행정에서는 실린더 내부의 압력과 비슷한 경향을 보이나 흡입행정에서는 그래프의 경향이 달라짐을 볼 수 있다. 피스톤의 x방향으로 작용하는 힘을 보면 180° 를 기준으로 커넥팅로드에서 작용하는 힘의 방향이 바뀌어지므로 흡입행정과 토출행정에서의 힘의 방향이 바뀌는 것을 알 수 있다. 또한 토출행정에서보다 흡입행정에서 F_x의 크기가 전체적으로 적게 나왔지만 변화의 양상은 더 불규칙하게 나왔다. Fig. 10을 보면 알 수 있듯이 토출밸브보다 흡입밸브가 개폐되는 구간이 더욱 길므로 이러한 결과가 나왔다고 해석된다.

Fig. 14에는 식 (22)에 의해 계산된 피스톤에 작용하는 접촉반력이 나타나 있으며 Fig. 15에는 크랭크샤프트 회전각도에 따른 피스톤의 x방향으로의 이동변위가 나타나 있다. 접촉반력은 슬랩현상에 의한 충격력으로도 볼 수 있는데 접촉반력의 크기가 0인 구간을 제외한 나머지 구간에서 접촉이 발생하게 된다. Fig. 6과 Fig. 14를 보면 토출행정에서는 피스톤의 우측면이 실린더의 내벽과 접촉하게 되므로 접촉반력의 값이 (-)가 되고 흡입행정에는 좌측면에서 접촉이 발생하므로 (+)의 값을 가지게 된다. 그리고 Fig. 6에 나타나 있는 피스톤과 실린더 사이의 간극(C)은 0.01㎜이므로 토출행정에서는 x방향의 변위가 0.01㎜로 증가하였을 때, 흡입행정에서는 -0.01㎜로 감소하였을 때 슬랩현상이 발생하게 된다.

토출행정에서는 피스톤이 압축기에 고정되어 있는 실린더벽면을 따라 접촉을 하기 때문에 피스톤의 간극이 변하지 않았지만 흡입행정에서는 실린더의 변형이 발생하여 초기간극보다 피스톤의 변위가 약간 증가하는 결과를 보였다. 또한 Fig. 13에 나와있듯이 F_x의 크기는 흡입행정에서는 계속적으로 증가하지만 토출행정에서는 5N을 기점으로 증가와 감소를 반복하게 된다. 이러한 원인으로 인해 흡입행정에서는 초기 접촉반력의 크기는 크지만 90° 이후에서 피스톤이 실린더의 벽면에 붙어서 이동하므로 접촉반력이 감소하였으며, 토출행정에서는 접촉반력의 크기는 고른

분포를 보이지만 피스톤의 x방향 움직임은 더 큰 결과가 나왔다. 그리고 피스톤 상부의 질량이 하부의 질량보다 크기 때문에 더욱 큰 충격력을 가지게 되어 접촉에 의한 반발력이 더 크다는 것을 예상할 수 있는데 Fig. 14에서도 이러한 결과를 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 밸브에서의 냉매의 순환을 고려하여 이론적으로 피스톤핀에 작용하는 힘과 압축실의 압력을 계산해 보았다. 압축실의 압력을 구하기 위해서는 중앙차분법을 적용하였다. 또한 이를 이용하여 피스톤 슬랩현상을 유한요소해석을 통하여 해석해 보았다.

흡입행정과 토출행정이 반복되면서 피스톤 핀에 작용하는 힘의 방향이 바뀌게 되므로 피스톤이 실린더의 벽면을 치게 되는 슬랩현상이 발생함을 알 수 있었고 슬랩현상에 의한 충격력은 토출행정이 더 크지만 피스톤의 움직임은 흡입행정에서 더 큰 것을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호 : R01-2001-00383)지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Kim, J. H., 1998, "The Latest Topic and Coming of Age about Noise and Vibration on Hermetic Reciprocating Compressors," *Proceedings of KSNVE*, pp. 17~24.

(2) Wrede, F. and Kruse, H., 1976, "Computer Simulation of Lubrication Conditions of Trunk Pistons in Refrigeration Compressors," *Proc. PCTC*, pp. 155~163.

(3) Haddad, S. D. and Tjan, K. T., 1995, "An Analytical Study of Offset Piston and Crankshaft Design and the Effect of Oil Film on Piston Slap Excitation in a Diesel Engine," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 30, No. 2, pp. 271~284.

(4) Haddad, S. D., 1995, "Theoretical Treatment of Piston Motion in I.C. Piston Engine for the Prediction of Piston Slap Excitation," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 30, No. 2, pp. 253~269.

(5) Nakashima, K., Yajima, Y. and Suzuki, K., 1999, "Approach to Minimization of Piston Slap for Noise Reduction - Investigation of Piston Slap Force by Numerical Simulation," *JSAE*, Review. 20, pp. 211~216.

(6) Park, S. I. and Kim, S. S., 1993, "An Experimental Study on the Piston Slap Motion Measurement during Real Operation of an IDI DIESEL Engine," *Transactions of KSAE*, Vol. 1, No. 1, pp. 41~49.

(7) Koh, J. C., Joo, J. M. and Pak, C. H., 1997, "Prediction of the Performance of a Reciprocating Compressor taking Fluid-Solid Interaction into Account," *Transactions of SAREK*, Vol. 9, No. 1, pp. 33~42.

(8) Lee, S. W., Hong, S. C., Joo, J. M. and Pak, C. H., 1998, "Valve Dynamics and Gas Pressure Pulsation of a Reciprocating Compressor," *Proc. KSNVE*, pp. 130~135.

(9) Moon, S. J., Cho, E. J., Cho, J. R. and Kim, T. J., 2002, "Finite Element Analysis on Piston Slap Phenomenon in Reciprocating Compressors," *Proc. KSME Spring Annual Meeting*, pp. 164~169.

(10) William, Z. B., 1996, *Thermodynamics*, HarperCollins, New York, pp. 72~84.

(11) Gatecliff, G. W., 1974, "Analytic Analysis of the Forced Vibration of the Sprung Mass of a Reciprocating Hermetic Compressor, Including Comparison with Experiment," *Proc. PCTC*, pp. 221~229.

(12) Prata, A. T., Pernandes, J. R. S. and Fagotti, F., 2000, "Dynamic Analysis of Piston Secondary Motion for Small Reciprocating Compressors," *Transactions of the ASME*, Vol. 122, pp. 752~760.