

압전감지기와 압전작동기를 이용한 보구조물의 자유진동제어에 대한 유한요소 모형화

Finite Element Modeling for Free Vibration Control of Beam Structures using Piezoelectric Sensors and Actuators

송 명 관[†] 한 인 선* 김 선 훈** 최 창 근***
Song, Myung-Kwan Han, In-Seon Kim, Sun-Hoon Choi, Chang-Koon
(논문접수일 : 2003년 1월 27일 ; 심사종료일 : 2003년 5월 24일)

요 지

본 연구에서는 판형태의 압전감지기와 압전작동기가 접착되어 있는 보형태의 스마트구조물의 자유진동제어에 대한 유한요소 모형화 방법을 제안한다. 압전재료의 직접압전효과와 역압전효과에 대한 구성방정식을 고려하고 변분원리를 이용하여 스마트보 유한요소의 운동방정식을 유도한다. 이러한 2절점 보 유한요소는 등매개변수요소로서 Timoshenko 보이론을 기초로 한다. 따라서, 보형태의 스마트구조물을 제안하는 스마트보 유한요소에 의하여 해석함으로써 전압이 작용되는 압전작동기에 의한 구조물의 제어와 전압을 측정하는 압전감지기에 의한 구조물의 모니터링에 대한 수치적인 시뮬레이션이 가능해진다. 이러한 스마트보 유한요소와 Constant-gain feed back control 기법을 이용하여 압전감지기와 압전작동기를 이용한 보구조물의 자유진동제어에 대한 유한요소 모델을 제안한다

핵심용어 : 스마트구조물, 압전재료, 압전감지기, 압전작동기, 보 유한요소, Timoshenko 보이론, Constant-gain feed back control 기법

Abstract

In this study, the method of the finite element modeling for free vibration control of beam-type smart structures with bonded plate-type piezoelectric sensors and actuators is proposed. Constitutive equations for the direct piezoelectric effect and converse piezoelectric effect of piezoelectric materials are considered. By using the variational principle, the equations of motion for the smart beam finite element are derived. The proposed 2-node beam finite element is an isoparametric element based on Timoshenko beam theory. Therefore, by analyzing beam-type smart structures with smart beam finite elements, it is possible to simulate the control of the structural behavior by applying voltages to piezoelectric actuators and monitoring of the structural behavior by sensing voltages of piezoelectric sensors. By using the smart beam finite element and constant-gain feed back control scheme, the formulation of the free vibration control for the beam structures with bonded plate-type piezoelectric sensors and actuators is proposed.

Keywords : smart structure, piezoelectric material, piezoelectric sensor, piezoelectric actuator, beam finite element, timoshenko beam theory, constant-gain feed back control scheme

1. 서 론

대표적인 스마트재료로는 압전재료가 있으며, 이러한 압

전재료가 갖는 재료적 특성으로는 압전효과(piezoelectric effect)가 있다. 외부하중에 의해서 변형률이 발생할 경우, 압전재료 표면에 전하가 발생하게 되는데, 이를 직접 압전

[†] 책임저자, ㈜유신코퍼레이션 구조연구실 과장 공학박사
전화: 011-836-0575; Fax: 02-2057-7309
E-mail: y12810@yooshin.co.kr

* 한국과학기술원 건설및환경공학과 박사과정

** 정회원 · 영동대학교 건설공학부 토목공학과 부교수

*** 정회원 · 한국과학기술원 건설및환경공학과 석좌교수

· 이 논문에 대한 토론을 2003년 9월 30일까지 본 학회에 보내주
시면 2003년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

효과(direct piezoelectric effect)라고 하고, 압전재료에 전기장을 가할 경우, 압전재료 내에 변형률이 발생하게 되는데, 이를 역압전효과(converse piezoelectric effect)라고 한다. 이러한 직접압전효과와 역압전효과를 재료구성 방정식으로 표현함으로써 전기에너지와 기계에너지 사이의 변환기구(transduction mechanism)가 정의된다. 이러한 압전효과는 natural quartz crystals, polycrystalline piezoceramic, semicrystalline polyvinylidene polymer, 사람의 뼈와 같은 재료들에서 관측되며, Lead zirconate titanate(PZT), Polyvinylidene fluoride (PVDF) 등의 압전재료가 기계적인 재료로서 주로 사용된다.¹⁾

Allik 등(1970)이 압전재료의 유한요소해석에 관한 연구결과를 발표한 이래로 많은 관련 연구들이 수행되었다. Benjeddou(2000)는 이러한 스마트구조물의 유한요소 모형화에 관련한 수식화, 적용범위, 연구동향을 조사하여 정리한 바 있다. 이에 따르면, 입체요소, 쉘요소, 판요소, 보요소 등의 스마트 유한요소들이 개발된 바 있다.²⁾

Shen(1994, 1995)은 오프셋(offset) 절점을 갖는 2절점 Timoshenko보 유한요소를 정식화하기 위해서 Hu-Washinzu 변분원리를 확대 적용하였으며, 보구조물의 윗면과 아래면에 접착된 압전판에 대한 전위자유도(D.O.Fs. of electrical potential)를 도입하였다.³⁾ Carpenter(1997)는 보의 축방향진동과 휨거동의 제어를 위한 전위자유도를 갖는 Euler-Bernoulli 보 유한요소를 개발하였다.⁴⁾ 이외에 다음과 같은 전위자유도가 없는 보 유한요소의 개발에 관한 많은 연구가 수행된 바 있다. Robbins와 Reddy(1991)는 온도유사법을 기초하여 4종류의 적층보 요소를 정식화하였다. 두 종류의 등가일층모델은 고전적인 보이론을 적용한 모델과 전단변형이론을 적용한 모델이며, 두 종류의 다층모델은 축방향변위는 선형보간되고 연직변위는 일정하다고 가정한 모델과 축방향변위와 연직변위가 선형보간되는 모델이다. 따라서, 두께방향으로의 재료특성의 변화에 따라 적층 모형화하였으며, 발생하는 전위와 전단변형에 대해서 개선된 해를 얻었다.⁵⁾ Baz와 Ro(1994)는 샌드위치 보이론을 이용한 ACLD(active constrained-layer damping) 보시스템 구성을 위한 2 절점 보요소를 정식화 하였는데, 보구조물과 압전재료층에 대한 전단변형을 무시하였고, 각 층의 축방향변위와 연직변위가 존재하였다.²⁾ 반면에, Benjeddou 등(1997, 1999)은 압전재료층이 보구조물의 표면에 접착된 경우에는 전단변형을 무시하는 신축작동모델(extension actuation mechanism)을 제안하고, 압전재료층이 보구조물 내부에 접착된 경우에는 전단변형을 고려하는 전단작동모델(shear actuat-

ion mechanism)을 제안하여, 이 두 모델에 대하여 각각 2 절점 보요소를 정식화 하고 비교 및 검토를 수행하였다.^{6),7)} Smyser 등(1997), Surace 등(1997), Aldraihem 등(1997)은 Timoshenko 보이론 및 Euler-Bernoulli 보이론을 이용하여 2 절점 보요소를 개발하였다. 그리고, 이들 연구를 연장하여 Aldraihem 등(1997)은 휨거동의 진동제어를 위해 PZT/Ep 복합재료에서의 Saint-Venant 비틀림과 뒤틀림을 포함하여 3절점 보요소를 개발하였다. 또한, Lesieutre 등(1996)은 축방향변위와 전단변형을 2차 형상함수로 보간하고 연직변위를 3차 Hermite 함수로 보간하는 3절점 보요소를 개발하였다.²⁾

이와 같은 기존의 연구들에 있어서 난해한 정식화 과정을 통하여 스마트보 유한요소(smart beam finite element)가 제안되었음에도 불구하고 해석결과에 있어서는 그 만큼의 정확성과 효율성에 있어서 개선이 이루어지지 않았다. 기존의 보구조물의 유한요소해석에 사용되어 오고 있는 등대개변수 Timoshenko 보 유한요소의 정식화 방법은 명확하고 간결하며, 해석결과의 정확성은 이미 검증된 바 있다.⁸⁾ Hermite 함수를 사용한 보 유한요소의 경우 전단변형을 고려하지 못하므로, 전단변형을 고려하는 Timoshenko 보이론을 이용하여 Isoparametric 보유한요소를 유도함으로써 전단변형을 고려한 해석이 가능하다. Isoparametric 보유한요소의 단점은 전단잠김현상(shear locking)이 발생하는 것이며, 본 연구에서는 전단강성행렬의 구성 시 1-point Gaussian 적분법을 적용하여 전단잠김현상을 해결한 Timoshenko 보 유한요소이다. 이러한 Timoshenko 보 유한요소의 정식화 방법을 이용한 압전작동기와 압전감지기의 유한요소 모형화 방법이 제안된다면 보형태의 스마트구조물의 정확하고 효율적인 유한요소해석이 가능할 것이다. 따라서, 본 연구에서는 판형태의 압전감지기(piezoelectric sensor)와 압전작동기(piezoelectric actuator)가 접착되어 있는 보형태의 스마트구조물의 유한요소 모형화를 위한 2절점 스마트보 유한요소를 제안하고, 이러한 스마트보 유한요소를 이용한 보구조물의 자유진동제어의 유한요소 모형화 방법에 대한 정식화를 제안한다.

2. 스마트보 유한요소 정식화

그림 1과 같이 보형태의 구조물에 압전재료를 부착하면, 압전감지기와 압전작동기의 기능을 수행할 수 있게 된다. 상부에 부착된 압전작동기에 전압을 가해주면 압전재료의 역압전효과에 의하여 구조물에 하중을 전달하게 된다. 그리고, 외부하중에 의해 하부에 부착된 압전감지기의 내부에 변형률이 생기면 압전재료의 직접압전효과에 의하여 전

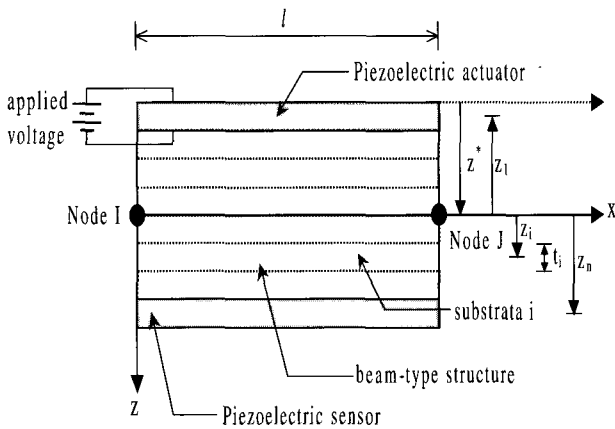


그림 1 스마트보 유한요소의 형태

기장이 발생하게 된다. 이러한 압전감지기와 압전작동기가 부착된 보형태의 스마트구조물의 유한요소 모형을 위한 스마트보 유한요소를 정식화 한다.¹³⁾

2.1 가정

압전감지기와 압전작동기에 대한 운동방정식의 유도를 위하여 다음과 같은 사항을 가정한다.⁹⁾

- (1) 보구조물에 비해 압전감지기와 압전작동기는 얇은 판이다.
- (2) 압전재료는 z축의 양의 방향으로 전극화(polarization)된다.
- (3) 전기장이 도입되었을 때, x축방향 축방향력만 재해된다.
- (4) 전극의 분포가 평행이다.
- (5) 압전재료는 균질하고, 등방성이며, 선형탄성거동을 한다.

보구조물의 운동방정식의 유도를 위하여 다음과 같은 사항을 가정한다.

- (1) 보구조물의 거동은 연직변위, 회전변위로 충분히 표현되며, 축방향변위는 미소하다.
- (2) Timoshenko 보이론을 적용하여 전단변형을 고려한다.
- (3) 축방향응력 σ_x 와 전단응력 τ_{xz} 를 고려한다.
- (4) 압전재료와 보구조물 사이는 완전 접착되어 있다(perfect bonded).
- (5) 보구조물, 압전감지기, 압전작동기를 적층으로 모형화한다.

2.2 중립축 위치의 산정

보구조물, 압전감지기, 압전작동기를 적층으로 모형화하므로, 다음과 같이 구조물 단면의 중립축 위치를 산정한다.

$$z^* = \frac{\sum_{i=1}^n E_i z_i b_i t_i}{\sum_{i=1}^n E_i b_i t_i} \quad (1)$$

여기서, E_i, z_i, b_i, t_i 는 i 층의 탄성계수, 가장 윗면으로부터 i 층의 중심까지의 거리, i 층의 폭, i 층의 두께이다 (그림 1).

2.3 압전재료의 구성방정식(constitutive equations of piezoelectric materials)

- (1) 압전작동기에 대한 축방향응력-변형률-전기장의 관계는 다음과 같다.^{1),4),9)~11)}

$$\sigma_x = E\epsilon_x - Ed_{31}'e_z \quad (2)$$

여기서, E 는 일정전기장(electric field) 조건하에서의 탄성계수, ϵ_x 는 축방향변형률, d_{31}' 는 보요소의 국지좌표계 x-z에서 정의되는 압전변형률상수(piezoelectric strain constant), e_z 는 z축방향으로의 작용 전기장(applied electric field)이다.

압전작동기에 대한 전단응력-전단변형률 관계는 다음과 같다.

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} \quad (3)$$

여기서, γ_{xz} 는 전단변형률, 전단탄성계수 $G = E/(2(1+\nu))$ 이며, 압전감지기에 대한 전단응력-전단변형률 관계도 동일하다(ν 는 포와송비).

- (2) 압전감지기에 대한 전기변위-변형률-전기장의 관계는 다음과 같다.

$$D_z = \mu_z^s e_z + e_{31}'\epsilon_x = (\mu_z^s - Ed_{31}'^2)e_z + Ed_{31}'\epsilon_x \quad (4)$$

여기서, D_z 는 전기변위(electrical displacement), e_z 는 전기장(electric field), μ_z^s 는 일정변형률 조건하에서의 유전상수(permittivity constant), e_{31}' 는 압전응력상수(piezoelectric stress constant), μ_z^s 는 일정응력 조건하에서의 유전상수(permittivity constant)이다.

2.4 변분원리(variational principle)의 적용

일반적인 유한요소 정식화의 변분방정식을 수정하여 다음과 같은 변분방정식의 유도가 가능하다.¹¹⁾

$$\int \int \int_v \{ \delta u \rho \ddot{u} \} dv + \int \int \int_v \{ \delta \epsilon_x \sigma_x + \delta \gamma_{xz} \tau_{xz} \} dv - \int \int \int_v \{ \delta e_z D_z \} dv - \delta u P + \int \int_{S_1} \delta \phi_1 \bar{\sigma}_1 ds = 0 \quad (5)$$

여기서, ρ 는 단위체적당 질량, ϕ_1 은 압전작동기의 전위(electric potential), $\bar{\sigma}_1$ 는 압전작동기의 표면전하(surface charge), u 는 보구조물의 변위, P 는 보구조물에 가해지는 외력, S_1 은 표면전하가 가해지는 압전작동기의 표면적, V 는 보의 체적이다. 그리고, double dot($\ddot{\cdot}$)은 시간에 대한 2차미분, δ 는 변분(variation)을 나타낸다.

따라서, 식(1), (2), (3), (4)를 (5)에 대입하고, 그림 1을 참조하여 정리하면 다음과 같은 변분방정식이 유도된다.

$$\int_0^l \{ \delta u \rho A \ddot{u} \} dx + \int_0^l \left\{ \frac{d(\delta \theta)}{dx} EI \frac{d\theta}{dx} \right\} dx + \int_0^l \{ \delta \beta G \bar{A} \beta \} dx - \int_0^l \left\{ \frac{d(\delta \theta)}{dx} E d_{31} Q_p^1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} dx - \int_0^l \left\{ \frac{d(\delta \theta)}{dx} E d_{31} Q_p^n \frac{\partial \phi_n}{\partial z} \right\} dx - \int_0^l \left\{ \frac{\partial(\delta \phi_1)}{\partial z} E d_{31} Q_p^1 \frac{d\theta}{dx} \right\} dx - \int_0^l \left\{ \frac{\partial(\delta \phi_n)}{\partial z} E d_{31} Q_p^n \frac{d\theta}{dx} \right\} dx - \int_0^l \left\{ \frac{\partial(\delta \phi_1)}{\partial z} \mu_z^s A_p^1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} dx - \int_0^l \left\{ \frac{\partial(\delta \phi_n)}{\partial z} \mu_z^s A_p^n \frac{\partial \phi_n}{\partial z} \right\} dx - \delta u P + \int_0^l \delta \phi_1 \bar{\sigma}_1 b_1 dx = 0 \quad (6)$$

여기서, 첨자 1과 n 은 각각 압전작동기의 층번호, 압전감지기의 층번호를 표시한다. 그리고, 재료특성상수들은 각 층의 기여도를 고려하여 다음과 같이 산정된다.

$$\rho A = \sum_{i=1}^n \rho_i b_i t_i; \quad EI = \sum_{i=1}^n \left(\frac{E_i b_i t_i^3}{12} + E_i z_i^2 b_i t_i \right);$$

$$G \bar{A} = \frac{5}{6} \sum_{i=1}^n G_i b_i t_i; \quad \rho A = \sum_{i=1}^n \rho_i b_i t_i \quad (7)$$

$$Q_p^1 = z_1 b_1 t_1; \quad Q_p^n = z_n b_n t_n; \quad A_p^1 = b_1 t_1; \quad A_p^n = b_n t_n$$

2.5 형상함수(shape function)에 의한 변위장과 전위의 표현

보 유한요소의 형상함수와 절점에서의 변위값을 사용하

여 요소 내에서의 변위장을 다음과 같이 표현한다.

$$w(x) = N_1 w_1 + N_2 w_2$$

$$\theta(x) = N_1 \theta_1 + N_2 \theta_2 \quad (8)$$

여기서, $N_1 = (l-x)/l$, $N_2 = x/l$ 이다.

압전작동기와 압전감지기의 전위(electric potential)의 분포를 표현하는 함수를 다음과 같이 가정한다. 여기서, 전위의 분포는 y 방향으로 일정하다고 가정한다.¹¹⁾

$$\phi_1(x, y, z) = (z_1 - z) \phi_1^0(x)$$

$$\phi_n(x, y, z) = (z_n - z) \phi_n^0(x) \quad (9)$$

여기서, $\phi_1^0(x)$, $\phi_n^0(x)$ 을 형상함수와 절점에서의 값에 의해 다음과 같이 표현한다.

$$\phi_1^0(x) = N_1 \phi_{11}^0 + N_2 \phi_{12}^0$$

$$\phi_n^0(x) = N_1 \phi_{n1}^0 + N_2 \phi_{n2}^0 \quad (10)$$

3. 운동방정식의 유도

3.1 시스템 행렬의 구성

식(7)~(10)을 변분방정식(6)에 대입하여 정리하면 질량행렬, 강성행렬, 압전행렬, 하중벡터 등의 시스템 행렬의 구성을 통하여 운동방정식(equations of motion)을 유도할 수 있다(부록). 이 과정에서 사용하는 곡률-변위관계, 전단변형률-변위관계, 전기장-전위관계는 다음과 같다.

- (1) 곡률-변위 관계(curvature-displacement relationships)

$$\epsilon_f = \frac{d\theta}{dx} = \langle B_f \rangle \{ \mathbf{u} \} \quad (11)$$

- (2) 전단변형률-변위 관계(shear strain-displacement relationships)

$$\epsilon_s = \frac{dw}{dx} - \theta = \langle B_s \rangle \{ \mathbf{u} \} \quad (12)$$

- (3) 전기장-전위 관계(electric field-electric potential relationships)

압전작동기와 압전감지기에 대해서 전기장-전위 관계는 다음과 같다.^{9)~11)}

$$e_z^1 = -\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \langle B_p^1 \rangle \{ \varphi_1 \}; \quad e_z^n = -\frac{\partial \phi_n}{\partial z} = \langle B_p^n \rangle \{ \varphi_n \} \quad (13)$$

여기서, $\{ \varphi_1 \} = \langle \phi_{11}^0 \quad \phi_{12}^0 \rangle^T$, $\{ \varphi_n \} = \langle \phi_{n1}^0 \quad \phi_{n2}^0 \rangle^T$ 이다.

3.2 전기작동벡터(electrical actuating vector)

그림 2에서와 같이 압전작동기의 표면에 작용되는 분포 전하밀도(distributed applied charge density)를 전압(voltage, difference of electric potential)으로 표현하고, 압전작동기 표면에서의 전위의 변분을 구하면, 작용전압에 의해 각 보 유한요소에 작용하는 전기작동벡터를 구성할 수 있다.

작용분포전하밀도(applied surface charge density)를 작용전압으로 표현하면 다음과 같다.^{11),12)}

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{\mu_z^s}{t_1} \left\{ \phi_1 \left(x, y, z_1 - \frac{t_1}{2} \right) - \phi_1 \left(x, y, z_1 + \frac{t_1}{2} \right) \right\} \\ &= \frac{\mu_z^s}{t_1} \cdot \text{Voltage} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, ϕ_1 은 x, y, z 의 함수라는 가정 하에서 $\phi_1(x, y, z)$ 로 표현이 가능하다.

그리고, 식(9)를 이용하여 압전작동기 표면에서의 전위의 변분(variation)을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta \phi_1^t &= (z_1 - z) \delta \phi_1^0(x) \Big|_{z=z_1 - \frac{t_1}{2}} = \frac{t_1}{2} \delta \phi_1^0(x); \\ \delta \phi_1^b &= (z_1 - z) \delta \phi_1^0(x) \Big|_{z=z_1 + \frac{t_1}{2}} = -\frac{t_1}{2} \delta \phi_1^0(x) \end{aligned} \quad (15)$$

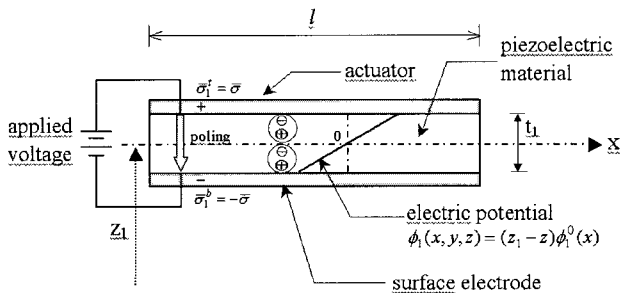


그림 2 작용전압에 의한 전기작동모델(electrical actuating model)

여기서, 첨자 t 와 b 는 각각 보구조물 상면에 정착된 압전작동기의 윗면과 아랫면을 나타낸다.

따라서, 식(14)와 (15)를 이용하여 작용전압의 항으로 표현되는 전기작동벡터(electrical actuating vector)를 구성할 수 있다(부록).

3.3 운동방정식(equations of motion)

앞절에서의 시스템 행렬의 구성을 통하여 최종적으로 다음과 같은 운동방정식이 구성된다.

$$\begin{aligned} [M^*] \{ \ddot{u} \} + ([K_f] + [K_s]) \{ u \} - [K_{p11}] \{ \varphi_1 \} \\ - [K_{p1n}] \{ \varphi_n \} = \{ P \} \end{aligned} \quad (16)$$

$$[K_{p11}]^T \{ u \} + [K_{p12}] \{ \varphi_1 \} = \{ Q_1 \} \quad (17)$$

$$[K_{p1n}]^T \{ u \} + [K_{p12}] \{ \varphi_n \} = \{ 0 \} \quad (18)$$

위의 식(16), (17), (18)을 정적응축(static condensation) 시키면 다음 식을 얻을 수 있다(부록).

$$[M^*] \{ \ddot{u} \} + [K^*] \{ u \} = \{ P^* \} \quad (19)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [K^*] &= [K_f] + [K_s] + [K_{p11}] [K_{p12}]^{-1} [K_{p11}]^T \\ &+ [K_{p1n}] [K_{p12}]^{-1} [K_{p1n}]^T \end{aligned} \quad (20)$$

$$\{ P^* \} = \{ P \} + [K_{p11}] [K_{p12}]^{-1} \{ Q_1 \} \quad (21)$$

이상과 같이 요소별로 구성된 질량행렬, 강성행렬, 하중벡터를 조합(assembly)하여 다음과 같이 전체 스마트 구조물의 운동방정식을 구성할 수 있다.

$$[M] \{ \ddot{U} \} + [C] \{ \dot{U} \} + [K] \{ U \} = \{ F \} \quad (22)$$

여기서, $[C]$ 는 여러 가지 방법에 의해 구성할 수 있으며, Rayleigh감쇠행렬 구성방법을 이용하면 $[M]$ 과 $[K]$ 를 사용하여 구성할 수 있다.

위의 식(22)를 해석하여 스마트구조물의 변위, 속도, 가속도에 대한 해석결과를 얻을 수 있다. 또한, 위의 식(17)

과 (18)을 이용하여 압전작동기와 압전감지기에서의 발생 전압을 해석할 수 있다.

3.4 자유진동제어 기법 : Constant-gain feedback control 기법

압전작동기와 압전감지기가 부착된 보구조물의 구조형식은 그림 3과 같이 주구조물인 보구조물과 윗면과 아랫면에 부착되어 압전작동기와 압전감지기의 역할을 수행하는 압전기구(piezoelectric devices)로 구성된다. 보구조물이 진동함에 따라 압전감지기에서는 전압이 발생하게 되며, 이러한 전압은 증폭되어 압전작동기에 피드백(feedback)된다. 보구조물에 있어서 상향 연직변위가 발생할 경우, 압전감지기에서는 인장변형률이 발생하며, 이로 인하여 압전감지기에 피드백되는 전압은 압전작동기에서 인장변형률을 발생시키므로, 결과적으로 보구조물의 진동을 억제하는 효과를 발생하게 된다.

보구조물의 자유진동제어의 구현을 위해서는 적절한 능동제어 알고리즘의 적용이 필요하게 된다. 이러한 피드백 전압에 의한 제어력(control force)은 보구조물의 감쇠를 향상시켜 주어 진동을 억제하게 된다. 제어력은 구조물에 발생하는 변위의 속도에 비례하도록 산정될 수 있다. 이전에 Constant-gain feedback control 기법이라든지 Constant-amplitude feedback control 기법 등이 제안이며, 본 연구에서는 Constant-gain feedback control 기법을 적용한다(그림 4).

식(21)에서와 같이 스마트보 유한요소에 작용하는 하중항은 두 가지 하중항, 외부하중항과 전기하중항으로 구분된다. 여기서, 전기하중항이 스마트보구조물을 능동제어하기 위한 피드백 전기하중항의 역할을 할 수 있다.

식(21)의 전기하중항의 개념과 유사하게 제어 전기하중항을 표현하면 다음과 같다.

$$\{P^e\} = -[K_{p11}][K_{p12}]^{-1}\{Q^e\} \quad (23)$$

여기서, $\{P^e\}$ 는 피드백 전기하중항, $\{Q^e\}$ 는 압전감지기로부터 측정된 전압으로부터 산정된 전기작동벡터이다.

음속도 피드백 제어 이론(negative velocity feedback control law)을 이용하여 피드백되는 전기작동벡터는 $\{Q^e\}$ 는 다음과 같이 산정된다.

$$\begin{aligned} \{Q^e\} &= -G \cdot \left(\mu_z^s \cdot b_1 \cdot \frac{L}{2} \right) \{Q^n\} \\ &= G \cdot t_n \cdot \left(\mu_z^s \cdot b_1 \cdot \frac{L}{2} \right) \left(\mu_z^s \cdot b_n \cdot \frac{L}{2} \right) [K_{pn2}]^{-1} [K_{pn1}]^T \{\dot{u}\} \end{aligned} \quad (24)$$

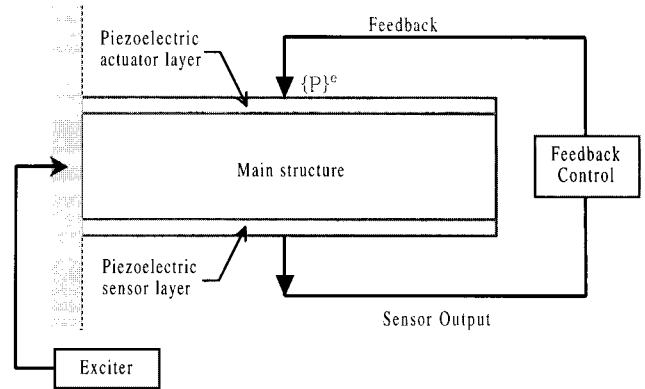


그림 3 스마트보 유한요소에 의한 능동제어 보구조물의 구현

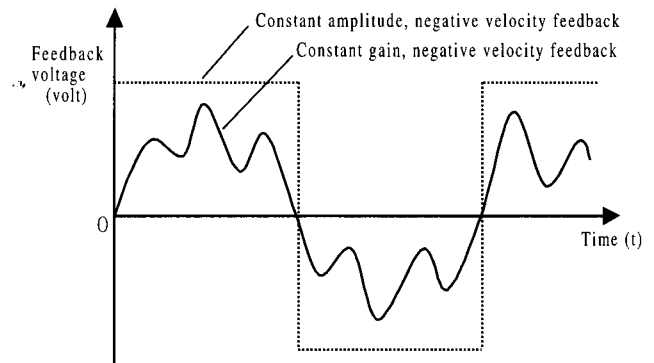


그림 4 피드백 전압 산정을 위한 알고리즘

여기서, G 는 피드백 게인(feedback gain)이며 상수(constant value)이므로, Constant-gain feedback control 기법이라고 한다.

따라서, 식(23)과 (24)로부터 제어 전기하중항은 다음과 같이 산정된다.

$$\begin{aligned} \{P^e\} &= -G \cdot t_n \cdot \left(\mu_z^s \cdot b_1 \cdot \frac{L}{2} \right) \left(\mu_z^s \cdot b_n \cdot \frac{L}{2} \right) \\ &\quad [K_{p11}][K_{p12}]^{-1} [K_{pn2}]^{-1} [K_{pn1}]^T \{\dot{u}\} \end{aligned} \quad (25)$$

식(25)를 식(19)에 대입하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$[M^*]\{\ddot{u}\} + [C^*]\{\dot{u}\} + [K^*]\{u\} = \{P\} \quad (26)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{C^*\} &= G \cdot t_n \cdot \left(\mu_z^s \cdot b_1 \cdot \frac{L}{2} \right) \left(\mu_z^s \cdot b_n \cdot \frac{L}{2} \right) \\ &\quad [K_{p11}][K_{p12}]^{-1} [K_{pn2}]^{-1} [K_{pn1}]^T \end{aligned} \quad (27)$$

따라서, 음속도 피드백 제어 이론(negative velocity feedback control law)을 적용한 스마트보구조물의 운동

방정식은 식(22)를 수정하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C + C^e]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\} \quad (28)$$

여기서, $[C^e]$ 는 제어력에 의해 구조물의 향상된 감쇠 효과를 나타낸다.

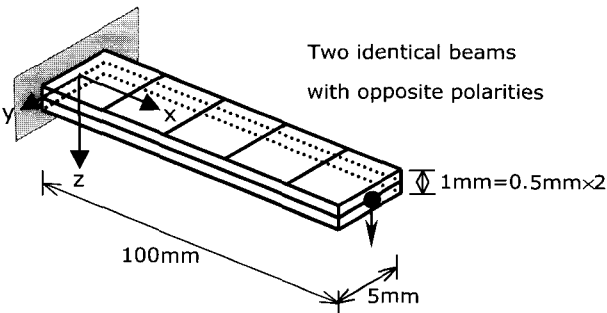
위의 식(28)을 해석하여 스마트구조물의 변위, 속도, 가속도에 대한 해석결과를 얻을 수 있다.

4. 수치예제해석

제안한 스마트보 유한요소의 정확성 및 효율성을 검증하고, 스마트보 유한요소를 이용한 자유진동제어에 대한 수치예제해석을 수행한다.

4.1 압전 PVDF bimorph 외팔보

해석예제로서 그림 5와 같은 압전 PVDF bimorph 외팔보를 해석한다. 사용하는 PVDF의 재료물성치는 표 1과 같으며, 5개의 동일한 길이의 스마트보 유한요소로 모델링한다. 이러한 압전 bimorph 보는 2개의 PVDF 층으로 구성되며 각 층이 반대방향으로 극성(polarities)을 갖는다. 따라서, 작용되는 전압에 의해서 각 층에서 인장과 압축이 발생하므로 보의 휨을 발생시키게 된다. 또한, 보에 인위적



$$E_p = 2E9(N/m^2), \nu_p = 0.29, \\ d_{31} = 2.2E-11(m/V), \mu_z^s = 0.1062E-9(F/m)$$

그림 5 압전 PVDF bimorph 외팔보

표 1 압전재료와 알루미늄보의 재료물성치

재료물성치	PVDF	PZT	알루미늄
$E(N/m^2)$	2.0×10^9	6.3×10^{10}	7.3×10^{10}
Poissons ratio	0.29	0.35	0.3
$\rho(kg/m^3)$	1800	7600	2630
$d_{31}(C/N)$	2.2×10^{-11}	3.7×10^{-10}	-
$\mu_z^s(F/m)$	1.062×10^{-10}	1.393×10^{-8}	-

인 인장과 압축 등의 변형을 가함으로써 전압이 발생하게 된다. 본 연구에 의한 해석 결과들을 기존의 연구들에 의한 해석 결과들과 비교하였다. 표 2에서는 작용전압 1V에 대해서 보의 각 절점에서의 연직변위를 비교하였으며, 표 3과 그림 6에서는 작용전압을 0V에서 200V까지 변화시키면서 보 끝단의 연직변위를 비교하였다.^{10),14)~16)} 기존의 연구들과 비교하여 미소하게 적은 해석치를 보이고 있으나, 실험치와 비교해서는 매우 근사한 해석치를 보여 주고 있음을 알 수 있다. 그림 7에서는 보의 오른쪽 끝단에 1cm의 연직변위를 인위적으로 주었을 때의 각 PVDF층에서의 발생전압을 비교하였다.^{3),14),16)} 기존의 해석결과에 비해 이론치에 근사하는 해석결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 표 4에서는 기존의 연구들에서 제안한 요소에 의해 모델링한 경우의 구조자유도의 수, 전기자유도의 수, 그리고 총자유도의 수를 보여주고 있다. 본 연구에서 제안한 스마트보 유한요소는 기존 연구들에 비하여 상대적으로 적은 수의 구조자유도와 전기자유도를 이용하여 정확하면서 효율적인 해석결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

표 2 압전 bimorph보의 연직변위 비교(작용전압:1V)($\times 10^{-6}m$)

위치(mm)	20	40	60	80	100
Theory(Tzou, 1991)	0.140	0.552	1.224	2.208	3.451
Tzou(1991)	0.124	0.508	1.160	2.100	3.300
Shen(1995)	0.132	0.528	1.188	2.112	3.300
Chen(1997)	0.139	0.547	1.135	2.198	3.416
본 연구	0.131	0.524	1.180	2.098	3.278

표 3 작용전압에 따른 압전 bimorph보의 연직변위 비교($\times 10^{-4}m$)

전압(Voltage)	50	100	150	200
Theory(Tzou, 1991)	0.1725	0.3451	0.5175	0.6900
Chen(1997)	0.1755	0.3409	0.5067	0.6819
본 연구	0.1639	0.3278	0.4916	0.6555

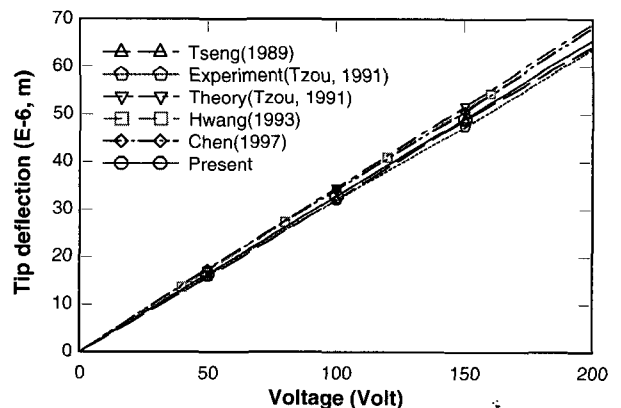


그림 6 작용전압의 변화에 따른 끝단 연직변위 비교

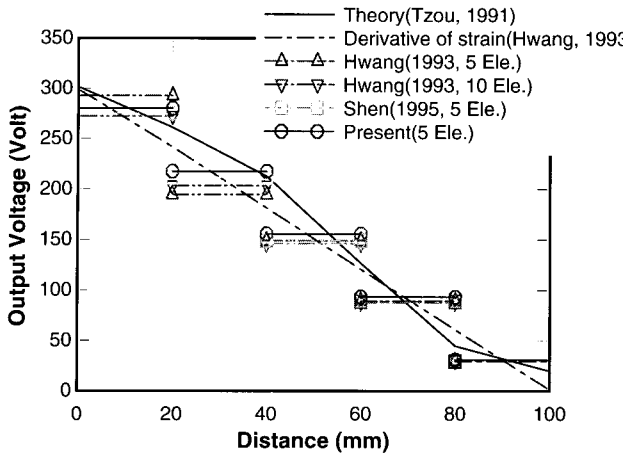


그림 7 발생전압비교(끝단 연직변위: 1cm)

표 4 해석 자유도수의 비교

해석자	절점수	자유도(degrees of freedom)		
		구조자유도수	전기자유도수	총자유도수
Tseng(1989)	36	108	36	144
Hwang(1993)	12	36	5	41
Shen(1995)	6	48	12	60
Chen(1997)	12	36	12	48
본 연구	6	18	12	30

4.2 PZT 압전감지기가 부착된 알루미늄 외팔보

해석예제로서 그림 8과 같은 6쌍의 PZT 압전감지기가 부착된 알루미늄 외팔보를 해석한다.³⁾ 알루미늄보의 윗면과 아랫면에 6쌍의 PZT 압전감지기가 대칭으로 접착되어 있으며, 사용하는 PZT와 알루미늄의 재료물성치는 표 1과 같다. 오른쪽 끝단의 연직변위가 0.47625cm(3/16 inch)에 도달할 때 각 압전감지기 쌍에서 발생하는 전압을 해석하고, 그 결과를 Shen(1995)의 해석치 및 실험치와 비교하였다.³⁾ 표 5에서와 같이 Shen(1995)의 해석치와는 매우 근사한 해석치를 주고 있으며, 실험치와 비교해서는 2%에서 4% 정도의 근소한 오차를 보이며 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

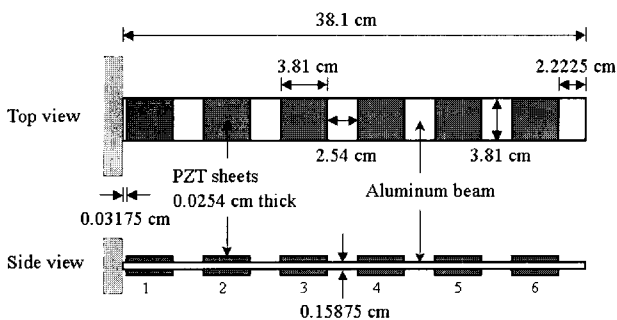


그림 8 6쌍의 PZT 압전감지기가 부착된 알루미늄보

표 5 압전감지기의 발생전압 비교(Voltage)

압전감지기	1	2	3	4	5	6	
Specimen 1	11.0	8.8	7.26	-	-	-	
Specimen 2	11.5	8.4	7.23	-	-	-	
Specimen 3	11.25	8.9	7.25	-	-	-	
Shen (1995)	해석치	10.98	9.04	7.10	5.15	3.20	1.26
	Error(%) (실험치)	2.4	3.8	1.9	-	-	-
본 연구	해석치	11.01	9.06	7.11	5.17	3.22	1.27
	Error(%) (실험치)	2.1	4.0	1.9	-	-	-

4.3 보구조물의 자유진동제어

해석대상이 되는 보구조물의 단면은 그림 9와 같다. 그리고, 보구조물은 단경간 보구조물(40m)과 3경간 연속 보구조물이며(3@25m), 전경간에서의 교량의 단면은 일정하다고 가정하였다. 압전작동기와 압전감지기는 PZT로 제작되었으며, 단면특성치 및 재료물성치는 표 6과 같다. 그림 10과 같이 단경간 보구조물은 40개의 스마트보 유한요소로 모형화 하였으며, 3경간 연속 보구조물은 46개의 스마트보 유한요소로 모형화 하였다.

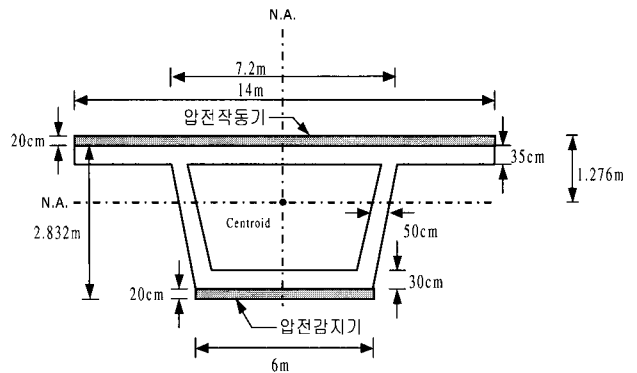
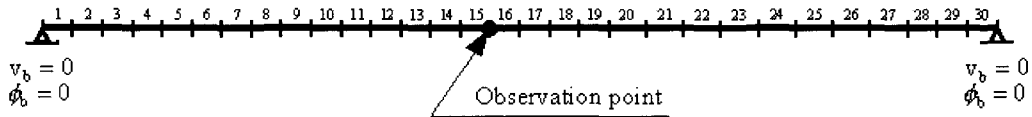


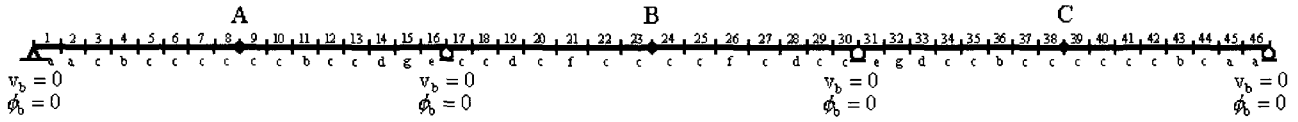
그림 9 압전작동기와 압전감지기의 배치단면

표 6 보구조물 단면특성치 및 재료물성치

단면적 (A, m^2)	5.922	
관성모멘트 (I_z, m^4)	17.157	
재료	콘크리트	PZT
$E(N/m^2)$	3.532×10^{10}	6.3×10^{10}
ν	0.2	0.3
$\mu_2^2(F/m)$	-	1.3×10^{-8}
$\rho(kg/m^3)$	4812	7600
$d_{31}(m/V)$	-	1.9×10^{-10}
감쇠비(%)	5	



(a) 단경간 보구조물



(b) 3경간 연속 보구조물

그림 10 보구조물의 유한요소 모형화

4.3.1 단경간 보구조물

경간 중앙점에서의 초기회전변위 1.0을 주어서 교량의 자유진동을 유발시킨다. Gain을 4000까지 변화시키면서 자유진동에 의한 연직변위의 변화를 살펴본다. 그림 11에서 보이는 바와 같이 Gain 이 4000일 때, 경간 중앙점의 연직변위가 현저히 작아진 값으로 제어되고 있음을 알 수 있다. 이러한 연직변위의 제어는 압전작동기에 전압이 작

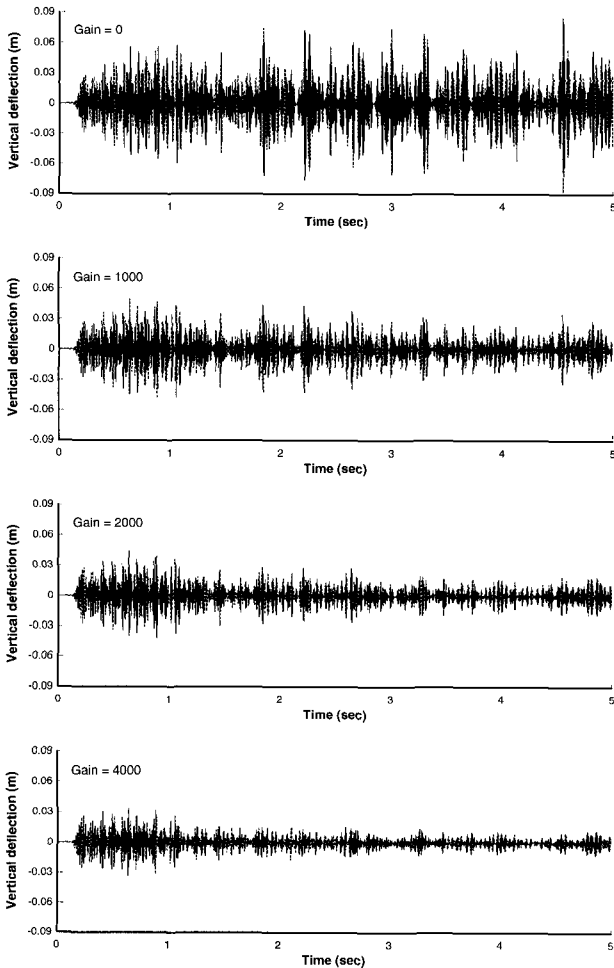


그림 11 경간 중앙점의 연직변위의 제어

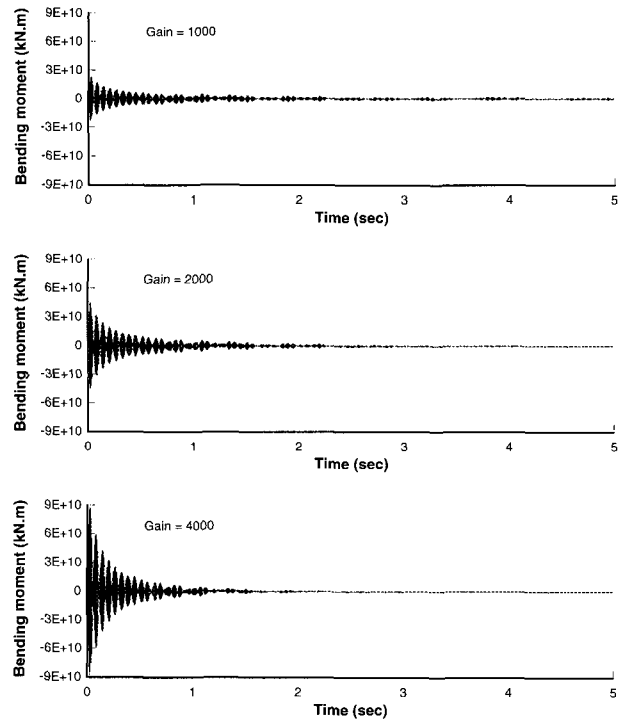


그림 12 경간 중앙점의 전기작동 힘모멘트

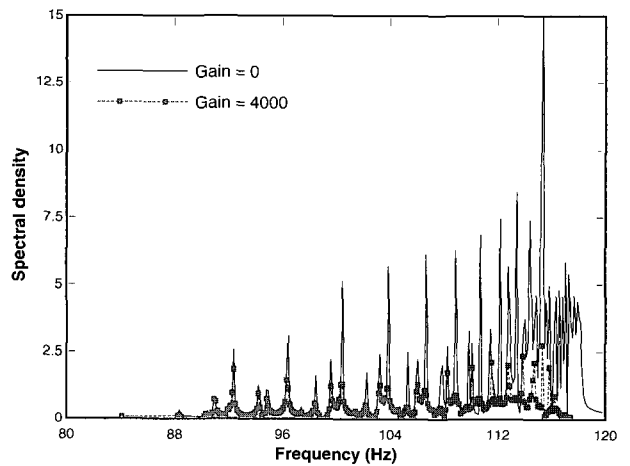


그림 13 경간 중앙점의 연직변위의 진동성분(단경간)

용하여 전기하중이 제어력으로 작용한 결과이며, 이러한 제어력은 전기작동 휨모멘트로서 그림 12에 보여지고 있다. 진동이 저감됨에 따라서 초기의 제어력은 점점 감소하고 있음을 알 수 있다. 그림 13에서는 이러한 사실을 더 명확히 확인할 수 있는데, Gain이 증가함으로 인하여 연직 변위의 진동성분이 현저히 감소함을 확인할 수 있다.

4.3.2 3경간 연속 보구조물

중앙경간 중앙점에서의 초기회전변위 1.0을 주어서 교량의 자유진동을 유발시킨다. Gain을 2000까지 변화시키면서 자유진동에 의한 연직변위의 변화를 살펴본다. 그림 14와 15에서 보이는 바와 같이 Gain 이 2000일 때, 각 경간의 중앙점의 연직변위가 현저히 작아진 값으로 제어되고 있음을 알 수 있다. 이러한 진동의 저감은 그림 16과 17에서와 같은 전기작동 휨모멘트가 제어력으로 교량 구조물에 가해지기 때문이다. 그림 18에서는 이러한 사실을 더 명확히 확인할 수 있는데, Gain이 증가함으로 인하여 연직 변위의 진동성분이 현저히 감소함을 확인할 수 있다.

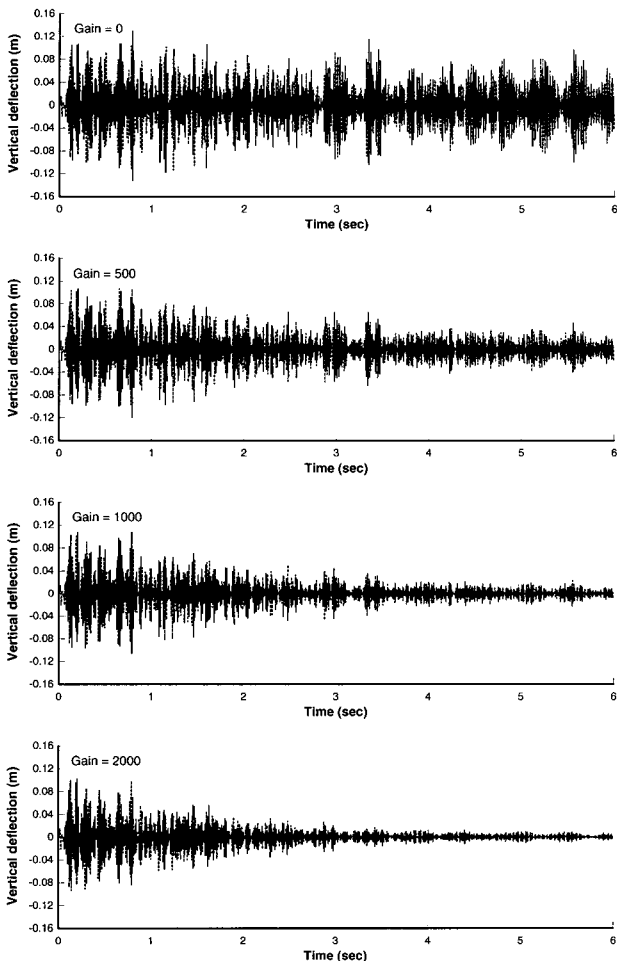


그림 14 첫번째 경간 중앙점(A점)의 연직변위의 제어

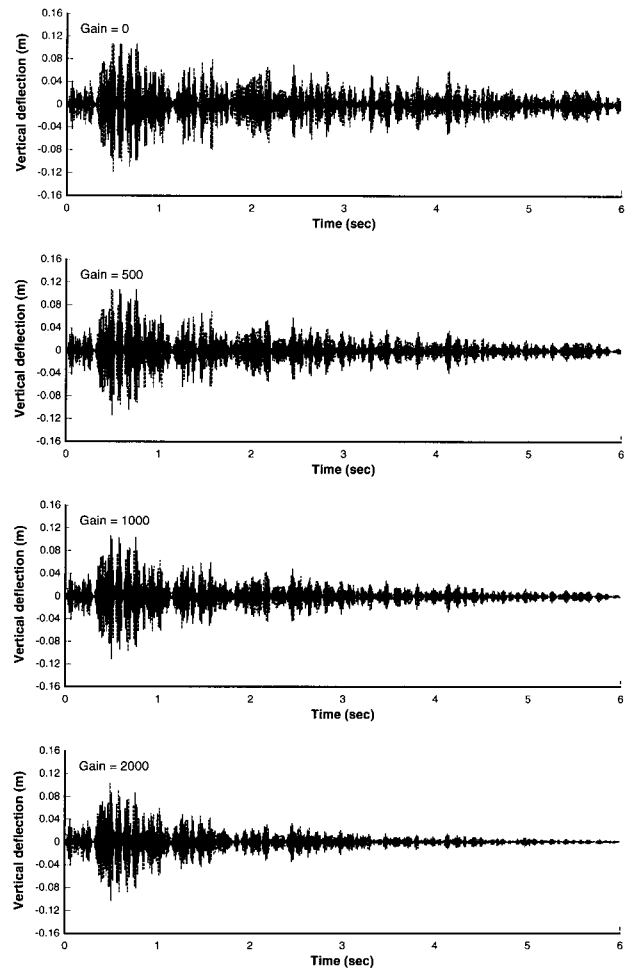


그림 15 중앙경간 중앙점(B점)의 연직변위의 제어

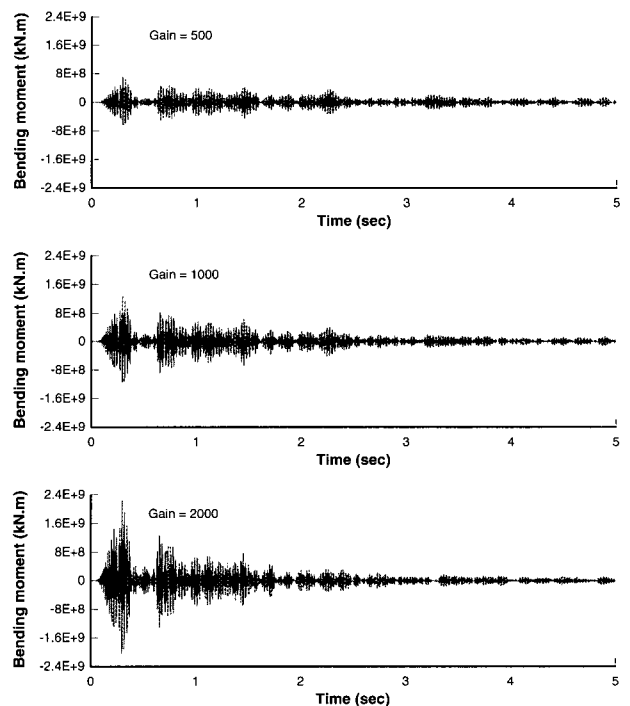


그림 16 첫번째 경간 중앙점(A점)의 전기작동 휨모멘트

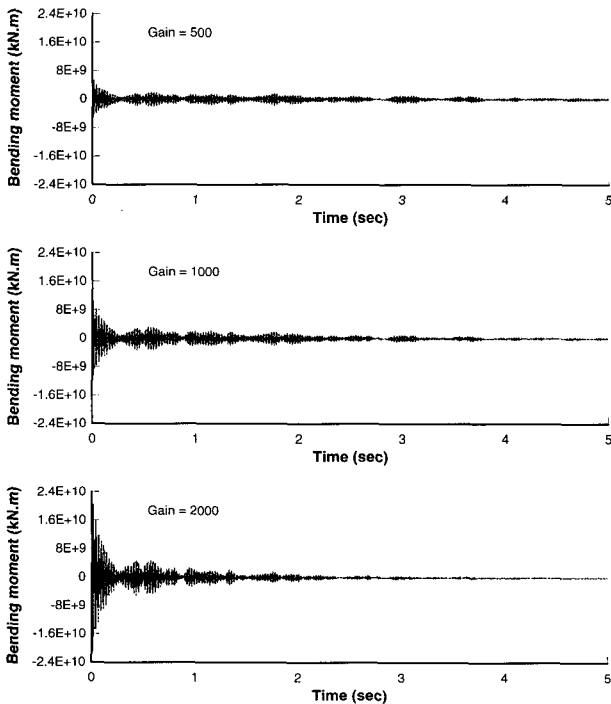
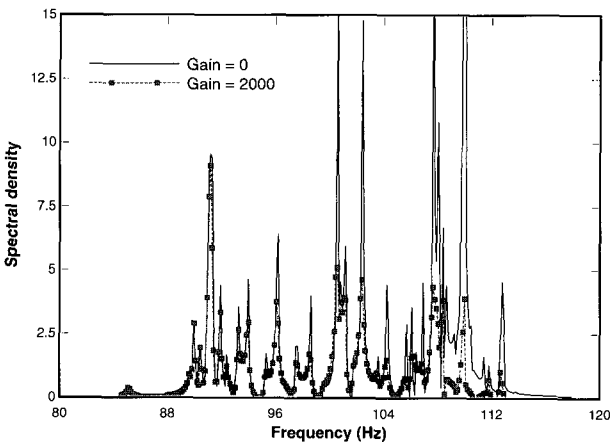
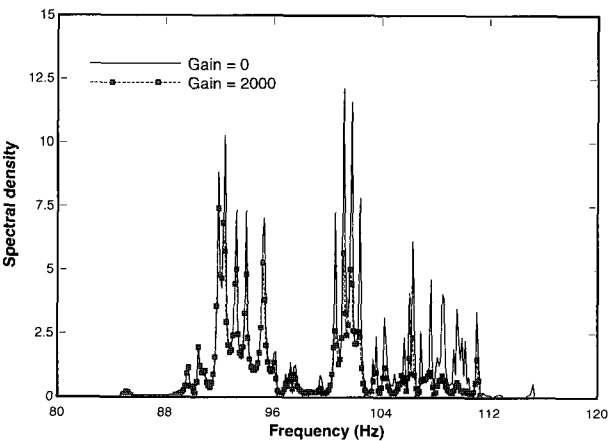


그림 17 중앙경간 중앙점(B점)의 전기작동 힘모멘트



(a) 첫 번째 경간 중앙점(A점)



(b) 중앙경간 중앙점(B점)

그림 18 경간 중앙점의 연직변위의 진동성분(3경간연속)

5. 결 론

본 연구에서는 Timoshenko 보이론을 이용하여 판형태의 압전감지기와 압전작동기가 부착된 보형태의 스마트구조물의 유한요소 모형을 위한 스마트보 유한요소를 제안하고, 이러한 스마트보 유한요소와 Constant-gain feedback control 기법을 이용한 보구조물의 자유진동제어에 대한 유한요소 모형화 정식화를 제안하였다. 제안한 스마트보 유한요소를 검증하기 위하여 압전 PVDF bimorph 외팔보와 6쌍의 PZT 압전감지기가 부착된 알루미늄 외팔보를 해석하고 기존의 해석결과 및 실험치와 비교하였다. 기존의 연구들에서 제시된 값들과 비교하여 볼 때 효율적이면서 정확한 해석이 가능함을 알 수 있었다. 그리고, 단경간 보구조물 및 3경간 연속 보구조물의 자유진동제어에 적용하여 수치해석을 수행하였다. 따라서, 제안한 스마트보 유한요소에 의한 보형태의 스마트구조물의 해석을 통하여 압전작동기에서의 작용전압에 의한 구조물의 제어 및 압전감지기에서의 발생전압의 측정에 대한 시뮬레이션이 가능하게 되었다. 또한, 압전감지기에서 측정된 전압으로부터 압전작동기에의 작용전압을 산정하는 알고리즘을 적용하여 보형태의 스마트구조물의 자체 평가에 의한 자유진동의 능동제어에 대한 수치해석이 가능해졌다.

PZT를 비롯한 압전재료는 작동면 (actuation face)이 작아서 토목구조물과 같은 거대 구조물에의 적용이 현실적으로 불가능하지만, 향후의 압전재료에 대한 개발을 통하여 토목구조물의 응용이 가능하며, 보형태의 토목구조물에 대한 구조거동 및 자유진동제어에 대한 유한요소해석을 위하여 본 연구에서 제안하는 Timoshenko 스마트보 유한요소를 적용할 수 있다.

참 고 문 헌

1. Clark, R. L., Saunders, W. R. and Gibbs, G. P., *Adaptive Structures: Dynamics and Control*, John Wiley & Sons, Canada, 1998
2. Benjeddou, A., "Advances in Piezoelectric Finite Element Modeling of Adaptive Structural Elements: A Survey", *Computers & Structures*, Vol. 76, No. 1-3, 2000, pp.347~363
3. Shen, M. H. H., "A New Modeling Technique for Piezoelectrically Actuated Beams", *Computers & Structures*, Vol. 57, No. 3, 1995, pp.361~366
4. Carpenter, M. J., "Using Energy Methods to Derive Beam Finite Elements Incorporating Piezo-

- electric Materials”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8, 1997, pp.26~40
5. Robbins, D. H. and Reddy, J. N., “Analysis of Piezoelectrically Actuated Beams Using a Layer-wise Displacement Theory”, *Computers & Structures*, Vol. 41, No. 2, 1991, pp.265~279
 6. Benjeddou, A., Trindade, M. A. and Ohayon, R., “A Unified Beam Finite Element Model for Extension and Shear Piezoelectric Actuation Mechanisms”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 8, 1997, pp.1012~1025
 7. Benjeddou, A., Trindade, M.A. and Ohayon, R., “New Shear Actuated Smart Structure Beam Finite Element”, *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 3, 1999, pp.378~383
 8. Hughes, T. J. R., *The Finite Element Method, Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Prentice-Hall, USA, 1987
 9. Lin, C. C. and Huang, H. N., “Vibration Control of Beam-plates with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators”, *Computers & Structures*, Vol. 73, No. 1-5, 1999, pp.239~248
 10. Chen, S. H., Wang, Z. D. and Liu X. H., “Active Vibration Control and Suppression for Intelligent Structures”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 200, No. 2, 1997, pp.167~177
 11. Ray, M. C., Bhattacharyya, R. and Samanta, B., “Static Analysis of an Intelligent Structure by the Finite Element Method”, *Computers & Structures*, Vol. 52, No. 4, 1994, pp.617~631
 12. Griffiths, D. J., *Introduction to Electrodynamics*, Prentice-Hall, USA, 1981
 13. 최창근, 송명관, “Timoshenko 보이론에 의한 압전감지기와 압전작동기의 유한요소 모형화”, 한국전산구조공학회 가을학술발표회 논문집, 2000, pp.3~10
 14. Hwang, W. S. and Park, H. C., “Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators”, *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 5, 1993, pp. 930~937
 15. Tseng, C. I., “Electromechanical Dynamics of a Coupled Piezoelectric/Machanical System applied to Vibration Control and Distributed Sensing”, Ph.D. Dissertation, University of Kentucky, USA, 1989
 16. Tzou, H.S. and Tseng, C.I., “Distributed Vibration Control and Identification of Coupled Elastic/piezoelectric Systems: Finite Element Formulation and Application”, *Mech. Systems Signal Process*, Vol. 5, 1991, pp.215~231

부록-요소행렬의 구성

1. 곡률-변위관계 행렬(curvature-displacement relationships matrix)

$$\langle \mathbf{B}_f \rangle = \left\langle 0 \quad \frac{1}{l} \quad 0 \quad -\frac{1}{l} \right\rangle \quad (29)$$

여기서, l 은 보요소의 길이이다.

2. 전단변형률-변위관계 행렬(shear strain-displacement relationships matrix)

$$\langle \mathbf{B}_s \rangle = \left\langle -\frac{1}{l} \quad -\frac{1-x}{l} \quad \frac{1}{l} \quad -\frac{x}{l} \right\rangle \quad (30)$$

여기서, x 는 보요소의 국지좌표계에서의 축방향 좌표이다.

3. 전기장-전위관계 행렬(electric field-electric potential relationships matrix)

$$\langle \mathbf{B}_p^1 \rangle = \langle \mathbf{B}_p^n \rangle = \left\langle -\frac{1-x}{l} \quad -\frac{x}{l} \right\rangle \quad (31)$$

4. 휨강성행렬(flexural rigidity matrix)

$$\int_0^l \left\{ \frac{d(\delta\theta)}{dx} EI \frac{d\theta}{dx} \right\} dx = \int_0^l \langle \mathbf{B}_f \rangle^T EI \langle \mathbf{B}_f \rangle dx$$

$$= \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [\mathbf{K}_f] \quad (32)$$

5. 전단강성행렬(shear rigidity matrix) : 1-point Gaussian quadrature

$$\int_0^l \{ \delta\beta G \widehat{A} \beta \} dx = \int_0^l \langle \mathbf{B}_s \rangle^T G \widehat{A} \langle \mathbf{B}_s \rangle dx$$

$$= G \frac{\widehat{A}}{l} \begin{bmatrix} 1 & \frac{l}{2} & -1 & \frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} & \frac{l^2}{4} & \frac{l}{2} & \frac{l^2}{4} \\ -1 & -\frac{l}{2} & 1 & \frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} & \frac{l^2}{4} & \frac{l}{2} & \frac{l^2}{4} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}_s] \quad (33)$$

6. 압전작동기의 1차 압전행렬

$$\int_0^l \left\{ \frac{d(\delta\theta)}{dx} Ed_{31} Q_p^1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} dx = \int_0^l Ed_{31} Q_p^1 \langle \mathbf{B}_f \rangle^T \langle \mathbf{B}_p^1 \rangle dx$$

$$= Ed_{31} b_1 t_1 z_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}_{p1}] \quad (34)$$

7. 압전감지기의 1차 압전행렬

$$\int_0^l \left\{ \frac{d(\delta\theta)}{dx} Ed_{31} Q_p^n \frac{\partial \phi_n}{\partial z} \right\} dx = \int_0^l Ed_{31} Q_p^n \langle \mathbf{B}_f \rangle^T \langle \mathbf{B}_p^n \rangle dx$$

$$= Ed_{31} b_n t_n z_n \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}_{pn1}] \quad (35)$$

8. 압전작동기의 2차 압전행렬

$$\int_0^l \left\{ \frac{\partial(\delta\phi_1)}{\partial z} \mu_z^s A_p^1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right\} dx = \int_0^l \mu_z^s A_p^1 \langle \mathbf{B}_p^1 \rangle^T \langle \mathbf{B}_p^1 \rangle dx$$

$$= \mu_z^s b_1 t_1 \begin{bmatrix} \frac{l}{3} & \frac{l}{6} \\ \frac{l}{6} & \frac{l}{3} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}_{p12}] \quad (36)$$

9. 압전감지기의 2차 압전행렬

$$\int_0^l \left\{ \frac{\partial(\delta\phi_n)}{\partial z} \mu_z^s A_p^n \frac{\partial \phi_n}{\partial z} \right\} dx = \int_0^l \mu_z^s A_p^n \langle \mathbf{B}_p^n \rangle^T \langle \mathbf{B}_p^n \rangle dx$$

$$= \mu_z^s b_n t_n \begin{bmatrix} \frac{l}{3} & \frac{l}{6} \\ \frac{l}{6} & \frac{l}{3} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}_{pn2}] \quad (37)$$

10. 전기작동벡터(electrical actuating vector)

$$\int_0^l \delta\phi_1 \bar{\sigma}_1 b_i dx = \int_0^l \delta\phi_1^{\bar{c}} \bar{\sigma} b_i dx + \int_0^l \delta\phi_1^b (-\bar{\sigma}) b_i dx$$

$$= \mu_z^s b_i \cdot \text{Voltage} \cdot \begin{bmatrix} \frac{l}{2} \\ \frac{l}{2} \end{bmatrix} = \{ \mathbf{Q}_1 \} \quad (38)$$