

# EWMA 피드백 공정 조정에서 이상원인의 영향<sup>1)</sup>

이재준\*, 전상표\*\*, 이종선\*

\*인하대학교 통계학과, \*\*남서울대학교 교양학과

## Impact of Special Causes on EWMA Feedback Process Adjustment

Jae June Lee\*, Sang Pyo Jun\*\*, Jong Seon Lee\*

\*Department of Statistics, Inha University, \*\*Department of General Education, Nam Seoul University

**Key Words:** Process Adjustment, Responsive Feedback Control, Special Cause

### Abstract

A special cause producing temporary deviation in the underlying process can influence on process adjustment in responsive feedback control system. In this paper, the impact of special causes on the EWMA(Exponentially Weighted Moving Average) forecasts and the process adjustment that is based on the EWMA forecasts are derived. For some special causes with patterned type of contamination, the influence of the causes on the output process are explicitly investigated. A data set, contaminated by a special cause of level shift, is analyzed to evaluate the impact numerically.

## 1. 서론

공정조정(process adjustment)은 통계적 공정관리(SPC: Statistical Process Control)와 함께 공정향상을 위해 널리 사용되는 방법이다. 통계적 공정관리는 가설검정의 관점에서 주로 관리도를 이용하여 공정에서 이상(special cause)의 발생여부를 탐지하는 것이 주목적이며, 반면에 공정조정은 추정

의 관점에서 공정특성치가 목표치에 가능한 가깝게 유지되도록 공정특성치에 영향을 미치는 조정 가능한 입력(input 또는 compensatory) 변수를 조정하여 그 목적을 달성하려는 방법이다. 실제로, 이 두 방법은 같은 목적을 성취하기 위한 경쟁적 관계라기보다는 품질향상을 위한 보완적 관계에 있다고 할 수 있고[Box와 Lucceno(1997)], 또한 이 두 방법을 결합적으로 사용하여 품

1) This work was supported by grant No. 1999-1-104-002-3 from the Korea Science & Engineering Foundation.

질을 개선하려는 방법이 소개되고 있다 [Box 와 Kramer(1992), Tucker et al.(1993), Baxley Jr.(1994)]. 공정조정 방법으로는 피드백, 피드포워드, 그리고 피드백-피드포워드 조정 등이 있는데, 입력변수 조정의 영향이 출력변수에 여러 시간에 걸쳐 나타나는 다이나믹 시스템과 공정의 단위시간에 그치는 단반응 시스템 (responsive system)으로 구분된다. 특성치의 평균이 경향(drift)이 있는 비정상 시계열을 따르는 공정의 경우에, 피드백 공정조정에서는 이러한 경향을 상쇄하여 특성치를 목표치에 유지시키기 위해 흔히 EWMA 예측방법을 적용하여 입력변수를 조정하는데, 특성치가 IMA 과정을 따를 때 EWMA 예측에 의한 공정조정은 최적의 공정조정이 된다 [Crowder et al.(1997), Box et al.(1997)].

특성치 자료에는 이상원인에 의해 대부분의 자료에서 벗어나는 자료가 발생할 수 있고, 이러한 자료는 이상치라 정의된다. 시계열의 이상치에 관한 연구는 ARIMA모형 하에서 AO(Additive Outlier), IO(Innovational Outlier), LS(Level Shift) 등의 정형화된 단일(single) 이상치를 탐지하는 방법과 이상치가 모수 추정에 미치는 영향에 관한 연구가 주를 이루었다 [Tsay(1986)]. 반면에, 시계열 자료에는 연속 시점에서 이상치가 발생하는 경우가 흔한데, 이러한 연속이상치들의 영향은 더욱 심각한 것으로 알려지고 있다[Bruce와 Martin(1989), Cho et al.(1993)]. 품질개선에 적용된 이상치에 관한 연구로는 예측에 미치는 단일이상치의 영향 [Ledolter(1989), Chen과 Liu(1993)]과 자기상관을 갖는 특성치에 대한 공정관리 기법(관리도)의 개발 [Alwan과 Roberts(1988), Jiang et

al.(2000), Atienza et al.(1998), Zhang(1998)] 등을 들 수 있는데, 공정조정에서 이상치 문제에 관한 연구는 전무한 실정이다.

본 논문에서는 경향이 있는 비정상 시계열을 따르는 특성치를 EWMA 단반응 피드백 방법으로 조정하는 경우에 대하여, 이상원인의 발생으로 변질되어 관측된 특성치를 나타낼 수 있는 일반 모형을 제안하고, 제안된 모형을 바탕으로 이상원인의 발생이 출력변수에 미치는 영향을 유도하였다. 또한, 이상원인의 영향이 정형화된 특성을 나타내는 경우에 대하여, 출력 변수에 미치는 구체적인 영향의 양태를 밝히고 자료분석을 통하여 그 영향의 양태를 확인하였다.

## 2. 단반응 피드백 공정조정

본 논문에서  $N_t$ 는 입력변수로 조정되지 않을 때 목표치( $T_0$ )로부터 벗어나는 특성치의 무조정편차(underlying process),  $X_t$ 는 입력 변수를 한 단위 조정할 때 특성치가  $g$  단위 변화한다고 이미 알려진 조정 가능한 입력(또는 조정) 변수,  $g$ 는 그 변화의 크기를 나타내는 공정 증가분(process gain),  $y_t$ 는 입력변수로 조정이 적용될 때 특성치를 조정하는 값을 나타내는 시계열이다.(〈그림1〉 참조).

### 2.1 피드백 시스템

시점  $t$ 에서 입력변수가  $X_t$ 로 설정되었을 때, 시점  $t+1$ 에서 목표치로부터 벗어

나는 특성치 조정편차  $\epsilon_{t+1}$ 는 시스템의 출력변수로서, 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_{t+1} = gX_t + N_{t+1}$$

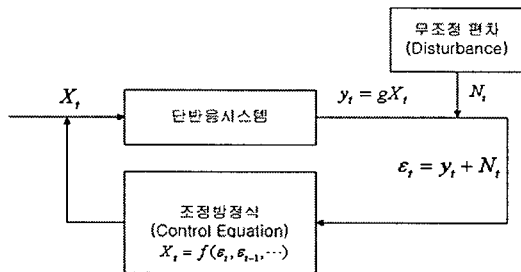
시점  $t$ 에서 구한  $t+1$ 시점 무조정편차의 예측값과 오차를 각각  $\hat{N}_t(1)$ 와  $e_t(1)$ 로 표기하고  $N_{t+1} = \hat{N}_t(1) + e_t(1)$ 를 적용하면 조정편차는

$$\epsilon_{t+1} = gX_t + \hat{N}_t(1) + e_t(1)$$

로 표현된다. 따라서, 시점  $t$ 의 입력변수가

$$X_t = -(1/g) \hat{N}_t(1) \quad (1)$$

로 설정될 때,  $\epsilon_{t+1} = e_t(1)$ 가 만족된다. 여기에서, 예측치  $\hat{N}_t(1)$ 가 현재와 과거의 무조정편차들( $\{N_j, j \leq t\}$ )로만 표현될 때, 식 (1)에 의해 피드백 시스템이 정의된다.



<그림 1> 단반응 피드백 공정조정

## 2.2 EWMA 피드백 조정

시점  $t$ 에서  $t+1$ 시점 무조정편차  $N_{t+1}$ 의 예측치로 EWMA

$$\hat{N}_t = \hat{N}_t(1) = \lambda \sum_{j=0}^{\infty} \theta^j N_{t-j} \quad (2)$$

단,  $\lambda = 1 - \theta$ 가 사용되어 조정될 때 시점  $t$ 의 입력변수 조정 값( $x_t$ )은 식 (1)에 의

해

$$\begin{aligned} x_t &= X_t - X_{t-1} \\ &= -(\lambda/g) e_{t-1}(1) \\ &= -(\lambda/g) \epsilon_t \end{aligned} \quad (3)$$

가 된다. 이 경우에, 식 (3)으로부터 시점  $t$ 의 입력변수  $X_t$ 는  $t$ 시점까지의  $x_j$ 들의 총합(total adjustment)이 되고, 따라서

$$X_t = k_0 + k_I \sum_{j=1}^t \epsilon_j \quad (4)$$

단,  $k_0 = X_0$ ,  $k_I = -\lambda/g$ 로 표현되는 EPC의 누적관리(integral control)가 된다.

만약, 무조정편차 시계열  $N_t$ 가 IMA(1,1) 과정,  $N_t - N_{t-1} = a_t - \theta a_{t-1}$  (단,  $a_t$ 는 백색잡음과정)을 따른다면, 식 (2)에서 평활상수가  $\theta$ 인 EWMA는  $e_{t-1}(1) = a_t$ 를 만족하므로 최소평균제곱오차예측치(MMSEF)가 된다. 따라서, 식 (4)의 누적관리는  $\epsilon_t = a_t$ 를 만족하는 최적의 최소평균제곱오차 피드백관리가 된다 [Box et al.(1994)].

## 3. 이상원인의 영향

이상원인이  $m$ 개의 연속시점에서 발생한 경우에 그 시점들에서 AO가 발생한 것으로 정의될 수 있다. 이상원인의 발생시점  $T$ 에서 종료시점  $T^E (= T + m - 1)$ 까지  $m$ 개 시점에서 정형화되지 않은 구조를 갖는 연속이상치가 포함된 관측된 시계열  $N_t$ 는 다음과 같은 개입모형으로 표현될 수 있다 [Lee (1994)].

$$N_t = N'_t + \sum_{j=0}^{m-1} \omega_j I_t(T+j) \quad (5)$$

단,  $N'_t$ 는 이상원인이 발생하지 않은 경우의 특성치 참시계열,  $\omega_j$ 는  $T+j$ 시점의 특성치에 내재된 이상원인 영향의 크기, 그리고  $I_t(T)$ 는  $t=T$ 에서 1이고  $t \neq T$ 에서 0인 지시함수이다.

### 3.1 EWMA예측에 미치는 영향

시점  $t$ 에서 구한  $t+1$ 시점 특성치의 EWMA예측값,  $\mathcal{N}_t$ 의 갱신식은

$$\mathcal{N}_t = \mathcal{N}_t(1) = \lambda N_t + (1-\lambda) \mathcal{N}_{t-1} \quad (6)$$

단,  $\lambda = 1 - \theta$ 가 된다. 이상원인이 EWMA예측에 미치는 영향은 이상영향이 포함된 식 (5)의 특성치 시계열  $N_t$ 와 그 영향이 포함되지 않은(또는 제거된) 시계열  $N'_t$ 로 각각 구한 예측치들의 차로부터 파악될 수 있다. 따라서, 시점  $t$ 에서 두 시계열로부터 구한 식 (6)의 한-시점-앞 EWMA 예측값을  $\mathcal{N}_t$ 와  $\mathcal{N}'_t$ , 예측오차를  $e_t(1)$ 과  $e'_t(1)$ , 두 예측치의 차를  $\Delta_t (= \mathcal{N}_t - \mathcal{N}'_t)$ 라 표기할 때, 이상원인이 예측에 미치는 영향은 다음과 같이 요약될 수 있다(부록 참조).

결과 1: 이상원인이 예측에 미치는 영향

i)  $t \leq T-1$ (이상원인 발생 전)

$$\Delta_t = 0$$

ii)  $T \leq t \leq T^E$ (이상원인 발생 중)

$$\Delta_t = \lambda \omega_{t-T} + \theta \Delta_{t-1}$$

iii)  $t > T^E$ (이상원인 종료 후)

$$\Delta_t = \theta \Delta_{t-1}$$

위의 결과로부터 두 예측치의 차,  $\Delta_t$ 는  $\omega_j$ 들의 EWMA로 표현됨을 알 수 있다. 즉, 예측에 미치는 영향은

$$t = T+k (\leq T^E) \text{에서 } \Delta_t = \lambda \sum_{j=0}^k \theta^j \omega_{k-j},$$

이상종료 이후 시점 ( $t = T^E+k$ )에서  $\Delta_t = \theta^k \Delta_{T^E}$ 가 된다.

예를 들어,  $\omega_0 = \dots = \omega_{m-1} = \omega$ 의 경우에(즉, 국소 수준변화) 이상 발생 중의 시점에서  $\Delta_t = \omega(1 - \theta^{k+1})$ , 이상 종료 이후 시점에서  $\Delta_t = \omega(1 - \theta^m)\theta^k$ 가 된다. 따라서,  $t$ 가 커짐에 따라 두 예측치의 차이는 지수적으로 0에 수렴하게 된다.

### 3.2 이상원인이 EWMA 피드백 조정에 미치는 영향

특성치의 무조정편차는 이상원인의 발생 시  $N'_t$ 에 이상의 영향이 포함된  $N_t$ 로 관측되게 되는데, 이상원인의 발생을 고려하지 않고 입력변수를 식 (1)에 의해  $X_t = -(1/g)\mathcal{N}_t(1)$ 로 설정할 때의 조정편차를  $\varepsilon_t = e_{t-1}(1)$ 라 표기한다. 그러나, 이 조정편차  $\varepsilon_t$ 는 이상원인의 영향으로 인해 발생 시점부터  $e'_{t-1}(1)$ 과는 달라지고, 그 차이  $(\Delta\varepsilon)_t$ 는 다음과 같이 정리된다(부록 참조).

결과 2: 이상원인이 공정조정에 미치는 영향

i)  $t \leq T-1$  (이상원인 발생 전)

$$(\Delta \epsilon)_t = 0$$

ii)  $T \leq t \leq T^E$  (이상원인 발생 중)

$$(\Delta \epsilon)_t = \omega_{t-T} - \Delta_{t-1}$$

iii)  $t > T^E$  (이상원인 종료 후)

$$(\Delta \epsilon)_t = -\Delta_{t-1}$$

공정조정의 출력변수인 조정편차  $\epsilon_t$ 는 이상원인이 발생할 때 결과 2와 같이 영향을 받게 되는데, 공정조정을 계속 진행하는 경우가 이에 해당된다고 할 수 있다.

위 결과 2를 요약하면, 이상원인 발생시점  $T$ 에서는 그 전 시점의 편차들과  $\omega_0$ 의 차이가 나게 된다. 이상발생 중에는 ii)에 의해  $\omega_{t-T}$ 와  $\Delta_{t-1}$ 에 크기에 의해 그 차이가 결정되며, 이상종료 후에는 iii)에 의해  $\Delta_{t-1}$ 에 따라 달라지게 된다. 조정편차의 편의는 구체적으로 <표 1>과 같이 요약된다.

<표 1> 조정편차의 편의

	시점 ( $t$ )	조정편차의 편의
발생 시점	$T$	$\omega_0$
발생 중	$T+k$ $k \leq m-1$	$\omega_k - \lambda \sum_{j=0}^{k-1} \theta^j \omega_{k-1-j}$
종료 이후	$T^E+k$ $k \geq 1$	$-\theta^k \lambda \sum_{j=0}^{m-1} \theta^j \omega_{m-1-j}$

이상원인의 발생으로 인한 조정편차의 편의는 결과 1의 iii)과 <표 1>에서 알 수 있듯이, 이상종료 후에 시간이 흐름에 따라 ( $t$

가 커짐에 따라) 지수적으로 0에 수렴하게 된다.

국소수준변화의 경우 표1에 의해 시점  $T$ 에서  $\omega_0$ 의 편의가 발생하지만, 발생 중 시점  $t = T+k$ 에서는  $(\Delta \epsilon)_{T+k} = \omega \theta^k$ 로 편의가 점차 작아진다. 이상종료 후 시점  $t = T^E+k$ 에서는 편의가  $-\omega \theta^k(1-\theta^m)$ 로 표현되는데, 이상종료 다음시점의 편의는  $-\omega \theta(1-\theta^m)$ 로서 종료시점의 편의  $\omega \theta^m$ 와 확연히 다른 특성을 보이지만 시간이 흐름에 따라 지수적으로 감소함을 알 수 있다.

### 3.3 정형화된 이상원인이 EWMA 피드백 조정에 미치는 영향

참 무조정편차가  $\phi(B)(1-B)^d N'_t = \theta(B)a_t$ 의 ARIMA모형을 따른다면 다음과 같이 표현될 수 있다:

$$N'_t = \phi(B)a_t \tag{7}$$

단,  $a_t$ 는 평균이 0인 백색잡음(white noise) 과정이고,  $\phi(B), \phi(B), \theta(B)$ 는 다음과 같다.

$$\phi(B) = 1 + \phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots$$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$$

이상원인의 영향이 포함된 관측 시계열  $N_t$ 는 AO, IO, LS(Level Shift) 등의 정형화된 이상치 모형으로 다음과 같이 표현될 수 있다[Tsay(1986), Box et al.(1994)].

$$N_t = \omega_0 \eta_t(T) + \phi(B) a_t \tag{8}$$

식 (8)에서,  $\eta_t(T)$ 는 AO의 경우에

$I_t(T)$ , IO의 경우에  $\phi(B)I_t(T)$ , 그리고 LS의 경우에  $[1/(1-B)]I_t(T)$ 가 된다. 이상원인의 유형에 따라 예측 값과 EWMA 피드백 조정의 출력변수 값인 조정편차  $\varepsilon_t$ 에 미치는 영향은 다음과 같이 요약된다.

#### i) AO의 경우

예측치에 미치는 AO의 영향은 관측된 특성치가  $N_t = \omega_0 I_t(T) + \phi(B) a_t$ 로 표현되므로 결과 1에서  $m=1$ ,  $\omega_j=0$ ,  $j>0$ 을 적용하면, 발생시점  $t=T$ 에서  $\Delta_T = \lambda \omega_0$ , 그 이후 시점  $t=T+k$ 에서  $\Delta_t = \lambda \omega_0 \theta^k$ 로 나타나게 된다.

$\varepsilon_t$ 에 미치는 AO의 영향은 발생시점에서  $\omega_0$ , 시점  $t=T+k$ 에서  $(\Delta\varepsilon)_t = -\Delta_{t-1} = -\theta^{k-1} \lambda \omega_0$ 의 편차가 발생한다. 따라서 평활상수와  $\omega_0$ 의 크기에 따라 조정편차에 미치는 영향은 상당기간 지속될 수 있다.

#### ii) IO의 경우

이상치 모형은  $N_t = \omega_0 \phi(B)I_t(T) + \phi(B) a_t$ 가 되고, 예측치에 미치는 영향은 결과 1에서  $m=\infty$ ,  $\omega_j = \phi_j \omega_0$ ,  $j>0$ 을 적용하면 발생시점에서  $\Delta_T = \lambda \omega_0$ ,  $t=T+k$ 에서  $\Delta_t = \omega_0 \lambda \sum_{j=0}^k \theta^j \phi_{k-j}$ 가 된다.

$\varepsilon_t$ 에 미치는 영향은 시점  $t=T$ 에서  $\omega_0$ ,  $t=T+k$ 에서

$\omega_0(\phi_k - \lambda \sum_{j=0}^{k-1} \theta^j \phi_{k-j-1})$ 가 된다. 따라서, 조정편차에 미치는 IO의 영향은 평활상수와  $N_t$ 의  $\phi_j$ 들에 따라 달라진다. 특히,  $N_t$ 가 비정상 시계열인 경우에  $\phi_j$ 가 0으로 빠르게 수렴하지 않기 때문에 상당 기간 편차가 발생할 수 있다.

#### iii) LS의 경우

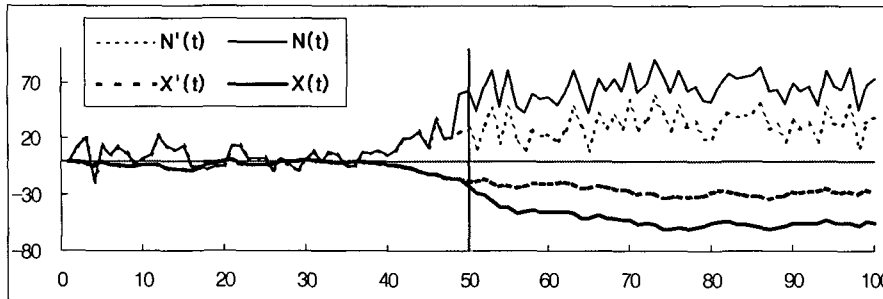
이상원인의 영향이  $\omega_0[1/(1-B)]I_t(T) = \omega_0(I_t(T) + I_{t+1}(T) + \dots)$ 로 표현되므로, 예측치에 미치는 영향은 결과 1에서  $m=\infty$ ,  $\omega_j = \omega_0$ ,  $j>0$ 을 적용하면 발생시점에서  $\Delta_T = \omega_0$ , 발생 이후 시점,  $t=T+k$ 에서  $\Delta_t = \lambda \omega_0 \sum_{j=0}^{t-T} \theta^j = \omega_0(1 - \theta^{k+1})$ 가 된다. 따라서, 시간이 지남에 따라 두 예측치의 차는 이상원인의 영향 크기인  $\omega_0$ 에 수렴하게됨을 알 수 있다.

$\varepsilon_t$ 에 미치는 LS의 영향은  $t=T$ 에서  $\omega_0$ ,  $t=T+k$ 에서  $(\Delta\varepsilon)_t$

$= \omega_k - \Delta_{T+k-1} = \omega_0 - \lambda \omega_0 \sum_{j=0}^{k-1} \theta^j$   
 $= \omega_0 \theta^k$ 가 된다. 따라서, 시간이 지남에 따라 두 조정편차의 차는 0으로 수렴하게 되어, 결과적으로 조정편차는 목표 값으로 조정됨을 확인할 수 있다.

## 4. 자료분석

분석 대상 자료는 크기가 100인 Box와 Lucceno(1997)의 SERIES A(Metallic Film



<그림 2> 조정변수의 설정 값에 미친 수준변화(LS)의 영향

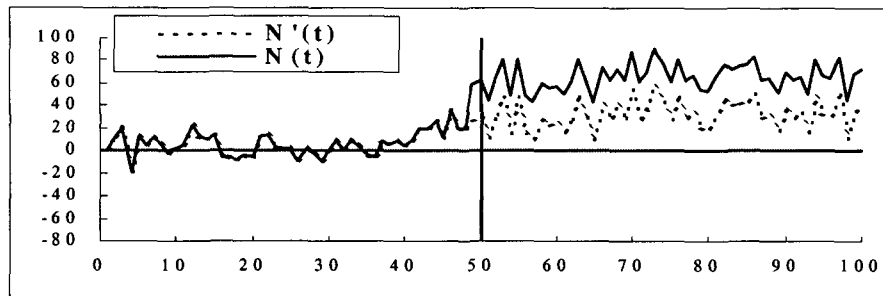
Series)로서,  $T_0$ 가 80인 특성치 자료다. 이 자료는  $\theta = 0.8$ 이고  $\hat{\sigma}_\epsilon = 11$ 인 IMA(1,1) 비정상시계열로 식별되었는데, 본 분석에서는  $N'_t (= \text{원자료 값} - T_0)$ 를 무조정편차로 가정하였다. 수준변화(LS)의 특성을 나타내는 편차 계열( $N_t$ ) 자료는  $N'_t$ 에  $t \geq 50$ 의 시점에서  $33 (= 3 \times \hat{\sigma}_\epsilon)$ 을 더하여 구하였다.

(<그림 2>에서  $N'_t$ 는 점선,  $N_t$ 는 직선).

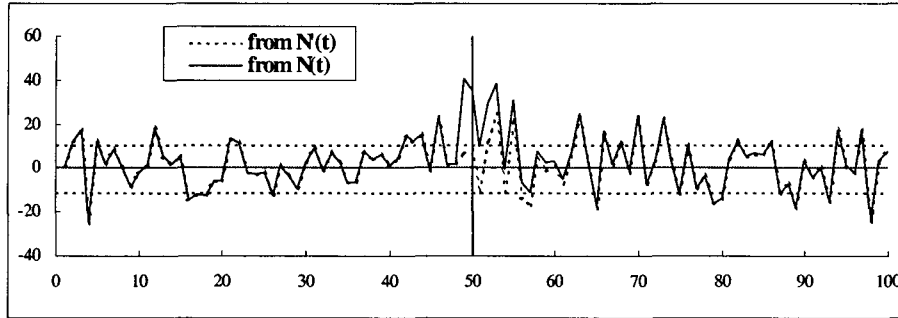
이상원인의 발생이 공정조정에 미치는 영향은 그러한 이상원인이 입력변수의 설정값( $X_t = -N_t/g$ , 단  $g=1.2$ )와 조정편차  $\epsilon_t$ 에 미치는 영향으로 파악될 수 있다.

i) 이상원인의 발생여부에 따른 조정효과는 3.1의 결과 1과 <그림 3>의 하단에 제시된 두 입력변수의 계열들로부터 알 수 있듯이, LS가 발생하면 어느 정도의 기간 동안에 그 차이가 커지며, 시간이 지날수록 두 입력변수 계열간의 차이가 일정 수준으로 안정됨을 확인할 수 있다. 이러한 특성은 입력변수 값이 발생한 편차에 적정 수준의 감량인자(damping factor)를 곱하여 설정되기 때문에, 조정과정이 상당기간에 걸쳐 이루어짐에 따라 나타나는 현상이다.

ii) 이상원인의 발생이 조정편차  $\epsilon_t$ 에 미치는 영향은 3.3의 iii)의 내용과 <그림 4>에서 보여 지듯이, 조정 편차들의 차이  $(\Delta\epsilon)_t$ 는 발생 시점  $t=50$ 에서  $\omega_0 = 33$ , 시점



<그림 3> 특성치 편차와 LS 이상원인으로 영향받은 편차

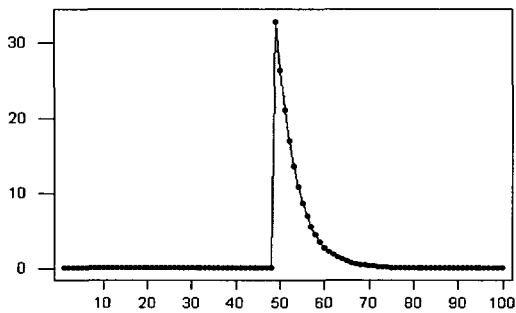


<그림 4> 조정편차에 미친 수준변화(LS)의 영향

$t = 50 + k$ 에서  $\omega_0 \theta^k = 33 \times 0.8^k$ 로 나타남을 알 수 있다. 따라서, 그 차이는 시간이 흐름에 따라 지수적으로 0에 수렴하되 상당 기간 영향이 지속될 수 있다.

예를 들어, 그 차이는  $k = 1, 3, 5, 7, 9$ 에서 각각

$(\Delta \epsilon)_t = 26.4, 16.9, 10.8, 6.9,$  그리고 4.4로 나타나게 된다(<그림 5> 참조).



<그림 5> 수준변화(LS)에 따른 조정편차의 편

### 5. 결론과 토의

본 논문은 특성치가 경향이 있는 비정상 시계열로 나타나는 단반응 피드백 공정조정에서, 이상원인의 발생을 연속시점에서 발생한 이상치로 정의하여 모형화하고, 이러한 이상치가 EWMA예측에 미치는 영향과 이 예측 값을 공정조정에 이용할 때 조정편차에 미치는 이상치의 영향을 연구한 결과이다. 이러한 이상원인의 발생은 조정변수를 설정하는데 이용되는 EWMA 예측값에 영향을 미치게 되는데, 그 영향은 이상원인의 발생시점, 종료시점, 예측시점에 따라 다르게 결정됨을 알 수 있다. 또한, EWMA 예측 값을 이용한 조정과 이에 따른 조정의 결과로 나타나는 조정편차는 이상원인의 발생 시작 시점과 종료 직후 시점에서 그 영향이 크고, 종료 후에는 시간이 지남에 따라 그 영향이 지수적으로 감소하게 됨을 확인할 수 있다. 공정조정이 공정관리와 결합적으로 사용될 때 본 논문의 연구결과는 이상원인의 발생 여부에 대한 탐지에 활용될 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 본 논문에서는 조정의 영향이 단위 시간에 그치는 단반응시스템에 초점을 둔 연구결과인데, 조정의 영향이 여러 시점에 걸쳐 나타나는 관성(inertia)이 있는 다이나믹



피드백 시스템의 경우에 이상원인의 발생에 따른 보정변수의 설정과 이에 따른 조정편차에 미치는 영향은 전이함수(transfer function)모형을 이용하여 유도될 수 있다. 일반적인 관성이 있는 피드백 시스템에 관한 연구 결과는 차후에 다른 논문에서 그 결과를 제시하고자 한다.

### 부 록

(결과1의 유도)

i)  $t \leq T-1$ (이상원인 발생 전)의 경우, 두 시계열은 같고, 따라서  $\Delta_t = 0$ 가 된다.

ii)  $T \leq t \leq T^E$ (이상원인 발생 중)의 경우 :

시점  $t = T$ 에서,  $N'_T = N_T - \omega_0$  이고

$$N'_{T-1} = N_{T-1} \text{가 만족됨으로}$$

$$N_T = \lambda N_T + \theta N_{T-1}$$

$$= N'_T + \lambda \omega_0$$

가 된다. 따라서,  $\Delta_T = \lambda \omega_0$ 가 된다.

$t = T+1$ 에서,  $N_{T+1} = N'_{T+1} + \omega_1$  이고  $N_T = N'_T + \lambda \omega_0$ 로 표현됨으로,

$$\begin{aligned} N_{T+1} &= \lambda N_{T+1} + \theta N_T \\ &= N'_{T+1} + (\lambda \omega_1 + \theta \lambda \omega_0) \end{aligned}$$

의해  $\Delta_{T+1} = \lambda \omega_1 + \theta \Delta_T$ 가 성립된다.

같은 방법으로,  $T \leq t \leq T^E$ 에서도

$$\Delta_t = \lambda \omega_{t-T} + \theta \Delta_{t-1} \text{가 만족된다.}$$

iii)  $t > T^E$ (이상원인 종료 후)의 경우 :

이 경우에,  $\omega_{T+m+j} = 0, (j \geq 0)$  임으로,  $\Delta_t = \theta \Delta_{t-1}$ 가 만족된다.

(결과 2의 유도)

ii)  $T \leq t \leq T^E$ (이상원인 발생 중)의 경우 :

$t = T$ 에서,

$$\begin{aligned} \varepsilon_T &= e_{T-1}(1) \\ &= N_T - N'_{T-1}(1) \\ &= (N'_T + \omega_0) - N'_{T-1}(1) \end{aligned}$$

에 의해  $\varepsilon_T = e'_{T-1}(1) + \omega_0$ 가 성립함으로  $(\Delta \varepsilon)_T = \omega_0$ 가 된다.

$t = T+1$ 에서,

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= e_T(1) = N_{T+1} - N'_T(1) \\ &= (N'_{T+1} + \omega_1) - (N'_T(1) + \Delta_T) \\ &= e'_{T-1}(1) + (\omega_1 - \Delta_T) \end{aligned}$$

가 된다. 같은 방법으로,  $t = T+k \leq T^E$ 에서  $\varepsilon_t = e'_{t-1}(1) + (\omega_{t-T} - \Delta_{t-1})$ 가 만족되므로  $(\Delta \varepsilon)_{T+k} = \omega_k - \Delta_{T+k-1}$ 가 된다.

iii)  $t > T^E$ (이상원인 종료 후)의 경우 :

이 경우에,  $t = T+k \geq T^E$ 에서

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= e_{t-1}(1) \\ &= N_t - N'_{t-1}(1) \\ &= N'_t - (N'_{t-1} + \Delta_{t-1}) \end{aligned}$$

에 의해  $\varepsilon_t = e'_{t-1}(1) - \Delta_{t-1}$ 로 표현된

다.

따라서,  $(\Delta\epsilon)_t = -\Delta_{t-1}$  가 만족된다.

### 참고문헌

- [1] Alwan, L. C. and Roberts, H. V. (1988), "Time-Series Modeling for Statistical Process Control", *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 6, No.1, pp. 87-95.
- [2] Atienza, O. O., Tang, L. C., and Ang, B. W. (1998), "A SPC Procedure for Detecting Level Shifts of Autocorrelated Processes", *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, No. 4, pp. 340-351.
- [3] Baxley, R.V., Jr.(1994), "Application of the EWMA for Algorithmic Statistical Process Control," *Quality Engineering*, Vol. 7, pp. 397-418.
- [4] Box, G. E. P., Coleman, D. E., and Baxley, R., Jr. (1997), "A Comparison of Statistical Process Control and Engineering Process Control," *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No. 2, pp. 128-130.
- [5] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1994), *Time Series Analysis, Forecasting, and Control*, 3rd ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [6] Box, G. E. P. and Kramer, T. (1992), "Statistical Process Monitoring and Feedback Adjustment-A Discussion," *Technometrics*, Vol. 34, pp. 251-285.
- [7] Box, G. E. P. and Lucceno, A. (1997), *Statistical Control : By Monitoring and Feedback Adjustment*, John Wiley & Sons, New York.
- [8] Bruce, A. G. and Martin, R. D. (1989), "Leave-k-Out Diagnostic for Time Series (with Discussion)," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 51, pp. 363-424.
- [9] Chen, C. and Liu, L.-M. (1993), "Forecasting Time Series with Outliers", *Journal of Forecasting*, Vol. 12, pp. 12-35.
- [10] Cho, Sinsup, Ryu, Gui Yeol, Park, B. U., and Lee, J. J. (1993), "Outlier Detection Diagnostic based on Interpolation Method in Autoregressive Models", *Journal of the Korean Statistical Society*, Vol. 22, No. 2, 283-306.
- [11] Crowder, S. V., Hawkins, D. M., Reynold M. R. JR., and Yashchin, E. (1997), "Process Control and Statistical Inference", *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No. 2, pp. 134-139.
- [12] Jiang, W., Tsui, K-L, and Woodall, W. H. (2000), A New SPC Monitoring Method: The ARMA Chart, *Technometrics*, Vol. 42, No. 4, 399-410.
- [13] Ledolter, J. (1989), "The Effect of Additive Outliers on the Forecasts from ARIMA models", *International*

- Journal of Forecasting*, Vol. 5, pp. 231-240.
- [14] Lee, Jae June (1994), "Detection of Local Structural Changes in Time Series," *The Korean Journal of Applied Statistics*, Vol. 7, No. 2, pp. 299-311.
- [15] Tsay, R. S. (1986), "Time Series Model Specification in the Presence of Outliers," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 81, pp. 131-141.
- [16] Tucker, W. T., Faltin, F. W., and Vander Wiel, S. A. (1993), "Algorithmic Statistical Process Control: An Elaboration," *Technometrics*, Vol. 35, pp. 363-375.
- [17] Zhang, N. F. (1998), A Statistical Control Chart for Stationary Process Data, *Technometrics*, Vol. 40, No. 1, 24-38.
-