

피로곡선 모형의 통계적 분석 및 비교[†]

서순근*, 조유희*

*동아대학교 공과대학 산업시스템공학과

Statistical Analysis and Comparison of Fatigue Curve Models

Seo, Sun-Keun*, Cho, You-Hee*

*Dept. of Industrial and Systems Engineering, Dong-A University

Key Words : Accelerated Test, Fatigue Curve, Fatigue Limit, S-N Curve

Abstract

The fatigue has been considered to the most important failure mode where optimal design or reliability prediction of the machinery in aircraft, atomic reactors, and structure systems, etc., is required. When the statistical analysis of fatigue life data is performed, some difficulties are present because of the following facts : nonlinear relationship, heteroscedastic data, large scatter in the data, censored data (runouts), and existence of fatigue limit.

To find the S-N curve models that characterize fatigue strength better, this research compares existing fatigue curve models developed recently in terms of the residual mean square and the estimate of fatigue limit, etc. for various fatigue data sets.

1. 서론

항공기를 비롯한 원자로, 대형 구조물 및 일반기계 등 안전이 요구되는 모든 구조물의 최적설계 및 수명평가를 하는데 피로는 중요한 요소이다. 이런 피로로 인해 발생하는 사고를 방지하기 위해 재료의 피로수명을 평가하는데 스트레스 수준에 따라 분산이 일정하지 않고, 산포가 크며, 관측중단자

료(runout, censored data)와 피로한도가 존재하는 피로자료의 특성 때문에 통계적 분석시 어려움이 발생되고 있다.

본 논문에서는 S-N 곡선 또는 피로한도(fatigue limit)를 적합하기 위해 최근까지 개발된 모형 중에서, 전통적 ASTM(1981) 모형, 산포를 스트레스 수준의 함수로 모형화한 Nelson(1984) 방법, 순 X 오차(pure X error) 모형의 두 가지 형태를 이용한 Shen(1994)의 방법, Reversed Generalized Pareto Model을 이용한 Castillo와 Hadi

[†] 본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R02-2001-01409)지원으로 수행되었음.

(1995) 모형, 피로한도의 존재를 고려하여 선형회귀모형과 최우추정법을 이용하는 Pascual과 Meeker(1997) 모형, 그리고 확률 피로한도(random fatigue limit)를 가정한 모형(「Pascual & Meeker, 1999」)을 4종류의 피로시험자료에 적합시켜 잔차의 평균 제곱과 표준오차, 적합 그래프, 우도비 검정 그리고 피로한도의 추정치와 이의 근사 신뢰구간을 분석하여 각 모형의 우월성을 비교하고자 한다.

2. S-N 곡선과 피로시험방법

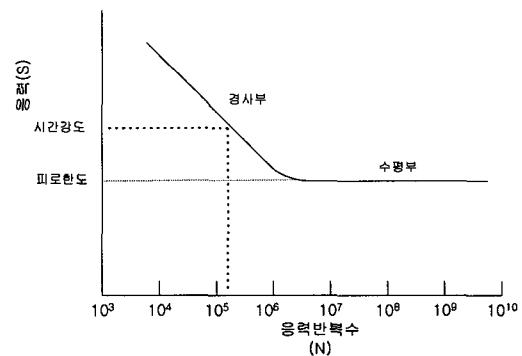
2.1 S-N 곡선과 피로한도

물체에 외력(하중)이 가해질 때 그 물체 속에 생기는 저항력, 즉 단위 면적당 가해진 힘을 응력이라 하고, 단위는 kg/cm^2 , kg/mm^2 , MPa 가 쓰인다.

〈그림 1〉과 같이 S-N 곡선은 종축에 응력 진폭(stress amplitude) σ_a 또는 최대응력 S를, 횡축에 피로파괴까지 응력 반복수(number of cycles to failure) N을 취해 실험치를 도시한 곡선으로 응력의 감소에 따라 반복수는 증대한다. S-N 곡선은 시간강도에 해당하는 경사부와 피로한도에 해당하는 수평부로 나누어지는데, 시간강도는 지정된 반복수에서 파괴가 생기는 응력치를 가리키며, 피로한도는 이 응력수준 이하에서는 파손되지 않는 한계로서 $N = 10^7$ 에 대한 시간강도일 경우 내구한도(endurance limit)라고도 명명되고 있다. 즉, 철이 함유된 재료는 피로한도가 대부분 존재하지만 철이 함유되지 않은 재료에서는 피로한도가

존재하지 않을 수도 있는데, 이 경우에는 $N = 10^7$ 에 대한 시간강도를 피로한도 대신에 사용한다. 그리고 수명이 10^4 정도보다 짧은 저 사이클 피로시험에서는 응력과 수명관계 대신에 변형률(strain)과 수명의 관계가 사용된다.

동일 재료로서 다수의 시험편을 제작하여 동일시험 조건하에서 피로수명을 구해보면, 상당히 산포가 큰 분포가 나타나는데, 이런 분포는 파괴의 본질적인 확률적 성질과 시험기술의 우열 등에 기인하는 실험오차 등에 의한 것이다. 또한 S-N 곡선은 수명과 스트레스의 일종의 평균적인 관계($P = 50\%$)를 나타낸 것이고, 파괴확률 P를 변수로 한 S-N 곡선을 P-S-N 곡선이라고 한다.



〈그림 1〉 피로 한도를 나타내는 재료의 S-N곡선

2.2 피로시험방법

가속시험(「Nelson, 1990」 참조)의 일종인 피로시험에 사용되는 기기로는 회전 굽힘 피로시험기, 평면 굽힘 피로시험기, 인장 압축 피로시험기, 그리고 비틀림 피로시험기 등이 있다. 전 피로영역은 고 사이클과

저 사이클 피로영역으로 구분되며, 고 사이클 피로영역은 완전탄성변형이 일어나는 낮은 응력에서 수명이 길게 나타나는 영역을 나타내며 저 사이클 피로영역은 피로수명이 짧아 $10^4 \sim 10^5$ 사이클에서 파손이 일어나는 영역이다. 따라서 피로시험을 크게 고 사이클 피로시험(탄성 피로시험)과 저 사이클 피로시험(소성 피로시험)으로 나눌 수 있다. ASTM과 KS규격에서는 <그림 1>과 같이 종축에 응력, 횡축에 피로수명을 취하며, 피로시험자료를 대상으로 회귀분석을 이용하여 S-N 곡선을 적합시키며, 피로한도가 존재하는 경우는 계단 시험 등을 통하여 이를 파악한다 [Little & Jebe, 1975].

3. S-N 곡선모형 및 적합도에 관한 비교실험

3.1 ASTM 모형

ASTM(1981) 모형은 어떤 응력 수준에서 시험편이 고장날 때까지 사이클 수, 즉 피로수명 Y' 는 대수정규분포(lognormal distribution)를 따르므로 $Y = \ln Y'$ 는 정규분포를 따르며 표준편차는 일정하다고 가정하는 경우로 응력(x')과 수명(y')이 다음과 같은 단순선형관계를 가진다.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (1)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

여기서, x' 는 응력이고 y' 는 수명을 가리키며 $x \equiv \ln x'$ (x' 라 적용되는 경우도 있

음), $y \equiv \ln y'$ 로 정의된다. 그리고 β_0, β_1, σ 를 시험자료로부터 추정시 최우추정법(Maximum Likelihood Method : MLE)이 이용되므로 시험자료의 수가 n 개 일 때, ASTM 모형의 우도와 대수우도함수는 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$L(\beta_0, \beta_1, \sigma) = \prod_{i=1}^n L_i(\beta_0, \beta_1, \sigma)$$

$$= \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{\sigma} \phi \left(\frac{y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)}{\sigma} \right) \right]^{\delta_i} \left[1 - \Phi \left(\frac{\eta_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)}{\sigma} \right) \right]^{1 - \delta_i} \quad (2)$$

$$\ln L(\beta_0, \beta_1, \sigma) = \sum_{i=1}^n [\delta_i (\ln [\phi(z_i)] - \ln \sigma) + (1 - \delta_i) \ln (1 - \Phi(\zeta_i))] \quad (3)$$

$$\text{단 } \delta_i = \begin{cases} 1 & \text{고장} \\ 0 & \text{관측중단} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_i = \frac{y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)}{\sigma} & \text{고장} \\ \zeta_i = \frac{\eta_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)}{\sigma} & \text{관측중단} \end{cases}$$

여기서, Φ, ϕ 는 표준정규분포의 누적분포함수와 확률밀도함수이다.

관측중단자료가 포함된 경우에 식 (3)을 최대화하는 수치해석적 방법은 많이 개발되어 있으며 [13,14], 모수 추정량의 표준오차는 대수우도함수를 각 모수에 대해 두 번 미분한 후 음의 기대치(Fisher information matrix)로서 구할 수 있으며 관측중단자료를 가지는 경우의 표준오차를 도출하기 위해서는 다음의 식들이 필요하다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial z_i}{\partial \beta_0} &= -\frac{1}{\sigma} \\
\frac{\partial z_i}{\partial \beta_1} &= -\frac{x_i}{\sigma} \\
\frac{\partial z_i}{\partial \sigma} &= -\frac{z_i}{\sigma} \\
\frac{\partial \phi_i}{\partial \beta_0} &= -z_i \phi_i \left(-\frac{1}{\sigma}\right) = \frac{z_i \phi_i}{\sigma} \\
\frac{\partial \phi_i}{\partial \beta_1} &= -z_i \phi_i \left(-\frac{x_i}{\sigma}\right) = \frac{z_i x_i \phi_i}{\sigma} \\
\frac{\partial \phi_i}{\partial \sigma} &= -z_i \phi_i \left(-\frac{z_i}{\sigma}\right) = \frac{z_i^2 \phi_i}{\sigma} \quad (4)
\end{aligned}$$

단, $\phi_i \equiv \phi(z_i)$, $\Phi_i \equiv \Phi(z_i)$

Fisher 정보량 행렬을 구하기 위하여 각 모수에 대해 개별 시험자료의 대수우도함수를 두 번 미분하여 식 (4)를 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_i}{\partial \beta_0} &= \frac{1}{\sigma} \left(\delta_i z_i + (1 - \delta_i) \frac{\phi_i}{1 - \Phi_i} \right) \\
\frac{\partial L_i}{\partial \beta_1} &= \frac{x_i}{\sigma} \left(\delta_i z_i + (1 - \delta_i) \frac{\phi_i}{1 - \Phi_i} \right) \\
\frac{\partial L_i}{\partial \sigma} &= \frac{1}{\sigma} \left(\delta_i (z_i^2 - 1) + (1 - \delta_i) \frac{\zeta_i \phi_i}{1 - \Phi_i} \right) \\
\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_0^2} &= \frac{1}{\sigma^2} \left(-\delta_i + (1 - \delta_i) \left[\frac{\zeta_i \phi_i}{1 - \Phi_i} - \frac{\phi_i^2}{(1 - \Phi_i)^2} \right] \right) \\
\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} &= \frac{x_i}{\sigma^2} \left(-\delta_i + (1 - \delta_i) \left[\frac{\zeta_i \phi_i}{1 - \Phi_i} - \frac{\phi_i^2}{(1 - \Phi_i)^2} \right] \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_0 \partial \sigma} &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial L_i}{\partial \beta_0} + \frac{1}{\sigma^2} \left(-\delta_i z_i + (1 - \delta_i) \left[\frac{\zeta_i^2 \phi_i}{1 - \Phi_i} - \frac{\zeta_i \phi_i^2}{(1 - \Phi_i)^2} \right] \right) \\
\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_1^2} &= \left(\frac{x_i}{\sigma} \right)^2 \left(-\delta_i + (1 - \delta_i) \left[\frac{\zeta_i \phi_i}{1 - \Phi_i} - \frac{\phi_i^2}{(1 - \Phi_i)^2} \right] \right) \\
\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_1 \partial \sigma} &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial L_i}{\partial \beta_1} + \frac{x_i}{\sigma^2} \left(-\delta_i z_i + (1 - \delta_i) \left[\frac{\zeta_i^2 \phi_i}{1 - \Phi_i} - \frac{\zeta_i \phi_i^2}{(1 - \Phi_i)^2} \right] \right) \\
\frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma^2} &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial L_i}{\partial \sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \left(-2\delta_i z_i^2 + (1 - \delta_i) \left[\frac{-\zeta_i \phi}{1 - \Phi_i} + \frac{\zeta_i^3 \phi_i}{1 - \Phi_i} - \frac{\zeta_i^2 \phi_i^2}{(1 - \Phi_i)^2} \right] \right)
\end{aligned}$$

따라서 상기 식들을 이용하여 Fisher 정보량행렬의 각 성분을 구하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_0^2}\right) &= \frac{A_i}{\sigma^2} & E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_0 \partial \beta_1}\right) &= \frac{A_i x_i}{\sigma^2} \\
E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_0 \partial \sigma}\right) &= \frac{B_i}{\sigma^2} & E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_1^2}\right) &= \left(\frac{x_i}{\sigma}\right)^2 A_i \\
E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \beta_1 \partial \sigma}\right) &= \frac{B_i x_i}{\sigma^2} & E\left(-\frac{\partial^2 L_i}{\partial \sigma^2}\right) &= \frac{C_i}{\sigma^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{단, } A_i &= \Phi_i - \phi_i \left(\zeta_i - \frac{\phi_i}{1 - \Phi_i} \right), \\
B_i &= -\phi_i \left(1 + \zeta_i \left(\zeta_i - \frac{\phi_i}{1 - \Phi_i} \right) \right), \\
C_i &= 2\Phi_i - \zeta_i \phi_i \left(1 + \zeta_i^2 - \frac{\zeta_i \phi_i}{1 - \Phi_i} \right)
\end{aligned}$$

이와 같이 구한 Fisher 정보량의 역행렬을 이용하여 모수에 대한 최우추정량의 표준오차를 계산할 수 있다. 또한 완전(complete) 자료의 표준오차는 모두 $\delta_i = 1$ 로 설정하면 된다.

3.2 Nelson 모형

Nelson(1984)은 ASTM모형과 같이 각 응력 수준에서 시험편이 고장날 때까지 수명은 대수정규분포를 따르며, 피로수명 Y 의 평균이 선형인 경우와 비선형인 경우, 그리고 Y 의 표준편차가 일정한 경우와 일정하지 않은 경우로 구분하여 관측중단자료를 가지는 자료에 최우추정법을 이용하여 적합할 수 있는 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 이 중 널리 쓰이는 피로수명의 평균이 선형이고 표준편차도 선형인 경우를 고려하였으며 본 모형은 식 (5)와 같이 정식화 할 수 있다.

$$y = \beta_0 + \beta_1(x - \bar{x}) + \varepsilon \quad (5)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma(x)^2)$$

$$\sigma(x) = \exp[a_0 + a_1(x - \bar{x})]$$

따라서 y_i 의 표준화 값이 z_i 일 때 $\beta_0, \beta_1, a_0, a_1$ 를 추정하기 위한 우도함수는 식 (6)과 같이 설정할 수 있다.

$$L(\beta_0, \beta_1, a_0, a_1) = \prod_{i=1}^n [\phi(z_i)]^{\delta_i} [1 - \Phi(z_i)]^{1 - \delta_i} \quad (6)$$

그리고 모수에 대한 최우추정량의 표준오

차는 ASTM모형의 경우에서와 같이 먼저 각 모수에 대해 대수우도함수를 두 번 미분한 후 이차미분계수의 음의 기대치로 구성된 Fisher 정보량 행렬을 이용하여 구할 수 있다.

본 모형은 표준편차가 일정하지 않는 피로시험자료에 적합할 수 있으므로, ASTM모형에 비해 좀 더 다양한 경우에 적용할 수 있다.

3.3 Shen 모형

Shen(1994)이 제시한 모형은 타 모형과는 달리 피로시험자료의 산포는 초기의 피로균열과 성장의 원인이 되는 진응력(actual stress)의 불확실성에 의해 발생한다는 가정 하에서 피로수명의 평균과 산포에 관한 다수모형에 대해 피로시험자료를 적합한 후 우도비 등을 비교하여 그 중에서 피로수명의 산포가 순 X 오차 모형을 따를 때 피로시험자료에 대한 적합도가 가장 우수하다고 추천하고 있으므로 피로수명의 평균에 관한 모형 중에서 단순선형인 경우와 비선형 중에서 쌍선형(bilinear) 모형일 경우를 비교대상모형에 포함시키고자 한다.

순 X 오차 모형은 일반적인 회귀분석모형과는 달리 설명변수 x 에 오차가 포함된 모형으로 확률적 원인은 진응력 x_L 때문이라고 가정하고 있으므로 우도함수는 주어진 응력 x_i 에서 y_i 의 분포로 표현되어 식 (7)이 된다.

$$L = \prod_{i=1}^{n_1} f(y_i) \prod_{i=1}^{n_2} [1 - F(y_i)] \quad (7)$$

단, n_j 와 n_c : 고장자료와 관측중단자료의 수
 x_{Li} 와 x_i : i 번째 고장자료의 국부(local)와
 공칭(nominal) 대수 변환된 스트레스 수준
 x_c : 관측중단된 시험단위의 대수 변환된 스트레스 수준
 $\sigma(x_{Li})$: x_{Li} 의 표준편차

$$f(y_i) = \frac{1}{\sigma(x_i)} \phi\left(\frac{x_{Li} - x_i}{\sigma(x_{Li})}\right)$$

$$F(y_i) = 1 - \Phi\left(\frac{x_c - x_i}{\sigma(x_{Li})}\right)$$

여기서 Shen 모형을 식 (8)과 (9)와 같이 타 모형과의 비교목적으로 선택된 선형인 경우와 가장 우수하다고 추천된 쌍선형 형태인 비선형인 경우로 구분하고자 한다.

$$x = \beta_0 + \beta_1 y + \varepsilon \quad (\text{선형인 경우}) \quad (8)$$

$$x = \beta_0 + \beta_1(y + \beta_4 \sqrt{(y - \beta_3)^2 + \beta_2}) + \varepsilon \quad (\text{비선형인 경우}) \quad (9)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma(x)^2)$$

단, 피로한도가 존재하면 β_4 는 1이 됨.

따라서 선형일 때를 Shen(1) 모형, 비선형일 때를 Shen(2) 모형이라고 명명하며 각 모형에 대한 표준오차를 구하는 과정은 3.1절에서 전개된 과정과 유사하여 생략한다.

3.4 Castillo 와 Hadi 모형

Castillo & Hadi(1995)는 Reversed Generalized Pareto model (RGPD)에 기초한 피로자료분석을 위한 새로운 모형을 제시하고 있는데, 본 모형은 물리적 그리고 통계적 현상을 고려하고 있다. 이 현상은

피로수명모형이 수명이 가장 약한 링크(weakest link principle)에 지배되는 사실을 수용하고 있으며, 또한 가장 약한 링크에 지배되므로 모형은 최소한의 변환에 대해 안정적이어야 하고, 수명과 응력수준이 양의 값을 가지는 특성을 포함하고 있다[2,4].

물리적인 현상을 고려한 본 모형의 5개의 모수추정시 EPM(element percentile method)을 이용하고 있는데 이 방법은 두 단계로 구성되어 있다. 첫 번째 단계에서 식 (10)의 β_4 를 먼저 추정하는데 이 값을 수치적 방법인 이분법(bisection method)으로서 추정하였으며, 두 번째 단계에서 나머지 4개의 모수 추정시 두 가지 방법을 활용하였다. 첫 번째 방법은 순서통계량(order statistics)을 이용하며, 두 번째 방법은 회귀추정량(regression estimators)을 이용하는 경우이다 「Castillo, Hadi, 1995」.

본 논문에서는 두 번째 방법인 회귀추정량을 이용하여 4개의 모수를 추정하였으며, 본 모형의 누적분포함수와 제 $100p$ 백분위수(y_p)를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$F(y) = (\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 xy + \beta_3 y)^{1/\beta_4}$$

$$\text{또는 } y_p = \frac{p^{\beta_4} - \beta_1 x - \beta_0}{\beta_2 x + \beta_3} \quad (10)$$

추정해야 할 모수는 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 이며, y 와 x 대신 y' 와 x' 가 쓰일 수도 있다.

그러나 Castillo 와 Hadi 모형은 관측중단 자료를 가지는 경우에 적용할 수 없으므로 완전자료인 경우에 한정되는 약점을 가지고 있으며, 또한 추정된 모수들의 표준오차를 구할 수 있는 자세한 방법을 언급하고 있지

않으므로 본 논문에서는 회귀분석모형과 Bootstrap 방법(「Efron & Tibshirani, 1993」 참조)을 이용하여 이를 계산할 수 있도록 전산 프로그램을 작성하였다.

3.5 Pascual 과 Meeker 모형

Pascual & Meeker(1997)는 각 응력수준에서 피로수명이 대수정규분포를 따른다고 가정하고, Nelson의 모형에 피로한도모수 γ 를 모형에 도입하여 확장하고 있다. 그리고 관측중단자료를 가지는 피로시험자료를 대상으로 모형적합시 최우추정법을 이용하여 모수들을 추정하고 있다. $x' > \gamma$ 수준에서 피로수명 Y 는 대수정규분포를 따르므로 $Y \equiv \ln Y'$ 는 $x \equiv \ln x'$ 일 때 평균 $\mu(x_i)$ 와 표준편차 $\sigma(x_i)$ 인 정규분포를 따르는 누적분포함수와 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$F(y; \mu(x_i), \sigma(x_i)) = \Pr(Y \leq y) = \Phi \left[\frac{y - \mu(x_i)}{\sigma(x_i)} \right] \quad (11)$$

$$f(y; \mu(x_i), \sigma(x_i)) = \frac{1}{\sigma(x_i)y'} \phi \left[\frac{y - \mu(x_i)}{\sigma(x_i)} \right] \quad y > 0 \quad (12)$$

$$\text{단, } \mu(x) = \beta_0 + \beta_1 \ln(x' - \gamma), \quad x' > \gamma \quad (13)$$

$$\sigma(x) = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 \ln x'), \quad x' > \gamma \quad (14)$$

여기서, $\beta_0, \beta_1, \alpha_0, \alpha_1, \gamma$ 는 모수이고 γ 는 $(0, x'_{\min})$ 의 범위에 존재하며, x'_{\min} 는 고장이 발생하는 가장 작은 응력 수준을 가리킨다. 이 γ 의 크기는 S-N곡선에서 곡률의 양을 결정하고 γ 가 0에 가까우면 S-N 곡선은 선형에 근접한다.

따라서 y_i 의 표준화 값이 z_i 일 때 본 모형의 우도함수는 식 (15)와 같다.

$$L(\beta_0, \beta_1, \alpha_0, \alpha_1, \gamma) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{\sigma(x_i)y'} \phi(z_i) \right]^{\delta_i} [1 - \Phi(z_i)]^{1 - \delta_i} \quad (15)$$

또한 전술된 모형과 동일한 식 (1)과 (5)의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$y = \beta_0 + \beta_1 \ln(x' - \gamma) + \epsilon \quad (16)$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma_y^2 = e^{2\alpha_0 + 2\alpha_1 x'})$$

그리고 본 모형의 경우는 정칙조건(regularity condition)을 만족하지 않지만 전술된 모형에서와 같이 Fisher 정보량 행렬을 이용하여 모수의 최우추정량에 대한 표준오차를 근사적으로 구할 수 있다 「Cohen, Whitten, 1988」.

Pascual 과 Meeker(1997) 모형은 이전의 피로곡선모형에 피로한도를 동시에 고려한 새로운 모형을 제시함으로써, 피로한도가 포함된 S-N 곡선을 포괄적으로 분석할 수 있도록 확장하고 있다.

3.6 확률피로한도모형

Pascual & Meeker(1999)는 피로수명의 표준편차는 응력이 증가할수록 점차 감소하며, 피로수명에 대한 통계적 모형은 피로한도를 포함해야 된다는 두 가지 특성을 고려한 확률피로한도모형을 제안하였으며 본 모형에서는 $\ln \gamma$ 와 Y 가 정규분포 또는 최소 극단값분포(smallest extreme value distribution)를 따르는 경우를 고려하여 적합하고 있다. 본 모형을 정식화하면 식 (17)과 같이 표현되며, β_0 와 β_1 은 피로곡

선의 계수이고, γ 는 피로한도이며, ϵ 은 오차항이다. 본 논문에서는 타 모형과 동일하게 (대수)정규분포를 택하였으며 본 모형의 표준오차 도출과정은 Pascual & Meeker(1999)를 참조하면 된다.

$$y = \beta_0 + \beta_1 \ln(x' - \gamma) + \epsilon \quad x' > \gamma \quad (17)$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\ln \gamma \sim N(\mu_\gamma, \sigma_\gamma^2)$$

지금까지 열거한 7가지의 모형(Shen의 모형은 두 종류임), 모수추정방법, 관측중단

자료가 포함된 경우의 적용여부에 따라서 요약하여 <표 1>에 정리하였다.

3.7 수치실험 및 비교고찰

전술된 모형들을 비교하기 위해서 4가지의 피로시험자료, 즉 Freudentha가 이용한 AAW(annealed aluminum wire)자료(「Shen, 1994」에서 재인용)와 Holmen의 Concrete 자료(「Castillo & Hadi, 1995」에서 재인용), Nelson(1984)의 Nickel-Based Superalloy(이하 Nickel) 자료 그리고 Shen(1994)에서 이용된 Steel Wire 자료를

<표 1> 선정된 모형의 비교

저자	모형	추정법	관측중단의 적용여부
ASTM (1981)	$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad \epsilon \sim N(0, \sigma^2)$	LSE/MLE	가능
Nelson (1984)	$y = \beta_0 + \beta_1(x - \bar{x}) + \epsilon \quad \epsilon \sim N(0, \sigma(x)^2 = e^{2\alpha_0 + 2\alpha_1(x - \bar{x})})$	MLE	가능
Shen (1994)	(1) $x = \beta_0 + \beta_1 y + \epsilon$ $\epsilon \sim N(0, \sigma(x)^2)$	LSE/MLE	가능
	(2) $x = \beta_0 + \beta_1(y + \beta_4 \sqrt{(y - \beta_3)^2 + \beta_2}) + \epsilon$ $\beta_4 = -1, \epsilon \sim N(0, \sigma(x)^2)$		
Castillo & Hadi (1995)	$F(y) = (\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 xy + \beta_3 y)^{1/\beta_4}$ 또는 $y_p = \frac{p^{\beta_4} - \beta_1 x - \beta_0}{\beta_2 x + \beta_3}$ y_p : 100p percentile	EPM(elemental percentile method) / LSE	불가능
Pascual & Meeker (1997)	$y = \beta_0 + \beta_1 \ln(x' - \gamma) + \epsilon$ $\epsilon \sim N(0, \sigma_y^2 = e^{2\alpha_0 + 2\alpha_1 x})$	MLE	가능
Random fatigue limit model (1999)	$y = \beta_0 + \beta_1 \ln(x' - \gamma) + \epsilon$ $\epsilon \sim N(0, \sigma^2), \ln \gamma \sim N(\mu_\gamma, \sigma_\gamma^2)$	MLE	가능

(주) x', y' : original scale, $x = \ln x', y = \ln y'$, LSE: Least Squares Estimation

대상으로 제시된 모형들을 적합하고자 한다.

4가지 자료는 피로한도의 존재, 산포의 스트레스 의존성 등 서론에서 서술된 피로 자료의 제반특성을 대체적으로 가지고 있으며 관측중단자료의 포함여부에 따라 각각 2가지로 대별할 수 있다. 즉, AAW 자료는 각각 10개의 응력 수준에서 20개 시험편으로 시험한 것으로 완전자료이며, Concrete 자료도 각 5개 응력 수준에서 15개의 시험편으로 시험한 자료로 완전자료에 속한다. 그리고 Nickel 자료는 4개의 관측중단자료가 포함된 자료로 26개의 응력 수준에서 하나의 시험편으로 시험한 자료이며, Steel Wire 자료는 75개의 시료수로 동일 응력 수준에서 다수 시험된 자료와 그렇지 않은 자료로 이루어져 있고 관측중단자료를 포함하고 있는 자료이다.

먼저 ASTM, Nelson, Shen(1), Shen(2), Pascual 과 Meeker 모형의 모수를 최우추정법을 이용하여 추정시 피로수명의 (대수) 우도함수를 최대화하기 위해 S-plus(Ver. 2000)를 이용하여 프로그램을 작성하였다 「MathSoft, 2000」. 그리고 Castillo와 Hadi 모형에서는 먼저 모수 β_4 값을 추정하기 위한 이분법을 S-plus로 작성하였으며, S-plus의 회귀분석 모듈을 이용하여 나머지 4개의 모수를 추정하였다. 그리고 확률피로한도모형의 모수추정은 Meeker와 Escobar(1998)가 신뢰성 분석을 위해 개발한 SLIDA(S-plus Life Data Analysis)를 이용하였다.

이와 같이 모형간의 우월성을 비교하기 위하여 먼저 잔차의 평균제곱(MS_R)과 모수 추정량의 표준오차를 구하였는데, 평균

제곱오차는 식 (18)로 정의되며 추정된 모수의 표준오차값은 전절의 내용과 같이 Fisher 정보량 행렬 등을 이용하여 구할 수 있다.

$$MS_R = \frac{\sum_i \sum_j (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{n - p} \quad (18)$$

p : 추정할 모수의 수

$y_{ij}(\hat{y}_{ij})$: 스트레스수준 x_j 에서 i 번째 관측된 피로수명(추정치)

그리고 적합된 곡선과 도시된 자료를 목시적으로 관측하면 모형의 우월성을 개략적으로 확인할 수 있다.

또한 상기 기준 외에 우도비 검정(Likelihood Ratio Test)을 이용하여 모형간의 적합도에 대한 유의성 검정을 실시할 수 있다. 우도비 검정은 두 모형의 적합도를 비교하기 위해서 사용될 수 있는 방법으로 Y 가 확률밀도함수 $f(y; \theta)$ 의 확률변수이고, θ 가 모수벡터일 때 가설 $H_0: \theta \in \Omega_1, H_1: \theta \in \Omega - \Omega_1 (\Omega_1 \subset \Omega(\text{모수의 전체집합}))$ 을 검정할 수 있다. 우도비는

$$\lambda = \frac{\max_{\theta \in \Omega_1} L(\theta)}{\max_{\theta \in \Omega} L(\theta)} \quad (19)$$

와 같이 정의되며, 여기서 $L(\theta)$ 은 모형 모수가 θ 일 때 우도함수가 된다. 최대 우도 이론으로부터 $-2 \ln \lambda$ 는 χ^2_ν 을 따르고 ν 는

χ^2 분포의 자유도로서 Ω 에 속한 모수의 수 (d)에서 Ω_1 에 속한 모수의 수(d_1)를 뺀 값이 된다 「Meeker & Escobar, 1998」. 분자와 분모의 최대 우도값을 L_1^* 과 L^* 로 정의하면 $-2 \ln \lambda$ 는 식 (20)과 같이 정리된다.

$$-2 \ln \lambda = -2 \ln \left(\frac{L_1^*}{L^*} \right) = 2(\ln L^* - \ln L_1^*) = 2 \ln L^* \quad (20)$$

모형 A와 B의 모수들의 집합이 Ω_1 과 Ω_2 ($\Omega_1 \subset \Omega_2$)일 때 만약 $2 \ln L^* > \chi^2_{\alpha, \nu}$ 이면,

유의수준 α 에서 귀무가설이 기각되므로 자료 적합시 모형 B가 모형 A보다 더 우수하다는 것을 가리키며, 만약 기각되지 않는다면 자료 적합도 측면에서 두 모형간에 유의한 차이가 없다고 볼 수 있다.

또한 피로곡선모형의 보충 비교기준으로서 피로한도 추정치와 이의 근사 신뢰구간을 추가하여 비교결과의 타당성을 고찰하였다.

각각의 피로시험자료에 이 모형들을 적합하여 구한 모수값과 MS_R 와 표준오차를 <표 2>, 시험자료와 적합된 그래프를 <그림 2>~<그림 27>에, 모형간 적합도를 비교한

<표 2> 4가지 피로자료에 대한 모형적합 결과

모형	AAW 자료		Concrete 자료		Nickel 자료		Steel Wire 자료	
	모수	MS _R	모수	MS _R	모수	MS _R	모수	MS _R
ASTM	$\beta_0 = 22.617(0.423)$ $\beta_1 = -2.530(0.090)$ $\sigma = 0.751(0.038)$	0.573	$\beta_0 = -3.791(0.186)$ $\beta_1 = -26.065(0.774)$ $\sigma = 0.825(0.067)$	0.710	$\beta_0 = 38.091(3.629)$ $\beta_1 = -5.961(0.784)$ $\sigma = 0.681(0.139)$	0.471	$\beta_0 = 65.819(2.873)$ $\beta_1 = -7.818(0.417)$ $\sigma = 1.173(0.139)$	1.124
Nelson	$\beta_0 = 10.521(0.057)$ $\beta_1 = -1.606(0.070)$ $\alpha_0 = -0.421(0.05)$ $\alpha_1 = -1.101(0.085)$	0.989	$\beta_0 = 1.512(0.092)$ $\beta_1 = -24.503(0.753)$ $\alpha_0 = -0.357(0.082)$ $\alpha_1 = -3.212(0.662)$	0.763	$\beta_0 = 10.532(0.179)$ $\beta_1 = -5.005(0.648)$ $\alpha_0 = -0.428(0.202)$ $\alpha_1 = -2.138(0.995)$	0.484	$\beta_0 = 11.895(0.120)$ $\beta_1 = -5.324(0.282)$ $\alpha_0 = -0.507(0.117)$ $\alpha_1 = -3.118(0.289)$	2.033
Shen(1)	$\beta_0 = 8.069(0.123)$ $\beta_1 = -0.315(0.011)$ $\sigma_x = 0.265(0.013)$	0.719	$\beta_0 = -0.149(0.004)$ $\beta_1 = -0.037(0.001)$ $\sigma_x = 0.031(0.003)$	0.756	$\beta_0 = 5.911(0.203)$ $\beta_1 = -0.122(0.019)$ $\sigma_x = 0.101(0.020)$	0.768	$\beta_0 = 8.172(0.093)$ $\beta_1 = -0.108(0.007)$ $\sigma_x = 0.144(0.016)$	1.520
Shen(2)	$\beta_0 = 8.169(0.420)$ $\beta_1 = -0.401(0.055)$ $\beta_2 = 1.877(0.929)$ $\beta_3 = 10.811(0.307)$ $\sigma_x = 0.178(0.008)$	0.122	$\beta_0 = -0.271(0.003)$ $\beta_1 = -0.021(0.001)$ $\beta_2 = -0.000(0.034)$ $\beta_3 = 5.652(0.219)$ $\sigma_x = 0.021(0.002)$	0.909	$\beta_0 = 10.576(0.880)$ $\beta_1 = -21.743(0.559)$ $\beta_2 = 1.175(0.145)$ $\beta_3 = 0.332(0.00014)$ $\sigma_x = 0.098(0.019)$	0.724	$\beta_0 = 9.645(0.0002)$ $\beta_1 = -0.596(0.004)$ $\beta_2 = 21.820(0.604)$ $\beta_3 = 6.545(0.0002)$ $\sigma_x = 0.069(0.008)$	0.555
Castillo 와 Hadi	$\beta_0 = 15.896(1.010)$ $\beta_1 = -4.841(0.273)$ $\beta_2 = 0.616(0.032)$ $\beta_3 = -2.151(0.120)$ $\beta_4 = 0.738(0.052)$	0.121	$\beta_0 = 1.901(0.083)$ $\beta_1 = 8.993(0.515)$ $\beta_2 = 0.469(0.051)$ $\beta_3 = 0.489(0.029)$ $\beta_4 = 1.072(0.055)$	0.597	N/A		N/A	
Pascual 과 Meeker	$\beta_0 = 13.978(0.108)$ $\beta_1 = -0.932(0.024)$ $\gamma = 50.537(0.160)$ $\alpha_0 = -0.080(0.398)$ $\alpha_1 = -0.219(0.085)$	0.117	$\beta_0 = -9.514(0.469)$ $\beta_1 = -8.636(1.451)$ $\gamma = 0.525(0.044)$ $\alpha_0 = -0.978(0.159)$ $\alpha_1 = -2.666(0.663)$	0.594	$\beta_0 = 14.748(1.813)$ $\beta_1 = -1.392(0.421)$ $\gamma = 75.708(5.874)$ $\alpha_0 = 10.974(5.101)$ $\alpha_1 = -2.501(1.104)$	0.521	$\beta_0 = 27.357(1.034)$ $\beta_1 = -2.606(0.152)$ $\gamma = 511.02(8.918)$ $\alpha_0 = 14.363(2.524)$ $\alpha_1 = -2.221(0.366)$	0.749
Random fatigue limit model	$\beta_0 = 14.090(0.097)$ $\beta_1 = -0.961(0.021)$ $\sigma = 0.336(0.000)$ $\mu_\gamma = 3.920(0.002)$ $\sigma_\gamma = 0.010(0.000)$	0.116	$\beta_0 = -9.370(0.499)$ $\beta_1 = -8.346(1.39)$ $\sigma = 0.295(0.155)$ $\mu_\gamma = -0.634(0.079)$ $\sigma_\gamma = 0.033(0.008)$	0.597	$\beta_0 = 16.390(2.863)$ $\beta_1 = -1.785(0.651)$ $\sigma = 0.544(0.146)$ $\mu_\gamma = 4.259(0.132)$ $\sigma_\gamma = 0.052(0.042)$	0.484	$\beta_0 = 25.33(0.978)$ $\beta_1 = -2.304(0.143)$ $\sigma = 0.181(0.032)$ $\mu_\gamma = 6.265(0.030)$ $\sigma_\gamma = 0.070(0.012)$	1.546

<표 3> 4가지 피로자료에 대한 우도비 검정 결과

그룹	모형	d_1	d	ν	AAW 자료		Concrete 자료		Nickel 자료		Steel Wire 자료	
					$2\ln L$	$\Delta 2\ln L$	$2\ln L$	$\Delta 2\ln L$	$2\ln L$	$\Delta 2\ln L$	$2\ln L$	$\Delta 2\ln L$
1	Pascual과 Meeker	5			-4468.2		-385.028		-494.378		-1563.738	
	Nelson	4	5	1	-4739.908	-271.708*	-395.786	-10.758*	-501.402	-7.024*	-1602.028	-38.29*
	ASTM	3	5	2	-4793.67	-325.47*	-420.592	-35.564*	-505.272	-10.894*	-1723.298	-159.56*
2	Shen(2)	5			-4218.298		130.608		-418.582		-1346.386	
	Shen(1)	3	5	2	-4377.016	-158.718*	73.296	-57.312*	-419.978	-1.396	-1445.418	-99.032*

단, * : 가장 우수한 모형과의 유의성 표시($\alpha=0.05$)

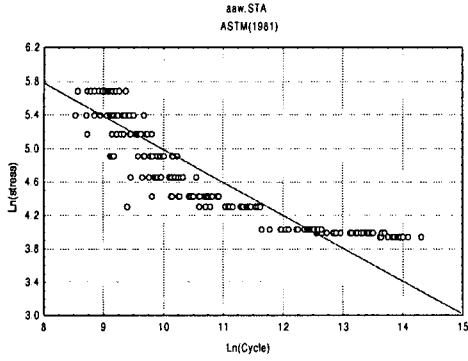
우도비 검정을 <표 3>에 정리하였고, 비교 기준의 하나인 피로한도의 추정치와 근사 신뢰구간을 정리한 것이 <표 4>이다.

<표 2>의 결과를 보면 AAW, Concrete와 Steel Wire 자료에서는 7가지 모형 중 MS_R 측면에서 각각 확률피로한도모형, Pascual 과 Meeker 모형, Shen(2) 모형의 MS_R 가 다른 모형에 비해 값이 작으므로 가장 우수하지만, Pascual과 Meeker 모형이 AAW와 Steel Wire 자료의 경우에도 최소 MS_R 를 가지는 모형에 비해 그 차가 크지 않으므로 모형에 대한 이해도와 현장활용도 측면을 고려하면 Pascual과 Meeker 모형을 추천할 수 있다. 또한 Nickel 자료의 경우는 적합도가 떨어지는 Shen의 두 모형을 제외하고는 나머지 모형의 적합도는 유사한 것으로 보여진다.

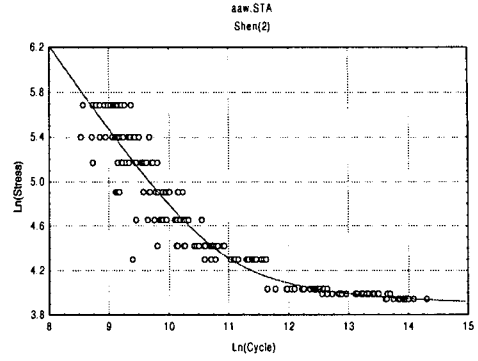
그리고 네 종류의 자료별로 적합도를 도시적으로 분석하기 위하여 그래프로 표현한 것이 <그림 2>~<그림 27>이며 'o' 표시('Δ'는 관측중단자료)는 실제 자료값을 나타내므로 이 점들과 적합된 곡선을 비교하여 명

확하지 않은 경우도 있지만 적합모형의 우월성을 다음과 같이 파악할 수 있다.

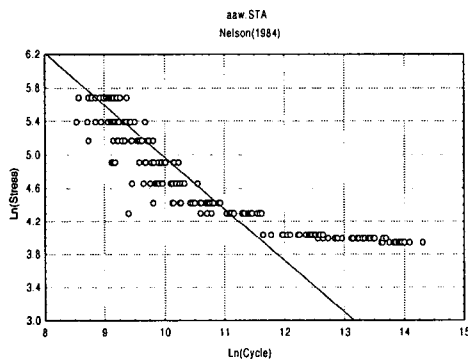
<그림 2>~<그림 8>은 AAW 자료에 7개의 모형을 적합한 그래프로 그림에서 볼 수 있듯이 확률피로한도모형, Pascual과 Meeker 모형, Castillo와 Hadi 모형 순으로 피로시험자료를 잘 적합하고 있다. <그림 9>~<그림 15>는 Concrete 자료에 7개의 모형을 적합한 결과를 그래프로 도시한 것으로 이 경우에도 Pascual과 Meeker 모형이 다른 모형보다 우수하다는 것을 알 수 있다. <그림 16>~<그림 21>은 Nickel 자료에 Castillo 와 Hadi 모형을 제외한 6개 모형을 적합한 결과를 도시한 것으로 다른 자료에 비해 적합도가 떨어진다. 이 자료에 대해 MS_R 로 비교할 경우에 ASTM, Nelson, 확률피로한도, Pascual과 Meeker 모형의 순으로 우수하지만 도시적으로는 차이가 뚜렷하게 나타나지 않고 있다. <그림 22>~<그림 27>은 Steel Wire 자료에 대한 7개 모형을 적합한 그래프로 이 경우는 Shen(2)의 쌍선형 모형과 Pascual과 Meeker 모형이 우수하다.



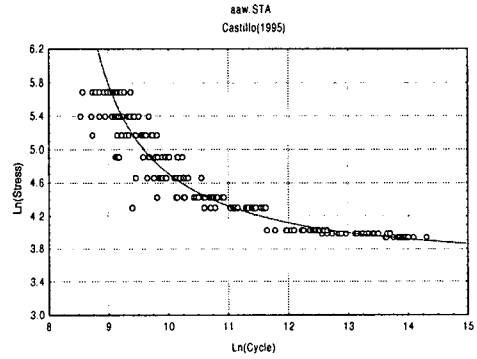
(주) ○ : 고장자료, △ : 관측중단자료
 <그림 2> AAW 자료 : ASTM 모형



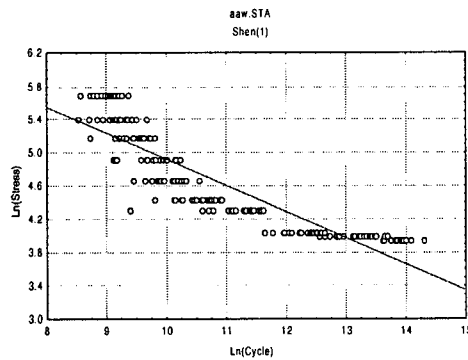
<그림 5> AAW 자료 : Shen(2) 모형



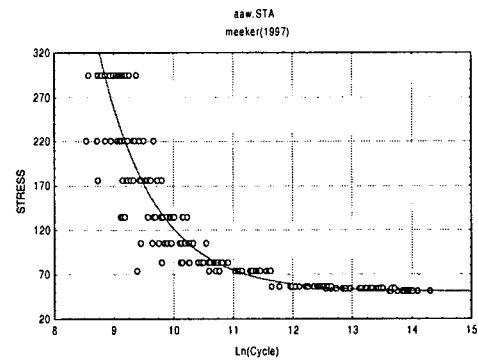
<그림 3> AAW 자료 : Nelson 모형



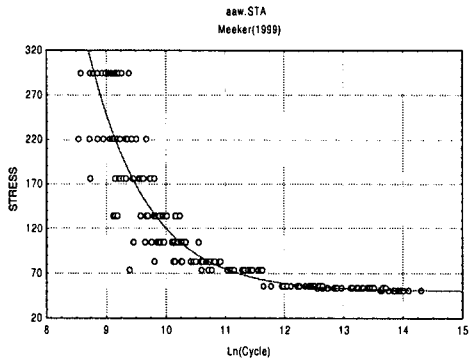
<그림 6> AAW 자료 : Castillo와 Hadi 모형



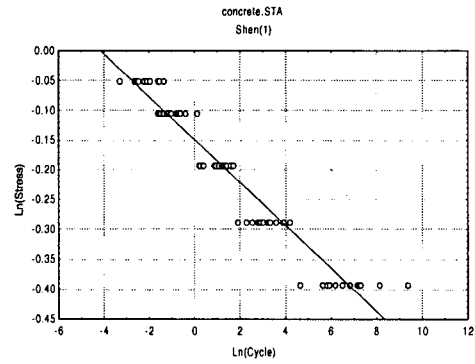
<그림 4> AAW 자료 : Shen(1) 모형



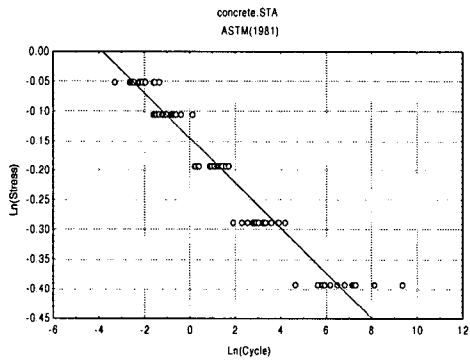
<그림 7> AAW 자료 : Pascual과 Meeker 모형



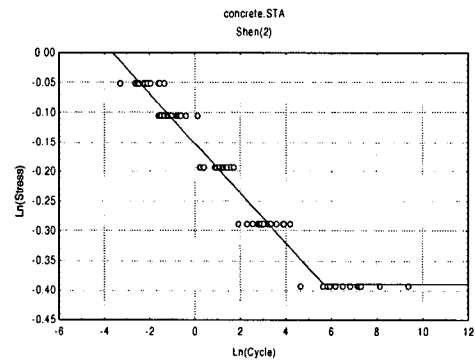
<그림 8> AAW 자료 : 확률피로한도모형



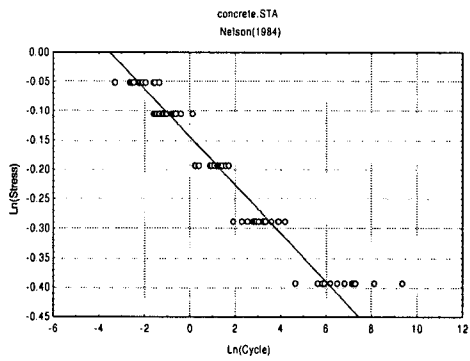
<그림 11> Concrete 자료 : Shen(1) 모형



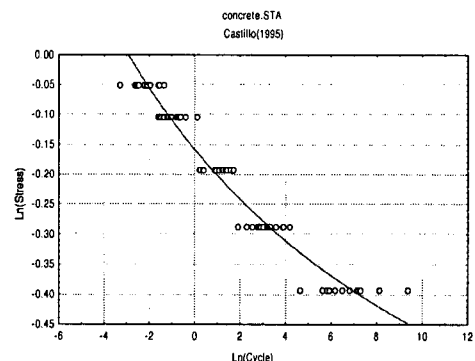
<그림 9> Concrete 자료 : ASTM 모형



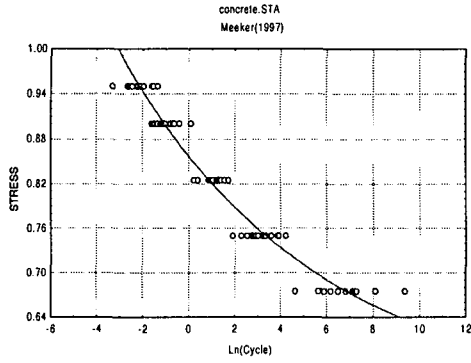
<그림 12> Concrete 자료 : Shen(2) 모형



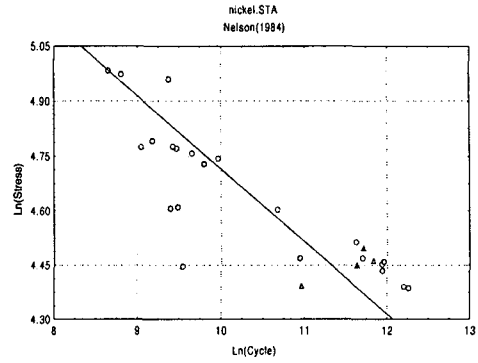
<그림 10> Concrete 자료 : Nelson 모형



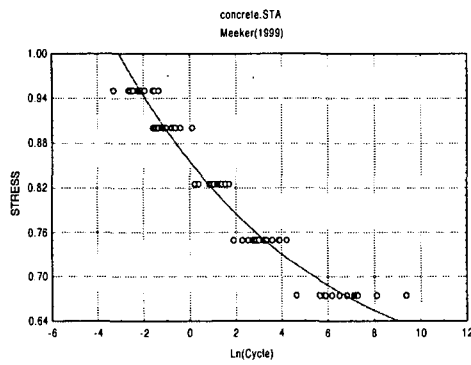
<그림 13> Concrete 자료 : Castillo와 Hadi 모형



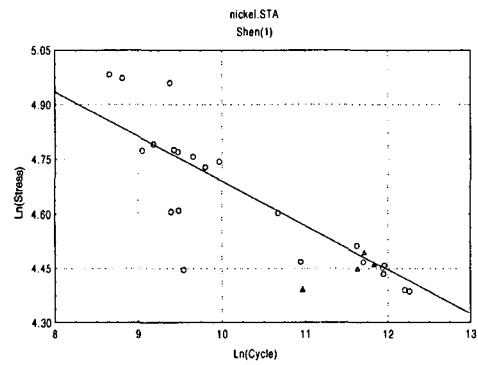
<그림 14> Concrete 자료: Pascual과 Meeker 모형



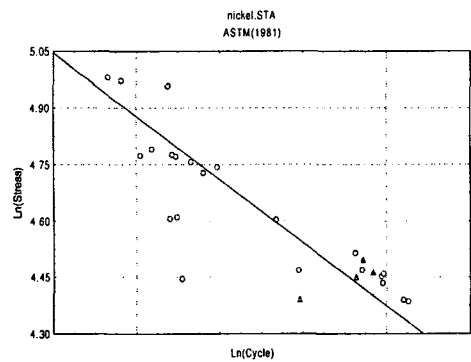
<그림 17> Nickel 자료: Nelson 모형



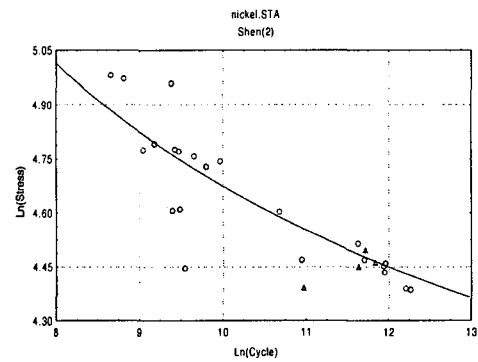
<그림 15> Concrete 자료: 확률피로한도모형



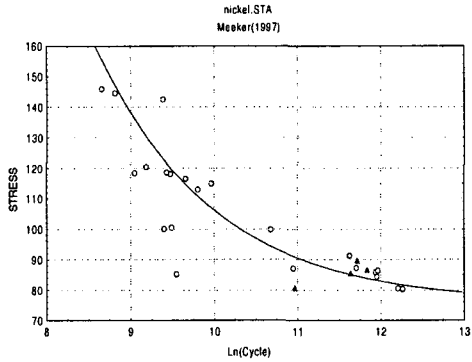
<그림 18> Nickel 자료: Shen(1) 모형



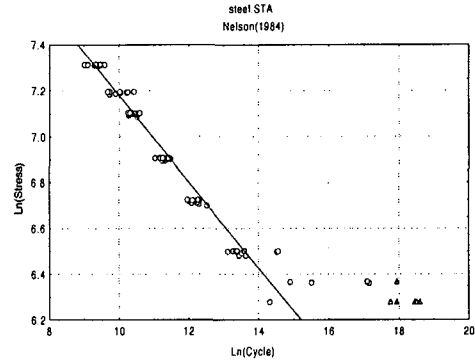
<그림 16> Nickel 자료: ASTM 모형



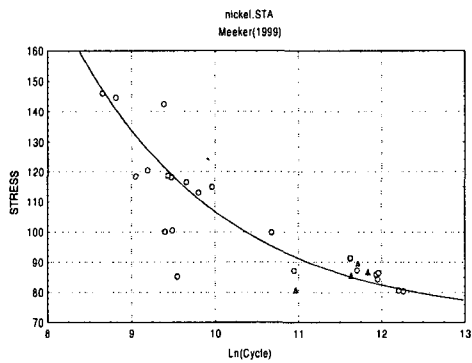
<그림 19> Nickel 자료: Shen(2) 모형



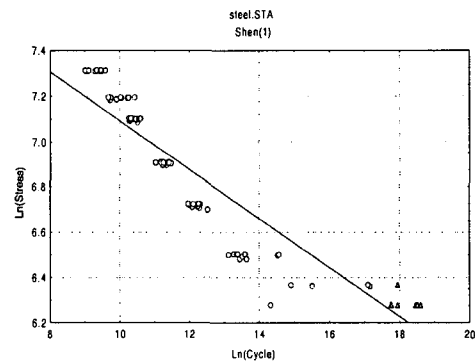
<그림 20> Nickel 자료 : Pascual과 Meeker 모형



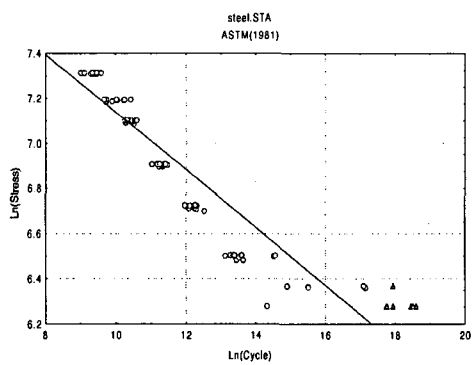
<그림 23> Steel Wire 자료 : Nelson 모형



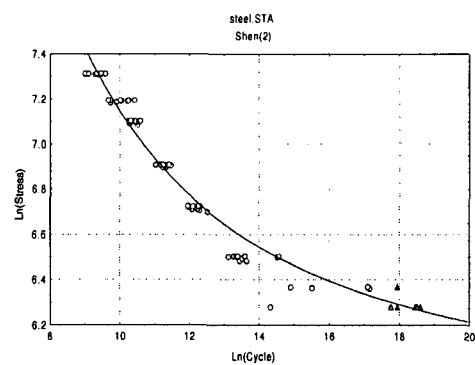
<그림 21> Nickel 자료 : 확률피로한도모형



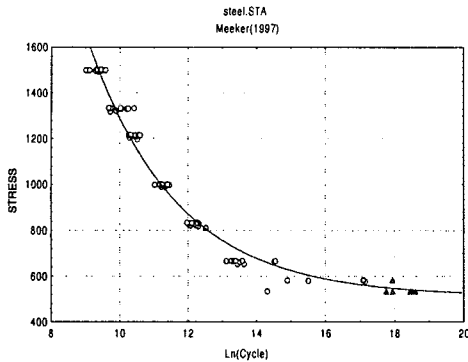
<그림 24> Steel Wire 자료 : Shen(1) 모형



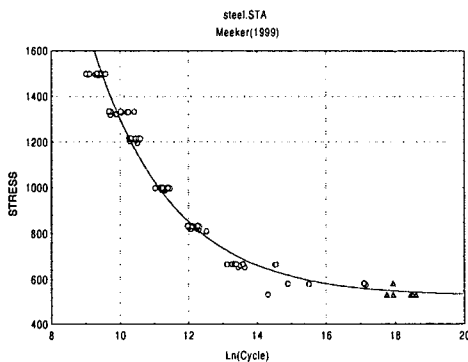
<그림 22> Steel Wire 자료 : ASTM 모형



<그림 25> Steel Wire 자료 : Shen(2) 모형



<그림 26> Steel Wire 자료: Pascual과 Meeker 모형



<그림 27> Steel Wire 자료: 확률피로한도모형

<표 3>의 우도비 검정 적용시 Shen(1)과 Shen(2) 모형은 역회귀 모형으로 다른 피로곡선모형들과 직접 비교가 불가능하므로 두 그룹으로 대별하였다. 그리고 7개의 모형 중에서 최우추정법을 적용하지 않는 Castillo와 Hadi 모형과 더불어 ASTM, Nelson, Pascual과 Meeker 모형의 모수집합과 포함관계가 성립되지 않는 확률피로한도모형을 우도비 검정 대상에서 제외하였다. 첫 번째 그룹에 속하는 ASTM, Nelson, Pascual과 Meeker 모형에 대한 우도비 검정결과에서는 4가지 자료에 대해 Pascual과 Meeker 모형이 나머지 두 모형보다 자

료적합에 있어 우수한 것으로 나타났으며 (유의수준 5%), 두 번째 그룹의 Shen(1)과 Shen(2) 모형간의 우도비 검정결과를 보면 AAW, Concrete, Steel 자료에서는 Shen(2) 모형이 자료적합에 있어서 우수하나 Nickel 자료에서는 두 모형간의 유의한 차이가 없었다.

또한 <표 4>와 같이 피로시험 실시목적의 하나인 피로한도를 구하기 위하여 ASTM, Nelson, Shen(1), Shen(2), 그리고 Castillo와 Hadi 모형에서는 $N(\text{즉, } y') = 10^7$ 에 대한 시간강도를 추정하였으며, Pascual과 Meeker, 확률피로한도모형에서는 피로한도모수가 모형에 포함되어 있으므로 다른 모수와 함께 직접 추정하였다.

<표 4>의 결과를 보면 피로한도의 추정값이 모형에 따라 차이가 많이 발생하므로 모형의 선택이 매우 중요함을 알 수 있다. 또한 피로한도의 참값이 알려져 있지 않으므로 직접비교는 불가능하지만 추정의 정밀도를 나타내는 근사 신뢰구간의 길이측면에서 비교하면 AAW 자료와 Concrete 자료에서는 7가지 모형 중 Pascual과 Meeker와 Castillo와 Hadi모형이, Nickel 자료와 Steel Wire 자료에서는 확률피로한도와 Pascual과 Meeker 모형이 가장 짧으며, 언급된 세 모형끼리의 우열은 판정하기 힘들다.

4. 결론

본 연구는 최근까지 개발된 S-N 곡선 모형 즉, 전통적 ASTM 방법, 산포를 스트레스 수준의 함수로 모형화하는 Nelson의 방법과 피로한도의 존재를 고려하여 선형회귀

<표 4> 4가지 피로자료의 피로한도 추정치와 신뢰구간

모형	AAW 자료		Concrete 자료		Nickel 자료		Steel Wire 자료	
	피로한도	95% 신뢰구간	피로한도	95% 신뢰구간	피로한도	95% 신뢰구간	피로한도	95% 신뢰구간
ASTM	13.053	(11.224, 15.179)	0.466	(0.450, 0.481)	39.885	(31.157, 51.058)	576.514	(538.291, 617.451)
Nelson	3.206	(2.240, 4.589)	0.448	(0.430, 0.467)	32.950	(23.613, 45.980)	416.547	(367.440, 472.218)
Shen(1)	19.925	(17.645, 22.500)	0.482	(0.433, 0.537)	51.676	(19.018, 140.415)	620.794	(412.139, 935.087)
Shen(2)	49.600	(45.502, 54.068)	0.677	(0.669, 0.685)	64.393	(56.358, 73.573)	594.072	(576.860, 611.797)
Castillo 와 Hadi	45.060	(44.434, 45.696)	0.570	(0.565, 0.575)	N/A		N/A	
Pascual과 Meeker	50.537	(50.223, 50.851)	0.525	(0.439, 0.611)	75.708	(64.195, 87.221)	511.02	(493.540, 528.500)
Random fatigue limit model	50.400	(49.402, 51.419)	0.530	(0.497, 0.566)	70.739	(63.880, 78.335)	524.84	(458.520, 603.050)

모형과 최우추정법을 이용하는 Pascual 과 Meeker의 방법, Reversed Generalized Pareto Model을 이용한 Castillo 와 Hadi의 방법, 순 X 오차 모형의 두 가지 형태를 이용한 Shen 방법, 피로한도의 확률분포를 도입한 확률피로한도모형을 다수의 피로시험자료에 적합시켜 잔차평균제곱(MS_R), 적합 그래프, 우도비 검정, 피로한도 추정치와 이의 근사 신뢰구간 측면에서 각 모형의 적합도를 비교하였다.

4가지 피로시험자료에 적합한 결과를 정리하면 완전자료인 AAW 자료와 Concrete 자료의 경우에 Pascual 과 Meeker 모형과 확률피로한도모형이 다른 모형에 비해 우수하였으며, Nickel 자료와 Steel Wire 자료에서는 뚜렷하지는 않았지만 Pascual 과 Meeker 모형이 비교적 우수한 것으로 나타났다. 한편 Castillo 와 Hadi 모형은 다른 모

형에 비해 적합도가 높지 않고 관측중단자료가 포함된 경우에 적용할 수 없는 단점이 있으며, Shen(2) 모형은 Shen(1) 모형보다 우수하지만 특히 관측중단자료일 때 적합도가 높지 않으며, ASTM과 Nelson 모형은 우도비 검정 등을 고려하면 Pascual 과 Meeker 모형보다 적합도가 떨어진다. 이에 따라 본 연구에서는 Pascual 과 Meeker 모형과 확률피로한도모형 중에서 4가지 자료에 대체적으로 잘 적합되며 전통적 피로곡선모형에 가까운 Pascual 과 Meeker 모형을 추천하고자 한다.

따라서 본 연구는 고유기술분야의 피로시험에 적용할 수 있는 통계적 방법 중에서 최근 개발된 모형의 유용성을 파악함으로써 피로시험자료의 통계적 분석능력과 범위를 제고할 수 있는 기초연구가 될 것으로 여겨진다.

5. 참고문헌

- [1] ASTM(1981), *Statistical Analysis of Fatigue Data (ASTM STP 744)*, eds. Little, R. E. and Ekrall, J. C., The American Society for Testing and Materials.
- [2] Castillo, E. and Hadi, A. S.(1995), "Modeling Lifetime Data with Application to Fatigue Models", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 90, pp. 1041-1054.
- [3] Cohen, A. and Whitten, B. J.(1988), *Parameter Estimation in Reliability and Life Span Models*, Marcel Dekker.
- [4] Dupuis, D. J.(1998), "Parameter and Quantile Estimation for a Fatigue Model", *Computational Statistics & Data Analysis*, Vol. 29, pp. 55-68.
- [5] Efron, B. and Tibshirani, R. J.(1993), *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall.
- [6] Little, R. E. and Jebe, E. H.(1975), *Statistical Design of Fatigue Experiments*, Applied Science Publishers.
- [7] MathSoft(2000), *S-Plus 2000 Programmer's Guide*, MathSoft Inc..
- [8] Meeker, W. Q. and Escobar, L. A.(1998), *Statistical Methods for Reliability Data*, John Wiley and Sons.
- [9] Nelson, W.(1984), "Fitting of Fatigue Curves with Nonconstant Standard Deviation to Data with Runouts", *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 12, pp. 69-77.
- [10] Nelson, W.(1990), *Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis*, John Wiley and Sons.
- [11] Pascual, F. G. and Meeker, W. Q.(1997), "Analysis of Fatigue Data with Runouts Based on a Model with Nonconstant Standard Deviation and a Fatigue Limit Parameter", *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 25, pp. 292-301.
- [12] Pascual, F. G. and Meeker, W. Q.(1999), "Estimating Fatigue Curves with the Random Fatigue-Limit Model", *Technometrics*, Vol. 41, pp. 277-302.
- [13] Schmee, J. and Hahn, G. J.(1979), "A Simple Method for Regression Analysis With Censored Data", *Technometrics*, Vol. 21, pp. 417-434.
- [14] Schmee, J. and Hahn, G. J.(1981), "A Computer Program for Simple Linear Regression with Censored Data", *Journal of Quality Technology*, Vol. 13, pp. 264-269.
- [15] Shen, C. L.(1994), "The Statistical Analysis of Fatigue Data", Ph. D. Dissertation, University of Arizona.