

팬케익 그래프와 스타(Star) 그래프, 매크로-스타 (Macro-star) 그래프간의 임베딩 방법

최은복[†] · 이형옥^{**}

요 약

스타 그래프와 팬케익 그래프는 하이퍼큐브가 갖는 좋은 성질을 가지면서 하이퍼큐브보다 망 비용이 적은 값을 갖는 상호연결망이다. 매크로-스타 그래프는 스타 그래프를 기본 모듈로 하면서 노드 대칭성, 최대고장허용도, 계층적 분할 성질을 가지면서 스타 그래프보다 망 비용이 개선된 상호연결망이다. 본 논문에서는 그래프의 에지 정의를 이용하여 스타 그래프, 팬케익 그래프, 매크로-스타 그래프 사이의 임베딩 방법을 제시한다. 스타 그래프 S_n 은 팬케익 그래프 P_n 에 연장을 4에 임베딩 가능하고, 매크로-스타 $MS(2,n)$ 은 팬케익 그래프에 연장을 4에 임베딩 가능함을 보인다. 또한, 팬케익 그래프를 스타 그래프와 매크로-스타 그래프에 임베딩하는 비용이 $O(n)$ 임을 보인다.

Embedding Mechanism between Pancake and Star, Macro-star Graph

Choi, EunBok[†] and Lee, HyeongOk^{**}

ABSTRACT

A Star and Pancake graph also have such a good property of a hypercube and have a low network cost than the hypercube. A Macro-star graph which has the star graph as a basic module has the node symmetry, the maximum fault tolerance, and the hierarchical decomposition property. And, it is an interconnection network which improves the network cost against the Star graph. In this paper, we propose a method to embed between Star graph, Pancake graph, and Macro-star graph using the edge definition of graphs. We prove that the Star graph S_n can be embedded into Pancake graph P_n with dilation 4, and Macro-star graph $MS(2,n)$ can be embedded into Pancake graph P_{2n+1} with dilation 4. Also, we have a result that the embedding cost, a Pancake graph can be embedded into Star and Macro-star graph, is $O(n)$.

Key words: 상호연결망, 임베딩, 라우팅

1. 서 론

오늘날 과학과 공학 분야의 문제들은 많은 계산을 필요로 하므로 기존의 컴퓨터보다 더욱 빠른 계산 능력을 가지는 컴퓨터를 요구하게 되었다. 병렬컴퓨터는 강하게 결합된 컴퓨터와 약하게 결합된 컴퓨터로 나누어 볼 수 있다. 강하게 결합된 컴퓨터는 공유메모리를 가지고 있으며 프로세서들간의 통신은 공유메모리의

접근에 의해 이루어진다. 이 경우 전체 메모리 공간에 대한 쉬운 접근을 허용하는 장점을 갖지만 확장성이 어려운 단점을 갖는다. 약하게 결합된 컴퓨터는 각각의 프로세서가 메모리를 가지고 있으며 상호 연결망을 통한 메시지 전송(message passing)에 의해 이루어지고 계산은 데이터 구동(data driven) 방식을 취한다 [7,9]. 이 경우 다른 메모리 공간에 접근하기 위해서는 메시지 교환이 필요하기 때문에 강하게 결합된 컴퓨터보다 효율이 낮은 단점이 있지만 확장성이 좋은 장점을 갖는다. 약하게 결합된 컴퓨터에서는 효율적인 상호연결망의 설계와 메시지 전달 알고리즘이 전체 시스

접수일 : 2002년 12월 4일, 완료일 : 2003년 3월 24일

[†] 정회원, 전주대학교 정보기술컴퓨터공학부

^{**} 순천대학교 컴퓨터교육과

템의 성능에 직접적인 영향을 미친다. 따라서 상호 연결망에 대한 연구는 병렬 처리 컴퓨터 개발을 위한 기반으로 그 필요성은 계속 증가하고 있다. 상호 연결망을 평가하는 망 척도는 분지수(degree), 지름(diameter), 대칭성(symmetry), 확장성(scalability), 고장 허용도(fault tolerance), 방송(broadcasting) 및 임베딩(embedding) 등이 있다[4-7,10,12,13].

임베딩은 상호연결망 G 의 프로세서와 통신링크를 다른 연결망 H 의 프로세서와 통신링크들로 사상하는 것으로서 상호연결망 G 에서 개발된 알고리즘을 상호 연결망 H 에서 효율적으로 실행시킬 수 있는지를 연구하는 분야중의 하나이다. 임베딩의 비용을 평가하는 척도는 연장을(dilation), 밀집을(congestion), 확장을(expansion) 등이 있다[6,8].

본 논문에서는 Cayley 그래프로 널리 알려진 스타(star) 그래프[1,2,9,13], 팬케익(pancake) 그래프[2,10,13], 매크로-스타(macro-star) 그래프[14]가 동일한 노드 개수를 가질 때 그래프의 에지 정의를 이용하여 그래프간의 임베딩을 분석한다. 임베딩 결과로는 스타 그래프를 팬케익 그래프에 연장을 4, 확장을 1에 사상 가능하고, 매크로-스타 그래프를 팬케익 그래프에 연장을 4, 확장을 1 이하에 사상 가능하다. 이러한 결과는 스타 그래프에서 이미 개발된 알고리즘을 팬케익 그래프에서도 활용 가능함을 의미한다. 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 이미 제안된 그래프의 정의와 특징을 살펴보고, 3장에서는 스타 그래프, 팬케익 그래프, 매크로-스타 그래프 사이의 임베딩을 분석하고, 4장에서 결론을 맺는다.

2. 관련 연구

상호 연결망은 각 프로세서를 노드로 프로세서들 간의 통신 채널을 에지로 나타내는 무방향 그래프 $G=(V,E)$ 로 표현된다[5]. 여기서 $V(G)$ 는 노드들의 집합 즉 $V(G)=\{0,1,2,\dots,N-1\}$ 이고, $E(G)$ 는 에지의 집합으로써 $V(G)$ 내의 임의의 두 노드 v 와 w 의 쌍 (v,w) 으로서 에지 (v,w) 가 존재할 필요충분 조건은 노드 v 와 w 사이에 통신 채널이 존재하는 것이다. 지금까지 제안된 상호연결망을 노드 수를 중심으로 분류하면 $n \times k$ 개 노드를 갖는 메쉬 부류, 2^n 개 노드를 갖는 하이퍼큐브 부류, $n!$ 개 노드를 갖는 스타그래프 부류로 나눌 수 있다.

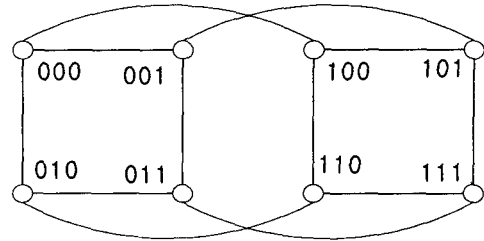


그림 1. 3-차원 하이퍼큐브 Q_3

n -차원 하이퍼큐브 Q_n 은 2^n 개의 노드와 $n2^{n-1}$ 개의 에지로 구성된다. 하이퍼큐브 Q_n 은 분지수와 지름이 각각 n 을 가지면서 망비용(network cost)이 n^2 인 정규 그래프이다[3]. 그림 1은 3차원 하이퍼큐브의 예이다. 하이퍼큐브는 노드 및 에지 대칭이고 단순한 재귀적 구조를 가지고 있어서 각종 응용 분야에서 요구하는 통신망 구조를 쉽게 제공할 수 있는 장점이 있으며, Intel iPSC, nCUBE, Connection Machine CM-2, SGI Origin 2000 등의 시스템에서 사용되고 있다. 또한 임베딩 관점에 있어서 링, 트리, 피라미드, 메쉬 등과 같은 다른 연결망 구조들이 효율적으로 임베딩 될 수 있다는 장점이 있지만, 분지수에 비해 지름과 노드간의 평균 거리가 짧지 않다는 단점이 있다. 이러한 하이퍼큐브의 단점을 개선한 연결망으로 스타 그래프와 팬케익 그래프가 제안되었다.

n -차원 스타 그래프 S_n 은 $n!$ 개의 노드와 $n!(n-1)/2$ 개의 에지로 구성된다. 각 노드의 주소는 n 개의 서로 다른 심볼의 순열로 표현될 수 있고, 노드 v 와 w 의 비트 스트링에서 첫 번째 심볼과 나머지 $n-1$ 개 심볼중 한 개의 심볼이 교환된 순열을 갖는 노드 v 와 w 사이에 에지가 존재한다. n 개의 서로 다른 집합 $\langle n \rangle = \{1,2,\dots,n\}$ 이라 하고, $\langle n \rangle$ 의 순열 $p=p_1p_2\dots p_n$, $p_i \in \langle n \rangle$ 이라 하면 스타 그래프 S_n 은 다음과 같이 정의된다[1].

$$V(S_n) = \{(p_1p_2\dots p_n) \mid p_i \in \langle n \rangle, i \neq j, p_i \neq p_j\}$$

$$E(S_n) = \{(p_1p_2\dots p_i\dots p_n)(p_1p_2\dots p_i\dots p_n) \mid (p_1p_2\dots p_i\dots p_n) \in V(S_n), 2 \leq i \leq n\}$$

n 개의 심볼로 구성된 어떤 순열과 그 순열의 첫 번째 자리와 i 번째 자리를 바꾼 순열 사이에 에지가 있으므로 S_n 은 분지수가 $n-1$ 인 정규 그래프이다($2 \leq i \leq n$). 그림 2는 4-차원 스타 그래프의 예이다. 스타 그래프 S_n 은 $n-1$ 가지의 방법으로 n 개의 노드 중복 없는 S_{n-1} 로 분할 가능한 재귀적 구조를 갖고 있으며, 노드 및 에지 대칭이고 최대 고장허용도를 갖고 이분그래프이다.

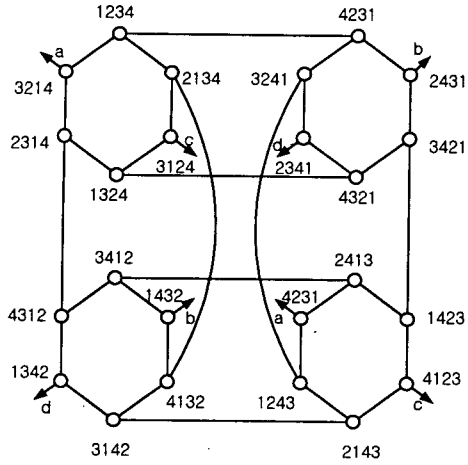


그림 2. 4-차원 스타 그래프 S_4

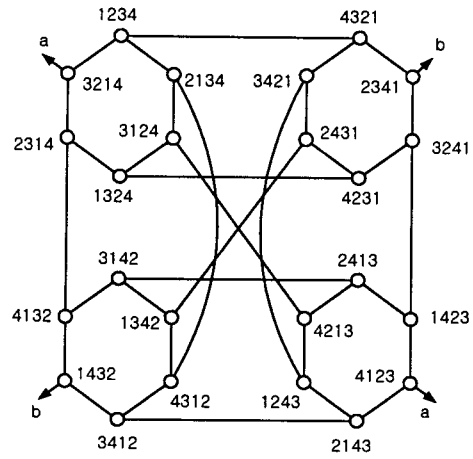


그림 3. 4-차원 팬케익 그래프

스타 그래프의 지름은 $\lceil 3(n-1)/2 \rceil$ 이고, 노드간 평균 거리는 $n+2/n+H_n-4$ 이다. 스타 그래프 S_n 의 고장 지름은 $dia(S_n)+2$ 이하이므로 스타 그래프 S_n 은 strongly resilient를 갖는다[1]. 스타 그래프 S_n 은 해밀톤 사이클을 포함할 뿐만 아니라 임의의 에지를 지나는 해밀톤 사이클이 존재한다. 또한 스타 그래프 S_n 은 길이가 짝수 l 인 모든 사이클을 포함하며, 임의의 에지를 지나는 길이가 짝수 l 인 사이클을 찾을 수 있다($6 \leq l \leq m!$). 그러나 길이가 홀수인 사이클은 포함하지 않고, 길이가 4인 사이클을 포함하지 않기 때문에 어떠한 종류의 메쉬나 하이퍼큐브도 부그래프로 갖지 않는다[8]. 임베딩에 있어서는 $n \times (n-2)!$ 메쉬를 스타 그래프 S_n 에 연장을 $n-1$, 확장을 $n-1$ 로 사상하고, $n(n-1) \times (n-2)!$ 메쉬 구조를 스타 그래프 S_n 에 연장을 $2\lfloor n/2 \rfloor + 1$, 확장을 1로 사상 가능성이 알려져 있다[13].

팬케익(Pancake) 그래프는 P_n 은 $n!$ 개의 노드와 $n!(n-1)/2$ 개의 에지로 구성되고 노드 대칭성을 갖는다. 각 노드의 주소는 n 개의 서로 다른 심벌의 순열로 표현될 수 있고, 노드 v 와 연결된 w 의 비트 스트링은 노드 v 의 비트스트링에서 두 번째 심벌부터 n 번째 심벌이 역순으로 교환된 순열을 갖는 노드 v 와 w 사이에 에지가 존재한다. n 개의 서로 다른 집합 $\langle n \rangle = \{1, 2, \dots, n\}$ 이라 하고, $\langle n \rangle$ 의 순열 $p = p_1 p_2 \dots p_n$, $p_i \in \langle n \rangle$ 이라 하면 팬케익 그래프 P_n 은 다음과 같이 정의된다[2,13].

$$V(S_n) = \{ (p_1 p_2 \dots p_n) \mid p_i \in \langle n \rangle, i \neq j, p_i \neq p_j \}$$

$$E(S_n) = \{ (p_1 p_2 \dots p_i \dots p_n) (p_i p_{i-1} p_{i-2} p_{i-3} \dots p_2 p_1 p_{i+1} p_{i+2} \dots p_n) \mid (p_1 p_2 \dots p_i \dots p_n) \in V(P_n), 2 \leq i \leq n \}$$

팬케익 그래프 P_n 은 해밀톤 사이클을 포함하지만, 4-차원 이상의 팬케익 그래프는 길이가 홀수인 사이클이 존재하기 때문에 이분 그래프가 아님이 알려져 있고, 전위합 문제, 정렬과 합병 알고리즘에 대한 연구 결과가 있다[13]. 또한 팬케익 그래프에서 지름[1,10], 방송[5,7], 병렬 라우팅과 정렬[11], 임베딩[13], 부하균 등문제[12] 등이 발표되었다.

매크로-스타 그래프는 스타 그래프를 일반화한 그래프로써 스타 그래프의 망 비용을 개선한 상호연결망이다. 매크로-스타 그래프 $MS(l, n)$ 은 $(nl+1)!$ 개의 노드와 $(nl+1) \times (n+1)$ 개의 에지로 구성된 연결망이다. 각 노드의 주소는 $k=(nl+1)$ 개의 서로 다른 심벌의 순열로 표현되고, 노드 v 와 w 의 연결관계는 아래의 2가지 에지 발생기 T_j, S_i 를 적용하여 생성된 순열들 사이에 에지가 존재한다. k 개의 서로 다른 심벌 집합을 $\langle k \rangle = \{1, 2, \dots, k\}$ 이라 하고, $\langle k \rangle$ 에 대한 심벌의 순열을 $U = u_{1:k} = u_1 u_2 \dots u_i \dots u_k$, $u_i \in \langle k \rangle$ 이라 할 때 매크로-스타 그래프 $MS(l, n)$ 은 다음과 같이 정의된다[14].

$$V(MS(l, n)) = \{ U = u_{1:k} \mid u_i, u_j \in \langle k \rangle, u_i \neq u_j, i \neq j, 1 \leq i, j \leq k \}$$

$$E(MS(l, n)) = \{ (U, V) \mid U, V \in V(MS(l, n)) \text{ satisfying } U = T_j(V) \text{ or } U = S_i(V), 2 \leq j \leq n+1, 2 \leq i \leq l \}$$

에지 발생기 $T_j(U) = u_j u_{2j-1} u_1 u_{j+1} \dots u_k$ 는 순열 $U = u_{1:k}$ 에서 첫 번째 심벌 u_1 과 u_j 를 서로 교환하여 생성된 순열을 연결하는 에지이고, 에지 발생기 $S_n(u_{1:k}) = u_1 u_{(i-1)n+2in+1} u_{n+2(i-1)n+1} u_{2n+1} u_{in+2k}$ 는 순열 $U = u_{1:k}$ 에서 심벌 u_{2n+1} 과 $u_{(i-1)n+2in+1}$ 를 서로 교환하여 생성된 순열을

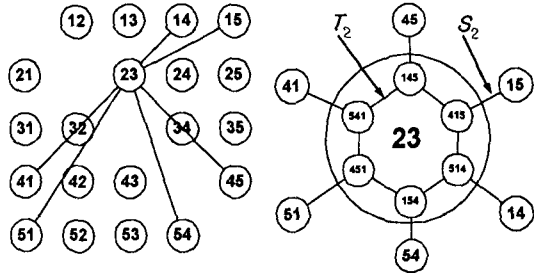


그림 4. 매크로-스타 그래프 MS(2,2)

연결하는 에지이다. 에지 발생기 $S_{n,i}$ 를 간단히 S_i 라 한다. 여기서 심벌 시퀀스 $u_{(i-1)n+2;in+1}$ 를 클러스터라 하고, 한 클러스터를 구성하는 원소의 개수는 $MS(l,n)$ 에서 n 개이다. 그림 4는 매크로-스타 그래프 $MS(2,2)$ 를 두 번째 클러스터를 기준으로 구성된 노드를 표현했다. 그림 4의 우측 큰 원은 두 번째 클러스터의 심벌이 23으로 구성된 노드들로써, 145로 표현된 노드의 순열을 모두 표현하면 14523이고, 순열 14523에서 에지 발생기 $T_2(14523)$ 에 의해 생성된 순열은 41523이고, 에지 발생기 $T_3(14523)$ 에 의해 생성된 순열은 54123이다. 그리고 어떤 순열 U 에 에지 발생기 T_j 와 S_i 를 순차적으로 적용한 경우 $S_i(T_j(U))$ 로 표현한다. 예를 들어 $S_2(T_2(14523))$ 에 의해 생성된 순열은 먼저 순열 14523에 에지 발생기 T_2 에 의해 41523을 생성하고, 순열 41523에 에지 발생기 S_2 를 적용하여 순열 42315에 도달하게 된다.

3. 임베딩

그래프의 임베딩(embedding)은 어떤 그래프 G 가 다른 그래프 H 구조에 포함 혹은 어떻게 연관되어 있는지를 알아보기 위해, 어떤 특정한 그래프를 다른 그래프에 사상(mapping)하는 것이다. 그래프 G 의 그래프 H 에 대한 임베딩 f 는 다음과 같이 정의되는 함수의 쌍 (ϕ, ρ) 을 말한다. ϕ 는 G 의 정점 집합 $V(G)$ 를 H 의 정점 집합 $V(H)$ 에 대응시키는 함수이고, ρ 는 G 의 에지 $e=(v,w)$ 에서 $\phi(v)$ 와 $\phi(w)$ 를 잇는 H 상의 경로로 대응시키는 함수이다. 임베딩의 비용을 나타내는 척도는 연장율(dilation), 밀집율(congestion), 확장율(expansion)이 사용되고 있다[12,13]. 그래프 G 의 에지 e 의 연장율은 H 상에서의 경로 $\rho(e)$ 의 길이를 말하고, 임베딩 f 의 연장율은 G 의 모든 에지의 연장율 중 최대값이다. 그래프 H 의 에지 e' 의 밀집율은 e' 에 포함되

는 $\rho(e)$ 의 개수를 말하고, 임베딩 f 의 밀집율은 H 의 모든 에지의 밀집율 중 최대값이다. 임베딩 f 의 확장율은 G 의 정점의 개수에 대한 H 의 정점의 개수의 비를 말한다. 있고, 확장율은 $8/7$ 임을 알 수 있다.

본 장에서는 스타 그래프 S_n 와 팬케익 그래프 P_n 사이의 임베딩을 분석한다. 임베딩 방법은 스타 그래프 S_n 와 팬케익 그래프 P_n 의 그래프 정의를 이용하여 연장율을 분석한다. 예를 들어 스타 그래프 S_n 를 팬케익 그래프 P_n 로 임베딩 할 경우, 스타 그래프 S_n 의 한 에지 (U,V) 에 의해 연결된 두 개 노드 U 와 V 를 팬케익 그래프 P_n 에서 노드 U 및 V 와 동일한 주소를 갖는 노드로 각각 사상할 때, 팬케익 그래프 P_n 의 노드 U 에서 노드 V 까지 최단경로로 라우팅하는데 필요한 팬케익 그래프 P_n 의 에지 개수로서 연장율을 나타낸다.

스타 그래프 S_n 은 n 개 심벌 $\{1,2,\dots,n\}$ 의 순열로 노드를 나타내고, 노드간의 연결관계는 노드의 순열에서 첫 번째 심벌과 나머지 $n-1$ 개 심벌 중 한 심벌이 서로 교환된 순열을 연결하는 그래프로써 분지수는 $n-1$ 이고, $n!$ 개의 노드를 갖는 상호 연결망이다. 스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2\dots s_{i-1}s_{i+1}\dots s_n)$ 에서 심벌 s_i 과 s_j 가 교환된 순열 $s_1s_2\dots s_{i-1}s_{j+1}\dots s_i\dots s_n$ 을 연결하는 에지를 i -차원 에지라 하고, C_i 로 표현한다($2 \leq i \leq n$).

팬케익 그래프 P_n 은 n 개 심벌 $\{1,2,\dots,n\}$ 의 순열로 노드를 나타내고, 노드간의 연결관계는 노드의 순열에서 첫 번째 심벌과 나머지 $n-1$ 개 심벌 중 한 심벌이 서로 교환된 순열을 연결하는 그래프로써 분지수는 $n-1$ 이고, $n!$ 개의 노드를 갖는 상호 연결망이다. 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2\dots p_{i-1}p_{i+1}\dots p_n)$ 에서 심벌 p_i 부터 첫 번째 심벌 p_1 까지 역순으로 생성된 순열 $p_1p_{i-1}p_{i-2}\dots p_1p_{i-1}\dots p_n$ 을 연결하는 에지를 i -차원 에지라 하고, D_i 로 표현한다($2 \leq i \leq n$). 스타 그래프 S_n 와 팬케익 그래프 P_n 의 정의에 의해 노드를 표현하는 주소의 심벌 p_i 와 s_i 는 n 개 심벌 $1,2,\dots,n$ 중 하나이므로, 두 그래프의 노드는 동일한 주소를 갖는 노드로 일-대-일 사상할 수 있음을 알 수 있다.

스타 그래프 S_n 과 팬케익 그래프 P_n 에서 임의의 노드 U 에 i -차원 에지 C_i (또는 D_i)를 적용하여 생성된 노드를 V 라 하자. 이때 $V=C_i(U)$ 또는 $V=D_i(U)$ 로 표현한다. 만약 노드 U 에 스타 그래프의 차원 에지 C_i, C_j, C_k 를 순차적으로 적용하여 생성된 노드는 $C_k(C_j(C_i(U)))$ 로 표현하고, 팬케익 그래프도 동일하게 적용한다.

정리 1 스타 그래프 S_n 은 팬케익 그래프 P_n 에 연장을 4, 확장율 1에 임베딩 가능하다.

증명 스타 그래프 S_n 과 팬케익 그래프 P_n 은 노드 대칭적인 성질을 갖고 있다. 스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2...s_i...s_n)$ 를 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2...p_i...p_n)$ 로 사상하고, 노드 S 에서 에지 C_i 에 의해 인접한 $n-1$ 개 노드를 팬케익 그래프 P_n 의 노드 P 에서 에지 D_i 에 의해 라우팅 되는 노드로 사상한다. 스타 그래프 S_n 과 팬케익 그래프 P_n 이 갖는 노드 개수는 동일하게 $n!$ 개이므로 확장율은 1이다. 스타 그래프 S_n 의 노드 S 에 연결된 i -차원 에지 C_i 에서 i 의 범위에 따라 다음 경우로 나눈다.

경우1. $i=2$ 또는 $i=3$

스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2s_3...s_i...s_n)$ 와 2-차원 에지에 의해 연결된 노드 $C_2(S)=s_2s_1s_3...s_i...s_n$ 이다. 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 2-차원 에지에 연결된 노드는 $D_2(P)=p_2p_1p_3...p_i...p_n$ 이므로, 스타 그래프 S_n 의 2-차원 에지와 팬케익 그래프 P_n 의 2-차원 에지는 동일한 결과를 가짐을 알 수 있다. 스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2s_3s_4...s_i...s_n)$ 와 3-차원 에지에 의해 연결된 노드는 $C_3(S)=s_3s_2s_1s_4...s_i...s_n$ 이다. 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2p_3p_4...p_i...p_n)$ 에서 3-차원 에지에 연결된 노드는 $D_3(P)=p_3p_2p_1p_4...p_i...p_n$ 이므로, 스타 그래프 S_n 의 3-차원 에지와 팬케익 그래프 P_n 의 3-차원 에지는 동일한 결과를 가짐을 알 수 있다. 따라서 스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2s_3...s_i...s_n)$ 와 2-차원 에지에 의해 연결된 노드 $C_2(S)$ 는 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 와 노드 $D_2(P)$ 로 사상할 수 있고, 확장율은 1이다.

경우2. $i=4$

스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2s_3...s_{i-1}s_i s_{i+1}...s_n)$ 와 4-차원 에지에 의해 연결된 노드 $C_4(S)=s_4s_2s_3s_1...s_{i-1}s_i s_{i+1}...s_n$ 이다. 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 노드 $p_4p_2p_3p_1...p_{i-1}p_i p_{i+1}...p_n$ 는 서로 인접하지 않으므로 노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 노드 $p_4p_2p_3p_1...p_{i-1}p_i p_{i+1}...p_n$ 까지 최단경로 라우팅을 위해 적용할 차원 에지 D_i 를 구한다.

노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 4-차원 에지 D_4 에 의해 인접한 노드 $D_4(P)=p_4p_3p_2p_1p_5...p_i...p_n$ 이고, 노드 $D_4(P)$ 에서 3-차원 에지 D_3 에 인접한 노드 $D_3(D_4(P))=p_2p_3p_4p_1p_5...p_i...p_n$ 이다. 노드 $D_3(D_4(P))$ 에서 2-차원 에지에 의해 인접한 노드 $D_2(D_3(D_4(P)))=p_3p_2p_4p_1p_5...p_i...p_n$ 이고, 노드 $D_2(D_3(D_4(P)))=p_4p_2p_3p_1p_5...p_i...p_n$ 이다. 즉, 스타 그래프 S_n 의 노드 S 를 팬케익 그래프 P_n 의 노드 P 로 사상할 때, 노드 S 와 4-차원 에지에 의해 연결된 노드 $C_4(S)$ 와 동일한 주소를 갖는 팬케익 그래프 P_n 의 노드는 노드 P 에서 차원 에지 D_4, D_3, D_2, D_3 를 순차적으로 적용하여 생성된 노드임을 알 수 있고, 이때 적용한 팬케익 그래프 P_n 의 차원 에지 개수가 4개이므로 연장을 4이다.

경우3. $5 \leq i \leq n$

스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2s_3...s_{i-1}s_i s_{i+1}...s_n)$ 와 i -차원 에지에 의해 연결된 노드는 $s_i s_2 s_3 ... s_{i-1} s_1 s_{i+1} ... s_n$ 이다. 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 노드 $p_i p_2 p_3 ... p_{i-1} p_1 p_{i+1} ... p_n$ 는 서로 인접하지 않으므로 노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 노드 $p_i p_2 p_3 ... p_{i-1} p_1 p_{i+1} ... p_n$ 까지 라우팅을 위해 적용할 최단경로의 차원 에지 D_i 를 구하고 그 결과를 이용하여 연장이 4 이하임을 보인다.

노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 $(i-1)$ -차원 에지에 의해 생성된 노드 $D_{i-1}(P)=p_{i-1}p_i p_{i-2}p_{i-3}...p_2p_1p_i p_{i+1}...p_n$ 이고, 노드 $D_{i-1}(P)$ 에 차원 에지 $(i-2)$ -차원 에지를 적용한 노드 $D_{i-2}(D_{i-1}(P))=p_2p_3...p_{i-3}p_{i-2}p_{i-1}p_i p_{i+1}...p_n$ 이다. 노드 $D_{i-2}(D_{i-1}(P))$ 에 $(i-1)$ -차원 에지를 적용한 노드 $D_{i-1}(D_{i-2}(D_{i-1}(P)))=p_1p_{i-1}p_{i-2}p_{i-3}...p_3p_2p_i p_{i+1}...p_n$ 이고, 노드 $D_{i-1}(D_{i-2}(D_{i-1}(P)))$ 에 i -차원 에지를 적용한 노드 $D_i(D_{i-1}(D_{i-2}(D_{i-1}(P))))=p_i p_2 p_3 ... p_{i-3} p_{i-2} p_{i-1} p_1 p_{i+1} ... p_n$ 이다. i -차원 에지가 5 이상인 경우 팬케익 그래프 P_n 의 노드 P 에서 차원 에지 $D_{i-1}, D_{i-2}, D_{i-1}, D_i$ 를 순차적으로 적용하여 생성한 노드 $p_i p_2 p_3 ... p_{i-3} p_{i-2} p_{i-1} p_1 p_{i+1} ... p_n$ 는 스타 그래프 S_n 의 노드 S 와 i -차원 에지에 의해 인접한 노드 $s_i s_2 s_3 ... s_{i-1} s_1 s_{i+1} ... s_n$ 과 동일한 노드임을 알 수 있고, 이때 적용한 차원 에지 개수는 4개이므로 연장을 4이다($5 \leq i \leq n$). □

정리 2 팬케익 그래프 P_n 의 스타 그래프 S_n 으로 임베딩 비용은 $O(n)$ 이다.

증명 팬케익 그래프 P_n 의 노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_n)$ 에서 n -차원 에지에 의해 연결된 노드는 $p_n p_{n-1} p_{n-2} ... p_i ... p_2 p_1$ 이다. 스타 그래프 S_n 의 노드 $S(s_1s_2s_3...s_i...s_n)$ 와 노드 $s_n s_{n-1} s_{n-2} ... s_i ... s_2 s_1$ 는 서로 인접하지 않으므로 노드 $S(s_1s_2s_3...s_i...s_n)$ 에서 노드 $s_n s_{n-1} s_{n-2} ... s_i ... s_2 s_1$ 까지 최단경로 라우팅을 위해 적용할 스타 그래프의 차원 에지를 구하여 연장을 분석한다.

스타 그래프의 노드 $S(S_1S_2S_3\dots S_i\dots S_n)$ 에서 노드 $S_nS_{n-1}S_{n-2}\dots S_i\dots S_2S_1$ 까지 라우팅을 위해 필요한 차원 에지의 개수는 스타 그래프의 지름(diameter) $\lfloor \frac{3}{2}(n-1) \rfloor$ 값을 쉽게 알 수 있다. 따라서 팬케익 그래프 P_n 을 스타 그래프 S_n 으로 임베딩 하는 비용은 $O(n)$ 이다. □

매크로-스타 그래프 $MS(l,n)$ 을 구성하는 에지는 2가지이다. 첫째, 노드의 첫 번째 심볼과 기본모듈 내의 i 번째 심볼이 교환된 순열을 연결하는 에지 T_i 이고 둘째, 첫 번째 기본 모듈과 j 번째 기본모듈간에 교환된 순열을 연결하는 에지 S_j 이다. 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 과 팬케익 그래프 P_{2n+1} 은 $(2n+1)!$ 개의 노드를 갖고, 노드 대칭적인 성질을 가지고 있다. 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 은 2개의 클러스터로 구성되어 있고, 한 클러스터를 구성하는 원소의 심볼은 n 개이다. 임베딩 방법은 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U(u_1u_2u_3\dots u_i\dots u_n)$ 와 동일한 주소를 갖는 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1p_2p_3\dots p_i\dots p_n)$ 로 일-대-일 사상하고, 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 U 와 $n+1$ 개의 에지에 의해 연결된 노드 U' 를 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 P 에서 노드 U' 와 동일한 주소를 갖는 노드 P' 까지 라우팅을 위한 최단경로 길이로 연장율을 분석한다. 이때 라우팅을 위한 최단경로 길이란 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 P 에서 노드 P' 를 생성하기 위해 적용해야할 에지 개수를 의미한다.

정리 3 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 를 팬케익 그래프 P_{2n+1} 에 연장율 4, 확장율 1에 임베딩 가능하다.

증명 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 과 팬케익 그래프 P_{2n+1} 이 갖는 노드 개수는 동일하게 $(2n+1)!$ 개이므로 확장율은 1이다. 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 U 를 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 P 로 사상할 때 노드 U 에 연결된 에지 T_i 와 에지 S_j 에서 i 와 j 의 값에 따라 다음 경우로 나눈다.

경우1. 에지 T_i 에서 $i=2$ 또는 $i=3$

매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U(u_1u_2u_3\dots u_i\dots u_{2n+1})$ 와 첫 번째 클러스터에서 2-차원 에지에 의해 연결된 노드 $T2(U)=u_2u_1u_3\dots u_i\dots u_{2n+1}$ 이다. 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1p_2p_3\dots p_i\dots p_{2n+1})$ 에서 2-차원 에지에 연결된 노드는 $D2(P)=p_2p_1p_3\dots p_i\dots p_{2n+1}$ 이므로, 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 2-차원 에지와 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 2-차원 에지는 동일한 결과를 가짐을 알

수 있다. 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U(u_1u_2u_3u_4\dots u_i\dots u_{2n+1})$ 와 3-차원 에지에 의해 연결된 노드는 $T3(U)=u_3u_2u_1u_4\dots u_i\dots u_{2n+1}$ 이다. 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1p_2p_3p_4\dots p_i\dots p_{2n+1})$ 에서 3-차원 에지에 연결된 노드는 $D3(P)=p_3p_2p_1p_4\dots p_i\dots p_{2n+1}$ 이므로, 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 3-차원 에지와 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 3-차원 에지는 동일한 결과를 가짐을 알 수 있다. 따라서 연장율은 1이다.

경우2. 에지 T_i 에서 $i=4$

매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U(u_1u_2u_3\dots u_{i-1}u_iu_{i+1}\dots u_{2n+1})$ 와 첫 번째 클러스터에서 4-차원 에지에 의해 연결된 노드 $T4(U)=u_4u_2u_3u_1\dots u_{i-1}u_iu_{i+1}\dots u_{2n+1}$ 이다. 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1p_2p_3\dots p_i\dots p_{2n+1})$ 에서 노드 $p_4p_2p_3p_1\dots p_{i-1}p_ip_{i+1}\dots p_{2n+1}$ 는 서로 인접하지 않으므로 노드 $P(p_1p_2p_3\dots p_i\dots p_{2n+1})$ 에서 노드 $p_4p_2p_3p_1\dots p_{i-1}p_ip_{i+1}\dots p_{2n+1}$ 까지 최단경로 라우팅을 위해 적용할 차원 에지 D_i 를 구한다.

노드 $P(p_1p_2p_3\dots p_i\dots p_{2n+1})$ 에서 4-차원 에지 D_4 에 의해 인접한 노드 $D4(P)=p_4p_3p_2p_1p_5\dots p_i\dots p_{2n+1}$ 이고, 노드 $D4(P)$ 에서 3-차원 에지 D_3 에 인접한 노드 $D3(D4(P))=p_2p_3p_4p_1p_5\dots p_i\dots p_{2n+1}$ 이다. 노드 $D3(D4(P))$ 에서 2-차원 에지에 의해 인접한 노드 $D2(D3(D4(P)))=p_3p_2p_4p_1p_5\dots p_i\dots p_{2n+1}$ 이고, 노드 $D3(D4(P))$ 에서 3-차원 에지에 의해 인접한 노드 $D3(D2(D3(D4(P))))=p_4p_2p_3p_1p_5\dots p_i\dots p_{2n+1}$ 이다. 즉, 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 U 를 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 P 로 사상할 때, 노드 U 와 4-차원 에지에 의해 연결된 노드 $C4(U)$ 와 동일한 주소를 갖는 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드는 노드 P 에서 차원 에지 D_4, D_3, D_2, D_3 를 순차적으로 적용하여 생성된 노드임을 알 수 있고, 이때 적용한 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 차원 에지 개수가 4개이므로 연장율 4이다.

경우3. 에지 T_i 에서 $5 \leq i \leq n$

매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U(u_1u_2u_3\dots u_{i-1}u_iu_{i+1}\dots u_{2n+1})$ 와 첫 번째 클러스터에서 i -차원 에지에 의해 연결된 노드는 $u_iu_2u_3\dots u_{i-1}u_1u_{i+1}\dots u_{2n+1}$ 이다. 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1p_2p_3\dots p_i\dots p_{2n+1})$ 에서 노드 $p_i p_2 p_3 \dots p_{i-1} p_1 p_{i+1} \dots p_{2n+1}$ 는 서로 인접하지 않으므로 노드 $P(p_1p_2p_3\dots p_i\dots p_{2n+1})$ 에서 노드 $p_i p_2 p_3 \dots p_{i-1} p_1 p_{i+1} \dots p_{2n+1}$ 까지 라우팅을 위해 적용할 최단경로의 차원 에지 D_i 를 구하고, 그 결과를 이용하여 연장율이 4 이하임을 보인다.

노드 $P(p_1p_2p_3...p_i...p_{2n+1})$ 에서 $(i-1)$ -차원에지에 의해 생성된 노드 $Di-1(P)=p_{i-1}p_{i-2}p_{i-3}...p_2p_1p_i p_{i+1}...p_{2n+1}$ 이고, 노드 $Di-1(P)$ 에 차원에지 $(i-2)$ -차원에지를 적용한 노드 $Di-2(Di-1(P))=p_2p_3...p_{i-3}p_{i-2}p_{i-1}p_i p_{i+1}...p_{2n+1}$ 이다. 노드 $Di-2(Di-1(P))$ 에 $(i-1)$ -차원에지를 적용한 노드 $Di-1(Di-2(Di-1(P)))=p_1p_{i-1}p_{i-2}p_{i-3}...p_3p_2p_i p_{i+1}...p_{2n+1}$ 이고, 노드 $Di-1(Di-2(Di-1(P)))$ 에 i -차원에지를 적용한 노드 $Di(Di-1(Di-2(Di-1(P))))=p_i p_2 p_3...p_{i-3} p_{i-2} p_{i-1} p_i p_{i+1}...p_{2n+1}$ 이다. i -차원에지가 5 이상인 경우 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 P 에서 차원에지 $Di-1, Di-2, Di-1, Di$ 를 순차적으로 적용하여 생성한 노드 $p_i p_2 p_3...p_{i-3} p_{i-2} p_{i-1} p_i p_{i+1}...p_{2n+1}$ 는 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 U 와 i -차원 에지에 의해 인접한 노드 $u_i u_2 u_3...u_{i-1} u_i u_{i+1}...u_{2n+1}$ 과 동일한 노드임을 알 수 있고, 이때 적용한 차원에지 개수는 4개이므로 연장을 4이다($5 \leq i \leq n$).

경우4. 에지 S_j 에서 $j=2$

매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 은 2개의 클러스터로 구성되어 있고, 노드 $U(u_1 u_2 u_3 u_4 u_5...u_i...u_{2n+1})$ 에서 첫 번째 클러스터와 두 번째 클러스터가 교환된 노드를 연결하는 에지 S_2 에 의해 연결된 노드 $S_2(U)=u_1 u_{n+2} u_n u_{n+3} u_{n+4}...u_{2n+1} u_2 u_3 u_4...u_{n+1}$ 이다. 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1 p_2 p_3...p_i...p_{2n+1})$ 와 $p_1 p_{n+2} p_{n+3} p_{n+4}...p_{2n+1} p_2 p_3 p_4...p_{n+1}$ 는 서로 인접한 노드가 아니므로, 노드 P 에서 노드 $p_1 p_{n+2} p_{n+3} p_{n+4}...p_{2n+1} p_2 p_3 p_4...p_{n+1}$ 까지 팬케익 그래프의 최단경로 라우팅을 위해 적용할 에지 개수를 통해 연장을 분석한다.

노드 P 에서 $(n+1)$ -차원에지에 의해 연결된 노드 $Dn+1(P)=p_{n+1} p_n p_{n-1} p_{n-2}...p_2 p_1 p_n p_{n+2} p_{n+3} p_{n+4}...p_{2n+1}$ 이고, 노드 $Dn+1(P)$ 에서 $(2n+1)$ -차원에지에 의해 연결된 노드 $D2n+1(Dn+1(P))=p_{2n+1} p_{2n} p_{2n-1}...p_{n+2} p_1 p_2 p_3 p_4...p_{n+1}$ 이다. 그리고 노드 $D2n+1(Dn+1(P))$ 에서 $(n+2)$ -차원에지에 의해 연결된 노드 $Dn+2(D2n+1(Dn+1(P)))=p_1 p_{n+2} p_{n+3} p_{n+4}...p_{2n+1} p_2 p_3 p_4...p_{n+1}$ 이다. 따라서 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 P 에서 차원에지 $Dn+1, D2n+1, Dn+2$ 를 순차적으로 적용하여 생성된 노드 $Dn+2(D2n+1(Dn+1(P)))=p_1 p_{n+2} p_{n+3} p_{n+4}...p_{2n+1} p_2 p_3 p_4...p_{n+1}$ 는 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 U 에서 에지 S_2 에 의해 연결된 노드 $S_2(U)=u_1 u_{n+2} u_n u_{n+3} u_{n+4}...u_{2n+1} u_2 u_3 u_4...u_{n+1}$ 와 동일한 노드임을 알 수 있고, 이때 적용한 에지 개수는 3개로서 연장을 3임을 알 수 있다. □

정리 4 팬케익 그래프 P_{2n+1} 을 매크로-스타 그래프

$MS(2,n)$ 으로 임베딩 비용은 $O(n)$ 이다.

증명 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1 p_2 p_3...p_i...p_{2n+1})$ 와 2개의 차원에지에 의해 2개의 노드가 인접해 있지만, 본 증명에서는 노드 P 와 $(2n+1)$ -차원에지에 의해 인접한 노드 $D2n+1(P)$ 가 연장을 $O(n)$ 을 가짐을 보이도록 한다. 팬케익 그래프 P_{2n+1} 의 노드 $P(p_1 p_2 p_3...p_i...p_{2n+1})$ 에서 $(2n+1)$ -차원에지에 의해 연결된 노드는 $D2n+1(P)=p_{2n+1} p_{2n} p_{2n-1}...p_i...p_2 p_1$ 이다. 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U(u_1 u_2 u_3...u_i...u_{2n} u_{2n+1})$ 와 노드 $U'=u_{2n+1} u_{2n} u_{2n-1}...u_i...u_2 u_1$ 는 서로 인접하지 않으므로, 노드 $U'=u_{2n+1} u_{2n} u_{2n-1}...u_i...u_2 u_1$ 에서 노드 $U(u_1 u_2 u_3...u_i...u_{2n+1})$ 까지 최단경로 라우팅을 위해 적용할 매크로-스타 그래프의 차원에지 개수가 n 개 이상임을 보인다.

매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U'=u_{2n+1} u_{2n} u_{2n-1}...u_i...u_2 u_1$ 에서 심볼들을 2개 클러스터로 나누면 첫 번째 클러스터의 심볼은 $u_{2n} u_{2n-1} u_{2n-2}...u_{n+1}$ 이고, 두 번째 클러스터의 심볼은 $u_n u_{n-1} u_{n-2}...u_2 u_1$ 이다. 노드 U' 의 첫 번째 심볼 u_{2n+1} 과 첫 번째 클러스터의 심볼 $u_{2n} u_{2n-1}...u_n$ 이 역순으로 위치해야 하므로 차원에지 $T_i, 2 \leq i \leq n+1$ 를 적용한다. 노드 U' 에서 $(n+1)$ -차원에지에 인접한 노드 $Tn+1(U')=u_{n+1} u_{2n} u_{2n-1}...u_{n+2} u_{2n+1} u_n u_{n-1}...u_2 u_1$ 이고, 노드 $Tn+1(U')$ 의 첫 번째 심볼 u_{n+1} 은 두 번째 클러스터에 있어야 할 원소이고, 첫 번째 클러스터의 심볼 u_{2n} 부터 u_{n+2} 까지 역순으로 정렬하는 데는 차원에지 T_i 가 2번씩 사용되어야 한다($2 \leq i \leq n+1$). 노드 U' 에서 첫 번째 클러스터가 역순으로 정렬되면 첫 번째 클러스터와 두 번째 클러스터를 에지 S_2 를 이용하여 교환하고 이전의 과정을 반복해야 한다. 노드의 심볼을 정렬하는 과정에서 적용한 차원에지 개수는 클러스터를 구성하는 심볼개수가 짝수이면 $3n-4$ 개이고, 심볼개수가 홀수이면 $3(n-1)$ 개이다. 따라서 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 의 노드 $U'(=u_{2n+1} u_{2n} u_{2n-1}...u_i...u_2 u_1)$ 에서 노드 $U(u_1 u_2 u_3...u_i...u_{2n+1})$ 까지 라우팅 하는데 적용되는 에지 개수는 $3(n-1)$ 개이므로 연장을 $O(n)$ 임을 알 수 있다. □

4. 결 론

본 논문에서는 상호 연결망의 주요 성질인 노드 대칭성, 재귀적 구조, 최대 고장허용도 등을 가지면서 하이퍼큐브보다 망비용이 개선된 스타(star) 그래프와

팬케익(pancake) 그래프, 그리고 스타 그래프보다 망 비용이 개선된 매크로-스타(macro-star) 그래프 사이의 임베딩을 분석하였다. 본 연구의 임베딩 방법은 각 그래프가 동일한 노드 수를 가질 때 그래프의 정의 즉, 에지 생성 규칙을 통해 인접한 두 노드를 사상하고자 하는 대상 그래프에서 사용되는 에지 정의로 표현하였다. 그래프 정의를 통해 임베딩 분석이 가능한 이유는 스타, 팬케익, 매크로-스타 그래프가 노드 대칭적인 성질이 있기 때문이다.

본 논문의 연구 결과는 스타 그래프 S_n 을 팬케익 그래프 P_n 에 연장비용 4, 확장비용 1에 임베딩 가능하고, 팬케익 그래프 P_n 의 스타 그래프 S_n 으로 임베딩 비용은 $O(n)$ 임을 보였다. 또한 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 을 팬케익 그래프 P_{2n+1} 에 연장비용 4, 확장비용 1에 임베딩 가능하고, 팬케익 그래프 P_{2n+1} 을 매크로-스타 그래프 $MS(2,n)$ 으로 임베딩 비용은 $O(n)$ 임을 보였다. 이러한 결과는 스타 그래프에서 개발된 알고리즘과 매크로-스타 그래프에서 개발된 알고리즘을 팬케익 그래프에서 상수의 추가적인 비용으로 시뮬레이션 할 수 있음을 의미한다.

참 고 문 헌

- [1] S. B. Akers and B. Krishnamurthy, "A Group-Theoretic Model for Symmetric Interconnection Network," IEEE Trans. Comput., Vol. 38, No. 4, pp. 555-565, 1989.
- [2] P. Berthome, A. Ferreira and S. Perennes, "Optimal Information Dissemination in Star and Pancake Networks," IEEE Trans. on Parallel and Distributed Syst., Vol. 7, No. 12, pp. 1292-1300, 1996.
- [3] K. Day and A. Tripathi, "A Comparative Study of Topological Properties of Hypercubes and Star Graphs," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol. 5, No. 1, pp. 31-38, Jan. 1994.
- [4] T-Y. Feng, "A Survey of Interconnection Networks," IEEE computer, pp. 12-27, December 1981.
- [5] C. GowriSankaran, "Broadcasting on Recursively Decomposable Cayley Graphs," Discrete Applied Mathematics, Vol. 53, pp. 171-182, Sept. 1994.
- [6] A. K. Gupta and S. E. Hambrusch, "Multiple Network Embeddings into Hypercubes," J. Parallel and Distributed Computing, Vol. 19, pp. 73-82, 1993.
- [7] S. Hedetniemi, S. Hedetniemi, and A. Liestman, "A Survey of Gossiping and Broadcasting in Communication Networks," Networks, Vol. 18, pp. 319-349, 1988.
- [8] J-S. Jwo, S. Lakshminarayanan, and S. K. Dhall, "Embedding of Cycles and Grids in Star Graphs," Proc. of IEEE, Vol. 5, pp. 540-547, 1990.
- [9] V. E. Mendia and D. Sarkar, "Optimal Broadcasting on the Star Graph," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol. 3, No. 4, pp. 389-396, July 1992.
- [10] H. Mohammad and I. Hal, "On the Diameter of Pancake Network," Journal of Algorithms, No. 25, pp. 67-94, 1997.
- [11] K. Qiu, H. Meijer and S. G. Akl, "Parallel Routing and Sorting on the Pancake Networks," In Dehne, F., and Fiala, F. (Eds). Advances in Computing and Information-ICCI'91, Lecture Notes in Computer Science, No. 497, Springer-Verlag, pp. 235-242, 1991.
- [12] K. Qiu and S. G. Akl, "Load Balancing and selection on the Star and Pancake Networks," Proc. 26th Hawaii International Conference on System Sciences, Vol. 2, pp. 235-242, Jan. 1993.
- [13] K. Qiu, S. G. Akl and H. Meuer, "On Some Properties and Algorithms for the Star and Pancake Interconnection Networks," Journal of Parallel and Distributed Computing 22, pp. 16-25, 1994.
- [14] C. H. Yeh and E. A. Varvarigos, "Macro-Star Networks: Efficient Low-Degree Alternatives to Star Graphs," IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems, Vol. 9, No. 10, pp. 987-1003, October 1998.



최 은 복

1992년 전남대학교 전산학과 졸업(이학사)
1996년 전남대학교 전산통계학과 졸업(이학석사)
2000년 전남대학교 전산통계학과 졸업(이학박사)
2001년 순천제일대학 인터넷정

보학부 전임강사
2002년~현재 전주대학교 정보기술컴퓨터공학부 전임강사
관심분야 : 통신망관리, 정보보안, 액티브 네트워크 등



이 형 옥

1994년 2월 순천대학교 전산학과 졸업(이학사)
1996년 2월 전남대학교 전산통계학과 졸업(이학석사)
1999년 2월 전남대학교 전산통계학과 졸업(이학박사)
1999년 10월~2002년 2월 한국전

산원(선임연구원)
2002년 3월~현재 순천대학교 컴퓨터교육과 전임강사
관심분야 : 그래프이론, 알고리즘, 병렬처리

교 신 저 자

이 형 옥 540-742 전남 순천시 매곡동 315번지 순천대학교 사범대학 컴퓨터교육과