선형 TPNCA로부터 얻어지는 여원 TPNCA의 행동분석

조성진[†] · 최언숙[††] · 황윤희[††] · 김한두[†††] · 허성훈[††††]

요 약

LFSR보다 CA가 랜덤성이 우수한 패턴들을 효율적으로 생성함이 알려지면서 그 응용분야가 점차적으로 확대되고 있다. 특히 Nongroup CA는 해쉬함수의 생성, 암호알고리즘, 이미지 압축 등에 응용되고 있다. 본 논문에서는 TPNCA의 성질들을 분석하고, 선형 TPNCA의 0-트리의 기본경로와 순환상태의 사이클 구조를 이용하여 선형 TPNCA의 상태전이그래프의 정확한 구조를 파악하는데 사용되던 기존의 행렬의 곱셈연산 방법을 덧셈 연산으로 대체할 수 있음을 보였다. 또한 선형 TPNCA C의 0-트리의 비순환 상태를 여원벡터로 갖는 여원 TPNCA C′은 C와 그 구조가 동형임을 밝힘으로써 선형 TPNCA로부터 여원 TPNCA의 상태들의 위치를 정확하게 파악하여, CA를 이용하는 알고리즘을 개발하는데 있어 선행되어야 하는 CA의 상태를 분석하는 시간을 효과적으로 줄였다.

Analysis of the Behavior of Complemented TPNCA Derived from a Linear TPNCA

Sung-Jin Cho[†], Un-Sook Choi[††], Yoon-Hee Hwang[††], Han-Doo Kim[†††] and Seong-Hun Heo[††††]

ABSTRACT

CA is cost-effective to generate pseudorandom patterns than LFSR. Based on the effectiveness of a CA based pseudorandom pattern generator, CA have been employed successfully in several applications. Especially Nongroup CA is applied to efficient hash function generation, cryptography and image compression. In this paper we analyze the properties of TPNCA and by using basic paths in the 0-tree of a linear TPNCA we analyze the structure of the state-transition graph. Also by showing the structure of the complemented CA which have the acyclic state of the 0-tree as the complement vector is isomorphic to the structure of the original TPNCA, we reduce the time in analyzing the CA-states.

Key words: 셀룰라 오토마타, 선형 Nongroup CA, 여원벡터, 여원CA, 트리, TPNCA, 상태전이 그래프

1. 서 론

셀룰라 오토마타(Cellular Automata, 이하 CA)란 동역학계(dynamical system)를 해석하는 한 방법으로 공간과 시간을 이산적으로 다루고, 이산적인 공간을 셀룰라 공간(cellular space)의 기본단위인 각 셀이 취할 수 있는 상태를 유한하게 처리하며, 각 셀들의 상태가 국소적인 상호작용에 의해서 동시에 갱신되는 시스템이다. Group CA의 상태전이 행동의 분석은 그동안 많은 연구가 이루어졌다. Bardell과 Das 등은 group CA의 additive rule을 행렬을 이용하여 표현함으로써 CA를 수학적으로 분석할 수 있는 기초를 세웠다[1,10]. 또한 Serra 등은 LFSR을 1차원 선형 CA에 대응시킬 수 있음을 보였고[14], Nandi 등은 양질의 랜덤패턴을 생성하는 원시 특성다항식을 갖는 CA의 존재성을 밝혔다[12].

Group CA에 비하여 nongroup CA에 대한 연구는 그리 활발하지는 못하였으나 최근 해쉬함수 생성이나

본 논문은 2001년도 인제대학교 학술연구조성비 보조에 의한 것임.
접수일 : 2002년 10월 23일, 완료일 : 2002년 12월 16일
[†] 정회원, 부경대학교 수리과학부
[††] 준회원, 부경대학교 수리과학부
[†††] 정회원, 인제대학교 컴퓨터응용과학부,기초과학연구소
[††††] 준회원, 부경대학교 정보보호협동과정

암호, 부울 방정식의 해법, 논리회로 검사 등에 응용이 되면서 관심을 받기 시작하였다[2,6,8,9,11,13].

본 논문에서는 선형 nongroup CA의 특별한 부류중 하나인 선형 TPNCA(Two Predecessor Nongroup CA)의 상태전이 그래프의 구조를 분석한다. 선형 TPNCA의 0-트리의 한 기본 경로와 순환상태의 사이클 구조를 이용하여 상태전이 그래프의 정확항 구조를 구성한다. 또한 각 셀들에 XOR 논리 대신 XNOR 논리를 적용하는 여원 TPNCA의 특징을 살펴보고, 특히 여원벡터 F가 0-트리에서 0이 아닌 상태일 경우에 대하여 앞서 얻은 결과를 이용하여 여원 TPNCA의 상태전이그래프를 구성할 수 있음을 보인다. 2절에서는 선형 TPNCA[3,4,5]의 정의와 간단한 성질들을 밝히고 3절에서는 선형 TPNCA로부터 유도된 여원 CA의 행동을 분석하고 4절에서 결론을 맺는다.

2. 선형 Nongroup CA

이 절에서는 선형 nongroup CA의 정의와 본 논문의 전개에 필요한 용어의 정의를 기술하고 선형 nongroup CA의 일반적인 성질을 밝힌다.

• ***선형 nongroup CA*** : Nongroup CA에서 다음 상태를 결정짓는 상태전이 함수가 XOR 논리로만 이루어져 있다면 이 함수를 행렬로 표현할 수 있다. 이러한 CA를 선형 nongroup CA라 한다.

• ***Attractor*** : Nongroup CA의 상태전이 그래프에서 순환상태들 중 사이클의 길이가 1인 상태를 말한다.

• ***직전자*** : 임의의 도달가능한 상태 x에 대하여 x에 대한 이전상태를 말하며 선형 CA에서 전이행렬을 T라 할 때 $Ty=x$를 만족하는 상태 y를 나타낸다.

• ***TPNCA(Two-Predecessor Nongroup CA)*** : 임의의 도달가능한 상태에 대한 직전자의 수가 2개인 nongroup CA를 TPNCA라 한다.

• ***α-트리*** : 순환상태 α를 root로 하는 트리이다.

• ***Depth*** : Nongroup CA의 상태전이 그래프에서 임의의 도달불가능한 상태에서 가장 가까운 순환상태로 가는데 걸리는 최소의 단계 수를 말한다.

• ***Level*** : 어떤 상태 x가 α-트리의 level l ($l \leq$ depth)에 있다는 것은 상태 x가 정확히 l단계 후 상태 α가 되는 위치에 있다는 것이다. 즉, $T^p x = \alpha$가 되는 p값 중 최소값이 l이다.

• ***r-직전자*** : 임의의 도달가능한 상태 x에 대하여 $T^r y = x$을 만족하는 상태 y를 상태 x의 r-직전자라 한다. ($1 \leq r \leq 2^n - 1$)

선형 nongroup CA의 각 셀의 다음 상태는 자기 자신을 포함하여 자신의 왼쪽과 오른쪽 이웃의 상태를 XOR함으로써 얻어지는데, 영향을 주는 이웃의 수는 각 셀에 적용되는 rule에 따라 1개에서 3개까지이다. 아래 표 2.1은 선형 CA에서 사용되는 rule이다. rule에 따라 이웃의 의존도를 3차원 벡터를 이용하여 표현한다. 첫 번째 성분은 왼쪽 이웃에 대한 의존도이고, 두 번째 성분은 자신에 대한 의존도이며 마지막 성분은 오른쪽 이웃에 대한 의존도를 나타낸다. 만약 주어진 위치의 이웃의 상태가 셀의 다음 상태에 영향을 준다면 '1'로, 영향을 주지 않는다면 '0'으로 그 의존도를 나타낸다. 예를 들어 XOR하는 이웃의 수가 3개인 경우 즉 자신, 왼쪽, 오른쪽 상태들의 XOR로 결정되는 상태전이 함수는 rule 150이다.

선형 nongroup CA의 상태전이 함수는 행렬로 표현할 수 있고 이 행렬을 전이행렬이라 한다. CA의 전이행렬 T에 대하여 $(T \oplus xI)$의 행렬식 값을 CA의 특성다항식이라 하고, 특성다항식의 인수 중 T를 근으로 갖는 차수가 가장 낮은 다항식을 최소다항식이라 한다 .

정리1[9]> 선형 nongroup CA의 최소다항식은 $x^d \Phi(x)$이다. 여기서 d는 이 CA의 depth가 되고, $\Phi(x)$에 의하여 순환상태들의 사이클 구조가 결정된다. □

정리 2[8]> 선형 TPNCA의 상태전이 그래프에서 $O_{i,j}$($X_{i,j}$)를 0-트리(X-트리)의 level i의 ($j+1$)번째 상태라 하고 U_i를 상태 X의 순환하는 i-직전자라 하면 $X_{i,j} = U_i \oplus O_{i,j}$이다. □

상태 X가 attractor이면 순환하는 i-직전자는 항상

표 2.1 선형 CA의 rule

Rule	이웃 의존도	Rule	이웃 의존도
60	<110>	170	<001>
90	<101>	204	<010>
102	<011>	240	<100>
150	<111>		

X이므로 $X_{i,j} = X \oplus O_{i,j}$이다. 또한 선형 TPNCA의 0-트리의 한 기본경로를 $O_{d,0} \rightarrow O_{d-1,0} \rightarrow \cdots \rightarrow O_{1,0} \rightarrow 0$이라 하면 0-트리의 기본경로에 대응되는 순환상태 X를 root로 하는 X-트리의 기본경로의 level i 상태 $X_{i,0}$는 다음과 같다.

$$X_{i,0} = U_i \oplus O_{i,0} \qquad (2.1)$$

X-트리의 기본경로를 식 (2.1)에 의하여 구하면 X-트리의 나머지 부분은 0-트리의 기본경로와 X-트리의 기본경로를 이용하여 다음 정리를 통해 구할 수 있다.

정리 3> 선형 TPNCA의 상태전이 그래프에서 $O_{i,0}$를 0-트리의 기본 경로의 level i의 상태, $X_{i,0}$을 X-트리의 기본 경로의 level i의 상태, X-트리의 level i의 $(j+1)$ 번째 상태를 $X_{i,j}$라 하면 다음을 만족한다.

$$X_{i,j} = O_{i,0} \oplus U_i \oplus \sum_{k=1}^{\lfloor \cdot \rfloor} b_k O_{k,0} \qquad (2.2)$$

여기서 $b_{i-1}b_{i-2}\cdots b_1$는 j의 이진법 표현의 수이며 최대값은 $2^{i-1}-1$ 이고 U_i는 상태 X의 순환하는 i-직전자이다. □

<증명> 정리 2에 의하여 $X_{i,j} = U_i \oplus O_{i,j}$이고 정리 4[2]에 의하여

$$O_{i,j} = O_{i,0} \oplus \sum_{k=1}^{\lfloor \cdot \rfloor} b_k \, O_{k,0}$$

이다. 따라서 식 (2.2)를 얻는다.

정리 4> 선형 TPNCA에서 $R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow \cdots \rightarrow R_n \rightarrow R_1$이 길이가 n인 사이클이고 β가 attractor이면 $R_1 \oplus \beta \rightarrow R_2 \oplus \beta \rightarrow \cdots \rightarrow R_n \oplus \beta \rightarrow R_1 \oplus \beta$도 길이가 n인 사이클이다. □

<증명> β가 attractor이고 $TR_i = R_{i+1}$, $(i = 1, 2, \cdots, n-1)$, $TR_n = R_1$이므로 $T(R_i \oplus \beta) = TR_i \oplus T\beta = R_{i+1} \oplus \beta$, $i = 1, 2, \cdots, n-1$ 이고 $T(R_n \oplus \beta) = TR_n \oplus T\beta = R_1 \oplus \beta$이다. 따라서 $R_1 \oplus \beta \rightarrow R_2 \oplus \beta \rightarrow \cdots \rightarrow R_n \oplus \beta \rightarrow R_1 \oplus \beta$도 길이가 n인 사이클이다.

<예1> Rule이 <150, 60, 90, 60, 60>인 5-셀 선형 CA의 전이행렬 T는 아래와 같다.

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

또한 특성다항식 $c(x)$과 최소다항식 $m(x)$은 $c(x) = m(x) = x^2(x^3+1)$이다. 그림 2.1은 이 선형 TPNCA의 상태전이 그래프이다. 여기서 13→31→0을 0-트리의 기본경로라 하면 상태 18은 13⊕31에 의하여 구한다[2]. 또한 1-트리의 기본경로는 0-트리의 기본경로에 각각 1을 더하여 12→30→1을 구하고 19는 12⊕31을 계산하여 얻는다[6]. 순환상태 2를 root로 하는 2-트리의 기본경로를 구하기 위하여 2가 속한 사이클의 구조로부터 2의 순환하는 직전자 4와 순환하는 2-직전자 7을 구한다. 2-트리의 기본경로 10→27→2는 다음과 같이 얻는다. 10 = 13⊕7, 27 = 31⊕4. 또한 2-트리의 level 2의 2번째 상태는 2-트리 기본경로와 0-트리의 기본경로로부터 21=10⊕31임을 정확히 알 수 있다. 다음으로 정리 4에서 언급한 사이클 구조를 살펴보면 2→7→4→2가 사이클이고, 상태 1이 attractor이므로 각 순환상태에 1을 더한 3→6→5→3도 사이클이다.

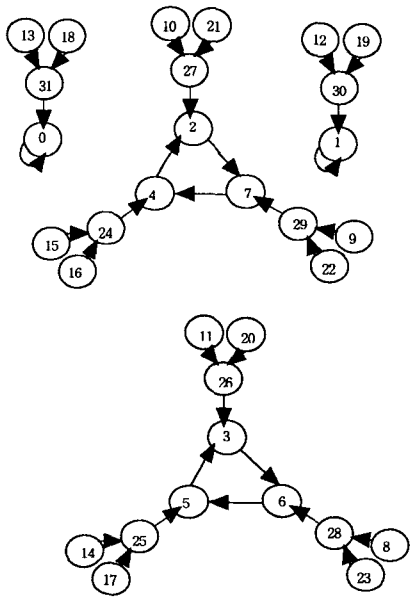


그림 2.1 5-셀 선형 TPNCA

3. 여원 Nongroup CA

CA의 각 셀에 적용되는 rule이 XOR논리로만 이루어진 CA를 선형 n-셀 CA라 하고 XOR논리와 XNOR 논리의 조합으로 표현되는 CA를 여원 CA라 한다. 여원 CA에 사용되는 rule은 표 3.1과 같다. 예를 들어 rule 195는 셀에 rule 60을 적용하여 그 결과값을 역으로 취하는 것이다.

여원 CA의 다음 상태를 구하는 연산자를 $\overline{T}$라 하면 이를 선형 $n-$셀 CA와 관련지어 다음 상태를 구하는 식으로 유도할 수 있다. 여원 rule에 대응하는 선형 rule로 표현한 전이행렬을 T라 하고, XNOR논리가 적용된 셀의 결과 값을 역으로 취하기 위하여 여원 rule이 적용된 셀의 위치성분은 1로, 나머지는 0인 n 차원 벡터 F를 여원벡터라 하고 이를 이용하여 CA의 다음 상태 S_{t+1}를 아래와 같이 구한다.

$$S_{t+1} = \overline{T}S_t = TS_t \oplus F \qquad (3.1)$$

여원벡터 F는 CA의 크기와 같은 n차원 벡터이다. 그러므로 이 벡터의 종류는 모든 성분이 0인 **0** 벡터를 제외한 2^n-1 가지를 만들 수 있고 이것은 CA의 가능한 상태와 일대일 대응시킬 수 있다. 따라서 여원벡터를 CA의 상태로 해석한다면 이 벡터가 동일한 전이행렬 T를 따르는 선형 CA의 상태전이 그래프에 놓이는 위치에 따라 CA의 상태변화가 여러 가지 행동패턴을 보인다. 이 절에서는 선형 TPNCA로부터 유도되는 여원 TPNCA의 행동을 분석한다. 특별히 여원벡터가 이에 대응하는 선형 TPNCA의 상태전이 그래프에서 0-트리의 비순환상태인 경우에 대하여 분석한다.

정리 5[7]> C 는 depth가 d인 선형 TPNCA이고, C 에서 0-트리의 level i $(0 < i \le d)$에 있는 한 상태를 여원벡터 F로 택하면 $\overline{T}^{i-1}F$ 는 C 에 대응하는 여원 CA C′에서 attractor이다. □

표 3.1 여원 CA의 rule

Rule	이웃 의존도	Rule	이웃 의존도
195	$<\overline{110}>$	85	$<\overline{001}>$
165	$<\overline{101}>$	51	$<\overline{010}>$
153	$<\overline{011}>$	15	$<\overline{100}>$
105	$<\overline{111}>$		

정리6> C 는 depth가 d인 선형 TPNCA이고, C 에서 0-트리의 level i $(0 < i \le d)$에 있는 한 상태를 여원벡터 F로 택할 때, β가 선형 TPNCA의 attractor라면 $\overline{T}^{i-1}F \oplus \beta$ 는 C 에 대응하는 여원 TPNCA C′에서 attractor이다. □

<증명>

$$\begin{aligned}\overline{T}(\overline{T}^{i-1}F\oplus\beta) &= T(\overline{T}^{i-1}F\oplus\beta)\oplus F\\ &= T((T^{i-1}\oplus\cdots\oplus I)F\oplus\beta)\oplus F\\ &= T^iF\oplus(T^{i-1}\oplus\cdots\oplus T\oplus I)F\oplus\beta\\ &= 0\oplus\overline{T}^{i-1}F\oplus\beta\\ &= \overline{T}^{i-1}F\oplus\beta\end{aligned}$$

이므로 $\overline{T}^{i-1}F\oplus\beta$ 는 C 에 대응하는 여원 TPNCA C′에서 attractor이다.

정리 7> 선형 TPNCA C 에서 $R_1\to R_2\to\cdots\to R_n\to R_1$ 가 길이가 n인 사이클이고 여원벡터 F를 C 의 0-트리의 level i 에 있는 비순환상태라 하면 C′에서 $\overline{T}^{i-1}F\oplus R_1 \to \overline{T}^{i-1}F\oplus R_2 \to \cdots \to \overline{T}^{i-1}F\oplus R_n \to \overline{T}^{i-1}F\oplus R_1$ 은 길이가 n인 사이클이다. □

<증명> $R_1\to R_2\to\cdots\to R_n\to R_1$ 가 길이가 n인 사이클이고 여원벡터 F가 C 의 0-트리의 level i에 있는 비순환상태이므로 $T^iF=0$이고 $T^{i-1}F\neq 0$이다.

$$\begin{aligned}&\overline{T}(\overline{T}^{i-1}F\oplus R_j)\\ &= T(\overline{T}^{i-1}F\oplus R_j)\oplus F\\ &= T(T^{i-1}\oplus\cdots\oplus I)F\oplus TR_j\oplus F\\ &= T^iF\oplus(T^{i-1}\oplus\cdots\oplus I)F\oplus TR_j\\ &= \overline{T}^{i-1}F\oplus R_{j+1}\quad (j=1,2,\cdots,n-1)\end{aligned}$$

이고

$$\begin{aligned}&\overline{T}(\overline{T}^{i-1}F\oplus R_n)\\ &= T^iF\oplus\overline{T}^{i-1}F\oplus R_n\oplus F\\ &= T^iF\oplus\overline{T}^{i-1}F\oplus TR_n\\ &= \overline{T}^{i-1}F\oplus R_1\end{aligned}$$

이므로 $\overline{T}^{i-1}F \oplus R_1 \rightarrow \overline{T}^{i-1}F \oplus R_2 \rightarrow \cdots \rightarrow \overline{T}^{i-1}F \oplus R_n \rightarrow \overline{T}^{i-1}F \oplus R_1$ 은 길이가 n인 사이클이다.

정리 8> 여원 TPNCA에서 $R_1' \rightarrow R_2' \rightarrow \cdots \rightarrow R_n' \rightarrow R_1'$ 가 길이가 n인 사이클이고 β가 attractor이며 여원벡터 F를 C 의 0-트리의 level i에 있는 비순환상태라 하면 C′에서 $R_1' \oplus \beta \rightarrow R_2' \oplus \beta \rightarrow \cdots \rightarrow R_n' \oplus \beta \rightarrow R_1' \oplus \beta$ 은 길이가 n인 사이클이다. □

<증명> 임의의 j $(1 \le j \le n-1)$에 대하여

$$\begin{aligned}\overline{T}(R_j' \oplus \beta) &= T(R_j' \oplus \beta) \oplus F \\ &= TR_j' \oplus T\beta \oplus F \\ &= \overline{T}(R_j') \oplus \beta \\ &= R_{j+1}' \oplus \beta\end{aligned}$$

이고 마찬가지로 $\overline{T}(R_n' \oplus \beta) = R_1' \oplus \beta$

이므로 $R_1' \oplus \beta \rightarrow R_2' \oplus \beta \rightarrow \cdots \rightarrow R_n' \oplus \beta \rightarrow R_1' \oplus \beta$ 은 길이가 n인 사이클이다.

정리 9> 선형 TPNCA를 C 라 하고 C 로부터 유도된 여원 TPNCA를 C′라 하자. 이때 여원벡터는 C 에서 0-트리의 level i의 비순환상태이다. $O_{j,0}$를 C 의 0-트리의 기본경로의 level j 상태라 하고 $X_{j,0}'$를 C′에서 X'-트리의 기본경로의 level j 상태라 하면 X'-트리의 level j의 $(k+1)$번째 상태 $X_{j,k}'$는 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned}X_{j,k}' &= X_{j,0}' \oplus \sum_{l=1}^{i-1} b_l O_{l,0} \\ &= O_{j,0} \oplus U_j' \oplus \sum_{l=1}^{i-1} b_l O_{l,0} \quad (3.2)\end{aligned}$$

여기서 $b_{i-1}b_{i-2}\cdots b_1$ 는 k의 이진법 표현의 수이며 최대값은 $2^{i-1}-1$ 이고 U_j' 는 X'의 순환하는 j-직전자이다. □

<증명> 정리 3.13[6]에 의하여

$X_{j,k}' = X_{j,0}' \oplus \sum_{l=1}^{i-1} b_l O_{k,0}$ 이 되고 또한

$$\begin{aligned}X_{j,0}' &= \overline{T}(X_{j+1,0}) = T(X_{j+1,0}) \oplus F \\ &= T(O_{j+1,0} \oplus U_{j+1}) \oplus F \\ &= O_{j,0} \oplus T(U_{j+1}) \oplus F \\ &= O_{j,0} \oplus \overline{T}(U_{j+1}) = O_{j,0} \oplus U_j'\end{aligned}$$

이므로 식 (3.2)를 얻는다.

위에서 얻은 여원 TPNCA C′의 분석 결과를 통해 선형 TPNCA C의 0-트리의 비순환상태를 여원벡터로 갖는 C′은 C와 그 구조가 같다는 것을 알 수 있다. 또한 C′의 모든 상태들을 C의 0-트리의 기본경로와 C′의 순환상태를 이용하여 상태들의 합으로 표현할 수 있음을 보임으로써 분석이 어려운 비선형인 C′을 C와 관련지어 보다 효율적으로 분석할 수 있다. 다음의 예는 주어진 선형 TPNCA C의 사이클 구조와 0-트리의 기본경로를 이용하여 여원 TPNCA의 상태전이 그래프를 구성하는 예이다.

<예2> <예1>의 5-셀 선형 TPNCA에서 0-트리의 level 1 의 상태 31을 여원벡터 F로 갖는 여원 TPNCA의 상태전이 그래프는 <그림 3.1>과 같다. $\overline{T}^{i-1}F = \overline{T}^{0}F = 31$ 이 상태 0이 속한 트리의 attractor가 되고 상태 1이 선형 TPNCA C에서 attractor이므로 $31 \oplus 1 = 30$ 이 C′에서 attractor가 된다. C의 사이클이 2→7→4→2 이므로 2, 7, 4, 2에 $\overline{T}^{i-1}F = \overline{T}^{0}F = 31$ 를 더한 $2 \oplus 31 \rightarrow 7 \oplus 31 \rightarrow 4 \oplus 31 \rightarrow 2 \oplus 31$ 즉, 29→24→27→29 가 C′에서 사이클이고 또 29 → 24 → 27 → 29 의 각 상태에 C의 attractor인 상태 1을 더해서 얻은 사이클 $29 \oplus 1 \rightarrow 24 \oplus 1 \rightarrow 27 \oplus 1 \rightarrow 29 \oplus 1$ 즉, 28→25→26→28도 C′에서 또 하나의 사이클이다. 순환상태 29를 root로 하는 29-트리를 구성하기 위하여 먼저 29-트리의 기본경로를 C의 0-트리의 기본경로와 상태 29의 $i-$ 직전자를 이용하여 얻는다. 29-트리의 기본경로의 level 2의 상태는 $13 \oplus 24 = 21$ 이고, 29-트리의 기본경로의 level 1의 상태는 $31 \oplus 27 = 4$ 이다. 그러므로 29-트리의 기본경로는 21→4→29 이다. 29-트리의 나머지 상태인 level 2의 두 번째 상태는 식 (3.2)를 이용하여 $21 \oplus 31 = 10$ 이다.

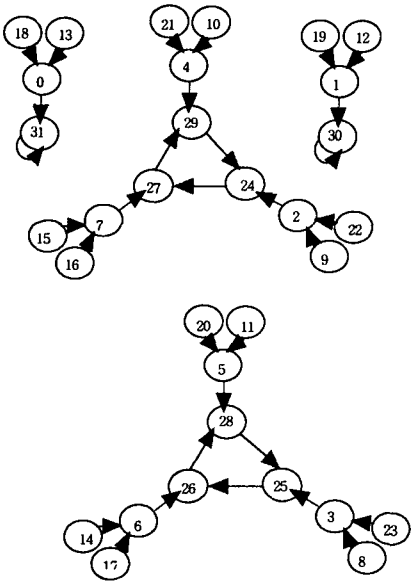


그림 3.1 5-셀 여원 TPNCA

4. 결 론

본 논문에서는 선형 TPNCA C의 0-트리의 비순환상태를 여원벡터로 갖는 여원 TPNCA C′은 C와 그 구조가 동형임을 밝혔다. 즉, C′의 각 트리의 depth가 C의 0-트리의 depth와 같고 C′의 임의의 도달가능한 상태에 대한 직전자의 수 역시 C의 상태 0의 직전자의 수와 같다. 그리고 C′와 C의 순환상태들이 놓이는 사이클의 개수와 길이가 같다. 또한 C에서 사이클 구조와 0-트리의 기본경로를 이용하여 나머지 상태들의 위치를 정확히 파악하고, $\overline{T}^{i-1}F$값과 C의 0-트리의 기본경로와 순환상태들을 이용하여 C로부터 유도되는 C′의 상태전이 그래프를 정확히 구성할 수 있음을 보였다. 이로부터 CA의 다음 상태를 구하는데 있어 셀의 크기가 커질수록 기하급수적으로 늘어나는 행렬의 곱셈 연산을 덧셈 연산으로 대체함으로써 CA의 시간 복잡도를 줄였다. 본 연구결과는 CA를 이용한 암호알고리즘 생성에 관한 연구에 도움이 되리라 사료된다.

참 고 문 헌

[1] P.H. Bardell, "Analysis of cellular automata used as pseudorandom pattern generators", Proc. IEEE int. Test. Conf., 1990, pp. 762~767.

[2] S. Bhattacharjee, U.Raghavendra, D.R. cowdhury, P.P. Chaudhuri, "An efficient encoding algorithm for image compression hardware based on Cellular Automata", High Performance computing 1996, Proc. IEEE 3rd International conf., 1996, pp. 239~244.

[3] S. Bhattacharjee, S. Sinha, C. Chattopadhyay, P.P. Chaudhuri "Cellular automata based scheme for solution of Boolean equations", IEEE Proc.- Comput. Digit. Tech., Vol. 143, No. 3, 1996, pp. 174~180.

[4] S. Chattopadhyay, Some studies on Theory and Applications of Additive Cellular Automata, Ph.D. Thesis, I.I.T., Kharagpur, India, 1996.

[5] S. Chakraborty, D.R. Chowdhury, Chaudhuri, "Theory and Application of nongroup cellular automata for synthesis of easily testable finite state machines", IEEE. Trans. Computers, Vol. 45, No. 7, 1996, p.p. 769~781.

[6] S.J. Cho, H.D. Kim and U.S. Choi, "Analysis of complemented CA derived from a Linear TPMACA", Comput. & Math. Appl., Vol. 45, 2003, pp. 689~698.

[7] S.J. Cho, H.D. Kim and U.S. Choi, "Cellular Automata with a Complemented Vector as a Non-zero State in the 0-tree of a Linear TPMACA", J. Korea Multimedia Soc., Vol. 4, No. 4, 2001, pp. 356~361.

[8] S.J. Cho, U.S. Choi and H.D. Kim, "Linear nongroup one-dimensional cellular automata characterization on GF(2)", J. Korea Multimedia Soc., Vol. 4, No. 1, 2001, pp. 91~95.

[9] P.P. Chaudhuri, D.R. Chowdhury, S. Nandy and Chattopadhyay, Additive Cellular Automata Theory and Application, 1, IEEE Computer Society Press, California, 1997.

[10] A.K. Das and P.P. Chaudhuri, "Efficient characterization of cellular automata", Proc. IEE(Part E), Vol. 137, No. 1, 1990, pp. 81~87.

[11] A.K. Das and P.P. Chaudhuri, "Vector space theoretic analysis of additive cellular automata

and its application for pseudo-exhaustive test pattern generation", IEEE Trans. Comput., Vol. 42, 1993, pp. 340~352.

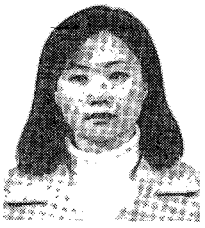
[12] S. Nandi and P.P. Chaudhuri, "Analysis of Periodic and Intermediate Boundary 90/150 Cellular automata", IEEE Trans. Computers, Vol. 45, No 1, 1996, pp. 1~12.

[13] S. Nandi, B.K. Kar and P.P. Chaudhuri, "Theory and Application of Cellular Automata in Cryptography", IEEE Trans. Computers, Vol. 43, 1994, pp. 1346~1357.

[14] M. Serra, T. Slater, J.C. Muzio and D.M. Miller, "The analysis of one dimensional linear cellular automata and their aliasing properties", IEEE Trans Computer-Aided Design, Vol. 9, 1990, pp. 767~778.

조 성 진

1979년 강원대학교 수학교육과 (이학사)
1981년 고려대학교 수학과 대학원 (이학석사)
1988년 고려대학교 수학과 대학원 (이학박사)
1988년~현재 부경대학교 자연과학대학 수리과학부 재직(교수)
관심분야 : Cellular Automata론, ATM, Queueing론



최 언 숙

1992년 성균관대학교 산업공학과 (공학사)
2000년 부경대학교 자연과학대학 응용수학과 대학원(이학석사)
2000년~현재 부경대학교 자연과학대학 응용수학과 대학원(박사과정) 재학중
관심분야 : Cellular Automata론, ATM, Queueing론

황 윤 희

부경대학교 응용수학과 대학원 석사과정 1년 재학중

김 한 두

1982년 고려대학교 수학과(이학사)
1984년 고려대학교 수학과 대학원 (이학석사)
1988년 고려대학교 수학과 대학원 (이학박사)
1989년~현재 인제대학교 자연과학대학 컴퓨터 응용과학부 재직(교수)
관심분야 : 전산수학, Cellular Automata론

허 성 훈

부경대학교 정보보호 대학원 협동과정 박사과정 1년 재학중

교 신 저 자

김 한 두 621-749 경남 김해시 어방동 인제대학교 자연과학대학 컴퓨터응용과학부