한국소음진동공학회논문집 제 13 권 제 6 호, pp. 430~437, 2003.

이동질량과 등분포접선종동력이 외팔보의 동특성에 미치는 영향

Influence of Moving Masses on Dynamic Behavior of Cantilever Pipe Subjected to Uniformly Distributed Tangential Follower Forces

윤 한 익† · 김 봉 균* · 손 인 수**

Han-Ik Yoon, Bong-Kyun Kim and In-Soo Son

(2002년 11월 15일 접수 : 2003년 5월 20일 심사완료)

Key Words : Moving Mass(이동질량), Distributed Tangential Follower Force(분포접선종동력), Concentrated Follower Force(집중접선종동력), Cantilever Pipe Conveying Fluid(유체이송 외팔 관)

ABSTRACT

A conveying fluid cantilever pipe subjected to a uniformly distributed tangential follower force and three moving masses upon it constitute this vibrational system. The influences of the velocities of moving masses, the distance between two moving masses, and the uniformly distributed tangential follower force have been studied on the dynamic behavior of a cantilever pipe system by numerical method. The uniformly distributed tangential follower force is considered within its critical value of a cantilever pipe without moving masses, and three constant velocities and three constant distances between two moving masses are also chosen. When the moving masses exist on pipe, as the velocity of the moving mass and the distributed tangential follower force increases, the deflection of cantilever pipe conveying fluid is decreased, respectively. Increasing of the velocity of fluid flow makes the amplitude of a cantilever pipe conveying fluid decrease. After the moving mass passed upon the pipe, the tip- displacement of a pipe is influenced by the coupling effect between interval and velocity of moving mass and the potential energy change of a cantilever pipe. Increasing of the moving mass make the frequency of the cantilever pipe conveying fluid decrease.

1. 서 론

유동유체를 갖는 파이프 구조물의 대표적 예는 송수관으로, 파이프 속을 흐르는 유체에 의하여 파이프에 진동이 발생한다. 종동력은 비보존력의 대표적인 힘으로 시간과 속도에 관계없이 그 작용방향이 변환되는 일정한 크기의 힘으로 그 작용선은 탄성계의 변형에 의하여 결정된다. 탄성봉에 작용하는 축하중은 집중종동력과 분포종동력으로 나누어지며, 집중종동력은 변형된 탄성봉의 자유단에서 그 접선방향으로 작용하며[1] 분포종동력은 변형된 탄성봉의 축선을 따라서 그 접선방향으로 분포되어 작용하는 하중이다.[2] 이 종동력을 받는 탄성봉은 플러터에 의하여 안정성을 잃게 되므로[3] 작용방향이 일정한 축하중에 비하여 탄성봉의 안정성을 크게 향상시킨다. Beck[1]는 균일 단면을 갖는 외팔 보 기둥의 자유단에 압축종동력이 작용하는 Beck기둥의 임계플러터 하중(critical flutter load)을 동력학적 안정기준에 의하여 계산하였다. Bolotin[3]은 Beck 기둥이 종동력을 받는 탄성계의 안정성, 유연성 회전축(flexible rotating shaft)의 안정성, 그리고 유체의 유동내에 있는 탄성체의 안정성 등에 관한 기본적인 문제를 상세하게 설명하였다.

† 책임저자, 정회원, 동의대학교 기계산업시스템공학부
E-mail : hiyoon@dongeui.ac.kr
Tel : (051) 890-1645, Fax : (051) 890-2232
* 동의공업대학 기계시스템계열
** 정회원, 동의대학교 대학원 기계공학과

Leipholz[4]는 등분포접선종동력이 작용하는 비보존적 탄성계의 운동에너지와 변형에너지 이외의 비보존력에 의하여 이루어진 일을 포함하는 전체에너지를 도입함으로써 새로운 에너지 방법으로 비보존적 탄성계의 운동방정식을 유도하여 계의 안정성을 해석하였다. Wilson[5]은 등분포 질량으로 된 이동하중에 대한 보의 응답을 연구하였고, 이동질량에 의한 보 형태 구조물의 동특성에 대한 많은 연구 결과가 발표되었다.[6~10]

이 연구에서는 이동질량이 높은 온도를 가졌거나 또는 주기적으로 많은 수의 질량이 이동함으로써 그 마찰열에 의하여 이동질량을 지지하는 외팔 파이프가 가열되는 경우, 그 가열에 의하여 외팔 파이프가 팽창 또는 연화되어 탄성을 잃고 소성변형을 일으키는 것을 방지하기 위하여 파이프에 점성이 큰 냉각수를 통과시키는 역학계를 고려하였다. 이러한 계는 산업현장에서 생산된 제품이 다음 공정으로 이동할 때 이용되는 컨베어를 고려한 것이다. 이 때 냉각수의 이동에 의하여 발생되는 힘은 외팔보의 축선을 따라 작용하는 등분포접선종동력으로 된다. 즉, Leipholz 외팔보와 이동질량을 합성한 역학계이다. 따라서 이 역학계는 플러터에 의한 안정성 해석 문제가 될 수 없으며, 이동질량들의 여러 조건과 등분포접선종동력의 연성에 의한 외팔보의 진동수와 외팔보 끝단의 변위 특성에 대한 해석문제가 된다. 따라서, 파이프 위를 통과하는 이동질량들의 속도와 그 간격, 그리고 등분포접선종동력의 크기가 외팔 파이프의 동특성에 미치는 영향을 해석하였고, 특히 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 파이프의 동적거동에 대해서도 연구하였다. 또, 점성이 매우 작은 유동유체의 분사력에 의하여 외팔 파이프의 끝단에 집중 종동력이 작용하는 외팔 파이프 계의 동특성과 비교하였다.

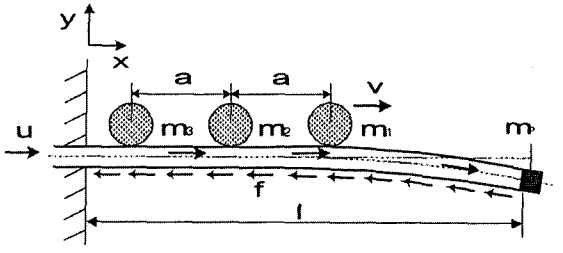

Fig. 1 A cantilever pipe conveying fluid with moving masses

2. 이론적 모델링

Fig. 1은 내부에 흐르는 점성이 큰 유체에 의해 등분포접선종동력이 작용하는 외팔 파이프 위를 이동질량들이 일정한 속도와 간격을 가지고 연속적으로 이동하는 탄성계의 개략도를 나타내고 있다. 여기서 m_k는 파이프 위를 이동하는 집중질량들, v는 집중질량들의 속도, 그리고 u는 유동유체의 속도이며 f는 유동유체에 의한 등분포접선종동력이다. 또, m_p는 외팔 파이프의 노즐 등에 해당하는 끝단질량을, l은 외팔 파이프의 전체 길이를 의미하며, a는 이동질량 사이의 간격이다.

2.1 계의 에너지식

외팔 파이프의 횡변위 $y(x,t)$를 유체와 이동질량이 없는 경우, 경계조건을 만족시키는 끝단질량을 가진 외팔 보의 고유함수 $\phi_i(x)$를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\mu} q_i(t)\ \phi_i(x) \tag{1}$$

여기서, $q_i(t)$는 일반화 좌표, μ는 일반화 좌표의 수를 나타낸다. Fig. 1에서 보인 계를 구성하는 외팔 파이프, 이동질량, 그리고 유동유체의 에너지식을 각각 다음과 같이 유도할 수 있다.[8]

$$T_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\mu}\Big[m\dot{q}_i^{\,2}(t)\int_o^l \phi_i^{\,2}(x)\,dx + m_p\{\phi_i(l)\dot{q}_i(t)\}^2\Big] \tag{2}$$

$$V_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\mu}\Big[EI\int_0^l\{\phi_i''(x)q_i(t)\}^2\,dx - m_p g\,\phi_i(l)q_i(t) - mg\int_0^l \phi_i(x)\,q_i(t)\,dx\Big] \tag{3}$$

$$T_f = \frac{1}{2}m_f\sum_{i=1}^{\mu}\Big[\int_0^l\{u^2 + 2u\phi_i(x_f)\dot{q}_i(t) + \{\phi_i(x_f)\dot{q}_i(t)\}^2\}\,dx_f\Big] \tag{4}$$

$$V_f = -m_f g\sum_{i=1}^{\mu}\int_0^l \phi_i(x_f)q_i(t)\,dx_f \quad (x_f = ut,\ \ 0 \le x_f \le l) \tag{5}$$

$$T_m = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\Big[m_k\Big\{v^2\sum_{i=1}^{\mu}q_i^{\,2}(t)\phi_i^{\,2}(x_k) + 2v\sum_{i=1}^{\mu}q_i(t)\dot{q}_i(t)\phi_i(x_k)\phi_i'(x_k)$$

$$+\sum_{i=1}^{\mu}\dot{q}_i^{\,2}(t)\,\phi_i^2(x_k)\Big\}+v^2 m_k\Big] \tag{6}$$

$$V_m=-\sum_{i=1}^{\mu}\sum_{k=1}^{3} m_k g\phi_i(x_k)\,q_i(t) \tag{7}$$

여기서 $(\cdot)$는 시간 t에 대한 미분을 나타내며, $(')$은 축방향 좌표 x에 대한 미분을 의미한다. m은 외팔 파이프의 단위 길이당 질량, m_f는 유체의 단위 길이당 질량, 그리고 EI는 외팔 파이프의 굽힘 강성계수를 나타낸다. 또, $k(=1,2,3)$는 이동질량의 수이고, 이동질량의 수평변위 x_k는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_1 &= f_1(t)=\int_0^t v\,dt \\ x_2 &= f_2(t)=\int_0^t v\,dt-a \\ x_3 &= f_3(t)=\int_0^t v\,dt-2a \\ (0 &\le x_k \le l) \end{aligned} \tag{8}$$

2.2 등분포접선종동력에 의한 일량

비보존적인 등분포접선종동력에 의한 일은 등분포접선종동력의 보존력 성분에 의한 일과 비보존력 성분에 의한 일로 구분되며, 각각 다음과 같다.

$$W_c=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\mu}\int_0^l f(l-x_f)\{\phi_i'(x_f)q_i(t)\}^2 dx_f \tag{9}$$

$$W_N=-\sum_{i=1}^{\mu}\int_0^l f\{\phi_i'(x_f)\,\phi_i(x_f)\}q_i^{\,2}(t)\,dx_f \tag{10}$$

2.3 계의 운동방정식

계의 운동방정식은 식 (2)~식 (10)의 일량과 에너지 식을 Lagrange 방정식에 대입하여 구할 수 있으며, 운동방정식은 $i=1$부터 μ 항까지의 합으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{\mu}\Big\{m\int_0^l\phi_i^2(x)dx+m_p\phi_i^2(l) \\
&+m_f\int_0^l\phi_i^2(x_f)dx_f+\sum_{k=1}^{3}m_k\phi_i^2(x_k)\Big\}\ddot{q}_i(t) \\
&+\sum_{i=1}^{\mu}\Big[\sum_{k=1}^{3}m_k\frac{d}{dt}\{\phi_i^2(x_k)\}+m_f\int_0^l\frac{d}{dt}\{\phi_i^2(x_f)\}dx\Big]\dot{q}_i(t) \\
&+\sum_{i=1}^{\mu}\Big[EI\int_0^l\{\phi_i''(x)\}^2dx-\int_0^l f(l-x_f)\{\phi_i'(x_f)\}^2dx_f \\
&+2f\int_0^l\phi_i'(x_f)\,\phi_i(x_f)\,dx_f+\sum_{k=1}^{3}\Big[vm_k\frac{d}{dt}\{\phi_i'(x_k)\}\phi_i(x_k) \\
&-m_k v^2\phi_i'^{\,2}(x_k)+vm_k\frac{d}{dt}(\phi_i(x_k))\,\phi_i'(x_k)\Big] \\
&+um_f\int_0^l\Big\{\frac{d}{dt}(\phi_i'(x_f))\,\phi_i(x_f)+\frac{d}{dt}(\phi_i(x_f)) \\
&\phi_i'(x_f)\}\,dx_f\Big]q_i(t)-\sum_{i=1}^{\mu}\Big\{(m+m_f)g\int_0^l\phi_i(x)dx \\
&+m_p g\phi_i(l)+\sum_{k=1}^{3}m_k g\phi_i(x_k)\Big\}=0
\end{aligned} \tag{11}$$

식 (17)의 운동방정식을 무차원화하기 위하여 무차원 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
&\xi=\frac{x}{l},\ \xi_f=\frac{x_f}{l}=ul\sqrt{\frac{m}{EI}}\,\tau,\ \tau=\frac{t}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}, \\
&M_k=\frac{m_k}{ml},\ U=ul\sqrt{\frac{m_f}{EI}},\ \bar{m}_p=\frac{m_p}{ml}, \\
&Q=\frac{fl^3}{EI},\ A=\frac{a}{l},\ \beta_k=\frac{m_k l}{\sqrt{mEI}}\bar{v}, \\
&\gamma_k=\frac{m_k l^3}{EI}\bar{v}^2,\ M^*=\frac{(m+m_f)gl^3}{EI},\ d=\frac{q}{l}, \\
&M=\frac{m_f}{m},\ m_p^*=\frac{m_p gl^2}{EI},\ m_k^*=\frac{m_k gl^2}{EI}
\end{aligned} \tag{12}$$

여기서 $\bar{v}$는 v/l이다. 식 (12)의 무차원 매개변수를 이용하여 식 (11)의 운동방정식을 무차원화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{\mu}\Big\{\int_0^1\phi_i^2(\xi)d\xi+M\int_0^1\phi_i^2(\bar{x}_f)d\xi_f+\bar{m}_p\phi_i^2(1) \\
&+\sum_{k=1}^{3}M_k\phi_i^2(\bar{x}_k)\Big\}\ddot{d}_i(\tau)+\sum_{i=1}^{\mu}\Big[M\int_0^1\frac{d}{d\tau}\{\phi_i^2(\bar{x}_f)\}d\xi_f \\
&+\sum_{k=1}^{3}M_k\frac{d}{d\tau}\{\phi_i^2(\bar{x}_k)\}\Big]\dot{d}_i(\tau) \\
&+\sum_{i=1}^{\mu}\Big[\int_0^1\{\phi_i''(\xi)\}^2d\xi-Q\int_0^1(1-\xi_f)\{\phi_i'(\xi_f)\}^2d\xi_f \\
&+2Q\int_0^1\phi_i'(\xi_f)\phi_i(\xi_f)\,d\xi_f+\sum_{k=1}^{3}\Big\{\beta_k\frac{d}{d\tau}[\phi_i'(\bar{x}_k)]\phi_i(\bar{x}_k) \\
&-\gamma_k\phi_i^2(\bar{x}_k)+\beta_k\frac{d}{d\tau}[\phi_i(\bar{x}_k)]\phi_i'(\bar{x}_k)\Big\} \\
&+\sqrt{M}U\int_0^1\frac{d}{d\tau}[\phi_i'(\bar{x}_f)]\phi_i(\bar{x}_f)\,d\xi_f+\sqrt{M}U\int_0^1\frac{d}{d\tau}[\phi_i(\bar{x}_f)] \\
&\phi_i'(\bar{x}_f)\,d\xi_f]d_i(\tau)-\sum_{i=1}^{\mu}\Big\{M^*\int_0^1\phi_i(\xi)\,d\xi+m_p^*\phi_i(1) \\
&+\sum_{k=1}^{3}m_k^*\phi_i(\bar{x}_k)\Big\}=0
\end{aligned} \tag{13}$$

여기서 $(\cdot)$는 무차원화된 시간 τ에 대한 미분을 나타내며, $\bar{x}_k$는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\bar{x}_1 &= \bar{v}\,l^2\sqrt{\frac{m}{EI}}\,\tau \\
\bar{x}_2 &= \bar{v}\,l^2\sqrt{\frac{m}{EI}}\,\tau-A \\
\bar{x}_3 &= \bar{v}\,l^2\sqrt{\frac{m}{EI}}\,\tau-2A
\end{aligned} \tag{14}$$

2.4 고유치 및 안정성 해석

식 (13)의 운동방정식을 자유진동해석을 위해 행렬 형태의 식으로 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{d} + \mathbf{C}\dot{d} + \mathbf{K}d = \mathbf{0} \tag{15}$$

식 (15)는 고유치 문제를 해결하기 위하여 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\mathbf{M}^* \frac{d\eta}{d\tau} + \mathbf{K}^* \eta = \mathbf{0} \tag{16}$$

여기서 식 (16)의 각 항은 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \ \mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\{\eta\} = \begin{Bmatrix} \frac{d(d)}{d\tau} \\ d \end{Bmatrix} \tag{18}$$

복소모드 해석에서 식 (18) 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\eta = e^{\lambda\tau}\Theta \tag{19}$$

여기서 λ는 복소수 값의 고유치이고, Θ는 모드형상을 나타내는 행렬이다. 구해진 계의 고유치는 다음과 같이 복소수 값을 갖는데 이 값으로부터 계의 진동수(Ω) 및 안정성을 판단할 수 있다.

$$\lambda = b + \omega i$$
$$\Omega = \sqrt{b^2 + \omega^2} \tag{20}$$

즉, b가 $b \leq 0$인 경우는 안정한 상태이고, $b > 0$인 경우는 계가 불안정하게 된다. 계가 불안정인 경우 허수부 ω의 부호에 따라 다음의 두 가지 불안정 형태로 구별할 수 있다. 먼저, $\omega \neq 0$일 때는 플러터 불안정이 되고, $\omega = 0$인 경우는 발산형태의 불안정으로 된다. 따라서 $b = 0$일 때는 안정과 불안정의 경계가 되는 임계값이 되며, 이 때의 등분포접선종동력을 구하여 그 값을 임계등분포접선종동력(Q_{cr})으로 규정한다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 이론해석에서 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 등분포접선종동력, 이동질량들의 크기 및 속도 등이 계의 동특성에 미치는 영향을 수치해석을 통해 비교, 고찰하였다. 외팔 파이프의 횡진동은 끝단부분의 변위를 고려하였으며, 해석은 Matlab (6.1)에서 4차의 Runge-Kutta 방법으로 하였다. 수치해석 예제의 파이프 길이는 2 m, 끝단질량은 0.1 kg 으로 하였다. 식 (19)로부터 구한 무차원화된 임계등분포접선종동력 Q_{cr} 은 1.365이며, 수치해석시 사용한 최적안정 등분포접선종동력인 Q 의 값은 0.725 이다. 또, 이동질량들의 크기와 속도는 모두 같은 값을 택하였고, 유체의 속도는 유체의 분사력에 의하여 파이프의 끝단에 집중접선종동력이 작용하지 않도록 매우 작은 값인 0.1 m/s 로 두고 수치해석 하였다.

Fig. 2 는 이동질량의 크기가 1, 이동질량의 속도가 0.1 m/s 일 때 이동질량들 사이의 간격의 변화에 따른 파이프의 끝단 횡변위를 도시하였다. 첫 번째 이동질량이 외팔 파이프 위를 떠나는 무차원 시간은 약 78 이다. 이동질량이 파이프 위를 통과하기 전까지는 이동질량의 간격이 좁을수록 파이프의 처짐량은 증가함을 알 수 있다. 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭변화에 대하여 살펴보면, 먼저 이동질량들 사이의 간격이 0.1인 경우 첫 번째 이동질량이 통과한 후 무차원 시간 약 7.4 후에 두 번째 이동질량이 파이프 위를 떠나고 세 번째 이동질량이 파이프 위를 떠나는 무차원 시간은 약 93 이다. 첫 번째 이동질량이 파이프 위를 통과하는 시점에서 간격이 0.3 과 0.2 인 경우는 파이프 자체의 탄성에너지가 거의 증가하는 시점이고 반면, 간격이 0.1 의 경우는 감소하고 있는 시점이다. 따라서 파이프 진폭은 간격이 0.1인 경우에 파이프 자체 탄성에너지 감소와 이동질량이 파이프 위를 떠나면서 그 처짐에 의한 탄성에너지의 증가와 맞물려 진폭이 서로 상쇄되면서 진폭이 줄어드는 경향을 보이고 있다. 그와는 반대의 경우로 이동질량들 사이의 간격이 0.3인 경우 세 번째 이동질량이 파이프 위를 떠나는 시점인 무차원 시간 약 124 에서는 위에서 언급한 두 탄성에너지가 서로 맞물려 최대 진폭을 발생시킴을 알 수 있다. 본 수치해석 예제에서 선택한 파라미터에서는 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭은 이동질량들 사이의 간격이 좁을수록 진폭이 작아진다.

Fig. 3 은 이동질량의 크기가 1이고, 이동질량들 사이의 무차원 간격이 0.3 일 때 이동질량의 속도에 따

른 파이프의 끝단 횡변위를 나타내었다. 이동질량의 속도와 시간 사이의 관계식 $x = vt$에 의하여 외팔 파이프에서 이동질량의 위치를 파악할 수 있다. Fig. 3에서 이동질량의 속도가 0.1 m/s, 0.4 m/s 일 때 마지막 이동질량이 외팔 파이프 위를 떠나는 무차원 시간은 각각 약 124, 42 정도에서이다. 이동질량이 파이프 위를 통과하고 있는 동안은 이동질량의 속도가 가장 느린 0.1 m/s일 때가 파이프의 처짐이 가장 작으며, 최대 진폭은 이동질량의 속도가 0.2 m/s인 경우 마지막 이동질량이 파이프 위를 떠나는 순간인 62 지점에서 일어난다. 이것은 이동질량이 파이프 위를 떠나는 시점이 파이프 자체의 탄성에너지 증가를 시작하는 순간이고, 따라서 이동질량이 파이프 위를 떠나면서 그 처짐에 의한 탄성에너지의 증가와 맞물려 최대 진폭을 발생시킨다. 또, 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 파이프 끝단 진폭을 살펴보면, 이동질량의 속도가 빠를수록 이동질량에 의한 영향이 미소하여 진폭이 작아짐을 알 수 있다.

Fig. 4는 이동질량의 속도가 0.2 m/s, 접선종동력이 1, 그리고 이동질량들 사이의 간격이 0.6 m 일 때 이동질량의 크기에 따른 외팔 파이프의 끝단 횡변위를 보여주고 있다. 이동질량의 크기가 작으면, 이동질량이 파이프를 통과하는 동안이나 파이프 위를 떠나면서 파이프의 진폭에 큰 영향을 주지 못한다. 또, 이동질량의 크기가 클수록 파이프의 처짐이 커지고, 그 처짐량은 이동질량이 파이프 위를 떠난 후의 파이프

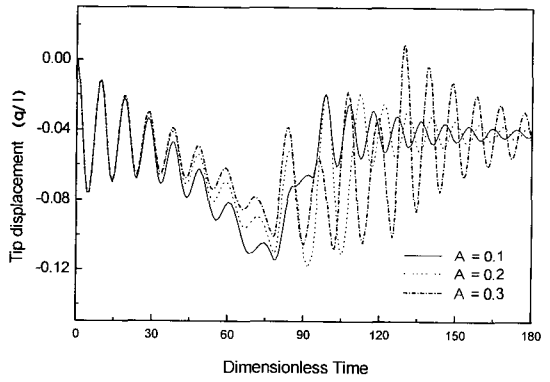

Fig. 2 The dimensionless tip-displacement under the moving masses for a cantilever pipe conveying fluid with $M_1 = 1$ and $v = 0.1$ m/s

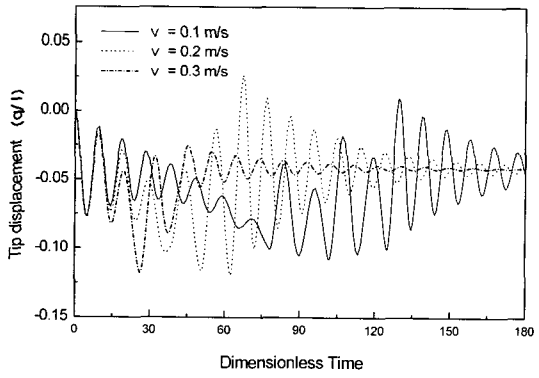

Fig. 3 The dimensionless tip-displacement under the moving masses for a cantilever pipe conveying fluid with $M_1 = 1$ and $A = 0.3$

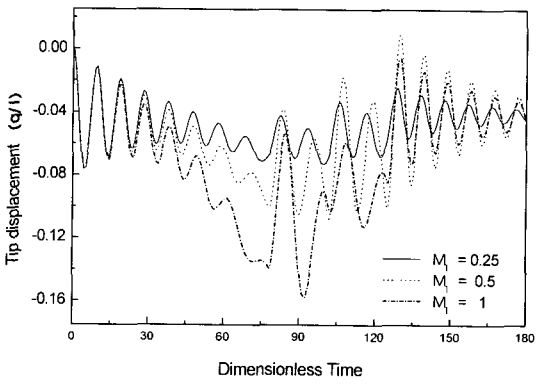

Fig. 4 The dimensionless tip-displacement under the moving masses for a cantilever pipe conveying fluid with $A = 0.3$ and $v = 0.1$ m/s

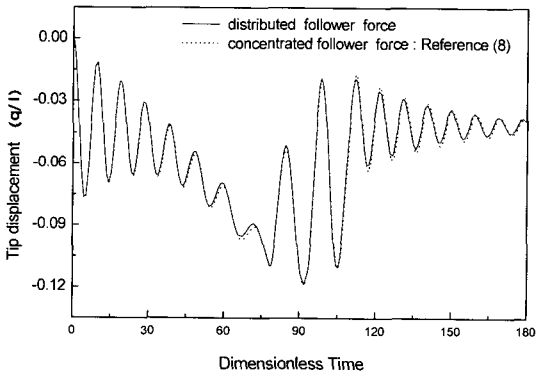

Fig. 5 Comparison between the dimensionless tip- displacement under the distributed follower force and that under the concentrated follower force for a cantilever pipe conveying fluid with $M_1 = 1$, $A = 0.3$ and $v = 0.1$ m/s

진폭에 일정정도 영향을 미친다. 하지만, 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭변화는 Fig. 2에서 설명한 것처럼 이동질량이 파이프를 떠나는 시점의 에너지 증감시기에 의해 지배적인 영향을 받음을 확인할 수 있다.

Fig. 2에서 Fig. 4의 결과를 바탕으로 운반대 위를 통과하는 질량의 무게와 속도, 그리고 그 간격을 효율적으로 조절할 수 있을 것으로 판단된다.

Fig. 5는 점성이 매우 작은 유체의 경우 파이프 내부를 흐르는 유체의 분사력에 의하여 파이프의 끝단에 집중접선종동력이 작용하는 경우의 파이프 끝단 변위를 해석한 참고문헌 (8)의 결과와 같은 조건에서 등분포접선종동력이 작용하는 경우를 서로 비교한 것이다. 두 경우 모두 이동질량에 의한 파이프의 최대 처짐은 거의 같으며 전반적으로 동일한형태의 진동특성을 보여주고 있다. 하지만 집중접선종동력이 작용하는 경우 진폭이 미소량 더 크게 나타났다.

Fig. 6은 이송유체를 갖는 외팔 파이프 위를 통과하는 이동질량의 속도가 0.1 m/s, 그 무차원 간격이 0.3일 때 이동질량의 크기에 따른 진동수(Ω) 변화를 각 모드별로 나타내었다. 전체 모드에서 이동질량의 크기가 클수록 전반적으로 진동수는 감소하는 경향을 보이고 있다. 2차, 3차 모드에서 이동질량이 1개 일 때 이동질량의 크기에 관계없이 일반적으로 나타나는 진동수가 같아지는 절점[8]은 형성되지 않는다. 이것은 두 번째, 세 번째 이동질량의 영향에 의한 것으로 판단된다.

Fig. 6(a)의 1차 모드에서 무차원 이동질량의 크기가 0.25와 1인 경우 첫 번째 이동질량이 파이프의 끝단에 위치했을 때의 진동수는 약 31.5 %, Fig. 6

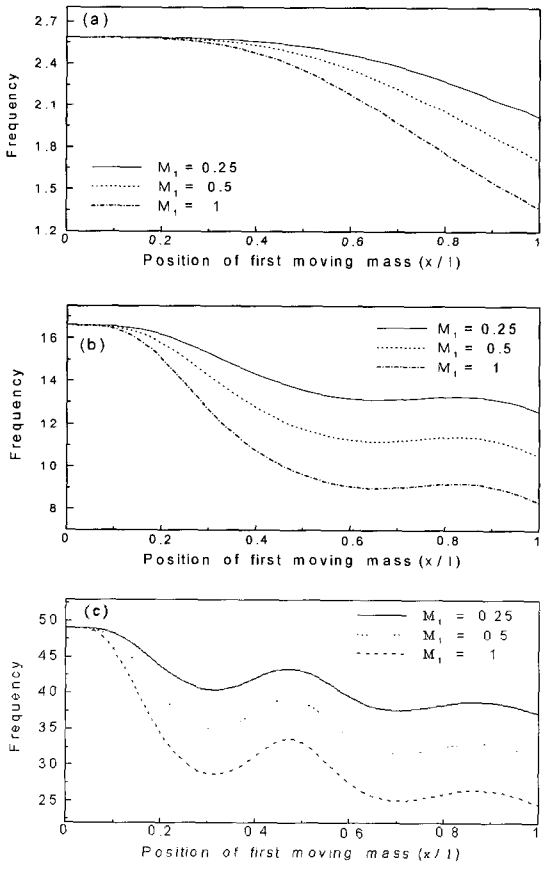

Fig. 6 Variations of the dimensionless frequencies of a cantilever pipe conveying fluid with $A=0.3$ and $v=0.1$ m/s : (a) mode one, (b) mode two, (c) mode three

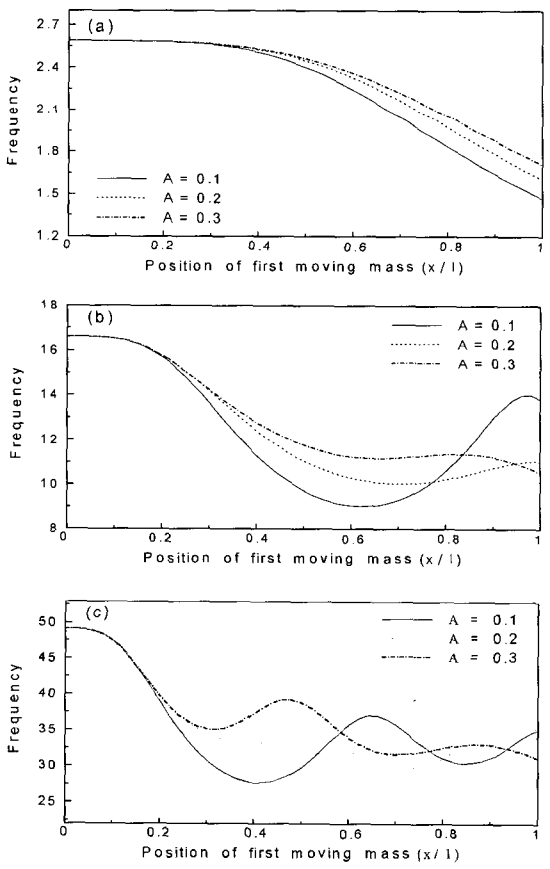

Fig. 7 Variations of the dimensionless frequencies of a cantilever pipe conveying fluid with $M_1=1$ and $v=0.1$ m/s : (a) mode one, (b) mode two, (c) mode three

(b)의 2차 모드에서는 무차원 이동질량의 크기가 0.25 일 때보다 1인 경우 진동수는 32.4 % 정도 감소하였다. 그리고, Fig. 6(c)의 3차 모드에서의 감소량은 약 33.3 % 정도로 각 모드에서 거의 일정한 비율로 감소됨을 확인할 수 있다.

Fig. 7 은 이송유체를 갖는 외팔 파이프 위를 통과하는 이동질량의 속도가 0.1 m/s, 무차원 이동질량의 크기가 0.5 인 경우 이동질량들 사이의 간격이 진동수 변화에 미치는 영향에 대하여 각 모드별로 나타내었다. Fig. 7(a)의 1차 모드에서는 첫 번째 이동질량이 파이프의 0.3 지점을 지나기 전까지 거의 같은진동수를 가지지만 그 이후는 이동질량들 사이의 간격이 넓을수록 진동수는 더 큰 값을 가진다. 하지만

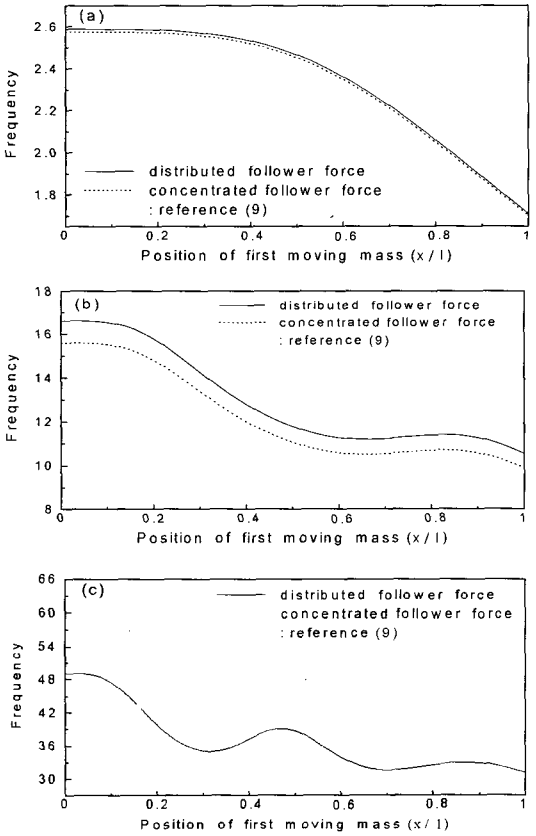

Fig. 8 Comparison between the dimensionless frequencies under the distributed tangential follower force and that under the concentrated follower force for a cantilever pipe conveying fluid with $M_1=1$, $A=0.3$ and $v=0.1$ m/s : (a) mode one, (b) mode two, (c) mode three

Fig. 7(b) 의 2 차 모드에서는 첫 번째 이동질량의 위치가 0.78 지점까지는 이동질량들 사이의 간격과 진동수는 비례적이지만 끝 부분에서는 오히려 이동질량의 간격이 좁을 때 진동수가 가장 큰 값을 가진다. 또, Fig. 7(c) 의 3 차 모드에서는 첫 번째 이동질량의 위치가 0.6 지점까지는 간격이 0.3 인 경우가 진동수가 가장 크지만, 0.6 지점과 0.78 지점 사이에서는 간격이 0.1 인 경우가, 그리고 0.84 에서 1 지점까지는 간격이 0.2 일 때의 진동수가 가장 큰 값을 갖는다.

Fig. 8 은 같은 조건에서 이동질량을 갖는 외팔 파이프에 집중접선력이 작용하는 경우와 등분포접선종동력이 작용하는 경우의 진동수 변화를 비교한 것이다. Fig. 8(a) 의 1 차 모드에서는 집중접선종동력이 작용하는 경우의 진동수가 전체에 걸쳐 약 0.53 % 정도 작은 진동수를 가지며, Fig. 8(b) 의 2 차 모드에서는 약 6.14 % 정도 진동수가 감소함을 알 수 있다. 그러나 Fig. 8(c) 의 3 차 모드에서는 오히려 등분포접선종동력이 작용하는 경우 첫 번째 이동질량이 파이프 위를 통과하는 동안 약 20.09 % 정도 더 작은 진동수를 나타낸다. 이것은 모드별 특성에 기인한 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 이동질량에 의하여 이동질량을 지지하는 외팔 파이프가 가열되어지지 않도록 파이프에 냉각수를 통과시키는 냉각장치를 부과한 역학계를 고려하였다. 이 계에서 이동질량들 사이의 간격과 속도 그리고, 이동질량의 크기가 등분포접선종동력과 서로 연성되어 외팔 파이프의 동적특성에 미치는 영향에 대하여 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 동일한 조건에서 집중접선종동력과 등분포접선종동력이 작용하는 경우를 서로 비교해 보면 등분포접선종동력이 작용하는 경우 진폭이 조금 더 작게 나타나지만, 전반적으로 동일한 형태의 진동특성을 보여준다.

(2) 이동질량이 외팔 파이프 위를 통과하고 있는 동안의 파이프 처짐과 진폭은 이동질량의 크기에 비례적이고, 이동질량사이의 간격과는 서로 반비례적이다.

(3) 이동질량이 파이프 위를 통과한 후의 진폭은 이동질량이 파이프 위를 떠나는 시점에서 파이프 자

체의 탄성에너지와 중력 등에 의한 파이프의 자체 처짐량에 의한 탄성 에너지와의 상호 연성관계에 의하여 결정되어 진다.

(4) 이동질량의 크기와 진동수는 서로 비례적이고, 이동질량들 사이의 간격이 진동수의 변화에 미치는 영향은 1차 모드에서는 이동질량 사이의 간격이 클수록 진동수는 큰 값을 가지고, 2차 모드와 3차 모드에서는 전반적으로 이동질량들 사이의 간격과 진동수는 비례적이지만 첫 번째 이동질량이 파이프의 끝단에 위치해 있을 때 반비례적인 경향을 보인다.

(5) 연구결과를 바탕으로 산업현장 등에서 컨베어 위를 이동하는 제품들이 어떠한 조건에서 운반되어질 때 컨베어 및 다른 제품에 무리를 주지 않으면서 효율적으로 운반되어 질 수 있는지를 파악하는데 큰 도움이 될 수 있을 것이다. 특히, 이동질량들이 컨베어 위를 떠나면서 컨베어에 미치는 영향을 판단할 수 있으므로 제품들의 적절한 속도와 간격을 조정하여 최적의 조건에서 기계장치를 작동하는데 기여할 수 있을 것으로 기대되어진다.

참 고 문 헌

(1) Beck, M., 1952, "Die Knicklast des Eingespannten, Tangential Gedrückten Stabes," Zettschrift Für Angewandte Mathematik und Physik, Vol. 3, pp. 225~228.

(2) Leipholz, H., 1970, "Stability Theory," Academy Press Inc. New York.

(3) Bolotin, V. V., 1963, "Nonconservation Problems of the Theory of Elastic Stability," Pergamon Press, Oxford.

(4) Leipholz, H., 1975, "Six Lectures on Stability of Elastic Systems," University of Waterloo Press, pp. 18~19.

(5) Wilson, J. F., 1973, "Response of Simple Spans to Moving Mass Loads," Journal of AIAAl, pp. 4~5.

(6) Stanisic, M. M., 1985, "On a New Theory of the Dynamic Behavior of the Structures Carrying Moving Masses," Ingenieur-archiv, Vol. 55, pp. 176~185.

(7) Lee, H. P., 1996, "Dynamic Response of a Beam with a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 191, No. 2, pp. 289~294.

(8) 윤한익, 손인수, 2002, "이동질량을 가진 유체유동 파이프의 동특성," 한국소음진동공학회논문집, 제 12 권, 제 7 호, pp. 550~556.

(9) 윤한익, 손인수, 진종태, 김현수, 2002, "유체유동 외팔 파이프의 고유진동수에 미치는 설계인자의 영향," 한국소음진동공학회논문집, 제 12 권, 제 11 호, pp. 840~846.

(10) Lee, H. P., 1996, "The Dynamic Response of a Timoshenko Beam Subjected to a Moving Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 198, No. 2, pp. 249~256.